

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université des sciences et de la Technologie d'Oran « MOHAMMED BOUDIAF »
Faculté de Génie Mécanique
Département de Génie Mécanique



Polycopies

Lubrification Industrielle

Présenté par :

MEHALA Kadda

2016-2017

Avant-propos

Ce polycopié intitulé lubrification industrielle est une matière destinée aux étudiants de Génie Mécanique option Energétique et Construction mécanique. Il s'adresse aux étudiants du master 2 (LMD). Le contenu de ce polycopié regroupe le programme enseigné dans le département de génie Mécanique de l'université des sciences et de la technologie d'Oran « Mohammed Boudiaf ».

Il est rédigé sous forme d'un cours détaillés, avec des applications résolus. Il est présenté avec un style très simple qui permet aux étudiants une compréhension très rapide. Le contenu de ce polycopié est structuré en 6 parties.

Après un rappel sur la tribologie, la première partie traite les différents régimes de la lubrification et différents contacts mécaniques. La partie deux sites les divers huiles industriels ainsi que leurs additifs.

La troisième partie est consacrée sur la définition de la viscosité, mesure de la viscosité à l'aide des viscosimètres à chute de billes par exemple. La quatrième partie présente les notions théoriques sur la résolution de l'équation de Reynolds dans le domaine de la lubrification ainsi que dans les domaines des paliers hydrodynamique, qui est présenté dans la cinquième partie. Cette partie montre également la dérivation de l'équation de Reynolds pour avoir la distribution de la pression entre deux plaques parallèles et non parallèles.

Enfin la dernière partie illustre des applications résolues sur le calcul de la viscosité et l'application de l'équation de Reynolds entre deux plaques pour l'obtention du champ de pression.

Table des matières

Introduction sur la Tribologie	6
I- Généralité sur la lubrification.....	8
I.1-Définition.....	8
I.2-Les contacts lubrifiés.....	8
1.2.1 - Les contacts surfaciques.....	9
1.2.1.1- La lubrification limite.....	10
1.2.1.2- La lubrification mixte.....	11
1.2.1.3- La lubrification hydrodynamique.....	12
1.2.1.4- La lubrification hydrostatique.....	12
1.2.2 - Les contacts Hertiens.....	13
1.2.2.1- La lubrification extrême pression.....	14
1.2.2.2- La lubrification mixte.....	14
1.2.2.3- La lubrification élastohydrodynamique.....	14
II-Lubrifiant.....	15
II.1- Définition.....	15
II.2-Choix d'un lubrifiant.....	15
II.3- Différents types de lubrifiants.....	16
II.3.1- Lubrifiants d'origine animale.....	16
II.3.2- Lubrifiants d'origine végétale.....	16
II.3.3- Lubrifiants d'origine minérale (Les huiles de base).....	17
II.3.4- Les huiles de synthèse ou synthétiques.....	17
II.4-Les additifs.....	18
II.4.1 – Additifs <i>Amélioration d'indice de viscosité</i>	18
II.4.2 – Additifs <i>Anti-congelant</i>	18
II.4.3 – Additifs Additif extrême pression et Anti-friction (usure).....	18
II.4.4 – Additifs <i>Antioxydants</i>	18
II.4.5 – Additifs <i>Anti-corrosion</i>	18
II.4.6 – Additifs <i>Anti-mousse</i>	19

II.4.7 – Additifs <i>Anti-émulsion et Détergent</i>	19
II.5- Spécifications des lubrifiants.....	19
II.5.1-La classification internationale des huiles industrielles.....	19
III. Viscosité des lubrifiants.....	21
III.1- Définition de la viscosité.....	21
III.2- Unités de viscosité.....	21
III.3-Calcul de la viscosité.....	22
III.3.1-Contrainte de cisaillement.....	22
III.3.2-Gradient de vitesse.....	22
III.3.3-Déformation de cisaillement.....	23
III.3.4-Vitesse de cisaillement.....	24
III.3.5-Viscosité dynamique.....	24
III.3.6-Viscosité cinématique.....	25
III.4-Paramètres influençant la viscosité.....	25
III.4.1- La pression	25
III.4.2-La température	26
III.5- Viscosimètre.....	28
III.5.1- Viscosimètres absolus	28
a- Viscosimètres à capillaire	28
b-Viscosimètres à chute de billes.....	28
III.5.2- Viscosimètres empiriques	29
III.6- Indice de viscosité.....	30
IV-Equation de Reynolds généralisée dans la lubrification hydrodynamique.....	32
IV.1– Hypothèses associées à l'équation de Reynolds et discussions.....	32
IV.2– Dérivation de l'équation de Reynolds.....	36
IV.3- Le champ de pression pour les cas élémentaires de portance	37
IV.3.1 – Cas de deux surfaces parallèles : portance hydrostatique.....	37

IV.3.1.1- Cas de deux surfaces parallèles : effet d'étirement.....	38
IV.3.1.2 Cas de deux surfaces parallèles : effet d'écrasement.....	38
IV.3.2- Cas de deux plaques non parallèles.....	39
V- Lubrification-palier hydrodynamique.....	41
V.1 - Définition des paliers.....	41
V.1.1 - Paliers hydrodynamiques.....	41
V.1.2 - paliers circulaires	42
V.2- Equation de Reynolds pour les Paliers lisse cylindriques en régime laminaire	43
V.2.1 - Conditions aux limites	43
V.2.2 - Résolution de l'équation de Reynolds.....	44
V.2.2.1- Palier infiniment long	44
V.2.2.2 - Le palier court	45
VI- Exercices & Applications.....	46

Introduction sur la Tribologie

Le frottement joue un rôle prégnant dans les procédés de mise en forme, il est présent dans tout ce qui nous entoure, même parfois il nous semble gênants, il est pourtant impossible d'imaginer le supprimer. Il engendre des efforts mécaniques tel que des forces et des couples qui contrarient ou empêchent les mouvements relatifs et déforment des objets. Ces efforts prennent naissance non seulement au niveau des surfaces en contact, mais aussi au sein même des matériaux solides ou fluides qui se déplacent ou se déforment. Le frottement n'est pas un problème à deux dimensions mais bel et bien à trois dimensions, il concerne des volumes et pas seulement des surfaces.

L'étude du frottement, l'usure ainsi que la lubrification est le but de la tribologie, discipline dont l'importance est grandissante. Le mot tribologie, construit à partir des racines grecque *tribein* (frotter) et *logos* (discours, étude), a été proposé en 1968 par G. Salomon pour désigner la science qui étudie les phénomènes susceptibles de se produire lorsque deux corps en contact sont animés de mouvements relatifs. Il recouvre, entre autres, tous les domaines du frottement proprement dit, de l'usure et de la lubrification.

La tribologie s'intéresse à l'étude et d'interprétation scientifique des faits expérimentaux, mais elle a également un but très concret dans tous les domaines qui touchent à la technologie : recherche et codifier les méthodes qui permettent de donner un bon comportement au contacts mécaniques, puisque l'image de marque d'une production national dépend de la durabilité de ses produits, l'objectif que se fixent aujourd'hui l'industrie comme la recherche est la prédiction du frottement.

Et la connaissance de la tribologie est devenue une nécessité pour assurer le bon fonctionnement et la fiabilité des machines tout en augmentant la durée de vie, ainsi en améliorant le rendement des organes tournants, tout en assurant la sécurité des biens et des personnes, ou même contribuer à la santé publique et au confort, par exemple en diminuant les bruits liés aux contacts mécaniques.

Les contacts lubrifiés sont composés de trois corps : les deux premiers sont en mouvement l'un par rapport à l'autre, alors que le troisième est un lubrifiant qui est intercalé entre eux. Ce sont les mécanismes qui imposent les sollicitations aux contacts. Leur tailles se situent dans des gammes extrêmement larges : leur masse peut aller de quelques grammes à plusieurs tonnes et leur dimension du nanomètre au mètre. Il est de même pour les conditions de fonctionnement qui

vont de quelques micromètres par seconde à plusieurs centaines de mètres par seconde pour la vitesse, ou de – 350 à + 1200 °C pour la température.

Les sollicitations varient également au cours du temps. Les conditions fonctionnelles cinématiques, dynamiques et thermiques ainsi que leurs variations temporelles sont imposées par le mécanisme lui-même au contact. Le troisième corps sépare les deux premiers et permet leur mouvement relatif. Il doit supporter les mêmes pressions, éventuellement les générer et, simultanément, constituer une zone tampon pour l'accommodation des vitesses relatives des parties en mouvement. Il peut s'agir d'un liquide visqueux, soit d'un solide ou encore d'un milieu granuleux, fourni par les deux parties en mouvement relatif.

I- Lubrification

I.1- Définition

La lubrification ou le graissage est un ensemble de techniques permettant de réduire le frottement, l'usure entre deux éléments en contact et en mouvement l'un par rapport à l'autre. Elle permet souvent d'évacuer une partie de l'énergie thermique engendrée par ce frottement, ainsi que d'éviter la corrosion... Dans ces situations, les écoulements fluides sont parallèles aux surfaces, ce qui simplifie leur description et leur calcul (théorie de la lubrification).

On parle de lubrification dans le cas où le lubrifiant (mécanique) est liquide et de graissage dans le cas où il est compact¹.

- En mécanique, on lubrifie les pièces de métal ou de céramique avec un corps gras, comme de l'huile ou de la graisse. Les lubrifiants sont des produits liquides, pâteux ou solides d'origine minérale (hydrocarbures pour l'essentiel), animale, végétale ou synthétique².
- En biologie, la lubrification intervient sous la forme de production, par les muqueuses concernées, d'un mucus à base d'eau. Elle intervient également dans le fonctionnement des articulations qui comptent parmi les meilleurs mécanismes « glissants » que l'on connaisse (Lubrifiant anatomique).

1.2- Les contacts lubrifiés :

Dans les contacts lubrifiés un film protecteur sépare les surfaces en contact. Selon les pressions de contact et la vitesse relative des surfaces, différents régimes de lubrification peuvent exister. Ces différents régimes sont successivement décrits dans le cas des contacts surfaciques et des contacts hertziens. Des exemples de mécanismes lubrifiés illustrent ces différents types de contact.

Selon les conditions de fonctionnement, différents types de lubrification existent dans les systèmes lubrifiés. Compte tenu des valeurs de la pression dans le contact, il est classique aujourd'hui de distinguer les contacts basses pressions ou contacts surfaciques, des contacts à haute pression ou contacts hertziens. Bien évidemment il n'existe pas une frontière stricte entre ces différents types de contacts et certains mécanismes tels les paliers de bielles des moteurs thermiques et le contact segments piston chemise se situe à la frontière. On classe généralement les paliers, les butées hydrodynamiques et les joints d'étanchéité à faces radiales dans la catégorie des contacts surfaciques, en revanche, les

roulements, les engrenages, les systèmes cames poussoirs et les joints à lèvres relèvent sont classées dans la catégorie des contacts hertziens.

Pour présenter une classification des différents phénomènes de lubrification, il est commode d'utiliser tant pour les contacts surfaciques que pour les contacts hertziens, la courbe de Stribeck dont la première représentation a été donnée en 1902 dans le cas d'un palier lisse.

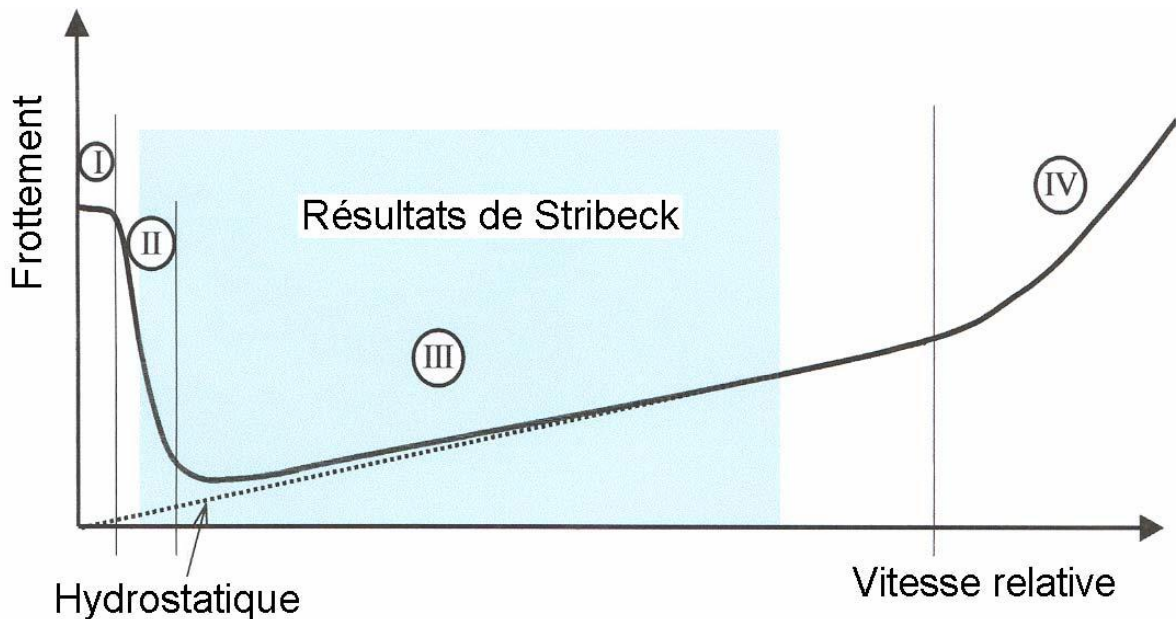


Fig. I.1 : Courbe de Stribeck

1.2.1 - Les contacts surfaciques

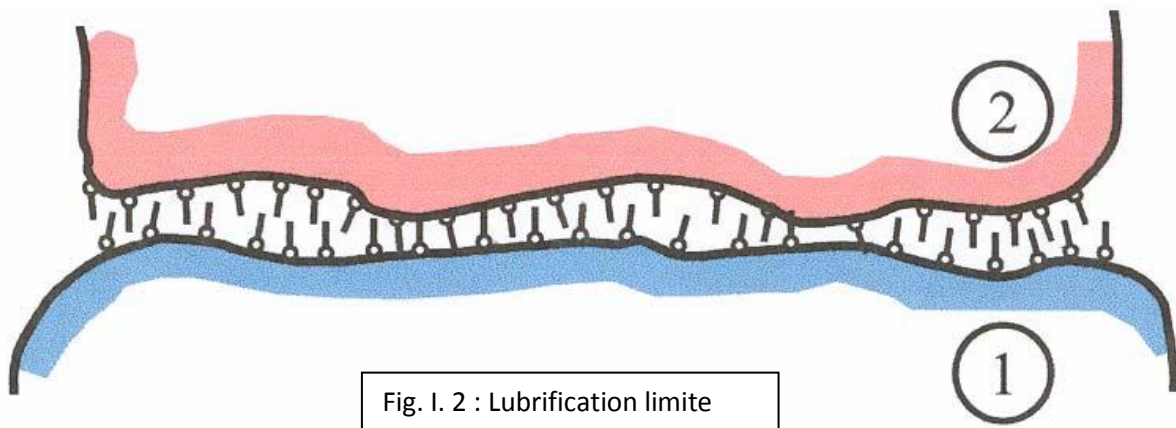
Les contacts surfaciques concernent essentiellement les paliers et les butées hydrodynamiques et hydrostatiques, les joints d'étanchéité à faces radiales, le contact entre une cage de roulement et la bague. De façon générale cela représente tous les contacts lubrifiés pour lesquels les pressions dans le film restent relativement faibles c'est-à-dire inférieures ou de l'ordre de quelques dizaines de Mega Pascal (quelques centaines de bars).

L'examen de cette courbe montre à l'évidence quatre zones de variations qui correspondent à quatre régimes de lubrification différents [2]. La zone I présente la lubrification limite, la zone II expose la lubrification mixte, pour la zone III montre la lubrification hydrodynamique et pour la zone IV définit la lubrification hydrodynamique non laminaire. La ligne en trait discontinu, présente la lubrification hydrostatique qui peut être réalisée en régime laminaire ou non laminaire.

La nature du fluide lubrifiant n'a pas été précisée car cette courbe peut être obtenue pour toutes sortes de fluides liquides ou gazeux et pas uniquement pour

les huiles lubrifiantes. Par ailleurs aucune échelle n'a été portée sur les axes d'abscisse et d'ordonnée car selon le fluide utilisé et les dimensions du palier, les échelles peuvent être très différentes ; de même la valeur du couple à faible vitesse, peut être selon les conditions de fonctionnement supérieur ou inférieur à celle du couple à grande vitesse.

1.2.1.1-La lubrification limite



A faible vitesse et pour des pressions de contact modérées, la séparation des surfaces est essentiellement due aux molécules d'huile adsorbées. Ce type de lubrification qui correspond à la zone I de la courbe Stribeck est assuré par des molécules d'huile polaire qui « s'accrochent » aux surfaces (figure I.2). Les liaisons ne correspondent pas à de véritables réactions chimiques.

En fait les molécules lubrifiantes forment soit des monocouches épilâmes de substances polaires (acides gras ou savons) qui adhèrent aux surfaces par adsorption ou par chimisorbsion soit des colloïdes compacts (carbonate de calcium amorphe par exemple) qui forme un film qui sépare les surfaces.

Ce type de lubrification concerne directement la physico-chimie des surfaces et des lubrifiants. L'épaisseur des couches adsorbées de lubrifiant est de l'ordre de quelques centaines d'Angstrom ($\sim 10^{-8}$ m). Le frottement est relativement important, le coefficient de frottement, selon la nature du lubrifiant et les matériaux qui forment le contact. Ce type de lubrification se rencontre dans les petits mécanismes comme les serrures, les machines à coudre ...etc.

1.2.1.2- La lubrification mixte

La zone II correspond à la lubrification mixte. Cette lubrification peut être considérée comme une transition entre la lubrification limite et la lubrification hydrodynamique. Ce phénomène est due généralement à la rugosité des surfaces il existe des zones convergentes dans le film fluide qui permettent la génération de pression hydrodynamique. Ainsi une partie de la charge est supportée par des zones fluides et l'autre partie par des zones où le contact est en lubrification limite (figure I.3).

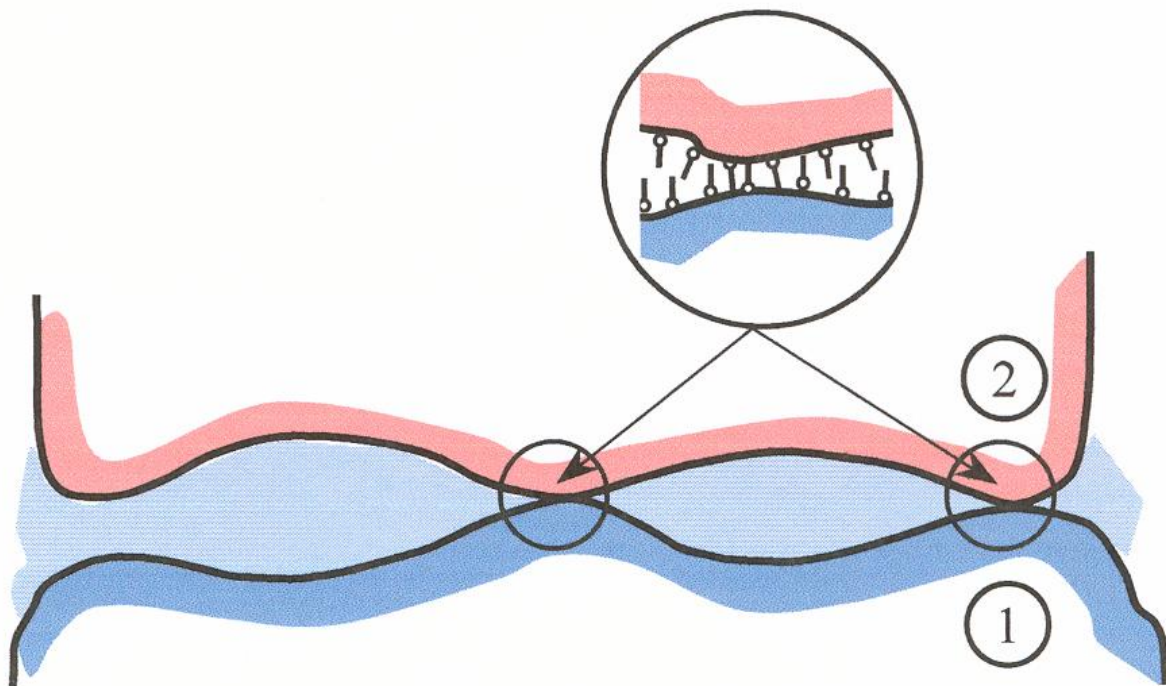


Fig. I.3 : Lubrification mixte [2]

Dans les zones fluides, le frottement, dû au cisaillement du fluide, est directement proportionnel à la viscosité du lubrifiant. Généralement ce frottement est nettement plus faible que le frottement existant en lubrification limite. Ainsi lorsque la vitesse augmente, les zones de lubrification hydrodynamique se développent et celles en lubrification limite se réduisent ce qui entraîne une diminution du frottement.

Le contact piston-segments-chemise au point mort haut et au point mort bas du cycle des moteurs à combustion interne correspond à ce type de lubrification.

1.2.1.3- La lubrification hydrodynamique

La zone III est une représentation de la lubrification hydrodynamique. Le lubrifiant visqueux est entraîné dans le contact qui forme un espace convergent dans lequel se développe une pression hydrodynamique. Cette pression permet la séparation totale des surfaces antagonistes en contact et équilibre la charge [2, 3].

a- La lubrification hydrodynamique non laminaire

Lorsque la vitesse du fluide dans le contact est très grande ou lorsque le fluide est très peu visqueux, ou pour des mécanismes de très grandes dimensions, l'écoulement dans le film lubrifiant change de régime, l'écoulement n'est plus décrit par l'équation de Reynolds en régime laminaire [2, 3]. Selon le type de mécanisme, des tourbillons se développent dans le film lorsque le nombre de Taylor pour un palier ou le nombre de Reynolds pour une butée atteint une certaine valeur critique.

Ce changement de régime se traduit par une augmentation importante de l'énergie dissipée dans le film ce qui correspond à une augmentation significative du couple de frottement du palier. La description et la modélisation des régimes non laminaires en lubrification ont été développées entre les années 1960 et 1980 et ont conduit à une équation semblable à l'équation de Reynolds qui fait intervenir des coefficients ou des nombres de Reynolds caractéristiques de l'écoulement. Cette théorie permet de calculer avec une bonne précision les caractéristiques des paliers et des butées hydrodynamiques.

1.2.1.4- La lubrification hydrostatique

Dans les zones III et IV de la courbe de Stribeck les surfaces sont totalement séparées par un film fluide. Les seules avaries possibles sont dues à une érosion éventuelle liée aux impuretés en suspension dans le lubrifiant, aux phénomènes de cavitations qui peuvent exister dans le film sous charges dynamiques, ainsi que sous l'effet de températures trop élevées et à des piqûres par décharges électriques s'il existe une différence de potentiel entre les deux surfaces du contact.

Dans les zones I et II c'est-à-dire pour la lubrification limite et la lubrification mixte, il existe toujours une certaine usure abrasive et selon les conditions de fonctionnement il peut se produire du grippage. Si on veut une sécurité de fonctionnement importante avec une réduction du frottement, il est possible de

séparer totalement les surfaces en injectant du fluide sous pression dans le contact.

1.2.2 - Les contacts Hertiens

Les contacts hertiens concernent essentiellement les roulements à billes ou à rouleaux, les engrenages, les systèmes cames poussoirs, les joints élastomères à lèvres. Dans ce type de contact, la pression générée dans le film est suffisamment élevée pour déformer élastiquement les surfaces et le calcul des caractéristiques du contact doit être effectué en résolvant simultanément l'équation de Reynolds et les équations de l'élasticité.

Par ailleurs la viscosité du fluide varie considérablement avec la pression. Les charges appliquées au contact ne sont pas nécessairement très grandes mais la surface du contact est très petite ce qui conduit à des pressions très élevées qui peuvent être supérieures à 3 Giga Pascal.

Dans le cas du contact entre un cylindre et un plan la courbe de variation du frottement en fonction de la vitesse de roulement dans le contact est donnée par la figure I.4.

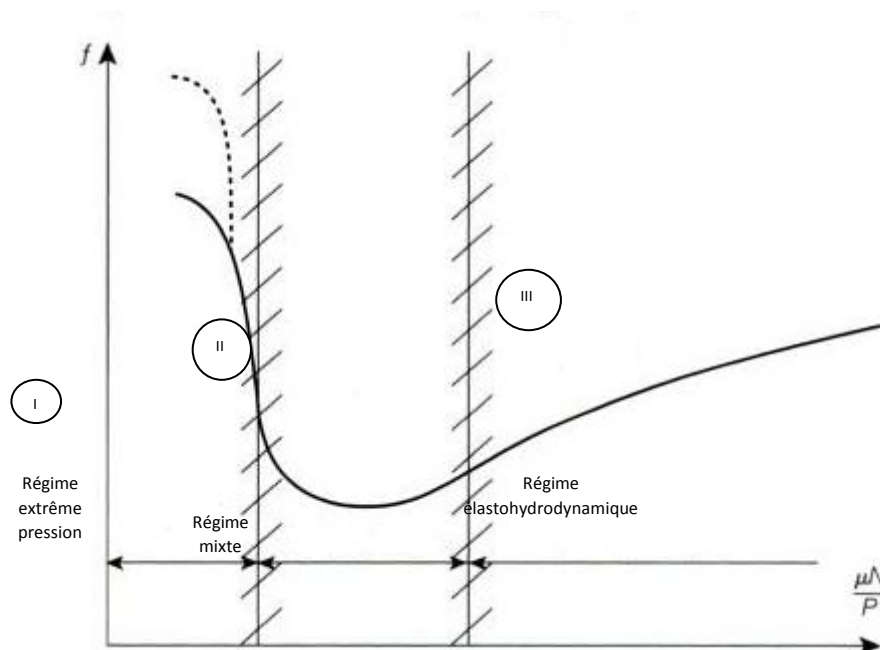


Fig.I. 4 Différents régimes de la lubrification pour le contact Hertiens

Cette courbe est semblable à la courbe de Stribeck obtenue dans le cas du contact surfacique et présente trois zones qui correspondent à trois types de lubrification. La zone I correspond à la lubrification extrême pression, la zone II à la lubrification mixte et la zone III à la lubrification élastohydrodynamique. Par ailleurs compte

tenu de la très faible épaisseur du film lubrifiant dont la valeur est toujours inférieure au micromètre.

1.2.2.1- La lubrification extrême pression

En lubrification extrême pression (EP), les surfaces sont séparées par un film réactif formé par réaction chimique entre les additives extrêmes pressions contenues dans le lubrifiant. Ces additifs sont des macromolécules comportant des atomes de soufre, de chlore ou de phosphore. L'un des plus utilisés actuellement est le dithiophosphate de zinc qui possède à la fois des propriétés anti usure et extrême pression. Sous l'effet des pressions, des températures et des forts taux de cisaillement existant dans le contact, les macromolécules sont détruites ; il forme des radicaux libres de soufre et de phosphore extrêmement actifs qui réagissent avec le métal des surfaces et forment une véritable liaison chimique.

Ainsi les macromolécules sont liées à la surface et les protègent. Les mécanismes d'action de ces additifs sont complexes et ne sont pas encore entièrement connus. Les lubrifiants actuels utilisés pour les engrenages et les roulements à billes des oûtes de vitesse automobiles contiennent des additives extrêmes pressions qui permettent d'éviter le grippage.

1.2.2.2- La lubrification mixte

La zone II correspond à la lubrification mixte. Comme pour les contacts surfaciques, c'est une zone de transition. Pour les contacts à haute pression cette transition s'effectue entre la lubrification extrême pression et la lubrification élastohydrodynamique.

Sous l'effet du déplacement des surfaces il se forme, dans les zones convergentes du film, une génération de pression qui lorsque la vitesse augmente sépare progressivement les surfaces.

1.2.2.3- La lubrification élastohydrodynamique

La zone III correspond à la lubrification élastohydrodynamique pour laquelle le lubrifiant sépare totalement les surfaces, Figure 1.5. La détermination des caractéristiques du mécanisme est obtenue par la résolution simultanée de l'équation de Reynolds dans le film et des équations de l'élasticité dans les matériaux formant le contact en tenant compte du comportement rhéologique du lubrifiant.

II- Lubrifiants

II.1- Définition

Des lubrifiants appropriés et des intervalles d'entretien réguliers sont des facteurs déterminants pour une longue durée d'utilisation des roulements.

Fonctions du lubrifiant Le lubrifiant doit remplir les fonctions suivantes :

- 1-former un film d'huile de séparation des zones de contact
- 2-Former un film d'huile de séparation
- 3-Evacuer les calories(lubrification à l'huile)
- 4-Dans le cas d'une lubrification à la graisse, étancher le roulement vers l'extérieur pour empêcher la pénétration d'impuretés
- 5-Réduire le bruit de fonctionnement
- 6-Protéger contre la corrosion

II.2-Choix d'un lubrifiant

C'est une question très complexe et l'on peut dire qu'à chaque sorte de contact mécanique correspond une composition de lubrifiant optimale (ou moins mauvaise que les autres ...)

S'il existe dans une machine 50 sortes de contacts différents, il faudrait idéalement utiliser 50 lubrifiants différents, et l'on devine facilement l'étendue des problèmes pratiques que cela pourrait poser.

On ne lubrifie pas dans les mêmes conditions les organes d'une machine produite en très grande série, comme une automobile, et les roulements spéciaux d'une installation industrielle très spécifique, Dans le premier cas, on fera nécessairement appel à des lubrifiants disponibles dans le commerce, dans le second, on n'hésitera pas à créer une formule très spécifique et il est évident que le coût de l'opération n'est pas exactement celui d'une simple vidange.

Le nombre des lubrifiants dans une automobile est beaucoup plus élevé qu'il n'y paraît généralement. L'huile destinée au moteur doit être changée périodiquement, car en dépit de tous les progrès de la chimie, on ne sait pas lui donner la même durée de vie que le moteur. Les huiles destinées à la boîte de vitesses et le cas échéant au pont arrière sont renouvelées beaucoup moins

souvent et la tendance actuelle est de lubrifier ces deux éléments « à vie ». Les roulements des roues sont graissés à vie depuis quelques dizaines d'années, de même que ceux des multiples moteurs utilisés pour les essuie-glaces, les ventilateurs, les lève-vitres, etc., et généralement ils le sont avec des graisses différentes. D'autres produits lubrifiants très spécialisés peuvent être rencontrés dans les compresseurs des systèmes de climatisation. En dressant l'inventaire, on arriverait facilement à plusieurs dizaines de produits.

Si l'on raisonne sur un organe particulier, par exemple la boîte de vitesses, on peut conclure qu'il existe un lubrifiant idéal pour chacun des engrenages qui fournissent les différents rapports de vitesses ; ces lubrifiants, selon toute vraisemblance, ne seront pas les meilleurs pour chacun des roulements qui guident les arbres. Évidemment il n'est pas question d'utiliser dix huiles différentes dans une même boîte de vitesses, et c'est la démarche inverse qui s'impose : après que l'on a choisi un des lubrifiants pour boîtes de vitesses disponibles dans le commerce, il faut concevoir les différents engrenages, roulements (pas toujours standard) et autres composants mobiles pour qu'ils puissent accomplir correctement leur service dans le lubrifiant imposé.

Certains constructeurs automobiles ont été plus loin : sur quelques modèles de leur gamme, ils ont créé des ensembles moteur-boîte-pont lubrifiés avec une seule huile.

Avant Le choix correct d'un lubrifiant, il faut connaître les différents Les contacts lubrifiés et leurs modes d'action.

II.3-Différents types de lubrifiants

On peut distinguer les lubrifiants selon leur origine : animale, végétale, minérale ou synthétique, ou selon leur présentation, liquide, pâte ou solide.

II.3.1- Lubrifiants d'origine animale :

- Ils sont constitués essentiellement d'esters résultant de la combinaison d'acides gras avec la glycérine. Ce sont souvent des « *ancêtres* » mais certains entrent encore dans diverses compositions.

II.3.2- Lubrifiants d'origine végétale :

- Ce sont en général des combinaisons d'acides gras peu ou pas estérifiés. Certains sont encore largement utilisés en addition dans les huiles de pétrole ou dans les graisses

II.3.3- Lubrifiants d'origine minérale : (Les huiles de base)

Les huiles minérales proviennent de la distillation du pétrole brut. D'un prix peu élevé, elles présentent des performances « moyennes ».

- Le procédé d'obtention de ces huiles n'est pas parfait : les molécules obtenues sont de tailles différentes, ce qui nuit à l'homogénéité de l'huile et limite ses possibilités d'application. Des produits indésirables restent également dans cette huile de base (*paraffines, solvants légers...*).

- Les huiles minérales sont, et de très loin, les plus utilisées aussi bien dans les applications automobiles qu'industrielles.

II.3.4- Les huiles de synthèse ou synthétiques

- Dans le cas de l'huile synthétique, on fabrique la molécule dont on a précisément besoin, si bien que l'on obtient une huile de base dont le comportement est voisin de celui d'un corps pur. En créant un produit dont les propriétés physiques et chimiques sont prédéterminées, on fait mieux que la nature.

- On rajoute ensuite les additifs nécessaires pour répondre à un service voulu. Ces huiles ont des performances élevées, en particulier pour des objectifs et des conditions de service difficiles.

- Ces huiles elles offrent des performances supérieures :

1. *indice de viscosité plus élevé.*
2. *meilleure tenue thermique.*
3. *meilleure résistance à l'oxydation*

II.4- Les additifs :

Les propriétés des bases utilisées sont généralement modifiées par des composés de structures chimiques très variées, appelés additifs ou dopes que nous allons examiner succinctement

II.4.1 – ADDITIFS Amélioration d'indice de viscosité.

Augmentent l'indice de viscosité du lubrifiant sans modifier défavorablement les autres propriétés essentielles. Permettre à l'huile d'être :

a. Suffisamment fluide à froid (*faciliter le démarrage en abaissant le point d'écoulement entre -15 et -45°C suivant les huiles*).

b. Visqueuse à chaud (*éviter le contact des pièces en mouvement*).

II.4.2 – ADDITIFS Anti-congelant

Permettre au lubrifiant de garder une bonne fluidité à basse température (*de -15°C à -45°C*).

II.4.3 – ADDITIFS Additif extrême pression et Anti-friction (usure)

Les additives anti-usures agissent dès la température ambiante ou à moyenne température alors que les additives extrêmes pressions sont actifs à température élevée.

Permettre à l'huile de :

a. Réduire les couples de frottement et par conséquent économiser l'énergie.

b. Protéger les surfaces des fortes charges.

II.4.4 – ADDITIFS Antioxydants :

Supprimer, ou tout au moins ralentir les phénomènes d'oxydation du lubrifiant. Contribuer à l'espacement des vidanges par une meilleure tenue aux hautes températures

II.4.5 – ADDITIFS *Anti-corrosion*

Empêcher l'attaque des métaux ferreux, attaque due à l'action conjuguée de l'eau, de l'oxygène de l'air et de certains oxydes formés lors de la combustion.

II.4.6 – ADDITIFS *Anti-mousse*

- Le moussage de l'huile peut être dû :

a. A la présence d'autres additifs. Les additifs détergents agissent dans l'huile comme du savon dans l'eau : ils nettoient le moteur mais ont tendance à mousser.

b. Au dessin du circuit de graissage qui provoque des turbulences lors de l'écoulement du lubrifiant, facilitant ainsi le brassage air-huile et la formation des bulles.

II.4.7 – ADDITIFS *Anti-émulsion et Détergent*

Evite le mélange de fluides étrangers (*de l'eau par exemple*) avec l'huile et favorise la décantation (*séparation*) de l'ensemble

Détergent Eviter la formation de dépôts ou de vernis sur les parties les plus chaudes du moteur telles que les gorges des pistons.

II.5- SPECIFICATION DES LUBRIFIANTS

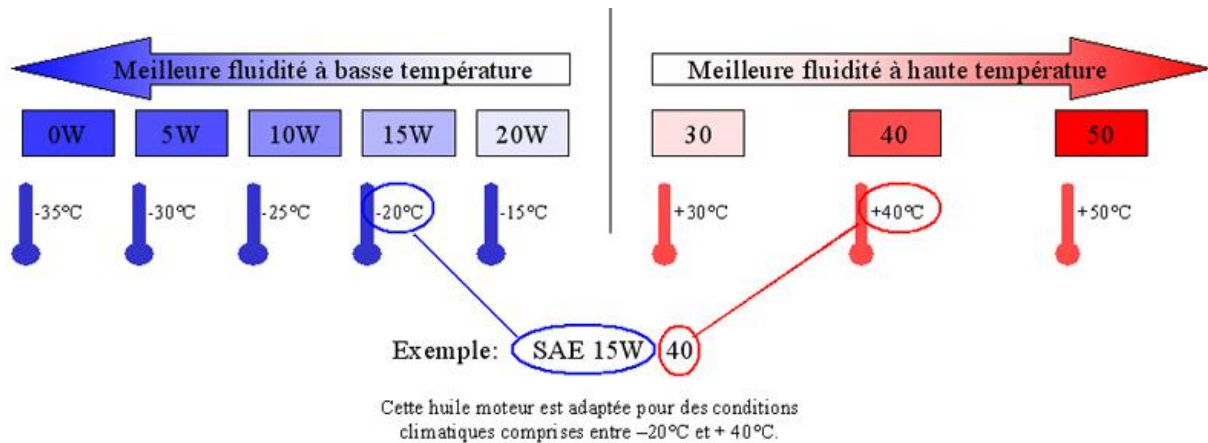
II.5.1-La classification internationale des huiles industrielles :

SAE : Il s'agit d'une norme établie par la Society of Automotive Engineer. La viscosité détermine la résistance à l'écoulement de l'huile, en fonction de la température.

1-Les huiles monograde ont une seule viscosité, expl: 10W

2-Les huiles multigrades possède une plage de viscosité, expl: 10W40, 20W50

Le premier chiffre renseigne sur la viscosité à froid. (W pour Winter, hiver en Anglais) reste liquide jusqu'à -35°C. Elle ira donc plus vite dans le circuit de graissage pour tout lubrifier. Le second chiffre indique la viscosité à chaud (mesurée à 100°C). Elle indique la résistance de l'huile et sa capacité à résister à des températures élevés. En théorie, plus le premier chiffre est bas (jusqu'à 0) et plus le second chiffre est haut (jusqu'à 60), meilleures sont les performances.



API : (*American Petroleum Institute*) a établi un classement des huiles en fonction de plusieurs critères comme le pouvoir dispersif, de détergence, de résistance à l'usure ou de protection anti-oxidant, anti-corrosion.

En fonction de ses performances, l'huile hérite d'une lettre après le S (pour Service) pour les moteurs essence 4 Temps : SA, SB... SH,SJ,SL.

Pour les Diesels la première lettre est le C. CA, CB... CF, CG, CH) Plus cette lettre est éloignée dans l'alphabet meilleures sont les performances.

JASO: C'est la Japanese Automotive Standard Organisation

Normes Japonaises, FA (bas de gamme Asie), FB (standard Asie)

et FC (standard+faible émission de fumées-nettoyages des pistons)

ISO : International standard organisation

L'iso propose un projet de spécification international, les trois catégories étant

ISO-L-EGB (JASO FB),

ISO-L-EGC (JASO FC)

et ISO-L-EGD (JASO FD)

CCMC: Comité des Constructeurs du Marché Commun : Cette norme a été remplacé en 1991 par la norme ACEA.

ACEA: Association des Constructeurs Européens d'Automobiles
Pour les moteurs essence, trois niveaux de performances - A1, A2, A3.. et A5 élevée.

Diésels: B1 à B5

III. VISCOSITE DES LUBRIFIANTS

III.1- DÉFINITION DE LA VISCOSITÉ :

La viscosité d'un fluide est la résistance opposée par ce fluide à tout glissement interne de ses molécules les unes sur les autres.

Cette force de résistance peut être calculée par la formule de Newton relative à l'écoulement laminaire d'un fluide entre une surface mobile animée d'une vitesse V et une surface fixe (fig. 1). Entre ces deux surfaces les différentes « pellicules » de fluide vont également se déplacer à des vitesses v différentes variant de 0 à V .

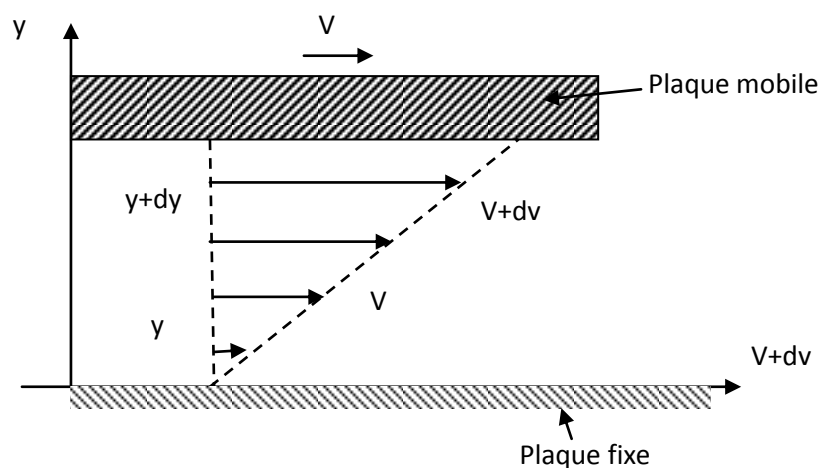


Figure III.1

Si à une distance « y » de la surface fixe, la vitesse de la pellicule de fluide est « v » et devient « $v+dv$ » à la distance « $y+dy$ » alors la contrainte tangentielle « σ_{xy} » appelée fréquemment contrainte de cisaillement, et notée « τ » est donnée par :

$$\tau = \sigma_{xy} = \mu \frac{dv}{dy} \dots \dots \dots (III.1)$$

Où « μ » est un coefficient caractéristique du fluide appelé viscosité dynamique.

III.2- Unités de viscosité

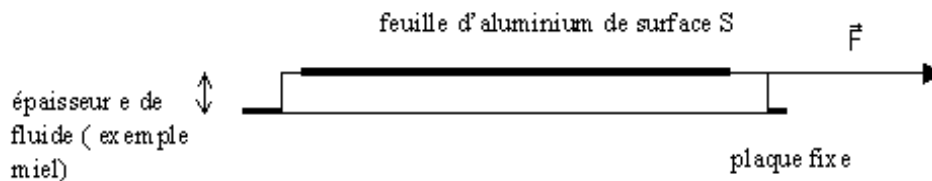
Le tableau 1 présente les différent unités de la viscosité.

Tableau 1 : Unités de viscosité

Viscosité	Dimension	C.G.S.	S.I.	Correspondance
μ (dynamique)	$M L^{-1} T^{-1}$	Poise (Po) g/cm.s	Pascal seconde (Pa.s) Kg/m.s	1 cPo 1 mPa.s
ν (cinématique)	$L^2 T^{-1}$	Stokes (St) cm^2/s	m^2/s	1 cSt 1 mm^2/s

III.3-Calcul de la viscosité

On considère l'expérience suivante où le mouvement de cisaillement que subit le fluide peut être considéré comme laminaire plan :



On tire sur la feuille d'aluminium afin que celle-ci soit animée de la vitesse v_0 .

On montre que v_0 augmente avec F , avec e et diminue avec S .

III.3.1-Contrainte de cisaillement :

C'est la force que l'on exerce par unité de surface du fluide :

$$\tau = F / S$$

Unité : pascal

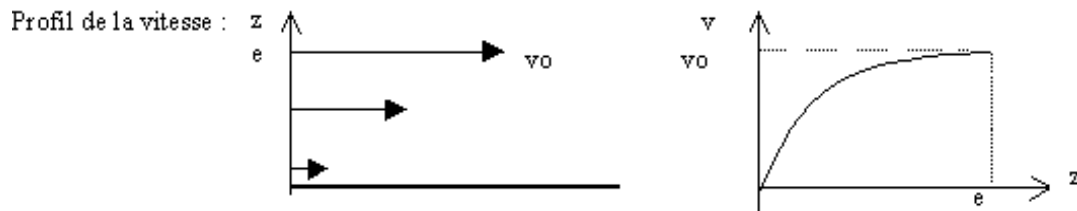
III.3.2-Gradient de vitesse :

Que se passe-t-il au sein du fluide ?

- si v_0 n'est pas trop grande, les molécules de miel en contact avec l'aluminium sont entraînées par lui à la vitesse v_0 , en une couche mince.
- les forces de Van der Waals permettent de transférer une partie de l'énergie cinétique de cette couche aux molécules en dessous qui sont entraînées mais à une vitesse moindre : plus ces forces d'interactions sont fortes, plus le fluide

est visqueux et plus la vitesse décroît vite quand on s'éloigne de la couche du dessus.

- le mouvement se propage en s'atténuant au sein du liquide : il est nul au contact de la plaque support qui est fixe.



Le gradient de vitesse va traduire l'évolution de la vitesse au sein du fluide :

gradient de vitesse :
 dv / dz

unité : en s^{-1}

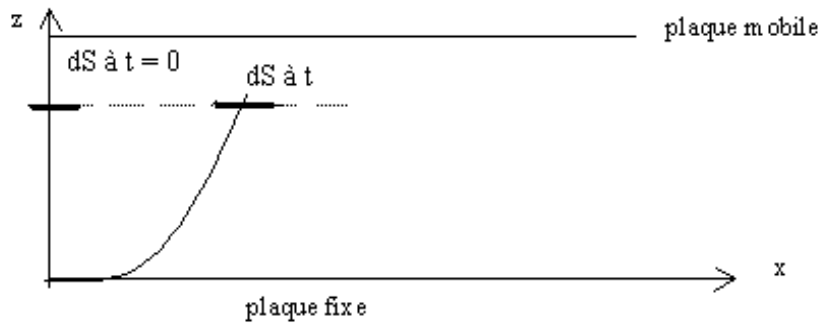
Cette grandeur dépend de la contrainte de cisaillement appliquée et de la nature du fluide.

III.3.3-Déformation de cisaillement :

Considérons un petit élément de surface d'une nappe du fluide dS situé à la cote z .

A l'instant t après le début de l'expérience, elle a parcouru une distance x qui dépend de z (et de t)

A la cote $z + dz$, elle aurait parcouru $x+dx$.



La déformation de cisaillement traduit la variation de la distance parcourue par dS en fonction de son éloignement à la plaque support fixe :

$$E = dx / dz$$

unité : aucune

III.3.4-Vitesse de cisaillement :

Calculons la variation de la déformation au cours du temps appelée vitesse de cisaillement:

$$dE / dt = E = d/dt (dx / dz) = d/dz (dx / dt) = dv / dz$$

Cette grandeur est donc identique au gradient de vitesse (tout du moins dans le cas simple ici traité d'un mouvement laminaire plan)

III.3.5-Viscosité dynamique :

Dans l'expérience, lorsqu'on augmente F , en fait on augmente τ on sein du fluide, lorsqu'on augmente v_0 , on augmente E au sein du fluide.

La façon dont τ varie en fonction de E dépend de la viscosité.

On appelle viscosité dynamique :

$$\mu = \tau / E$$

Unité : Pa.s ou poiseuille dans le système international. (Symbole PI)

Unité usuelle : le poise : 1 poise = 1 /10 PI (symbole Po)

III.3.6-Viscosité cinématique :

$$\nu = \mu / \rho$$

où ρ est la masse volumique du fluide.

Unité dans le système international : Pa.s.kg⁻¹.m³.

On montre que c'est aussi le m².s⁻¹.

Unité usuelle : 1 stoke = 10⁻⁴ m².s⁻¹ ou son sous-multiple, le centistoke.

Cette dernière unité est pratique pour des fluides de viscosités proches de celle de l'eau qui a une viscosité de 1 centistoke.

Remarque : il existe d'autres façons d'exprimer la viscosité .Par exemple en Degré Engler (sans dimension) : c'est le rapport $\nu / \nu_{\text{eau}} = t / t_{\text{eau}}$ où t et t_{eau} sont des temps d'écoulement du fluide et de l'eau respectivement mesurés dans les mêmes conditions expérimentales.

III.4-Paramètres influençant la viscosité :

III.4.1-La pression :

- pour les liquides : son influence est négligeable.
- pour les gaz : si la pression augmente, il y a plus de frottements au sein du fluid, la viscosité augmente un peu.

Exemple : air à 20 °C : $\mu = 1.72.10^{-5}$ Pa.s sous 1 atm

$\mu = 1.82.10^{-5}$ Pa.s sous 20 atm

III.4.2-La température :

a. Pour les gaz :

La viscosité augmente un peu avec la température.

Exemple : air sous 1 atm :

$\mu = 1.72.10^{-5}$ Pa.s à 20 °C

$$\mu = 2.29.10^{-5} \text{ Pa.s à } 100^{\circ}\text{C}$$

b. Pour les liquides :

La viscosité peut varier beaucoup avec la température (de l'ordre de 0.5 à 10 % par °C)

Pour les liquides purs comme l'eau, l'huile, l'alcool, ...) on montre qu'elle suit une loi exponentielle croissante : $\mu = A \exp(B / T)$

Exemples :

- eau : $\mu = 1,008.10^{-3} \text{ Pa.s à } 20^{\circ}\text{C}$

$$\mu = 0,660.10^{-3} \text{ Pa.s à } 40^{\circ}\text{C}$$

- miel : si on augmente la température de 1°C, la viscosité est divisée par 10

Expérimentalement, il est donc très important de régler la température lorsqu'on veut faire une mesure précise de viscosité. La plupart des appareils permettent de travailler à 0.01°C près.

III.5- VISCOSIMETRIE

Pour mesurer la viscosité d'un liquide, on emploie des viscosimètres qui se rangent en deux catégories, les viscosimètres absolus et les viscosimètres empiriques.

III.5.1-LES VISCOSIMÈTRES ABSOLUS : Il existe plusieurs types de viscosimètres.

a- Les viscosimètres à capillaire : Poiseuille en 1840 (Hagen-Poiseuille)

Les rhéomètres capillaires à écoulement forcé (dits haute pression) sont des appareils forçant l'écoulement du fluide à travers une filière. Le choix du diamètre de la filière et de la vitesse du piston permettent de faire varier le gradient de vitesse au sein du capillaire, c'est-à-dire le taux de cisaillement γ . Un capteur de pression permet de déterminer la contrainte de cisaillement τ (tau).

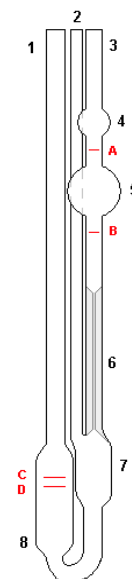


Fig.III.1 Viscosimètre capillaire

La relation (III.2) est valable pour un fluide incompressible en écoulement laminaire et permanent et pour des tubes dont le rapport de la longueur au diamètre est supérieur à 100.

Dans certains types de viscosimètres à capillaire, l'écoulement s'effectue à pression constante sous la seule action du poids du liquide dans ce cas :

$$\Delta P = \rho g h \dots \dots \dots (III.2)$$

- où
- ΔP la différence de pression entre les deux extrémités du tube.
 - ρ est la masse volumique du fluide
 - g l'accélération de la pesanteur
 - h la distance verticale entre les deux niveaux du fluide (A et B)

Dans ce cas, ν la viscosité cinématique peut être déduite à partir du temps t mis par un volume V de fluide à s'écouler au travers du tube capillaire par la relation :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{\pi \cdot r^4 \cdot g}{8 \cdot V} \cdot t = K \cdot t \dots \dots \dots (III.3)$$

- r rayon du tube,
- μ la viscosité dynamique.

b- Les viscosimètres à chute de billes :

Un viscosimètre est un appareil destiné à mesurer la viscosité des fluides. Il existe deux types de viscosimètre : les viscosimètres de « *process* » et les viscosimètres de laboratoire. La partie active du viscosimètre est une tige vibrante animée par une alimentation électrique constante. L'amplitude de la vibration varie en fonction de la viscosité du fluide dans lequel la tige est immergée.

Ces viscosimètres de « *process* » sont pratiques, en effet, n'ayant pas de pièce d'usure, ils ne demandent aucune maintenance. De plus, certaines configurations de viscosimètres vibrants peuvent fonctionner dans des conditions industrielles très difficiles : zone explosive, haute pression 300 bar, haute température 300 °C, haute viscosité 1 000 000 mPa·s.

Contrairement aux viscosimètres rotatifs, les viscosimètres de type vibrant sont les mieux adaptés pour des mesures de viscosité industrielle, car ils fonctionnent à haut taux de cisaillement et peuvent mesurer des fluides très visqueux, colmatants et fibreux (figure IV.4).



Viscosimètre à chute de bille HAAKE ©

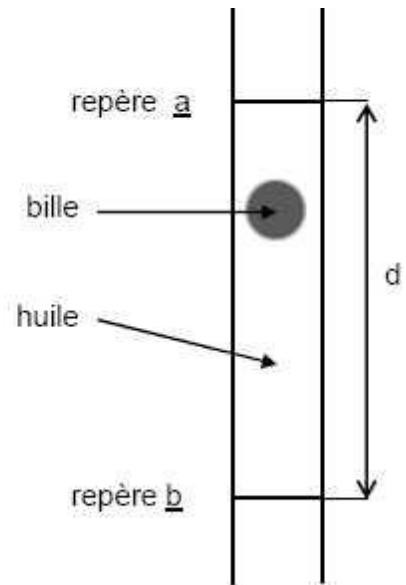


Schéma simplifié du tube central

Fig.III.2 Viscosimètre à chute de bille

Lorsqu'une bille est en chute libre dans un liquide elle atteint une vitesse limite V dont la valeur dépend de la viscosité du fluide. Cette vitesse est donnée par la relation :

$$V = \frac{2r^2g}{9\mu}(\rho_b - \rho_l) \dots \dots \dots (III.4)$$

r : le rayon de la bille

g : l'accélération de la pesanteur

ρ_b et ρ_l sont respectivement les masses volumiques de la bille et du liquide.

La mesure de la vitesse s'effectue par la mesure du temps mis par la bille pour passer entre deux repères.

III.5.2- LES VISCOSIMÈTRES EMPIRIQUES :

Dans ces appareils, dont les plus courants sont les viscosimètres Saybolt (Etats-Unis), Redwood (Angleterre) et Engler (Europe continentale), on mesure le temps d'écoulement d'un volume donné de fluide à travers un ajutage. Les mesures sont généralement faites pour des températures fixées à l'avance et à chaque type de viscosimètre correspond une unité de viscosité qui lui est propre.

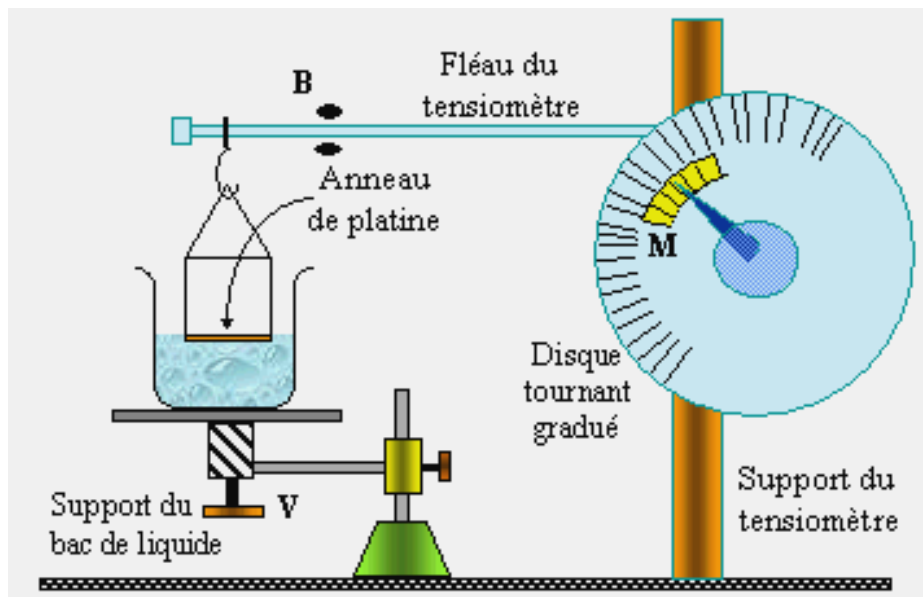


Fig.III.3 Viscosimètres empiriques

La viscosité calculée est donnée par la relation (III.5)

$$v = 7,55 E^{3,6} / E \dots \dots \dots (III.5)$$

v: est la viscosité cinématique exprimée en centistokes
 E: la viscosité exprimée en degrés Engler (E > 3).

III.6- INDICE DE VISCOSITÉ

Des divers indices de viscosité qui ont été proposés jusqu'à ce jour seul celui de Dan et Davis est d'usage universel, bien qu'il fasse encore l'objet de critiques justifiées.

Pour déterminer l'indice de viscosité d'une huile de viscosité U à 40° C et P à 100° C, on recherche les viscosités respectives L et H à 40° C des huiles de références à caractères paraffinique et naphénique ayant la viscosité P à 100° C (Fig. 3).

L'indice de viscosité VI (Viscosity Index) est alors donné par :

$$VI = 100 \frac{L-U}{L-H} \dots \dots \dots (III.6)$$

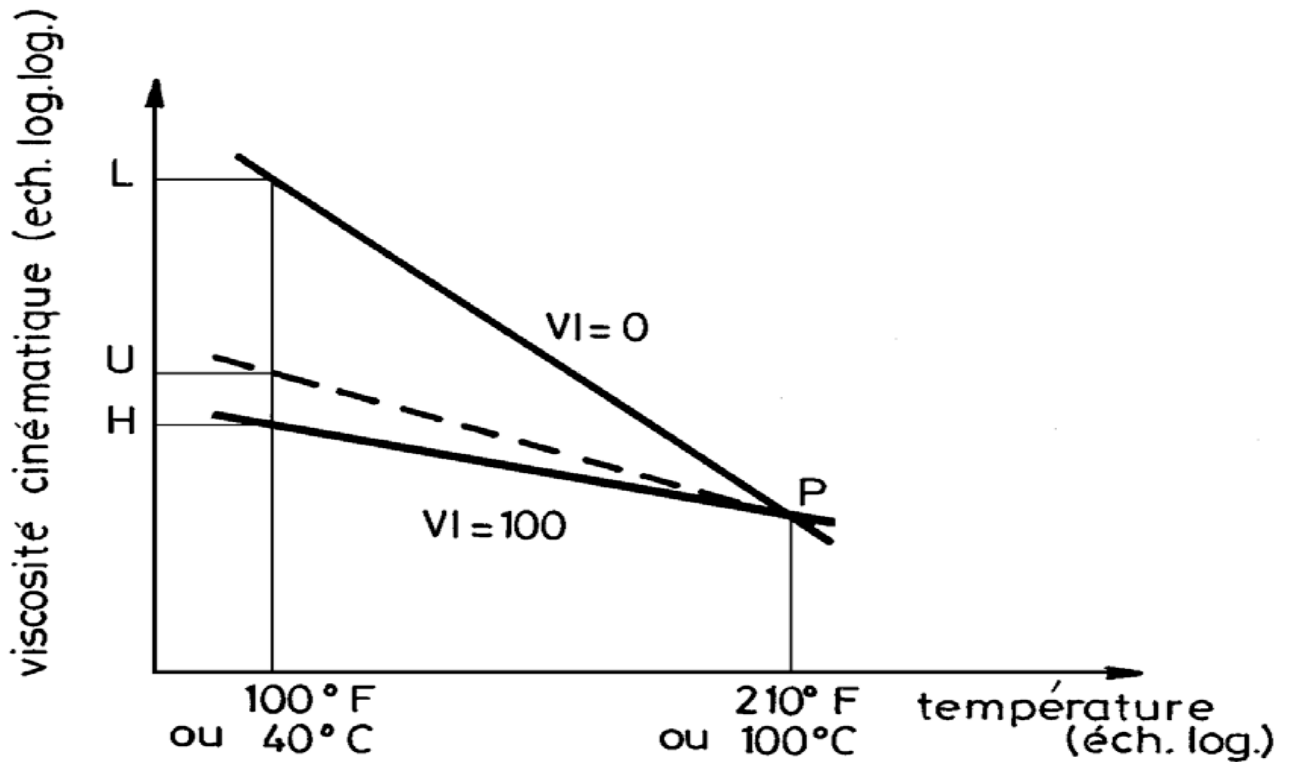


Figure III.4

Il existe maintenant des lubrifiants dont l'indice de viscosité est très supérieur à 100, ce qui correspond à des huiles dont la viscosité dépend relativement peu de la température. Pour ce type d'huile, une autre définition de l'indice de viscosité a été proposée par l'ASTM. Cet indice appelé VIE :

$$VI_E = \frac{100^N - 1}{0.00715} + 100 \dots \dots \dots (III.7)$$

$$\text{Avec : } N = \frac{\log_{10} H - \log_{10} U}{\log_{10}(v \text{ à } 100^\circ\text{C})}$$

N'est utilisée que lorsque l'indice de viscosité VI est supérieur à 100.

IV– Equation de Reynolds Généralisée en lubrification hydrodynamique

L'équation de Reynolds en lubrification peut être déduite des équations de la mécanique des milieux continus et la loi de comportement de fluides newtoniens, en tenant compte de la forme particulière du film lubrifiant, pour lequel l'épaisseur est très faible devant la largeur et la longueur du contact.

IV.1– Hypothèses associées à l'équation de Reynolds et discussions

L'équation de Reynolds à laquelle, pour les fluides compressibles, doit être ajoutée l'équation d'état du fluide, permet de décrire l'écoulement laminaire d'un fluide entre deux parois très rapprochées l'une de l'autre et pouvant être en mouvement. Pour obtenir cette équation, il a été nécessaire de poser que :

- 1) L'épaisseur du film est très faible devant les autres dimensions du contact, c'est l'hypothèse fondamentale de la lubrification hydrodynamique.

Figure IV.1 Schématisation de deux plaque parallèles

- 2) Le milieu est continu, l'équation de Reynolds ne s'applique pas dans les zones où il a rupture du film.
- 3) Le fluide est newtonien : il y a proportionnalité entre le taux de cisaillement et les contraintes de cisaillement dans le film.
- 4) Le régime est laminaire ; en régime non laminaire il faudra utiliser une autre modélisation.
- 5) L'une des surfaces du contact est parfaitement plane et ne présente pas de rugosité, ce qui permet de placer l'origine des axes sur cette surface. Ainsi, la courbure générale du film est négligée.
- 6) Il n'y a pas de glissement entre le fluide et les parois du contact : la vitesse du fluide à la paroi est égale à celle de la paroi.
- 7) Les forces d'inertie sont négligeables ce qui peut ne pas être toujours vérifié.
- 8) Les forces massiques extérieures sont négligées.

9) La viscosité et la masse volumique du fluide ne varient pas à travers l'épaisseur du film.

10) Ceci revient à poser que la température ne varie pas à travers l'épaisseur du film

Ces hypothèses sont assez restrictives mais il existe des formes plus générales. L'équation de Reynolds traduit la loi de conservation du débit dans le contact et qui donnée par la relation (IV.1).

$$\frac{\delta}{\delta x} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\delta P}{\delta x} \right) + \frac{\delta}{\delta Z} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\delta P}{\delta Z} \right) = 6(U_1 - U_2) \frac{\delta h}{\delta x} + 6(W_1 - W_2) \frac{\delta h}{\delta Z} + 6h \frac{\delta}{\delta x} (U_1 + U_2) +$$

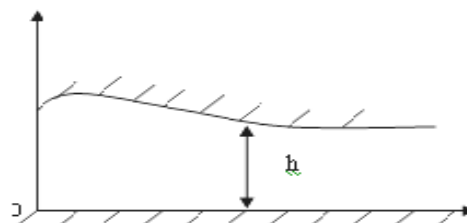
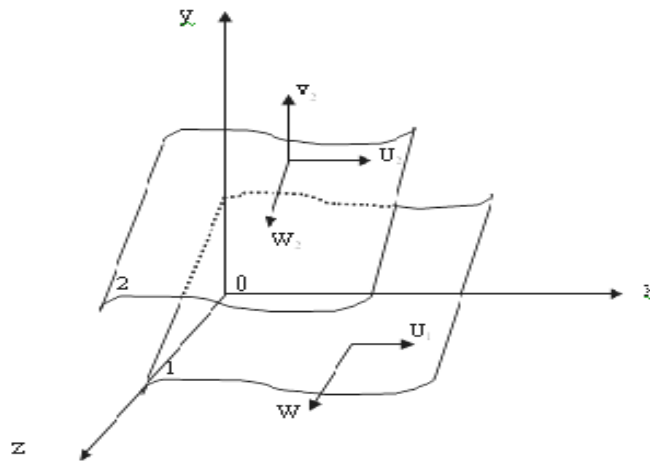
$$+ 6h \frac{\delta}{\delta Z} (W_1 + W_2) + 12V_2 + 12h \frac{\partial p}{\partial t} \dots \dots \dots (IV.1)$$

En coordonnées cartésiennes

La figure IV.1 où l'épaisseur du film h est mesurée selon les conditions aux limites sur les vitesses du fluide sont:

Selon la paroi 1; pour y = 0 : u = U₁, V = 0, w = W₁

Selon la paroi 2; pour y = h : u = U₂, V = V₂, w = W₂



Avec :

Fig.IV.1 Système d'axe en coordonnées cartésiennes

u, v, w : composantes de la vitesse du fluide dans les direction x, y, z .

U_2, V_2, W_1 , et W_2 : sont les vitesses des surfaces 1 et 2 dans la direction x, y, z

La vitesse V_1 de la surface 1 dans la direction y est nulle.

P : pression dans le film

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{\delta P}{\delta x} y(y-h) + \frac{h-y}{h} U_1 + \frac{y}{h} U_2 \dots \dots \dots (IV.2)$$

$$w = \frac{1}{2\mu} \frac{\delta P}{\delta Z} y(y-h) + \frac{h-y}{h} W_1 + \frac{y}{h} W_2 \dots \dots \dots (IV.3)$$

Dans ces relations, on déduit les contraintes de cisaillement dans le fluide :

$$\tau_{xy} = \mu \frac{\delta u}{\delta y} = \frac{1}{2} \frac{\delta P}{\delta x} (2y-h) + (U_2 - U_1) \frac{\mu}{h} \dots \dots \dots (IV.4)$$

$$\tau_{xz} = \mu \frac{\delta w}{\delta y} = \frac{1}{2} \frac{\delta P}{\delta Z} (2y-h) + (W_2 - W_1) \frac{\mu}{h} \dots \dots \dots (IV.5)$$

En coordonnées cylindriques : r, θ, z Figure IV.2

h est mesurée dans la direction Oz

Conditions aux limites :

Selon la paroi 1 ; pour $z = 0$: $u = U_1, V = V_1, w = 0$

Selon la paroi 2 ; pour $z = h$: $u = U_2, V = V_2, w = W_2$

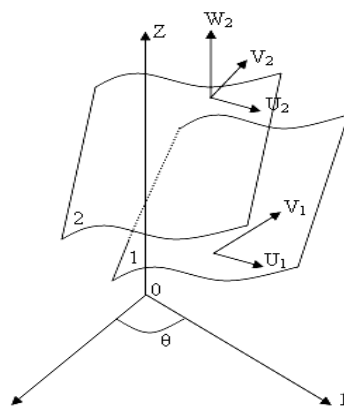


Fig.IV.2 Système d'axe en coordonnées cylindriques

L'équation de Reynolds en coordonnées cylindrique s'écrit :

$$\frac{\delta}{\delta r} \left(\frac{rh^3}{\mu} \frac{\delta P}{\delta r} \right) + \frac{\delta}{\delta \theta} \left(\frac{h^3}{\mu r} \frac{\delta P}{\delta \theta} \right) = 6r(U_1 - U_2) \frac{\delta P}{\delta r} + 6(V_1 - V_2) \frac{\delta h}{\delta \theta} + 6rh \frac{\delta}{\delta r} (U_1 + U_2) + 6h \frac{\delta}{\delta \theta} (U_1 + U_2) + 6h(U_1 + U_2) + 12rW_2 \dots \dots \dots (IV.6)$$

Avec :

u, v : composantes de la vitesse du fluide dans les direction radiale et tangentielle sont données par la relation (IV.7) et (IV.8) respectivement :

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{\delta P}{\delta r} Z(Z-h) + \frac{h-Z}{h} U_1 + \frac{Z}{h} U_2 \dots \dots \dots (IV.7)$$

$$w = \frac{1}{2\mu r} \frac{\delta P}{\delta \theta} Z(Z-h) + \frac{h-Z}{h} V_1 + \frac{Z}{h} V_2 \dots \dots \dots (IV.8)$$

On déduit les contraintes de cisaillement dans le fluide :

$$\tau_{ry} = \mu \frac{\delta u}{\delta Z} = \frac{1}{2} \frac{\delta P}{\delta r} (2Z-h) + (U_2 - U_1) \frac{\mu}{h} \dots \dots \dots (IV.9)$$

$$\tau_{\theta z} = \mu \frac{\delta v}{\delta Z} = \frac{1}{2r} \frac{\delta P}{\delta \theta} (2Z-h) + (V_2 - V_1) \frac{\mu}{h} \dots \dots \dots (IV.10)$$

L'équation de Reynolds est une équation aux dérivées partielles du second ordre de type elliptique dont l'inconnue principale est la pression.

La valeur de la pression dans le film dépend non seulement de la géométrie du contact et de sa cinématique mais aussi des conditions aux limites sur la pression retenue lors de la résolution de l'équation de Reynolds.

Deux types de conditions sont généralement employés :

- 1- La frontière du domaine d'intégral supposée connu, avec la pression P connue dans tous les points,
- 2- Le reste de la frontière où le film est rompu sera déterminé par une condition supplémentaire sur la pression.

IV.2– Dérivation de l'équation de Reynolds

Les équations générales de la lubrification hydrodynamique par fluide newtonien prennent différentes formes selon les hypothèses effectuées. Dans ce chapitre, nous démontrons une forme simplifiée de ces équations, appelée équations de Reynolds

L'équation de Reynolds est déduite des équations de la mécanique des milieux continus, appliquées à un fluide newtonien et qui peuvent s'écrire sous la forme suivante

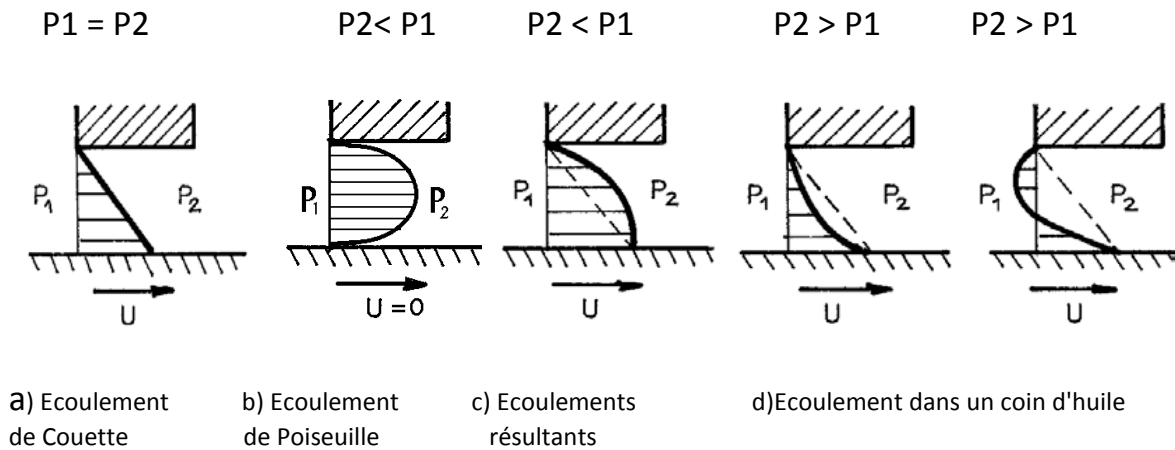
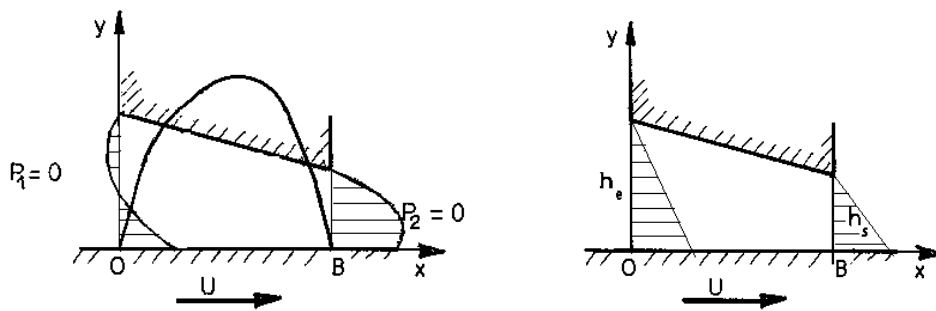


Fig.IV. 4 : Différents types d'écoulement



Hypothèse ; écoulement de Couette

IV.3-Le champ de pression pour les cas élémentaires de portance

Les différents phénomènes de portance en lubrification fluide, peuvent s'étudier séparément dans le cas des fluides incompressibles et de viscosité constante sur des exemples très simples

IV.3.1 – Cas de deux surfaces parallèles : portance hydrostatique

Soit l'écoulement entre deux plaques planes parallèles, de largeur infinie selon Oz. La plaque supérieure de longueur B est fixe ; la plaque inférieure est animée d'un mouvement de $U_1=U$ (fig. 1). Dans ces conditions et compte tenu des relations établies précédemment, la vitesse du fluide s'écrit : translation uniforme de vitesse.

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} y(y - h) + \frac{h-y}{h} U$$

Et l'équation de Reynolds $\frac{d^2p}{dx^2}=0$

Car la vitesse U et l'épaisseur h sont

Constantes. Ainsi : $\frac{dp}{dx}=\text{const}$

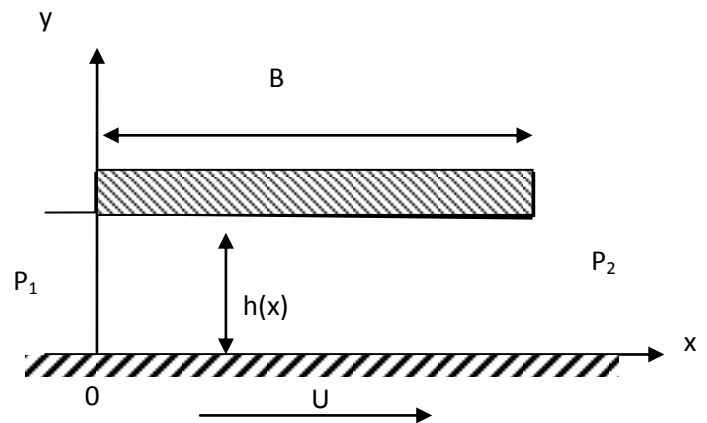


Figure IV.5 Faces parallèles

Deux cas peuvent se présenter :

- a) la pression est identique à l'entrée et à la sortie. Dans ce cas, $dp/dx = 0$; il n'y a pas de portance dans le contact et la répartition de vitesse suivant l'épaisseur du film est linéaire. C'est l'écoulement de Couette.

- b) la pression est différente à l'entrée et à la sortie. Dans ce cas :

$$\frac{dp}{dx} = \frac{P_2 - P_1}{L}$$

où P_1 et P_2 représentent respectivement la pression à l'entrée et à la sortie du contact. Le champ de vitesse dans le film est fonction des pressions imposées aux extrémités du contact. Ainsi, la vitesse du fluide est généralement due à 2 effets différents :

- l'écoulement de Couette, c'est le terme $\frac{h-y}{h} U$
- l'écoulement de Poiseuille, c'est le terme $\frac{1}{2\mu} \frac{dpy}{dx} y(y-h)$

IV.3.1.1- Cas de deux surfaces parallèles : effet d'étirement

Soit l'écoulement entre deux plaques planes parallèles de largeur infinie selon Oz. La plaque supérieure de longueur B est fixe. La plaque inférieure se déplace en s'étirant avec une vitesse de translation $U_1=U(x)$, (fig. 2).

Ceci est une schématisation élémentaire du formage plasto-hydrodynamique des métaux

L'équation de Reynolds s'écrit :

$$\frac{d^2 p}{dx^2} = \frac{6\mu}{h^2} \frac{dU}{dx}$$

soit

$$\frac{dp}{dx} = \frac{6\mu U}{h^2} + C_1$$

Et

$$P = \frac{6\mu}{h^2} \int U dx + C_1 x + C_2$$

Les constantes C1 et C2 sont déterminées par les conditions aux limites sur la pression.

Dans le cas particulier où $U = Ax + D$ et compte tenu des conditions aux limites $p = 0$

Pour $x = 0$ et $x = B$, la pression s'écrit :

$$P = -\frac{3\mu A}{h^2} x (B - x)$$

et la charge pour une largeur L suivant Oz :

$$W = -L \frac{\mu AB}{2h^2}$$

Le signe négatif de la charge rend compte de l'effet de pompage du fluide qui se produit lorsqu'on impose à la distance entre les deux plaques de rester constante et égale à h.

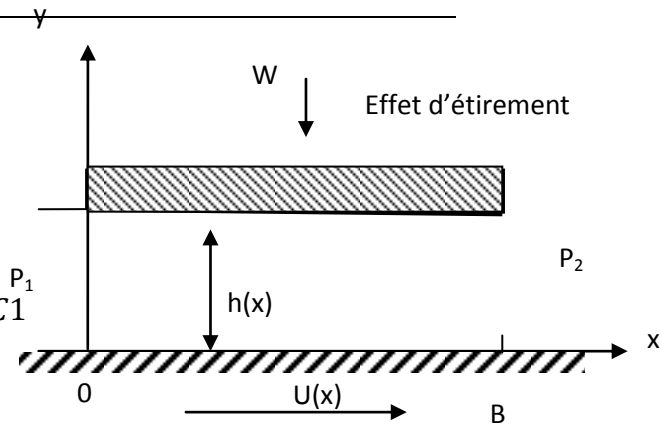


Figure IV.5 Faces parallèles

IV.3.1.2 Cas de deux surfaces parallèles : effet d'écrasement

Soit l'écoulement entre deux plaques planes parallèles, de largeur infinie suivant Oz.

La plaque inférieure est immobile et la plaque supérieure, de longueur B est animée d'une vitesse $V_2 = V$ suivant Oy, (fig. 3), les deux plaques restent constamment parallèles.

L'équation de Reynolds s'écrit :

$$\frac{d^2 p}{dx^2} = \frac{12\mu V}{h^3}$$

Soit

$$\frac{dp}{dx} = \frac{12\mu V}{h^3} x + C_1$$

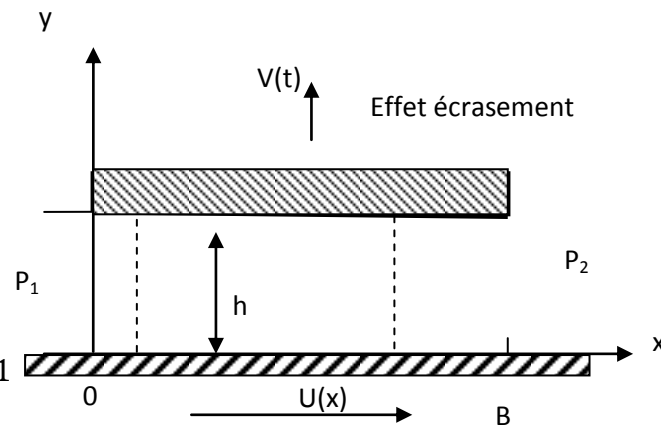


Figure IV.5 Faces parallèles

et

$$P = \frac{6\mu V}{h^3} x^2 + C_1 x + C_2$$

Les fonctions C1(t) et C2 (t) sont déterminées par les conditions aux limites sur la pression.

La répartition de pression compte tenu des conditions aux limites $p=0$ pour $x=0$ et $x=B$

La pression s'écrit :

$$P = \frac{6\mu V}{h^3} (x^2 - Bx)$$

La portance hydrodynamique W résultant de cet effet d'écrasement s'écrit :

$$W = -\frac{\mu VB^3 L}{h^3} \quad \text{avec } V = \frac{dh}{dt}$$

IV.3.2- Cas de deux plaques non parallèles

Soit l'écoulement entre deux plaques non parallèles de largeur infini suivant Oz. La plaque inférieure est animée d'un mouvement de translation uniforme de vitesse $U_1 = U$, la plaque supérieure est immobile et inclinée dans la plan xOy d'un angle α très petit, figure (IV.5).

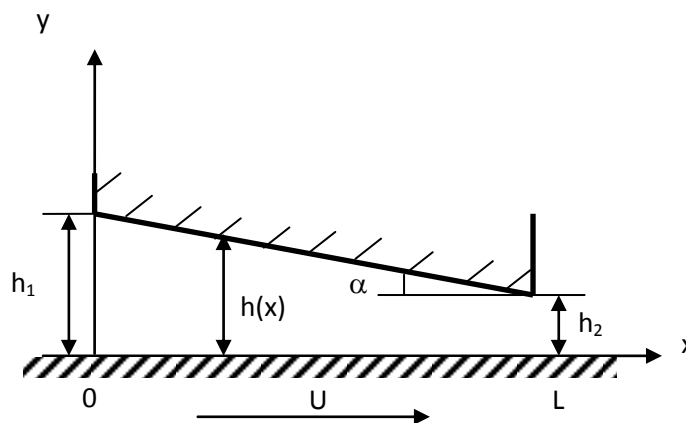


Figure IV.5 Coin d'huile

Pour deux surfaces non parallèles, l'équation de Reynolds s'écrit :

$$\frac{d}{dx} \left(h^3 \frac{dp}{dx} \right) = 6\mu U \frac{dh}{dx} \quad \text{..... (IV.11)}$$

Soit
$$\frac{dp}{dx} = 6\mu U \frac{h-h^*}{h^3} \quad \text{.....(IV.12)}$$

Où h^* représente l'épaisseur du film au point d'abscisse x^* pour lequel le gradient de pression s'annule.

On peut caractériser l'épaisseur du film de façons différentes. Nous retiendrons l'expression :

$$h = h_2 + (L-x)tg\alpha \quad \text{..... (IV.13)}$$

Où h_2 est l'épaisseur minimale du film ;

L est la longueur du film

$\text{tg } \alpha = (h_1 - h_2)/L$ la pente de plan incliné.

Pour intégrer l'équation de Reynolds il est commande de l'écrire en fonction de l'épaisseur du film h uniquement en posant :

$$dh = -dx \text{ tg } \alpha \dots\dots\dots (IV.14)$$

Il vient après intégration :

$$P = \frac{6\mu U}{\text{tg } \alpha} \left(\frac{1}{h} - \frac{h^*}{2h^2} + C_1 \right) \dots\dots\dots (IV.15)$$

Si l'entrée et la sortie du film sont à la pression atmosphérique et si celle-ci est prise comme référence ; il faut prendre les conditions aux limites suivantes.

Les conditions aux limites :

$$p = 0 \text{ pour } \left. \begin{array}{l} x = 0 \text{ ou } h = h_1 \\ \end{array} \right\} \dots\dots (IV.16)$$

$$p = 0 \text{ pour } x = L \text{ ou } h = h_2$$

Ces conditions permettent de calculer les deux constantes h^* et C_1 [13] ; il vient aussi :

$$h^* = \frac{2h_1h_2}{h_1 + h_2} \text{ et } C_1 = -\frac{1}{h_1 + h_2} \dots\dots\dots (IV.17)$$

Le champ de pression est donc donné par la relation suivante :

$$P = \frac{6\mu U}{\text{tg } \alpha} \left[\frac{1}{h} - \frac{1}{h^2} \cdot \frac{h_1h_2}{(h_1 + h_2)} - \frac{1}{h_1 + h_2} \right] \dots\dots\dots (IV.18)$$

V- Lubrification-palier hydrodynamique

V.1 - Définition des paliers

Les paliers sont des organes de machines utilisés pour le guidage d'arbres en rotation. Il existent deux grandes familles de paliers : **les paliers lisses** et **les paliers à roulements**. Dans les premiers, l'arbre prend appui sur un coussinet et il est séparé de celui-ci par un film lubrifiant ; dans les seconds, des corps roulants (bille ou rouleaux) séparent la bague en rotation de l'alésage extérieur.

Selon la direction de la charge par rapport à l'arbre en rotation, on distingue les deux paliers porteurs pour lesquels la charge est radiale, généralement appelés paliers, des paliers de butée ou butée pour lesquels la charge est axiale.

- les paliers à charges radiales sont généralement constitués par deux éléments de 180° d'arc, appelés plus communément demi coussinets et un élément de 360° d'arc, appelé bague.
- les paliers à charges axiales sont généralement constitués de demi flasques ou de rondelles complètes.

Quel que soit le type de palier considéré, il est monocouche (exemple d'un palier en bronze massif) ou multicouches (exemple d'un cuproplomb sur un support acier).

Pour des applications sévères, les propriétés nécessaires au bon fonctionnement du palier sont bien souvent antagonistes et le moyen le plus élégant de contourner cette difficulté est d'utiliser des matériaux multicouches qui apportent à cœur ou en surface les propriétés recherchées.

V.1.1 - Paliers hydrodynamiques

Les paliers hydrodynamiques sont des organes de machines dans lesquels un film mince de fluide sépare les surfaces en mouvement relatif.

Le comportement, la durée de vie et la tenue des paliers hydrodynamiques dépendent de nombreux paramètres, parmi lesquels les paramètres géométriques (dimension et forme du palier), cinématique et dynamique (vitesse de rotation et charge appliquée), les caractéristiques du lubrifiant (essentiellement sa viscosité et dans certains cas sa masse volumique) et la nature des matériaux formant les paliers.

Ainsi la détermination des paliers hydrodynamiques ne dépend pas seulement de la théorie de la lubrification mais aussi d'un ensemble de conditions liées à l'environnement des mécanismes. Il est possible de présenter leurs principales caractéristiques de fonctionnement. Tout d'abord l'épaisseur minimale du film lubrifiant doit toujours être nettement supérieure à la somme des hauteurs des

aspérités des surfaces, si non l'usure rapide du coussinet sera due soit à l'abrasion soit plus rapidement encore au grippage des surfaces . Cette épaisseur minimale dépend bien sur de l'aspect dynamique du système et en particulier des vibrations de l'arbre en rotation.

Par ailleurs, sous l'effet des ces charges dynamiques, des phénomènes de cavitation dans le film lubrifiant du palier peuvent conduire à la destruction du coussinet par fatigue. Enfin, la puissance dissipée par cisaillement dans le fluide lubrifiant du palier entraîne une élévation de la température du mécanisme, cette augmentation peut être responsable de la fusion ou fluage du régule, matériau mou à bas point de fusion, qui recouvre généralement la surface du coussinet.

Dans la plus part des paliers hydrodynamiques, l'écoulement du fluide dans le film de très faible viscosité lubrifiant s'effectue en régime laminaire ; cependant l'emploi de fluide de très faible viscosité de l'eau par exemple, où la nécessité d'utiliser des paliers de grandes dimensions fonctionnent à vitesses élevées entraînent des changements de régime dans le fluide dont l'écoulement peut devenir turbulent.

V.1.2 - paliers circulaires

- *paliers lisses cylindriques* :

Les paliers lisses sont fréquemment utilisés ; les plus simples sont constitués d'un arbre en acier tournant dans un alésage (coussinet) en bronze ou en acier en présence de lubrifiant, **figure 1** sur certains mécanismes, ils correspondent à la meilleure solution technologique existant actuellement .On les rencontre dans les moteurs thermiques, les compresseurs, etc..... Un palier lisse peut être schématisé par deux cercles de rayons voisins et caractérisé par trois grandeurs :

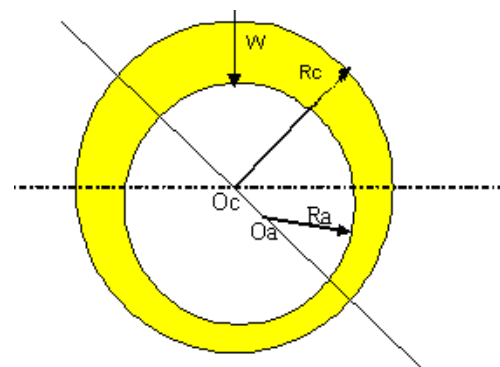
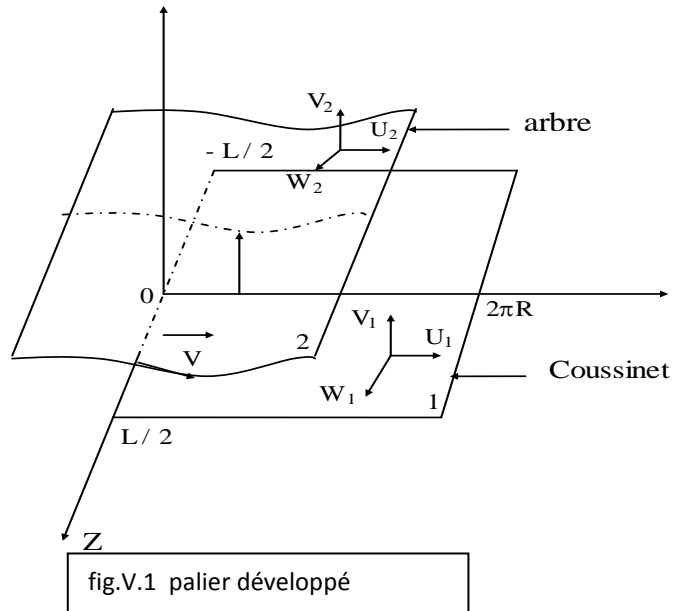


Fig.-1- Palier lisse cylindrique

- le jeu radial $C = R_c - R_a$
- le jeu relatif R/C
- le rapport de la longueur au diamètre du palier L / D .

V.2- Equation de Reynolds pour les Paliers lisse cylindriques en régime laminaire

la figure V.1 présente un palier cylindrique développé.



Le rayons R_a et R_c étant très voisins, on peut négliger la courbe du film et développer le coussinet (ou l'arbre) et assimiler à un plan (figure V.1). Les conditions cinématiques relatives aux surfaces s'écrivent :

$$\begin{aligned}
 U_1 = R_c \omega_c \quad ; \quad V_1 = W_1 = 0 \\
 U_2 = R_a \omega_a \cos \alpha \quad ; \quad V_2 = R_a \omega_a \sin \alpha \quad W_2 = 0
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} U_1 = R_c \omega_c \\ U_2 = R_a \omega_a \cos \alpha \end{aligned}} \right\} \dots\dots\dots (V.1)$$

Où α représente la pente de la courbe $h(x)$

$$\text{tg } \alpha = \frac{dh}{dx} = \frac{1}{R_a} \frac{dh}{d\theta} = -\frac{e}{R_a} \sin \theta \quad \dots\dots\dots (V.2)$$

La quantité e / R_a étant très petite, on peut effectuer un développement et se limiter au 1^{re} ordre : $\cos \alpha \approx 1$; $\sin \alpha = \alpha = \frac{dh}{dx}$

Dans ces conditions (3) s'écrit :

$$U_1 = Rc\omega c \quad \left. \vphantom{U_1} \right\} \dots\dots\dots (V.3)$$

$$U_2 = Ra\omega a ; \quad V_2 = Ra\omega a \frac{dh}{dx}$$

Si on reporte (1, 5) dans l'équation de Reynolds (2) et si on pose $R \approx Ra \approx Rc$, on obtient :

$$\frac{d}{dx} \left(h^3 \frac{dp}{dx} \right) + \frac{d}{dz} \left(h^3 \frac{dp}{dz} \right) = 6\mu R (\omega a + \omega c) \frac{dh}{dx} \quad \dots\dots\dots (V.4)$$

V.2.1 - Conditions aux limites

On doit résoudre l'équation (6) sur le domaine représenté sur la figure 9b compte tenu des conditions aux limites sur la pression :

$$\text{-selon } Z : \quad P\left(\theta, Z = \frac{L}{2}\right) = P_1 \quad , \quad P\left(\theta, Z = -\frac{L}{2}\right) = P_2 \quad \left. \vphantom{P} \right\} \dots\dots\dots (V.5)$$

$$\text{- selon } \theta : \quad P(\theta=0, Z) = P(\theta=2\pi, Z)$$

Où P_1 et P_2 représentent les pressions extérieures aux extrémités du palier.

Si le palier possède des rainures d'alimentation en lubrifiant, il faut alors écrire les conditions aux limites correspondantes :

- pour une rainure circonférentielle en $Z = 0$

$$P(\theta, Z=0) = Pa$$

- pour une rainure axiale située à l'abscisse $\theta = \theta a$

$$P(\theta a, Z) = Pa \quad \dots\dots\dots (V.6)$$

V.2.2 - Résolution de l'équation de Reynolds

V.2.2.1- Palier infiniment long : On peut négliger le débit axial, l'écoulement est purement circonférentiel lorsque le rapport L / D de la longueur au diamètre du palier est grand .ce calcul s'applique aux paliers tels que $L / D > 4$ et l'arbre est animé d'un mouvement de rotation uniforme $\omega a = \omega$, l'équation de Reynolds (1,6) se réduit à :

$$\frac{d}{d\theta} \left(h^3 \frac{dp}{d\theta} \right) = 6\mu R^2 \omega \frac{dh}{d\theta} \dots\dots\dots(V.7)$$

V.2.2.2 - Le palier court

Lorsque le rapport L / D est faible, on peut négliger le gradient de pression circonférentiel devant le gradient de pression axiale.

L'équation de Reynolds s'écrit

$$\frac{d}{dz} \left(h^3 \frac{dP}{dz} \right) = 6\mu R \omega \frac{dh}{dx}$$

Soit encore :

$$\frac{d}{dz} \left(h^3 \frac{dP}{dz} \right) = 6\mu \omega \frac{dh}{d\theta} \dots\dots\dots(V.8)$$

Avec les conditions aux limites :

$$\left. \begin{aligned} P(\theta, z = -\frac{L}{2}) &= 0 \\ P(\theta, z = +\frac{L}{2}) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(V.9)$$

Le champ de pression s'écrit

$$P(\theta, Z) = -\frac{3\mu\omega}{C^2} \left(Z^2 - \frac{L^2}{4} \right) \frac{\varepsilon \sin \theta}{(1 + \varepsilon \cos \theta)^3} \dots\dots\dots(V.10)$$

Il est évident que la pression varie comme $\sin \theta$, elle est positive pour

$$\theta \in [0, \pi].$$

VI-Exercices & Applications

Question de cours :

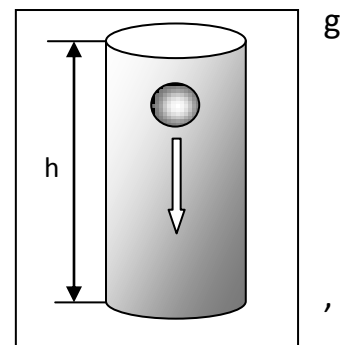
- 1- Dans les contacts lubrifiés, Quelles sont les rôles des épilâmes ?
- 2- Expliquer le phénomène où la surface du contact est très petite ?
(Utiliser la courbe avec une petite explication)
- 3- Dans les viscosimètres à capillaire, à quelle pression l'écoulement s'effectue ?
- 4- Avant le choix correct d'un lubrifiant il faut connaître les différents contacts lubrifiés :
- 5- 1- Citer ces différents contacts ?
- 6- 2- Dans quelle catégorie de contact on classe les paliers et butées hydrodynamiques ?
- 7- (Utiliser la courbe et donner une petite explication pour chaque zone)
- 8- 3- Donner la désignation de chaque terme des huiles suivant :
- 9- SAE 5 W 30 - JSA F A - API C H
- 10- Avant le choix correct d'un lubrifiant il faut connaître les différents contacts lubrifiés :
- 11- 1- Citer ces différents contacts ?
- 12- 2- Dans quelle catégorie de contact on classe les roulements et les engrenages ?
- 13- (Utiliser la courbe et donner une petite explication pour chaque zone)
- 14- 3- Donner la désignation de chaque terme des huiles suivant :
- 15- SAE 0 W 50 - JSA F B - ACEA B 1

Exercice 1 :

Soit une boule de rayon $r = 20 \text{ mm}$ à une masse $m = 90$ traverse un fluide de densité $d = 1.261$ et de viscosité dynamique $\mu = 3.7 \text{ Pa}\cdot\text{sec}$

- Calculer la vitesse de la boule V_t ?
- Calculer l'accélération de la boule « a », si la vitesse $V = 1/2 V_t$?

Sachant que : la masse volumique de l'eau $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$
la gravité $g = 9.81 \text{ m/sec}^2$

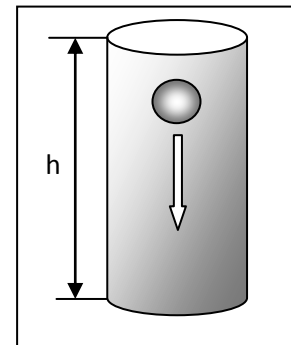


Exercice 2:

Soit une bille de rayon $r = 0.5\text{cm}$ sa masse $m = 4.18\text{ g}$ traverse un fluide de densité $d = 1.2$ de hauteur $h = 1\text{m}$ avec un temps de 10second .

- Calculer la viscosité dynamique du fluide ?

Sachant que : la masse volumique de l'eau $\rho = 10^3\text{ kg/m}^3$,
le volume de la sphère $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ la gravité $g = 9.81\text{ m/sec}^2$

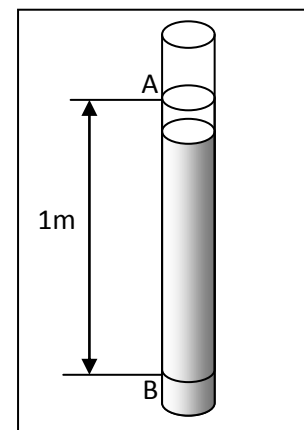


Exercice3:

Un fluide de viscosité dynamique $\mu = 3.7\text{ Pa}\cdot\text{sec}$ et de densité $d = 1.2$ descend verticalement dans une conduite d'une hauteur $AB = 1\text{m}$ et d'un rayon $r = 2\text{ cm}$ avec une vitesse $U = 0.125\text{ m/sec}$.

- Calculer le volume et la viscosité cinématique du fluide ?

Sachant que : la masse volumique de l'eau $\rho = 10^3\text{ kg/m}^3$,
la gravité $g = 9.81\text{ m/sec}^2$.



Exercice 4 :

Soit un patin échelon, de largeur infinie selon Oz. Il est constitué de deux régions : une région d'entrée avec une pression P_1 et l'épaisseur de filme égale à h_1 , une région de sortie avec une pression de P_2 et une épaisseur de filme de h_2 ($h_2 < h_1$). Ces deux régions sont séparées par une discontinuité dans l'épaisseur du film d'huile, situé au point $x = B_0$.déterminer l'équation de Reynolds pour le cas de discontinuité.

Solution

Exercice 1

1- La viscosité dynamique :

La Bille :

$$r = 0,5 \text{ cm} = 0,005 \text{ m}$$

$$m = 4,18 \text{ g}$$

Le fluide :

$$h = 1 \text{ m}$$

$$d = 1,2$$

$$t = 10 \text{ sec}$$

La masse volumique de fluide :

$$d = \frac{\rho_{\text{fluide}}}{\rho_{\text{eau}}} \Rightarrow \rho_{\text{fluide}} = d \cdot \rho_{\text{eau}}$$

$$\underline{\text{AN:}} \quad \rho_f = 1,2 \cdot 1000 \Rightarrow \rho_f = 1200 \text{ [kg/m}^3\text{]}$$

Masse volumique de la boule :

$$\rho_{\text{bille}} = \frac{m}{V}$$

V : le volume de la bille

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi(0,005)^3}{3} \Rightarrow [V = 0,523 \text{ cm}^3]$$

Donc :

$$\underline{\text{AN:}} \quad \rho_b = \frac{4,18}{0,523} \Rightarrow \rho_b = 8 \text{ g/cm}^3 \Rightarrow \rho_b = 8000 \text{ kg/m}^3$$

La vitesse :

$$U = \frac{h}{t}$$

$$\underline{\text{AN:}} \quad U = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ m/sec}$$

Donc :

$$\mu = \frac{2 g r^2 (\rho_b - \rho_f)}{9 V_t}$$

AN:

$$\mu = \frac{2 (9,81) \cdot (0,005)^2 (8000 - 1200)}{9 \cdot 0,1} \Rightarrow \mu = 3,7 \text{ Pas.sec}$$

Exercice 2:

1- La viscosité cinématique :

Le fluide :

$$\mu = 3.7 \text{ Pas.sec}$$

$$d = 1.2$$

La conduite :

$$AB = 1 \text{ m}$$

$$r = 2 \text{ cm}$$

La vitesse du fluide :

$$U = 0.125 \text{ m/sec}$$

La viscosité cinématique :

$$v = \frac{\mu}{\rho_f} = \frac{\pi \cdot g \cdot r^4}{8 V_{olm}} \cdot t = K \cdot t$$

La masse volumique de fluide :

$$d = \frac{\rho_{fluide}}{\rho_{eau}} \Rightarrow \rho_{fluide} = d \cdot \rho_{eau}$$

$$\text{AN: } \rho_f = 1,2 \cdot 1000 \Rightarrow \rho_f = 1200 \text{ [kg/m}^3\text{]}$$

$$v = \frac{\mu}{\rho_f}$$

$$\text{AN: } v = \frac{3,7}{1200} \Rightarrow v = 0.00308 \text{ m}^2/\text{sec}$$

2- Le volume du fluide :

Le temps :

$$U = \frac{AB}{t} \Rightarrow t = \frac{AB}{U}$$

$$\text{AN: } t = \frac{1}{0.125} = 8 \text{ sec}$$

Alors :

$$v = \frac{\pi \cdot g \cdot r^4}{8 V_{olm}} \cdot t \Rightarrow V_{olm} = \frac{\pi \cdot g \cdot r^4}{8 v} \cdot t$$

$$\text{AN: } V_{olm} = \frac{\pi \cdot (9,81) \cdot (0.02^4)}{8 (0,00308)} \cdot 8 \Rightarrow V_{olm} = 160 \text{ mm}^3$$

Exercice 3:

:

1- la vitesse de la boule V_t :

La boule :

Le rayon $r=20\text{mm}$

La masse $m=90\text{g}$

Fluide :

La densité $d=1.261$

La viscosité dynamique $\mu=3.7 \text{ Pa}\cdot\text{sec}$

- Masse volumique de la boule :

$$\rho_{\text{boule}} = \frac{m}{V}$$

V : le volume de la boule

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi(20)^3}{3} \Rightarrow V = 3,35 \cdot 10^{-5} \text{ [m}^3\text{]}$$

Donc :

$$\text{AN: } \rho_{\text{boule}} = \frac{0,09}{3,35 \cdot 10^{-5}} \Rightarrow \rho_{\text{boule}} = 2685 \text{ [kg/m}^3\text{]}$$

- La masse volumique du fluide :

$$d = \frac{\rho_{\text{fluide}}}{\rho_{\text{eau}}} \Rightarrow \rho_{\text{fluide}} = d \cdot \rho_{\text{eau}}$$

$$\text{AN: } \rho_f = 1,261 \cdot 1000 \Rightarrow \rho_f = 1261 \text{ [kg/m}^3\text{]}$$

Alors :

$$\mu = \frac{2 g r^2 (\rho_b - \rho_f)}{9 V_t} \Rightarrow V_t = \frac{2 g r^2 (\rho_b - \rho_f)}{9 \mu}$$

$$\text{AN: } V_t = \frac{2 (9,81) (0,02^2) (2686 - 1261)}{(9) (3,7)}$$

$$V_t = 0,33 \text{ m/sec}$$

2- l'accélération « a » m :

$$V = \frac{1}{2} V_t = \frac{0,33}{2} = 0,16 \text{ m/sec}$$

$$F = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{m}$$

Avec :

m : la masse = $90g = 0.09 kg$

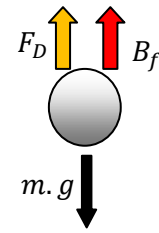
F : les forces :

$$F = (m \cdot g) - (B_f) - (F_D)$$

Ou:

$$B_f: \text{ la force de flottaison} \quad B_f = 6 \cdot \pi \cdot \mu \cdot r_V$$

$$F_D: \text{ la force de taînée} \quad F_D = \rho \cdot V \cdot g$$



$$a = \frac{(m \cdot g) - (B_f) - (F_D)}{m} = \frac{(m \cdot g) - (6 \cdot \pi \cdot \mu \cdot r_V) - (\rho \cdot V \cdot g)}{m}$$

AN:

$$a = \frac{(0,09 \cdot 9,81) - (6 \cdot \pi \cdot 3,7 \cdot 0,02) - (1261 \cdot 3,35 \cdot 10^{-5} \cdot 9,81)}{0,09}$$

$$a = 4,60 \text{ m/sec}^2$$

Exercice 4 :

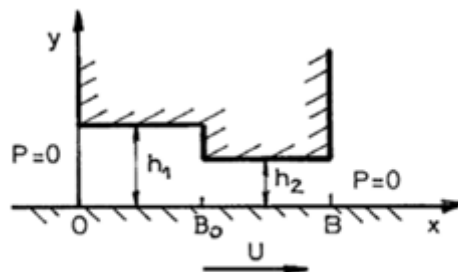


Fig.4 : Patin de Rayleigh

Dans la région d'entrée définie par :

$$0 \leq x \leq B_0$$

L'équation de Reynolds s'écrit :

$$\frac{d^2 p}{dx^2} = 0$$

Soit

$$P = C_1 x + C_2$$

C_1 et C_2 sont calculer à partir des conditions aux limites qui s'écrit :

$$P = 0 \quad \text{pour } x = 0$$

$$P = P_m \quad \text{pour } x = B$$

Ou P_m est la pression inconnue qui existe au niveau de la discontinuité

Il vient aussi :

$$p = \frac{P_m}{B_0} x$$

De même dans la zone de sortie définie par $B_0 \leq x \leq B$, l'équation de Reynolds s'écrit :

$$\frac{d^2 p}{dx^2} = 0$$

Soit

$$P = C_3 x + C_4$$

Les conditions aux limites sont :

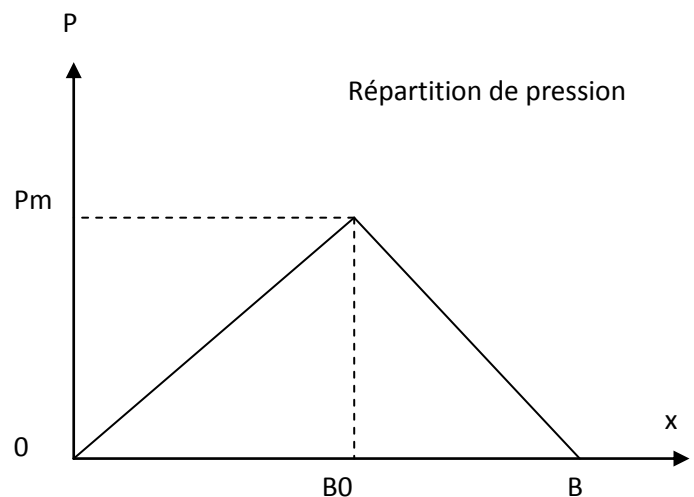
$$P = P_m \quad \text{pour } x = B_0$$

$$P = 0 \quad \text{pour } x = B$$

Permettant de calculer C_3 et C_4

Il vient :

$$p = \frac{P_m}{B - B_0} (B - x)$$



Ainsi que la variation de pression est linéaire dans le contact, la pression P_m est calculer en écrivant l'égalité des débits à l'entrée et à la sortie.

Le débit pour une longueur L s'écrit à l'entrée ou à la sortie :

$$Q_i = L \int_0^b u_i dy$$

$$\text{Avec } u_i = \frac{1}{2\mu} \frac{dp_i}{dx} y (y-h_i) + \frac{h_i - y}{h_i} U$$

Ou i prend la valeur de 1 à l'entrée et de 2 à la sortie, donc on obtient :

$$Q_i = -\frac{L h_i^3}{12\mu} \frac{dp_i}{dx} + \frac{L U h_i}{2}$$

Avec

$$\frac{dp_1}{dx} = \frac{P_m}{B_0} \quad \text{et} \quad \frac{dp_2}{dx} = \frac{-P_m}{B - B_0}$$

L'égalité des débits Q_1 et Q_2 permet d'écrire :

$$P_m = 6 \mu U \frac{h_1 - h_2}{\frac{h_1^3}{B_0} + \frac{h_2^3}{B - B_0}}$$

LUBRIFICATION



LUBRIFICATION

LUBRIFICATION

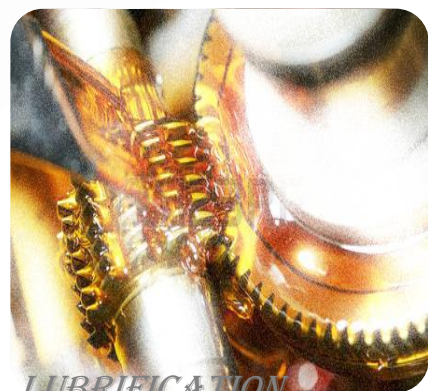
LUBRIFICATION

LUBRIFICATION

LUBRIFICATION

LUBRIFICATION

LUBRIFICATION



LUBRIFICATION