

**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE**

**2015/2016**

**SEMESTRE 2**

**COURS DE RAYONNEMENT**  
**(PHYSIQUE 2)**

**Enseignant et responsable du module :**

***MCB. HATTAB Youcef***

*Le but de ce cours est de rappeler les notions essentielles, déjà vues en partie en lycée, permettant de définir les rayonnements et leurs mesures.*

*Ce manuscrit est destiné au étudiant universitaire de première cycle en science de la matière et géographie et aménagement et peuvent aidé tous les spécialités qui ont un programme de physique L1.*

# Référence bibliographique

[1] G. BRUHAT, Thermodynamique, Edition Masson

[2] J.P. BARDON, Températures de surface, Notions fondamentales (R2730) Edition Techniques de l'ingénieur

[3] C. CHAUSSIN, C. HILLY et J. BARRALS Chaleur et thermodynamique, Edition Lavoisier

[4] O. PERROT, Cours de rayonnement, 3ème Semestre, département Génie Thermique et énergie, I.U.T. de Saint-Omer Dunkerque.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Généralités sur le rayonnement</b>	<b>7</b>
1.1	Introduction : modes de transmission de la chaleur . . . . .	7
1.1.1	Transfert de chaleur par conduction . . . . .	8
1.1.2	Transfert de chaleur par convection . . . . .	8
1.1.3	Transfert de chaleur par rayonnement . . . . .	8
1.2	Structure du rayonnement . . . . .	9
1.3	Origine du rayonnement : la transition électronique . . . . .	10
1.4	Loi de Planck : . . . . .	10
1.5	Condition de rayonnement d'un corps . . . . .	11
1.5.1	Vitesse de propagation des ondes électromagnétiques . . . . .	11
1.5.2	Longueur d'onde . . . . .	11
1.6	Principe du chauffage par rayonnement . . . . .	12
1.7	Classification des corps soumis à un rayonnement . . . . .	13
1.8	Loi de conservation de l'énergie . . . . .	14
<b>2</b>	<b>Grandeurs énergétiques</b>	<b>17</b>
2.1	Classification des grandeurs . . . . .	17
2.2	Définition des grandeurs énergétiques . . . . .	19
2.3	Loi de Lambert . . . . .	22
<b>3</b>	<b>Mesure géométrique des faisceaux</b>	<b>26</b>
3.1	Étendue d'un faisceau . . . . .	26
3.2	Angle solide : définition . . . . .	26
3.3	Définition des angles . . . . .	27
3.3.1	Angle plan . . . . .	27
3.3.2	Définition de l'angle solide . . . . .	27
3.4	Unité d'angle . . . . .	27
3.5	Unité d'angle solide . . . . .	28
3.6	Angle solide d'une surface infinitésimale . . . . .	29
3.6.1	Construction . . . . .	29
3.6.2	Expression de l'angle solide . . . . .	29

# Chapitre 1

## Généralités sur le rayonnement

### 1.1 Introduction : modes de transmission de la chaleur

La diversité des opérations thermiques industrielles est considérable : traitement thermique, cuisson, séchage ... Ces opérations thermiques nécessitent une source de production de chaleur puis le **transfert de cette chaleur** vers l'objet à traiter.

**La transmission de la chaleur peut s'effectuer :**

- par conduction,
- par convection,
- par rayonnement.

#### **Part relative du transfert par rayonnement**

Dans le domaine des basses températures, la convection et la conduction jouent un rôle important. Le flux transmis par rayonnement devient prépondérant aux températures supérieures à  $400^{\circ}C$ . La figure ci-dessous montre la part relative du transfert de chaleur par rayonnement et par convection naturelle en fonction de la température.

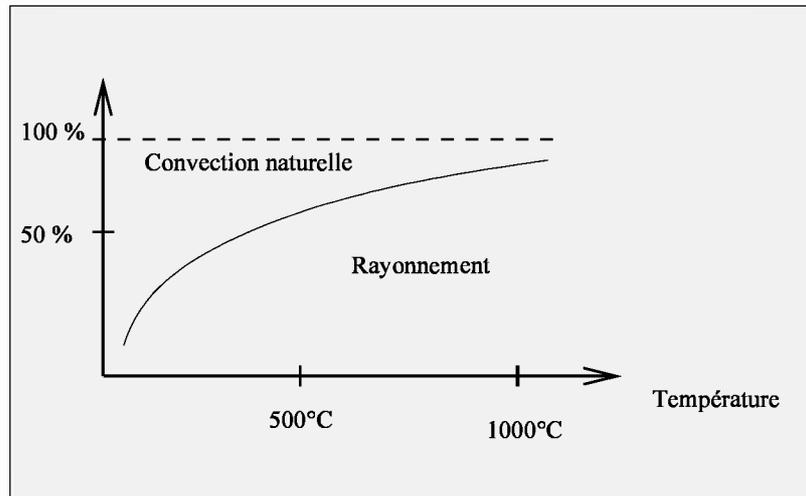


FIG. 1.1 – Part relative du transfert par rayonnement en fonction de la température.

### 1.1.1 Transfert de chaleur par conduction

Ce mode de transfert réside dans la propagation de la chaleur de molécule à molécule dans un ou plusieurs corps contigus, opaques et solides.

### 1.1.2 Transfert de chaleur par convection

La convection caractérise la propagation de la chaleur dans un fluide gazeux ou liquide en mouvement. L'étude de la convection (naturelle ou forcée) est liée à l'écoulement des fluides.

### 1.1.3 Transfert de chaleur par rayonnement

Le rayonnement thermique est un phénomène se caractérisant par **un échange d'énergie électromagnétique**, sans que le milieu intermédiaire ne participe nécessairement à cet échange. Par exemple, le rayonnement solaire est capable d'échauffer la terre bien que le milieu traversé soit à une température plus basse que la terre.

**Bref historique :**

Malgré la grande diversité des faits expérimentaux mettant en évidence les propriétés énergétiques du rayonnement électromagnétique, les lois scientifiques du rayonnement thermique ne datent que de la fin XIX<sup>e</sup> siècle.

**1668 Newton** : mise en évidence du spectre solaire,

**1681 Mariotte, Du Fay et Pictet** : expériences sur la propagation du rayonnement,

**1800 Herschell** met en évidence des propriétés calorifiques du rayonnement infrarouge,

**1879 Stefan** découvre que l'énergie totale émise par un élément de surface est proportionnelle à la quatrième puissance de sa température,

**1895 Rayleigh et Wien** établissent des formules empiriques donnant la répartition de l'énergie en fonction de la longueur d'onde et de la température,

**1895 Kirchhoff** établit la loi liant la puissance émise par un corps dans une longueur d'onde particulière et l'absorption de ce corps pour la même longueur d'onde,

**1900 Planck** introduit la notion de corpuscules et ouvre la voie de la synthèse en établissant la loi liant la puissance émise par un corps, la longueur d'onde du rayonnement émis et la température.

## 1.2 Structure du rayonnement

Le rayonnement est un mode d'échange d'énergie par émission et absorption de radiations électromagnétiques. L'échange thermique par rayonnement se fait suivant le processus :

- **Émission.** Il y a conversion de l'énergie fournie à la source en énergie électromagnétique

- **Transmission.** La transmission de cette énergie électromagnétique se fait par propagation des ondes avec éventuellement absorption par le milieu traversé.
- **Réception.** A la réception, il y a conversion du rayonnement électromagnétique incident en énergie thermique (absorption).

### 1.3 Origine du rayonnement : la transition électronique

Le rayonnement trouve son origine lors d'une transition électronique entre deux états d'énergie d'une molécule ou d'un atome :

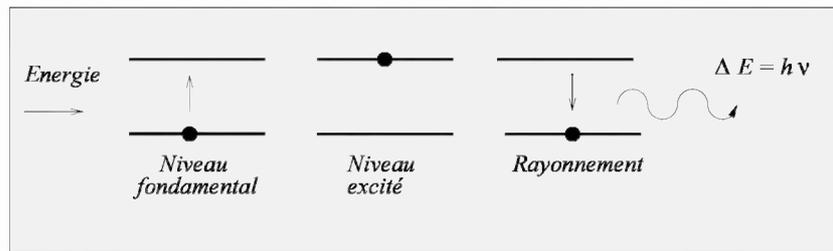


FIG. 1.2 – Principe de l'émission d'un photon.

### 1.4 Loi de Planck :

Le passage du niveau d'énergie  $E$  à un niveau d'énergie  $E - \Delta E$  s'accompagne de l'émission d'un rayonnement de fréquence  $\nu$  et d'énergie  $h\nu$  où  $h$  est la constante de Planck :

$$E = h\nu \quad \text{avec} \quad h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$$

$$\text{avec } [E] = J \quad [h] = J.s \quad [\nu] = s^{-1} \quad (1.1)$$

## 1.5 Condition de rayonnement d'un corps

A la température du zéro absolu, les électrons ne peuvent se déplacer : ils sont prisonniers des atomes. Par contre, **tous les corps matériels, dont la température est supérieure à  $0^\circ K$ , sont capables d'émettre de l'énergie sous forme de rayonnement et d'en échanger entre eux.**

Un corps à la température  $T$  émet des ondes de plusieurs fréquences différentes, et la répartition de cette énergie dépend de la température du corps. La quantité d'énergie émise est liée à la température.

### 1.5.1 Vitesse de propagation des ondes électromagnétiques

La vitesse des ondes électromagnétiques dans le vide est :

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$$

Dans un milieu d'indice  $n$  la vitesse de propagation est  $v = \frac{c}{n}$  avec  $n$  indice du milieu.

### 1.5.2 Longueur d'onde

A partir de la fréquence  $\nu$  (ou de la période  $T = \frac{1}{\nu}$ ), de la vitesse de propagation dans le vide  $c$ , on peut déterminer la périodicité spatiale de l'onde  $\lambda_0$  :

$$\lambda_0 = cT = \frac{c}{\nu}$$

$$[\lambda_0] = \text{m} \quad [c] = \text{m.s}^{-1} \quad [T] = \text{s} \quad [\nu] = \text{s}^{-1} \quad (1.2)$$

Dans un milieu homogène d'indice de réfraction  $n$  :

$$\lambda = \frac{cT}{n} = \frac{\lambda_0}{n} \quad (1.3)$$

## 1.6 Principe du chauffage par rayonnement

Lorsqu'un rayonnement arrive sur un corps opaque, celui-ci peut être :

- transmis,
- absorbé,
- réfléchi,

dans des proportions variables selon la nature du corps.

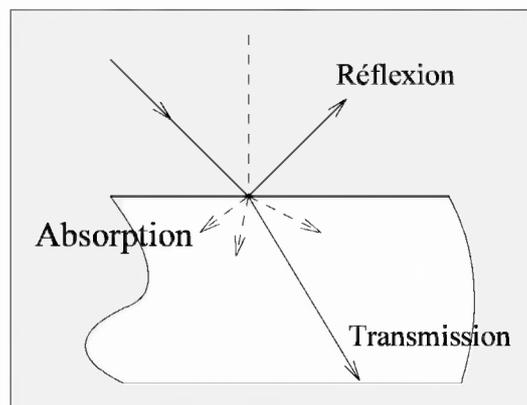


FIG. 1.3 – Réflexion, transmission et absorption du rayonnement

### Applications :

Dans toutes ces applications, le transfert d'énergie se fait par absorption de l'onde électromagnétique ou du photon associé.

Le tableau (fig 1.4, page 13) fournit la correspondance entre la longueur d'onde et la fréquence du rayonnement ainsi que quelques applications.

Chacun des modes de chauffage possède du point de vue thermique des caractéristiques particulières et doit, donc, être traité séparément.

CHAPITRE 1. GÉNÉRALITÉS SUR LE RAYONNEMENT

$10^n$	fréquence	longueur d'onde	applications
<i>exa</i> = $10^{18}$	300 EHz	1 pm	
	30 EHz	10 pm	
	3 EHz	100 pm	
<i>péta</i> = $10^{15}$	300 PHz	1 nm	
	30 PHz	10 nm	
	3 PHz	100 nm	
<i>téra</i> = $10^{12}$	300 THz	1 $\mu$ m	
	30 THz	10 $\mu$ m	
	3 THz	100 $\mu$ m	
<i>giga</i> = $10^9$	300 GHz	1 mm	
	30 GHz	10 mm	
	3 GHz	100 mm	
<i>méga</i> = $10^6$	300 MHz	1 m	
	30 MHz	10 m	
	3 MHz	100 m	

FIG. 1.4 – Applications du rayonnement.

## 1.7 Classification des corps soumis à un rayonnement

Selon la nature du corps, et selon la longueur d'onde du rayonnement incident l'un de trois phénomènes : réflexion, transmission et absorption, peut être prépondérant.

### Classification des corps soumis à un rayonnement

#### – Corps transparents

Lorsqu'un rayonnement ne subit aucune atténuation lors de la traversée d'un milieu, on dit que le milieu est transparent pour ce rayonnement. C'est le cas du vide pour toutes les radiations, de certains gaz ( $N_2$ ,  $O_2$  notamment) dans le visible et l'infrarouge.

– **Corps opaques**

La grande majorité des solides et des liquides sont dits « opaques », car ils arrêtent la propagation de tout rayonnement dès leur surface : **ces corps se réchauffent par absorption du rayonnement.**

– **Corps semi-transparents**

Par contre certains corps sont partiellement transparents car l'onde électromagnétique peut se propager dans le milieu considéré. La propagation s'accompagne d'une absorption électromagnétique qui accroît l'énergie du milieu traversé.

La courbe (fig 1.5, page 15) représente l'absorption de l'atmosphère en fonction de la longueur d'onde incidente<sup>1</sup>. Par exemple le rayonnement ayant pour longueur d'onde  $\lambda = 10\mu m$  est presque totalement absorbé par les molécules de  $O_3$  contenues dans l'atmosphère.

Remarque : Les bandes d'absorption des principales molécules absorbantes de l'atmosphère sont<sup>2</sup> :

Molécule :	$CO_2$		$O_3$			$H_2O$
$\lambda (\mu m)$	4,3	15	9,0	9,6	14,3	6,25

## 1.8 Loi de conservation de l'énergie

Soit  $\phi_i$  le flux incident,  $\phi_r$  le flux réfléchi,  $\phi_t$  le flux transmis et  $\phi_a$  le flux absorbé, la conservation de l'énergie s'écrit :

$$\phi_i = \phi_r + \phi_a + \phi_t \quad (1.4)$$

<sup>1</sup>Source : la thermographie infrarouge, Gilbert Gaussorgues, Ed Tec & Doc

<sup>2</sup>Source : la thermographie infrarouge, Gilbert Gaussorgues, Ed Tec & Doc

## CHAPITRE 1. GÉNÉRALITÉS SUR LE RAYONNEMENT

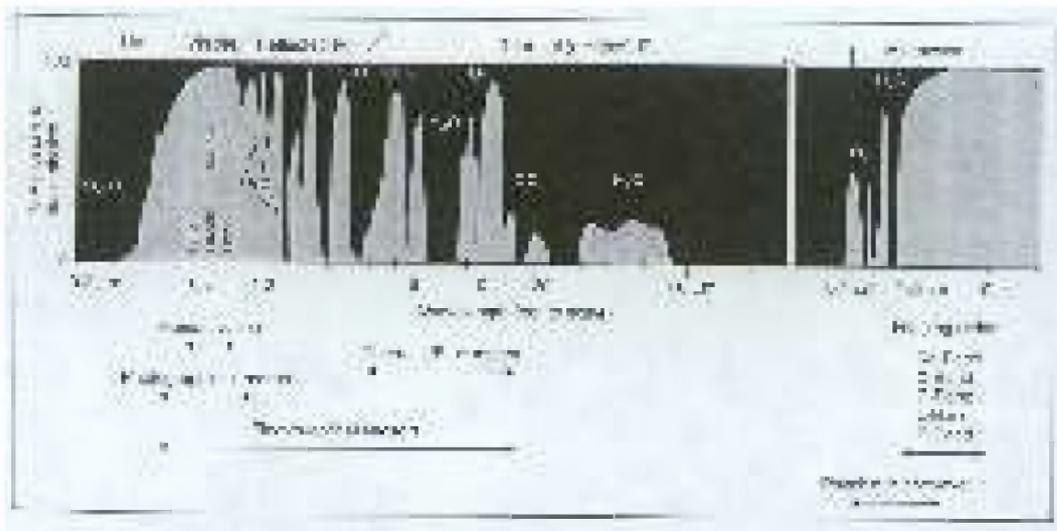


FIG. 1.5 – Absorption du rayonnement atmosphérique

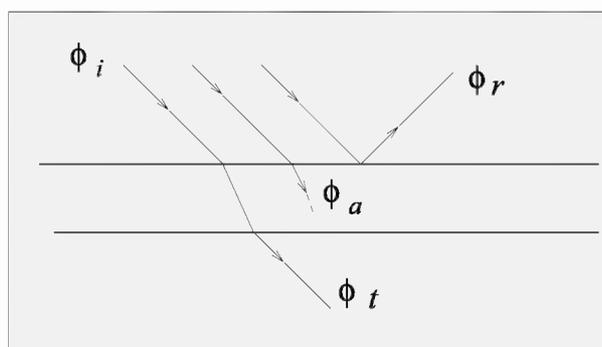


FIG. 1.6 – Décomposition du flux incident.

### Coefficient d'absorption thermique

Posons :

$$\rho = \frac{\phi_r}{\phi_i} \quad \text{facteur de réflexion} \quad (1.5)$$

$$\alpha = \frac{\phi_a}{\phi_i} \quad \text{facteur d'absorption} \quad (1.6)$$

$$\tau = \frac{\phi_t}{\phi_i} \quad \text{facteur de transmission} \quad (1.7)$$

La conservation de l'énergie s'écrit :  $\rho + \alpha + \tau = 1$ . Ces paramètres caractérisent le comportement d'un corps vis à vis du rayonnement reçu. **Le coefficient  $\alpha$  est important en thermique : il mesure la proportion de conversion du rayonnement électromagnétique incident en énergie thermique.**

**Remarque :**

Le coefficient  $\alpha$  est faible pour les surfaces métalliques polies et non oxydées. Il augmente pour les corps qui apparaissent noirs mais reste toujours inférieur à l'unité.

# Chapitre 2

## Grandeurs énergétiques

### 2.1 Classification des grandeurs

Les grandeurs énergétiques caractérisant le rayonnement dépendent de :

1. **La longueur d'onde** : une source émet-elle la même quantité d'énergie lorsque la longueur d'onde varie ?
2. **La direction de propagation** : une source émet-elle la même quantité d'énergie lorsque la direction de propagation varie ?

Ces deux paramètres conduisent à définir les grandeurs selon :

1. **La composition spectrale** (longueur d'onde). On distingue alors :
  - *les grandeurs énergétiques totales* pour lesquelles toutes les longueurs d'onde sont prises en compte pour l'évaluation de la grandeur.
  - *Les grandeurs énergétiques monochromatiques*, nommées également densités spectrales qui ne concernent qu'un intervalle spectral étroit  $d\lambda$  centré autour d'une longueur d'onde  $\lambda$ . La densité spectrale  $G_\lambda$  de la grandeur  $G$  est définie par :

$$G_\lambda(\lambda) = \frac{dG(\lambda)}{d\lambda} \quad (2.1)$$

2. **La distribution spatiale** : direction de propagation par rapport à la normale de la surface émettrice. On distingue deux types de sources :

- *Les sources sphériques*
- *Les sources hémisphériques*
- *Les sources sphériques*, pour lesquelles tout rayon issu de la source est confondu avec la normale de la surface d'émission de la source. Un petit élément de surface de la source n'émet que dans une direction : la direction normale.

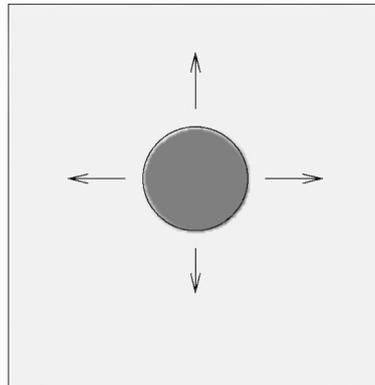


FIG. 2.1 – Source sphérique

- *Les sources hémisphériques* : pour ces sources non sphériques, un petit élément de surface du corps émetteur peut être considéré comme plan.

Un petit élément de surface admet une direction normale, perpendiculaire au plan tangent. Cet élément de surface rayonne dans un demi-espace limité par le plan tangent.

- *Les sources hémisphériques directionnelles* :

**Le rayonnement est contenu dans un cône de révolution de petite ouverture, la direction de pro-**

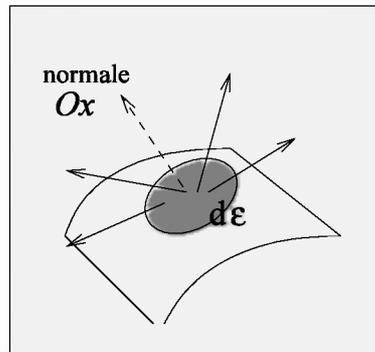


FIG. 2.2 – Source hémisphérique

pagation étant confondue avec l'axe de révolution du cône. On les différencie des sources hémisphériques en par un indice  $Ox$  (ex :  $G_{Ox}$ ).

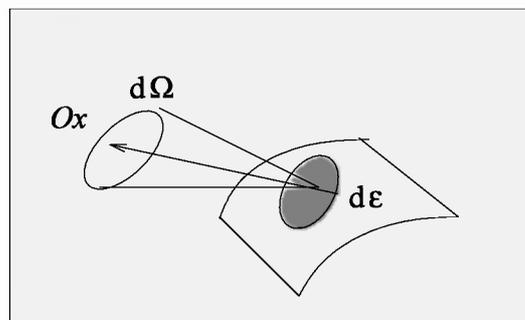


FIG. 2.3 – Source directionnelle

## 2.2 Définition des grandeurs énergétiques

1. **Flux énergétique : abréviation  $\phi$  , unité  $[W]$ .** C'est la puissance émise par une source dans tout l'espace où elle peut rayonner.
2. **Émittance : abréviation  $M$  , unités  $[W \cdot m^{-2}]$**  Considérons un élément de la surface émettrice  $d\varepsilon$  émettant un flux élémentaire  $d\phi$ . **L'émittance est le rapport du flux**

émis par l'élément de surface  $d\varepsilon$  dans toutes les directions par l'élément de surface.

Par définition :

$$M = \frac{d\phi}{d\varepsilon} \quad [W \cdot m^{-2}] \quad (2.2)$$

Remarque :

L'émittance énergétique totale est une grandeur qui permet de comparer les densités de puissance émises par des sources d'étendues différentes.

3. **Luminance : abréviation**  $L_{Ox}$  , **unités**  $[W \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1}]$ .  
 Considérons à nouveau un élément de surface  $d\varepsilon$  et soit la direction  $Ox$  définie par l'angle  $\theta$  par rapport à la normale de la surface  $d\varepsilon$ .

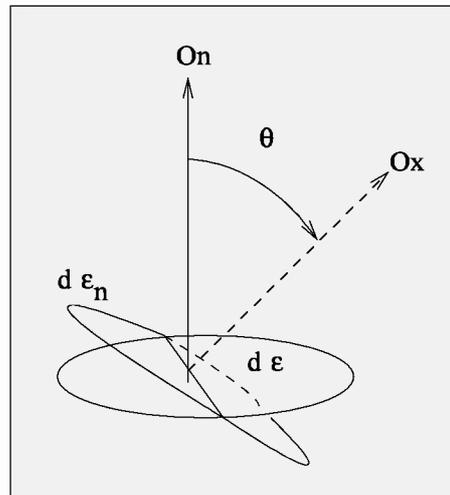


FIG. 2.4 – Surface de luminance

### Luminance : définition

Soit  $d^2\phi$  la fraction de flux contenue dans le cône élémentaire d'angle solide  $d\Omega$  et de direction  $Ox$ . Le flux émis dans la direction  $Ox$ , semble provenir d'un élément de surface  $d\varepsilon_n$  perpendiculaire à la direction  $Ox$ . Par définition, **on**

appelle **luminance** le flux rayonné par unité d'angle solide et par unité de surface perpendiculaire à  $Ox$  :

$$L_{Ox} = \frac{d^2\phi_{Ox}}{d\varepsilon_n d\Omega} = \frac{d^2\phi_{Ox}}{d\varepsilon \cos(\theta) d\Omega}$$

$$[L_{Ox}] = W m^{-2} sr^{-1} \quad (2.3)$$

Remarque :

La luminance permet donc de comparer la puissance rayonnée dans une direction donnée par des sources d'étendue et d'orientation différentes par rapport à  $Ox$  ainsi que les puissances rayonnées par une même source dans différentes directions.

4. **Intensité : abréviation  $I$  , unités  $[W . sr^{-1}]$ .**

Soit une direction  $Ox$  qui fait un angle  $\theta$  avec la normale  $N$  à la surface d'un corps émissif. Si  $d\phi_{0x}$  est la fraction de flux rayonnée dans l'angle solide  $d\Omega$  élémentaire **on appelle intensité énergétique totale d'une source dans la direction  $Ox$  le flux rayonné par unité d'angle solide dans cette direction.** Elle s'exprime en Watt par stéradian.

$$I_{0x} = \frac{d\phi_{0x}}{d\Omega}$$

$$[I_{0x}] = W . sr^{-1} \quad (2.4)$$

Remarques :

- la notion de luminance ne peut s'appliquer aux sources ponctuelles ( $d\varepsilon = 0$ ), pour lesquelles n'existe que la notion d'intensité.
- Relation entre la luminance et l'intensité.  
Pour une source étendue on a :

$$\begin{aligned}
 L_{Ox} &= \frac{d^2\phi_{Ox}}{d\varepsilon_n d\Omega} = \frac{d(d\phi_{Ox})}{d\Omega d\varepsilon \cos(\theta)} \\
 &= \frac{d}{d\varepsilon} \frac{d\phi_{Ox}}{d\Omega} \frac{1}{\cos(\theta)} \\
 &= \frac{dI_{0x}}{d\varepsilon \cos(\theta)} \tag{2.5}
 \end{aligned}$$

## 2.3 Loi de Lambert

Les sources dont la luminance est indépendante de la direction obéissent à la loi de Lambert. Ce type de sources ne permet pas de distinguer le relief d'une surface par variation du contraste. Par exemple, une sphère apparaît comme un disque. Ces sources sont dites à émission diffuse ou isotrope.

### Loi du cosinus

Montrons que dans le cas d'une source suivant la loi de Lambert on a :

$$I_{Ox} = I_{On} \cos(\theta) \tag{2.6}$$

Démonstration :

$$\text{On a : } L = L_{Ox} = \frac{dI_{0x}}{d\varepsilon \cos(\theta)} = \frac{dI_{0n}}{d\varepsilon}$$

$$\text{soit : } dI_{0x} = dI_{0n} \cos(\theta)$$

$$\text{soit : } I_{0x} = I_{0n} \cos(\theta)$$

### Enoncé de la loi de Lambert

La quantité d'énergie émise à partir d'un élément de surface dans une direction déterminée est proportionnelle au cosinus que fait cette direction avec la normale à la surface. La loi de Lambert est également appelée " loi du cosinus ".

**Représentation de l'intensité en polaire : indicatrice d'une source de Lambert**

Pour une source suivant la loi de Lambert nous allons montrer, que l'indicatrice de l'intensité est un cercle :

Dessignons en représentation cartésienne l'intensité  $I_{0x} = I_{0n} \cos(\theta)$  faisant un angle  $\theta$  avec avec la normale :

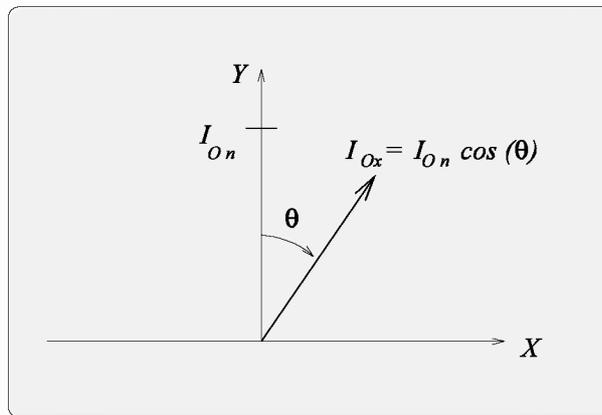


FIG. 2.5 – Représentation polaire de l'intensité

Montrons que lorsque l'angle  $\theta$  varie entre  $-\frac{\pi}{2}$  et  $\frac{\pi}{2}$  l'extrémité de l'intensité décrit un cercle :

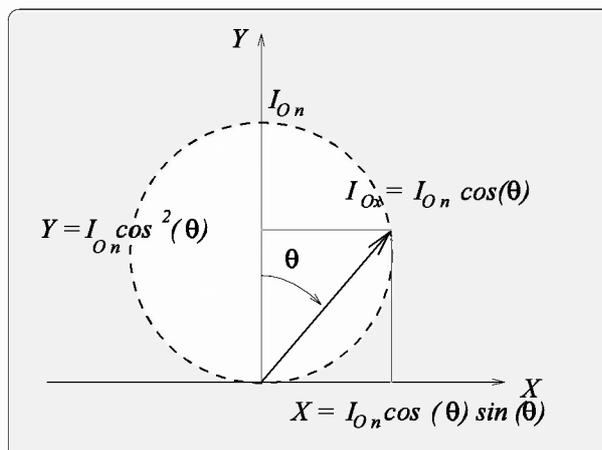


FIG. 2.6 – Indicatrice d'une source de Lambert

Les coordonnées du centre du cercle sont :

$$X_0 = 0 \text{ et } Y_0 = \frac{I_{0n}}{2}$$

et l'on a :

$$\begin{aligned} (X - X_0)^2 + (Y - Y_0)^2 &= (I_{0n} \cos \theta \sin \theta)^2 + \left( I_{0n} \cos^2 \theta - \frac{I_{0n}}{2} \right)^2 \\ &= \frac{I_{0n}^2}{4} = C^{te} \end{aligned}$$

L'indicatrice est donc un cercle de rayon  $I_{0n}/2$  et de centre  $X_0 = 0$  et  $Y_0 = \frac{I_{0n}}{2}$ .

Dans les autres cas l'indicatrice est une figure quelconque.

CHAPITRE 2. GRANDEURS ÉNERGÉTIQUES

Remarque :

Les grandeurs énergétiques associées au rayonnement que nous venons de décrire sont également utilisées par les opticiens. Elles expriment les mêmes grandeurs physiques, mais utilisent des unités différentes. Le tableau ci-dessous donne la correspondance entre les unités.

Grandeur	Nom	unités MKSA	unités (optique)
$\Phi$	<i>Flux</i>	$W$	<i>lumens</i>
$M = \frac{d\Phi}{d\varepsilon}$	<i>Emittance</i>	$W \cdot m^{-2}$	<i>lux</i>
$L = \frac{d^2\Phi_{Ox}}{d\varepsilon \cos(\theta) d\Omega}$	<i>Luminance</i>	$W \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1}$	<i>candelas \cdot m^{-2}</i>
$I_{Ox} = \frac{d\Phi_{Ox}}{d\Omega}$	<i>Intensité</i>	$W \cdot sr^{-1}$	<i>candelas</i>

FIG. 2.7 – Unités thermiques et optiques

# Chapitre 3

## Mesure géométrique des faisceaux

### 3.1 Étendue d'un faisceau

A partir d'une source d'énergie, l'énergie rayonnée est contenue dans un faisceau limitée par *l'étendue géométrique du faisceau*.

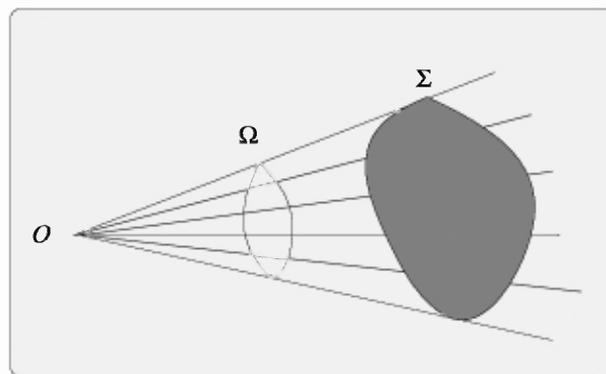


FIG. 3.1 – Étendue d'un faisceau conique

### 3.2 Angle solide : définition

L'étendue donnée par *l'angle solide* caractérise l'ensemble des directions issues d'un point et contenues dans une portion de

l'espace.

*Définition : On appelle angle solide la fraction de l'espace comprise entre  $O$  et les droites issues de  $O$  rencontrant la courbe  $\Sigma$ .*

### 3.3 Définition des angles

#### 3.3.1 Angle plan

**Rappel :** dans un plan, l'angle est défini par le rapport de deux longueurs

Considérons un arc de cercle  $\widehat{AA'}$  de rayon  $OA$  (fig 3.3, page 28), on appelle l'angle  $\alpha$  :

$$\alpha = \frac{\widehat{AA'}}{OA} \quad (3.1)$$

*Définition :* Si le rayon est égal à l'unité alors  $\alpha = \widehat{AA'}$ , et l'angle est la longueur de l'arc découpé sur le cercle de rayon unité.

#### 3.3.2 Définition de l'angle solide

L'angle solide sous lequel on voit une surface  $\Sigma$ , depuis un point  $O$  donné, est égal à l'aire  $\Omega$  découpée sur une sphère de rayon unité, par le cône de sommet  $O$  entourant la surface  $\Sigma$  (fig 3.2, page 28).

### 3.4 Unité d'angle

Dans le plan l'unité d'angle est définie par la division du plan par deux droites orthogonales. L'angle compris entre ces deux droites vaut :  $\frac{\pi}{2}$  radians.

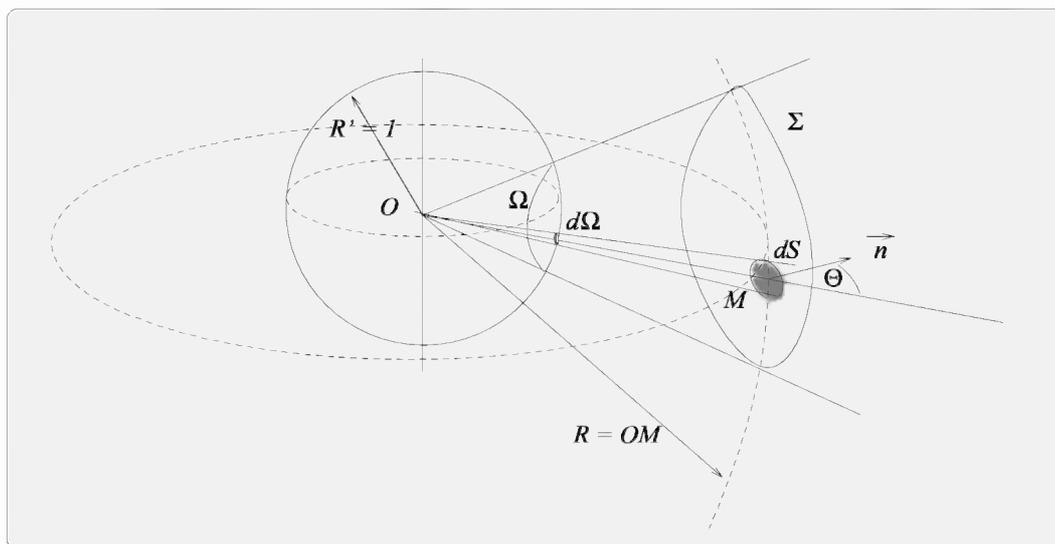


FIG. 3.2 – Construction de l'angle solide  $d\Omega$

### 3.5 Unité d'angle solide

Dans l'espace, l'unité d'*angle solide* est définie par la division de l'espace par trois plans orthogonaux deux à deux. L'espace est alors découpé en huit parties égales. Les plans se coupent suivant trois droites qui forment un trièdre trirectangle. **Par définition l'angle solide du trièdre trirectangle sera égal à  $\pi/2$  fois l'unité d'angle solide appelée stéradian (sr) .**

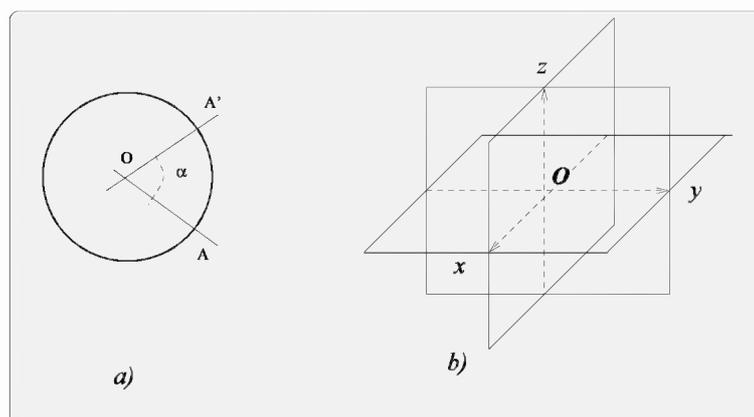


FIG. 3.3 – a) Définition d'un angle plan  $\alpha$  b) Division de l'espace

## 3.6 Angle solide d'une surface infinitésimale

### 3.6.1 Construction

Considérons un petit élément de surface  $dS$ , de la surface  $\Sigma$ , entourant le point  $M$ , et dont la normale fait un angle  $\theta$  avec le rayon  $OM$ .

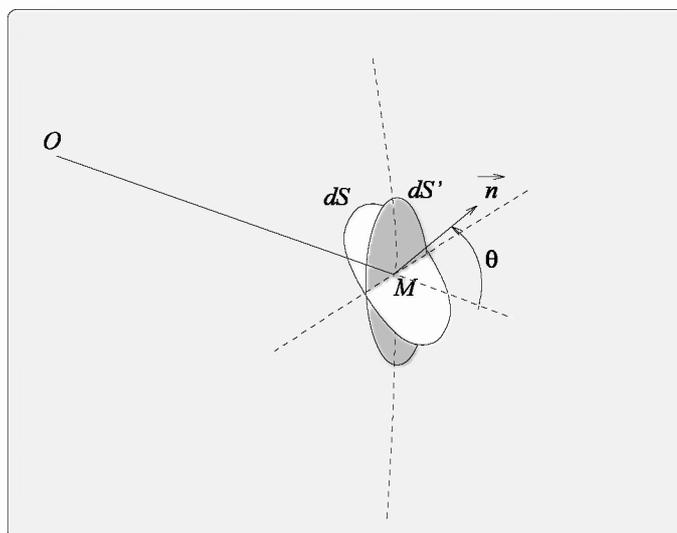


FIG. 3.4 – Construction de l'angle solide

Pour évaluer  $d\Omega$ , construisons la sphère de centre  $O$  et de rayon  $R = OM$ . La projection de l'élément de surface  $dS$  sur la sphère de rayon  $R = OM$  découpe une calotte sphérique  $dS'$ .

L'angle solide est égal à la surface projetée à partir de la surface  $dS'$ , sur la sphère de rayon unité.

### 3.6.2 Expression de l'angle solide

Appliquons la règle de proportionnalité entre les angles solides et les surfaces :

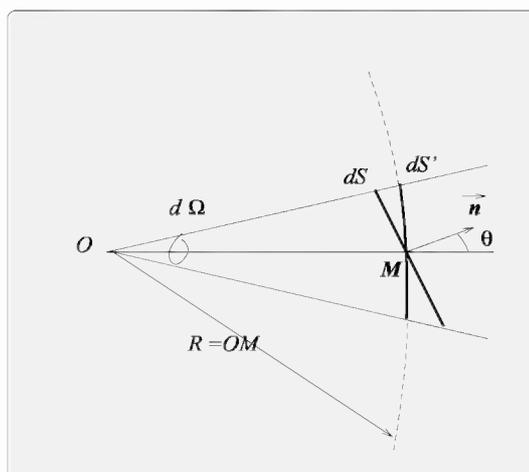


FIG. 3.5 – Projection d’une surface quelconque sur une sphère de rayon  $R$

	Surfaces	Angles solides [sr]
Sphère totale	$4\pi R^2$	$4\pi$
Élément de surface	$dS' = dS \cos(\theta)$	$d\Omega$

soit :

$$d\Omega = \frac{dS'}{R^2} = \frac{dS \cos(\theta)}{R^2} \quad (3.2)$$

Remarque :

Dans le cas d’une surface finie, il faudra intégrer sur toute la surface  $S$ , donc :

$$\Omega = \int_S d\Omega = \int_S \frac{dS \cos(\theta)}{R^2} \quad (3.3)$$

## 3.7 Calculs d’angles solides élémentaires

### 3.7.1 Angle solide sous lequel on voit une couronne

Utilisation des coordonnées polaires

Considérons une couronne de rayon  $\rho$ , de centre  $O$  vue par un observateur placé en  $O'$ . Calculons l'angle solide délimité par le cône de sommet  $O'$  et le disque  $S$ .

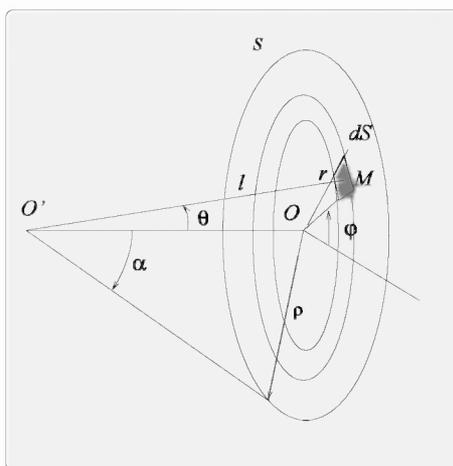


FIG. 3.6 – Angle solide sous lequel on voit une couronne

### 3.7.2 Angle solide sous lequel on voit une couronne

#### Développement du calcul

$$dS = r d\varphi dr$$

Posons  $l = O'M$  et  $a = O'O$ . L'angle solide sous lequel on voit la surface  $S$  du point  $O'$  sera :

$$\Omega = \int_{\varphi} \int_r \frac{r d\varphi dr \cos(\theta)}{l^2} \quad (3.4)$$

Tous les éléments de surface  $dS$  sont équidistants de  $O'$  et leurs normales font le même angle  $\theta$  avec le rayon vecteur.

$$r = a \tan(\theta) \quad (3.5)$$

$$a = l \cos(\theta) \quad (3.6)$$

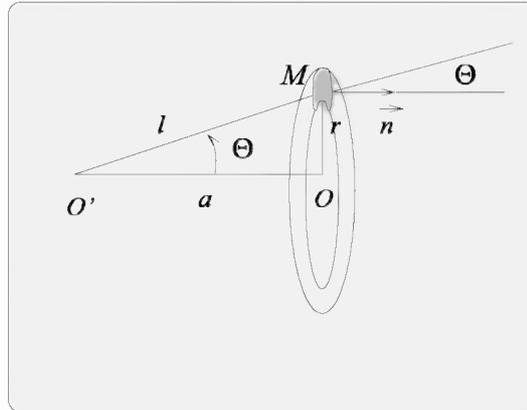


FIG. 3.7 – Élément de surface d'un disque

soit en différenciant  $dr = a \frac{d\theta}{\cos^2(\theta)}$  il vient :

$$\Omega = \int_{\theta} \int_{\varphi} \sin(\theta) d\theta d\varphi \quad (3.7)$$

Soit en intégrant  $\varphi$  entre 0 et  $2\pi$  et  $\theta$  entre 0 et  $\alpha$  il vient :

$$\begin{aligned} \Omega &= \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\alpha} \sin(\theta) d\varphi d\theta \\ &= 2\pi (1 - \cos(\alpha)) \end{aligned} \quad (3.8)$$

### 3.7.3 Angle solide sous lequel on voit un élément de surface sphérique.

Cherchons l'angle solide  $d\Omega$  sous lequel on voit depuis le centre O d'une sphère, un élément de surface compris entre les méridiens  $\varphi$  et  $\varphi + d\varphi$  et les parallèles  $\psi$  et  $\psi + d\psi$ .

Tous les éléments de surface sont à la même distance  $R$  de O et les normales de ces éléments sont confondues avec le rayon vecteur  $OM$ .

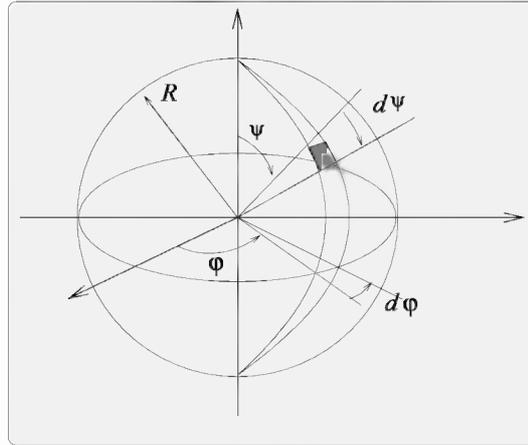


FIG. 3.8 – Surface élémentaire d'une calotte sphérique

$$dS = R^2 \sin(\psi) d\psi d\phi$$

$$\text{soit } d^2\Omega = \sin(\psi) d\psi d\phi \quad (3.9)$$

### 3.8 Loi de Lambert pour une source hémisphérique

Les sources dont la luminance est indépendante de la direction obéissent à la loi de Lambert. Pour une source obéissant à cette loi, aucun contraste ne permet de déceler le relief. Par exemple, une sphère apparaît comme un disque. Dans ce cas :  $L_{Ox} = L = C^{te}$  (indépendant de la direction  $Ox$ ).

**Calculons le flux hémisphérique  $\phi$  émis par un élément de surface  $d\varepsilon$  contenu dans le plan  $xOy$  . Par définition :**

$$d^2\phi = L d\varepsilon d\Omega \cos(\psi)$$

### 3.9 Calcul du flux hémisphérique isotrope

L'intégration de l'angle solide  $d\Omega$  sur un demi-espace peut se calculer sur un hémisphère de rayon  $R$  soit  $d\Omega = \frac{dS}{R^2}$

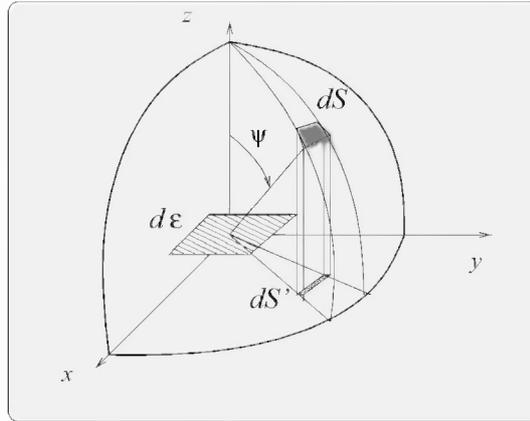


FIG. 3.9 – Surface élémentaire d'intégration hémisphérique

Calcul du flux hémisphérique  $\phi$  :

$$d^2\phi = L d\varepsilon \frac{dS}{R^2} \cos(\psi)$$

Intégrons sur la surface  $dS$  :

$$\begin{aligned} d\phi &= \int_S L d\varepsilon \frac{dS}{R^2} \cos(\psi) \\ &= \frac{L d\varepsilon}{R^2} \int_S dS \cos(\psi) \end{aligned} \quad (3.10)$$

$dS \cos(\psi)$  est la projection de  $dS$  sur le plan  $xOy$  en  $dS'$  et donc  $\int_S dS \cos(\psi)$  est égal à la surface du disque de rayon  $R$  soit :

$$\int_S dS \cos(\psi) = \pi R^2$$

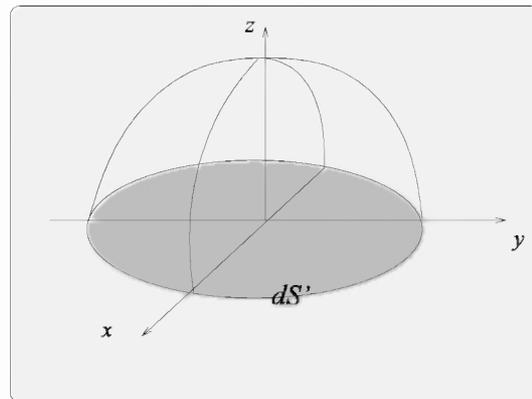


FIG. 3.10 – Surface d'intégration hémisphérique

Il vient alors :

$$d\phi = \frac{L d\varepsilon}{R^2} \pi R^2 = L d\varepsilon \pi$$

$$M = \frac{d\phi}{d\varepsilon} = L \pi \quad (3.11)$$

### 3.10 Éclairement du récepteur en fonction de la luminance de l'émetteur.

La notion d'émittance est remplacée, pour un rayonnement incident, par l'éclairement de la surface réceptrice. L'éclairement énergétique total d'une surface est le flux d'énergie reçu par l'unité de surface réceptrice en provenance de l'ensemble des directions. Si  $dS$  est l'aire de la surface réceptrice,  $d\phi$  le flux reçu, on a :

$$E = \frac{d\phi}{dS} \quad (3.12)$$

CHAPITRE 3. MESURE GÉOMÉTRIQUE DES FAISCEAUX

Considérons un élément de surface  $d\varepsilon$  émettant un flux en direction d'un élément de surface réceptrice  $dS$ . Ce flux s'écrit :

$$d^2\phi = L d\varepsilon d\Omega \cos(\theta) \quad (3.13)$$

où  $d\Omega$  est l'angle solide sous lequel l'élément de surface  $dS$  est vu depuis  $O$  :

$$d\Omega = \frac{dS \cos(i)}{R^2} \quad (3.14)$$

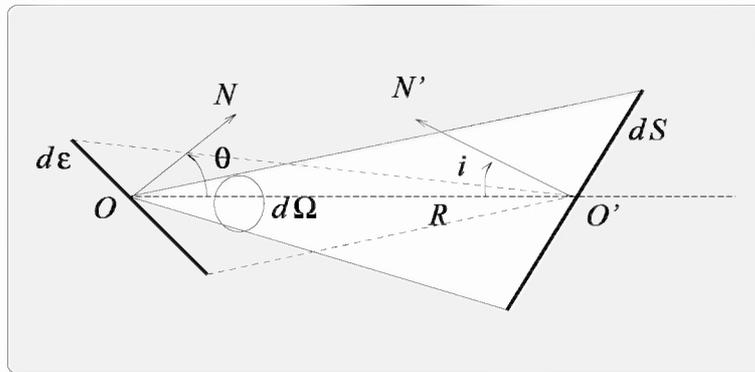


FIG. 3.11 – Étendue du faisceau

En remplaçant  $d\Omega$  par sa valeur dans (3.13), le flux :

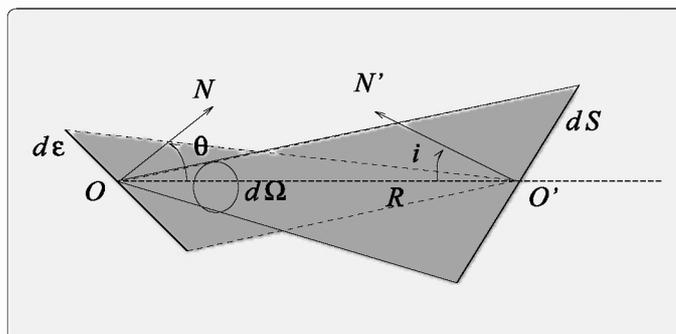
- émis par l'élément de surface  $d\varepsilon$
- reçu par l'élément de surface  $dS$

a pour expression :

$$d^2\phi = L d\varepsilon \frac{dS \cos(i)}{R^2} \cos(\theta) \quad (3.15)$$

La quantité  $\frac{\cos(\theta) \cos(i) dS d\varepsilon}{R^2}$  se nomme l'étendue géométrique du faisceau. Cette formule met en évidence l'importance

### CHAPITRE 3. MESURE GÉOMÉTRIQUE DES FAISCEAUX



de la position relative de la source et du récepteur par l'intermédiaire de  $\cos(\theta)$ ,  $\cos(i)$  et de leur distance respective ( $R$ ).