جامعة وهران للعلوم و التقنولوجيا محمد بوضياف

Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohamed Boudiaf

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Polycopié

TOPOGRAPHIE
Partie I
Notions de bases

Rédigé par Dr. KAID Nouria
Faculté d'Architecture et de Génie Civil
Département de Génie Civil | 2015/2016

http://www.univ-usto.dz

Table des matières

Préambule

L'ingénieur géomètre topographe intervient à chaque étape d'un chantier. Il réalise le travail préparatoire aux projets d'aménagement et de construction, via des relevés de terrain, de l'élaboration et de l'interprétation de données géographiques. Durant le chantier, il fournit les repères nécessaires à la conduite des travaux (implantation), tandis que les données recueillies sont utilisées pour le guidage d'engins. Enfin, une fois les travaux terminés, le géomètre va constater leur bon achèvement (récolement) et éventuellement participer à leur surveillance (auscultation). Les grandes entreprises, en revanche, possèdent leurs équipes en interne, chargées d'effectuer les relevés, l'implantation et le suivi des travaux pas à pas. Néanmoins, même dans un tel cas de figure, des experts indépendants entrent forcément en jeu lors de la phase de contrôle des résultats par rapport aux objectifs initiaux.

Dans cette première partie de ce polycopié, on s'est efforcé de procéder méthodiquement pour exposer avec toute la clarté les détails minutieux et indispensables aux jeunes licenciés amenés à faire le suivi de la réalisation d'un ouvrage de génie civil. On a recherché la simplicité d'exposer touts les détails nécessaires dans le but de rendre compréhensible à tous, les notions de bases topographiques.

Ces notions de bases sont exposées dans notre polycopié en trois principaux chapitres. Dans le premier chapitre, il a été question de chercher à présenter les généralités sur la topographie dans l'acte de construire, en présentant l'importance du calcul des fautes et des erreurs dans la récolte des mesures sur terrains. Dans le deuxième chapitre, la mesure des distances par des méthodes directes et indirectes a été traité et bien détaillé. Enfin, le troisième chapitre a pour objet de présenter les mesures des angles horizontaux et verticaux.

Bien sûr, l'efficacité de ces notions de bases ne se comprend que par la pratique. Il est indispensable, en lisant ce cours, de mettre en application les éléments présentés. Pour cela, les exercices et les exemples accompagnant le cours sont un bon point de départ. Ils sont en général accompagnés de corrigés détaillés, et comportent parfois des compléments de cours, qui ne seront pas toujours repris dans ce polycopié. En effet, les techniques présentées dans ce cours ne sont que des outils, dont le but est de servir le document, et qu'il faut savoir utiliser à bon escient.

Ce polycopié est adressé principalement aux étudiants inscrits en deuxième et troisième année 'LMD' en Génie Civil. Je souhaite vivement que ce cours puisse rendre service à de jeunes diplômés dans la spécialité de génie civil. Je leur souhaite autant de plaisir à lire ce cours que j'en ai eu à l'écrire et à l'enseigner. Toutes vos remarques ou questions sont les bienvenues aux adresses : kaid.nouria@gmail.com, nouria.kaid@univ-usto.dz.

Dr. KAID Nouria

Chapitre I

Généralités

Chapitre I

Généralités

1. INTRODUCTION

La ***topographie*** fait partie des sciences de la terre. C'est la technique qui permet la mesure puis la représentation graphique ou numérique d'une surface terrestre. La **figure I. 1** schématise l'origine formelle du mot '***topographie'***.

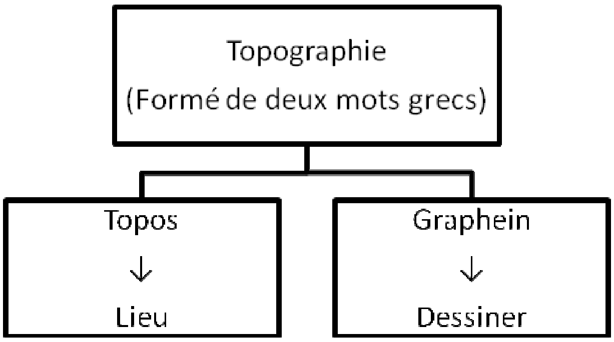


Figure I. 1. Etymologie du mot topographie.

Elle a pour but la représentation plane à une échelle donnée d'une certaine étendue de terrain comportant des détails sur un plan ou sur une carte (**Figure I. 2**).

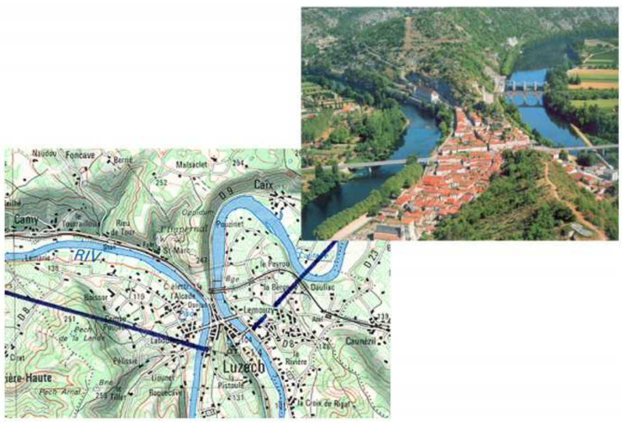


Figure I. 2. Représentation d'un étendu de terrain sur une carte.

Cette science détermine aussi la position et l'altitude de n'importe quel point situé dans une zone donnée, qu'elle soit de la taille d'un continent, d'un pays, d'un champ ou d'un corps de rue. Ces détails peuvent être :

- Naturels : Cours d'eau, roches, bois, rivières, montagnes, champs, etc.....
- Artificiels : Route, Voie ferrée, Bâtiment, Talus, canaux, ports, routes, etc.....
- Conventionnels : Limite de commune, de département, etc...

Les contours de ces détails (un bâtiment par exemple) sont projetés orthogonalement sur une surface de niveau prise comme ***plane de comparaison*** à l'altitude zéro. La vue de ce plan s'appelle la ***planimétrie.***

La définition des altitudes de chacun des points du contour s'appelle ***l'altimétrie.*** Les plans topographiques groupent la ***planimétrie*** et l'***altimétrie***.

Le technicien chargé de l'opération définit l'***échelle*** en fonction de l'étendue du terrain à représenter, de la précision et du format souhaité pour le document à obtenir. Ce dernier peut être une carte qui sera dressée principalement à l'usage du public ou bien en vue d'une étude particulière.

Ce technicien peut être :

- Un géographe qui utilise des petites échelles du $\frac{1}{1000000}$ éme au $\frac{1}{50000}$ éme ;
- Un topographe qui utilise des moyennes échelles du $\frac{1}{20000}$ éme au $\frac{1}{5000}$ éme ;
- Un géomètre qui utilise des grandes échelles ($\frac{1}{25000}$ éme, $\frac{1}{2000}$ éme, $\frac{1}{1250}$ éme, $\frac{1}{500}$ éme, $\frac{1}{100}$ éme, $\frac{1}{50}$ éme).

L'établissement d'un plan ou d'une carte englobe plusieurs sciences :

- **La géodésie** qui étudie les formes de la terre et permet de déterminer les coordonnés géographiques ou rectangulaires d'un certain nombre de points servant de canevas pour les levés topographiques.
- **La topographie** qui utilise les méthodes graphiques de lever ou de report des plans.
- **La topométrie** qui groupe l'ensemble des mesures et des calculs propres à l'établissement des plans. La topométrie est une partie de la topographie.
- **Les levés topographiques** qui permettent l'établissement de plans utilisés par la suite par les Ingénieurs des travaux publics de l'Etat. Ces plans se présenteront sous la forme d'avant projet, de plan de masse et de plan de détail.

2. DEFINITIONS

2. 1. Un plan

Un plan est une représentation graphique d'une portion restreinte de la terre obtenue par projection orthogonale sur une surface plane. Les détails y sont représentés à l'échelle.

2. 2. Une carte

Une carte est une représentation conventionnellement réduite d'une certaine portion de terrain à petite échelle. Tels que cartes géographique, cartes topographiques et cartes routières dont les échelles varient du $\frac{1}{1000000}$ éme au $\frac{1}{25000}$ éme (**Figure I. 3 (a)**). La carte permet également de montrer les variations et les développements des phénomènes dans le temps, ainsi que leurs facteurs de mouvement et de déplacement dans l'espace.

2. 2. 1. Lire une carte

Le nord, par convention, est toujours en haut de la carte (**Figure I. 3 (a)**, **Figure I. 3 (c)**). Une carte topographique représente une certaine région. Cette reproduction est **<u>un dessin orienté</u>** et selon la convention, le **Nord** est toujours au dessus, le **Sud**, en dessous, l'**Ouest** à gauche et l'**Est** à droite (**Figure I.3 (c)**). La direction du nord est indiquée par les méridiens (**Figure I. 3 (b)**) qui sont représentés par deux ou trois lignes verticales très fines parcourant la carte de haut en bas.

Figure I. 3 (a). Carte topographique (le nord en haut de la carte).

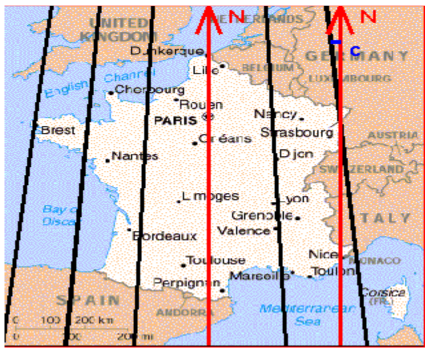


Figure I. 3 (b). Carte topographique (direction du nord indiquée par les méridiens).

Le nord magnétique, indiqué par l'aiguille aimantée d'une boussole, et le nord géographique, dit nord vrai correspondent au point de convergence des méridiens : le pôle nord.

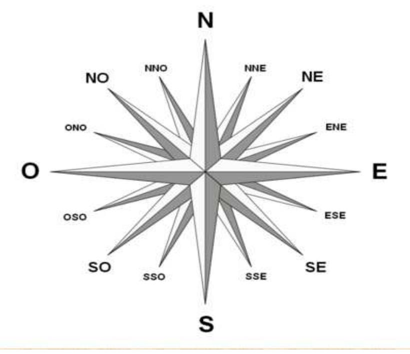


Figure I. 3 (c). Orientation conventionnelle du Nord, Sud, Ouest et l'Est (Carte I.G.N 'Institut géographique national de France').

La différence d'angle entre les deux nord s'appelle la ***déclinaison magnétique***, qui varie avec le lieu et le temps. Une carte contient, le numéro et la série de la carte, l'échelle, la date de réalisation, la date de la dernière révision, la déclinaison magnétique, sa mise à jour et l'équidistance des courbes et la cartouche avec les symboles utilisés. Les cartes utilisent de nombreux codes de couleurs pour synthétiser le paysage. Les couleurs portées sur les cartes au $\frac{1}{25000}$ éme relèvent d'un code précis utilisé dans le monde entier.

La couleur **bleu** représente tout ce qui a rapport avec l'eau, les cours d'eau, la mer, les étangs, les canaux, les glaciers (contours dessinés au trait bleu), les marais, les zones inondables, …. etc. Les noms des éléments d'hydrographie sont imprimés en bleu.

La couleur **verte** correspond à la végétation. Les différents traitements graphiques indiquent la nature de la couverture végétale : feuillus, conifères, vignes, broussailles, exceptées les zones cultivées qui restent en blanc. Les limites des forêts domaniales et des parcs naturels sont représentées par un trait vert épais.

La couleur **orange** représente le relief à travers les courbes de niveaux. Les falaises sont dessinées en noir.

La couleur **noir** est employé pour une grande partie des indications en lettres ou chiffres : nom de lieu, de village, hameaux, ruines, altitudes, chiffres de population, numéros de routes, etc. elle indique aussi les voies ferrées, les chemins et les sentiers.

La couleur **jaune** représente les routes non classées.

La couleur **rouge** représente les routes principales et secondaires.

2. 2. 2. Echelle

L'échelle est définit par le rapport entre une distance graphique mesurée sur la carte et celle équivalente sur le terrain. Les deux distances étant exprimées dans la même unité. En topographie, elle s'exprime sous la forme de $\frac{1}{ECH}$. Plus le dénominateur est grand, plus l'échelle est petite. Une image donnée dans une carte sous la forme ci-dessous (**Figure I. 4**), permet de se mettre un ordre de grandeur en tête.

Figure I. 4. Petit extrait d'une carte topographique au $\frac{1}{25000}$ ème.

Une échelle exprimée sous forme de $\frac{1}{10000}$ **éme** signifie qu'une longueur mesurée sur terrain est réduite 10000 fois pour être reportée sur la carte.

Les principales échelles employées en topographie sont : $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{200}$, $\frac{1}{500}$, $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{2000}$, $\frac{1}{5000}$, $\frac{1}{10000}$, $\frac{1}{25000}$, $\frac{1}{50000}$, $\frac{1}{100000}$, $\frac{1}{200000}$ **éme**.

Exemples

La mesure d'une distance de :

- 2,5 cm sur un plan vaut réellement une distance de 25 m sur le terrain, l'échelle sera : $\frac{2,5}{2500} = \frac{1}{1000}$ **éme.**

- 7,4 cm sur un plan à l'échelle $\frac{1}{500}$ **éme** donne une longueur réelle de :

7,4.500 = 3700 cm.

2. 2. 3. Orientation d'une carte

Orienter la carte, c'est faire correspondre la position de la carte avec celle du terrain, et donc faciliter la traduction entre ce qui est vu réellement et ce qui est représenté sur la carte. Pour orienter la carte, il faudrait :

- Mettre le Nord du cadran de la boussole devant le repère de celle-ci (ne pas s'occuper de la position de l'aiguille) ;
- Poser la boussole sur la carte en alignant bord de la carte et bord de la boussole, comme sur le schéma de la **figure I. 5 (a)** ;
- Tourner l'ensemble (carte-boussole) jusqu'à ce que le Nord de l'aiguille arrive sur le Nord du cadran, comme sur le schéma de la **figure 1 .5 (b)**.

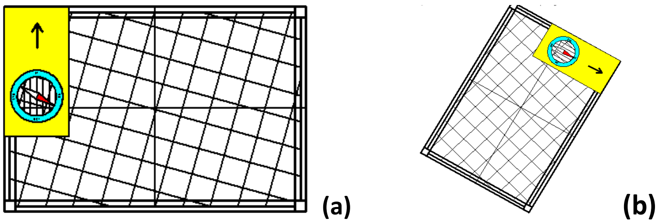


Figure I. 5. Orientation d'une carte topographique.

2. 2. 4. Courbes de niveau

Une **courbe de niveau** ou ***isoplèthe d'altitude*** est, en cartographie une ligne formée par les points du relief situés à la même altitude. Pour dessiner les courbes de niveau, il faut découper le terrain en **« *tranches* »** pour être projeter ensuite sur du papier. L'épaisseur des tranches est constante**,** appelée équidistance des courbes et est indiquée dans la cartouche de la carte. Toutes les cinq ou dix courbes, une courbe maîtresse est dessinée en gras, avec l'indication de son altitude. Les chiffres de cette courbe sont toujours écrits dans le sens de la montée (**Figure I. 6**).

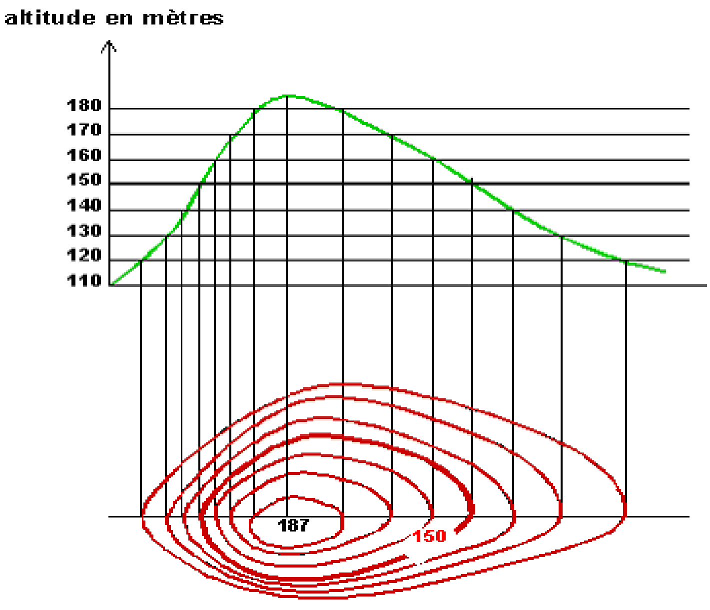
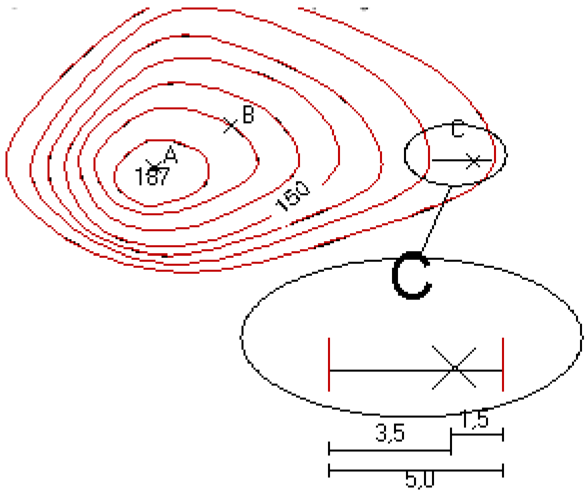


Figure I. 6. Principe de détermination des courbes de niveau.

Enfin, les points côtés dans la figure I. 6 (187 m) donnent l'altitude des points particuliers qui complètent les courbes de niveau.

2. 2. 5. Calcul de l'altitude d'un point

Pour calculer l'altitude d'un point, il faut d'abord étudier les courbes de niveau et les points côtés. Trois points **A**, **B** et **C** ont été indiqués sur le schéma de la **figure I. 7**.



- Le point **A** est sur un point coté : son altitude est de 187 m
- Le point **B** est sur une courbe de niveau : son altitude est de 170 m
- Le point C est situé entre deux courbes de niveau… c'est plus compliqué !

Figure I. 7. Principe du calcul de l'altitude d'un point.

Comme **C** est situé entre deux courbes de niveau, il faut commencer par le dessin de la ligne la plus courte entre les deux courbes et passant par le point **C** : c'est la ligne de plus grande pente. Ensuite, il faut mesurer la longueur de cette ligne. Ici elle est de 5 mm. Puis il faudrait mesurer la distance entre la courbe la plus basse (ici 120 m) et le point, et on trouvera 1,5 mm dans l'exemple. Enfin, une règle de trois permet de calculer la dénivelée. Dans l'exemple de la **figure I. 7**, si 5 mm représentent une élévation de 10 m (la différence d'altitude entre deux courbes, c'est à dire l'équidistance), alors 1,5 mm correspondront à 1,5.10/5 = 3 m. L'altitude du point est donc de 120 + 3 = 123 m.

2. 2. 6. Calcul du pourcentage d'une pente

Pour calculer la pente d'un trajet, il suffit d'appliquer la formule suivante :

$$Pente(\%) = \frac{Dénivelé(m)}{Longueur \cdot parcourue(m)}.100 \qquad (I.1)$$

Donc une pente est égale à 100 % lorsque la dénivelée est égale à la longueur parcourue. La dénivelée est définie comme étant la hauteur totale entre le point d'arrivée et le point de départ.

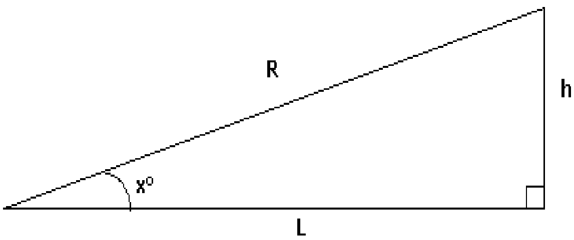
Exemple 1

Soit deux points sur une carte. **A** est à 450 m d'altitude et **B** à 600 m. La distance entre **A** et **B** est de 4,5 Km, c'est-à-dire 4500 m. Le calcul de la dénivelée revient au calcul de la différence d'altitude entre les deux points **B** et **A.**

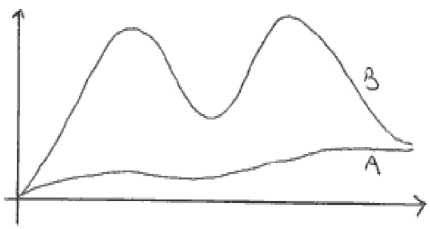
Dénivelée : **B** – **A** => 600 m – 450 m = 150 m.

Pente entre le point **A** et le point **B :** $Pente = \frac{150}{4500}.100 = 3{,}33\%$. Il ne faut pas donc confondre le pourcentage de la pente avec l'angle d'élévation (exprimé en degré) de cette même pente :

Sur les cartes, nous avons la distance à plat, c'est-à-dire la distance horizontale; elle ne prend pas en considération le relief du terrain. Nous ne savons donc pas la vraie distance parcourue lors de l'élévation (Figure I. 8) représentée ici par l'hypoténuse **R**. Sur un terrain pratiquement plat ou pour une élévation sur une longue distance, la différence sera minime. Voyez la différence entre la ligne A et la ligne B dans le graphique ci-après (Figure I. 8). Si on les lignes, la **B** serait beaucoup plus grande que **A**.



(a)



(b)

Figure I. 8 . Calcul de dénivelée entre deux point A et B.

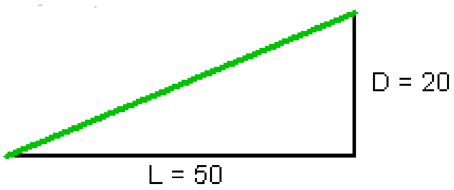
Pour connaître la distance réelle à parcourir, il faut se servir du théorème de Pythagore : $L^2 + h^2 = R^2$. Après un simple calcul, nous obtenons : R = 4502 m.

2 m de plus, tout compte fait, la différence est négligeable. La différence sera plus importante en terrain montagneux. Prenons l'exemple d'une élévation de 700 m sur une distance de 1000 m inscrite sur la carte. La distance horizontale est de 1000 m alors que la vraie distance parcourue sera a peu près de 1221 m (racine carrée de $[700^2 + 1000^2]$). Non seulement la distance à marcher est plus grande de 22 % (1000 + 22 %. 1000 = 1221), mais elle sera aussi plus difficile due à son degré d'élévation (ou à

son % de pente). Concernant l'angle d'élévation, nous avons l'outil nécessaire en mathématique : la tangente. Tangente (x°) = h/L. À l'envers, pour trouver l'angle (x°) : arc tangente (h/L) = x°. Dans l'exemple : arctan (150/4500) = 1,9°. Dans l'exemple d'une pente de 100%, la hauteur égale donc la distance horizontale (sur la carte), par exemple, 100 m. Le quotient (division) est donc de 1 (100 m ÷ 100 m = 1). Arc tangente (1) = 45°.

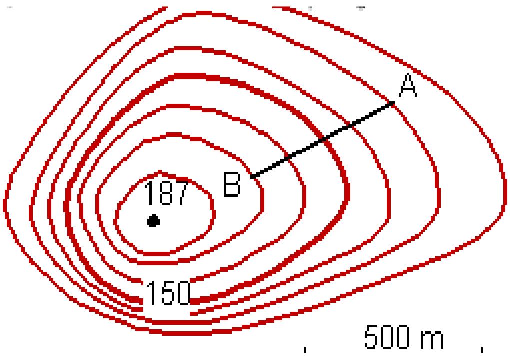
Exemple 2

Le calcul de la pente du trajet illustré par le triangle de la **figure I. 9**, mène au résultat suivant :



Pente : P = (20.100)/50 = 40%.

Une monté de 40 m revient à parcourir 100 en longueur.



- En allant de **A** vers **B**, nous passons de la courbe 130 à la courbe 170 : nous avons donc monté 40 m. La longueur du trajet à vol d'oiseau est de 450 m. Donc la pente est : P = (40.100)/450 = 8,9 %.

- En allant de **A** vers **B**, (une monté) : la pente est de + 8,9 %
- En allant de **B** vers **A**, (une descente) : la pente est de – 8,9 %

Figure I. 9. Principe du calcul du pourcentage d'une pente.

2. 3. La géodésie

C'est la science de la mesure des dimensions et de la forme de la terre, et est un des savoir-faire fondamentaux de l'I.G.N (Institut Géographique National de France). Elle s'est développée dans deux directions fondamentales :

- **Théorique** : connaissance de la forme et des dimensions de la terre, de son champ de pesanteur et développement de mesures précises dans le domaine spatial (repérage et guidage de satellite).

➡ **Pratique** : détermination de points remarquables et matérialisés de façon durable permettant l'établissement de cartes et de plans exacts et fournissant les données géométriques aux grands travaux de génie civil.

Cette science détermine les positions de points matérialisés de façon durable. D'où la nécessité des mesures terrestres (angles, distances) entre des points espacés de plusieurs dizaines de kilomètres, et des mesures astronomiques (longitude et latitude) appelées coordonnées géographiques.

2. 4. La topographie

Comme elle a été déjà définie au paragraphe, c'est une science qui se propose d'étudier les formes de la terre, ses dimensions et les déformations du globe terrestre. C'est la représentation par une projection orthogonale cotée, de tous les détails de la configuration du sol.

2. 5. Le levé topographique

C'est l'ensemble des opérations destinées à recueillir sur le terrain les éléments du sol, (sous-sol et du sursol) nécessaires à l'établissement d'un plan ou d'une carte. Il implique la mesure locale d'un nombre important de points permettant la description des objets géographiques. Un levé est réalisé à partir d'observations au moyen d'un instrument permettant des mesures.

2. 6. La topométrie

La topométrie est l'art de représenter sur un plan la configuration d'un terrain, en utilisant uniquement des mesures géométriques régulières (pas de croquis, pas de dessin). Le mot ***Topo*** désigne le lieu et le mot ***métrie*** désigne mesure. Elle constitue l'élément fondamental de la topographie. Deux types de topométries sont à distinguées.

2. 6. 1. La Topométrie graphique (levés dits réguliers)

Elle aboutit à un modèle graphique, appelé aussi plan conventionnel dans lequel l'erreur sur la détermination d'un point par rapport au point voisin est limitée à l'erreur graphique soit 0,1 mm dans les meilleures conditions (support stable, dessin finement exécuté, matériel très précis).

Cette erreur représente sur le terrain :

- 1,5 cm à l'échelle du $\frac{1}{100}$ éme; 3 cm à l'échelle du $\frac{1}{200}$ éme; 7,5 cm à l'échelle du $\frac{1}{500}$ éme; 15 cm à l'échelle du $\frac{1}{1000}$ éme et 30 cm à l'échelle du $\frac{1}{2000}$ éme.

- Elle permet de déduire la limite d'utilisation d'un instrument en fonction de différentes échelles.

Exemple

Quelles sont les limites d'utilisation d'un instrument de mesure d'angle donnant une précision de 1,5 cgr (**Figure I. 10**)? (échelle $\frac{1}{100}$).

Il suffit de calculer à quelle distance 1,5 cm est vu sous un angle de 1,5 cgr.

Ce qui donne $D = \frac{1,5}{tg 0,015} = 6366,2 cm$.

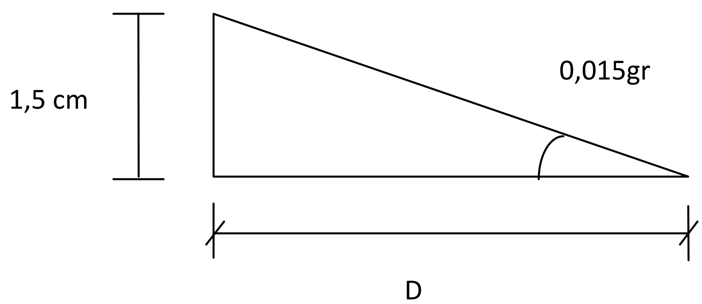


Figure I. 10. Mesure d'angle sur terrain.

2. 6. 2. La Topométrie numérique

Elle suppose un équipement opérationnel approprié (tachéomètre électronique ; calculateur programmable et lecteur enregistreur ; micro-ordinateur ; traceur rapide….etc). Elle aboutit à un document dont tous les éléments sont définis par leurs coordonnées rectangulaires. La précision est supérieure à tout graphisme et permet l'établissement d'un modèle graphique à toute échelle. Ces calculs topométriques traitent numériquement les observations d'angles, de distances et de dénivelées, pour fournir les coordonnées rectangulaires planes : abscisse **X**, ordonnée **Y** et altitudes **H** des points du terrain, ainsi que les superficies. En retour, les calculs topométriques exploitent ces valeurs pour déterminer les angles, distances, dénivelées non mesurées afin de permettre notamment les implantations.

2. 7. La photogrammétrie

Elle permet la mesure et la représentation d'un objet, d'une construction ou d'un terrain en utilisant des photographies aériennes ou terrestres. La modélisation 3D par photogrammétrie peut être qualifiée de "Capture 3D" et permet de relever une structure tridimensionnelle, un état de surface ou un lieu de sinistre (**Figure I. 11**). Notre processus de capture par drone ouvre de nouvelles possibilités pour de nombreux secteurs. **La photogrammétrie par drone** est un outil **innovant** et **performant** d'étude, d'analyse et de communication.

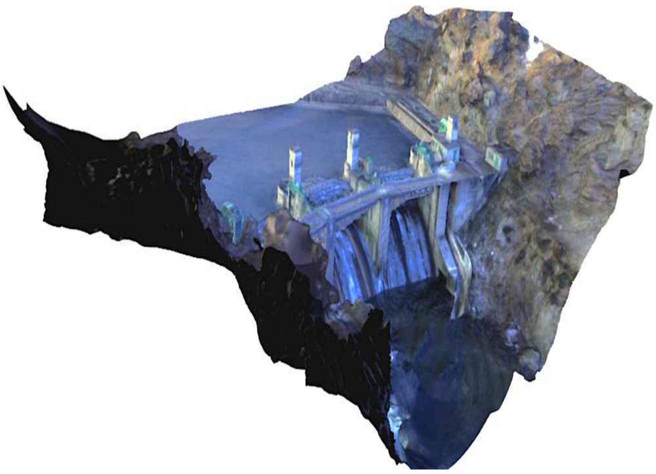


Figure I. 11. Photogrammétrie par Drone d'un barrage EDF.

2. 8. Les implantations

Les projets d'aménagement établis généralement à partir de données topographiques, qui doivent être réalisés sur terrain. Pour ce faire, le topographe ***implante*** autrement dit ***met en place sur le terrain***, les éléments planimétriques et altimétriques nécessaires à cette réalisation.

2. 9. Les projets d'aménagement

Ce sont les projets qui modifient la planimétrie et l'altimétrie d'un terrain : aménagements fonciers, lotissements, tracés routiers et ferroviaires, gestion des eaux : drainage, irrigation, canaux, fossés,… etc.

2. 10. Le Suivi et contrôle des ouvrages

Une fois construits, les ouvrages d'art nécessitent souvent une auscultation à un intervalle de temps plus ou moins réguliers suivant leur destination : digues, ponts, affaissements,….etc. Les travaux topographiques correspondants débouchent sur les mesures des variations des coordonnées (**X, Y, Z**) de points rigoureusement définis, suivies de traitement numérique divers constatant un état et prévoyant éventuellement une évolution.

3. LES APPLICATIONS DE LA TOPOGRAPHIE

La topographie s'implique en plusieurs activités. Les plus répondues sont données par les points suivants :

3. 1. La topographie de construction qui consiste à donner des altitudes servant à la construction des réseaux, des poteaux d'éclairage public,….etc.

3. 2. La topographie routière qui est liée aux autoroutes aux chemins de fer et aux travaux s'étendant sur des grandes distances par exemple: Implanter l'axe de la route, piqueter les courbes routières.

3. 3. La topographie cadastrale qui consiste à déterminer la délimitation et le morcellement des propriétés foncières. Par exemple : Subdiviser ou piqueter des lots, rétablir d'anciennes lignes de propriété.

3. 4. La topographie souterraine qui s'intéresse à la détermination de l'orientation et des dimensions des galeries de calcul des volumes. par exemple : Localiser les puits ou bien faire la relevée de la galerie.

3. 5. La topographie industrielle qui s'oriente vers les aménagements des installations industrielles au moyen d'instruments optiques.

4. PLACE DE L'INGENIEUR DE GENIE CIVIL EN TOPOGRAPHIE

L'ingénieur de génie civil non spécialiser en topographie doit être capable de :

- Comprendre tout document établis par un topographe,
- Pouvoir communiquer avec un topographe,
- Savoir-faire des opérations de la topographie,
- Surveiller la bonne exécution d'un levé,
- Réceptionner éventuellement les travaux réalisés,
- Manipuler des appareils topographiques.

5. RAPPELS MATHEMATIQUES APPLIQUES A LA TOPOMETRIE

5. 1. Unités de mesure en topographie

Les angles en topographie sont observés et mesurés dans **le sens topographique** ou dans **le sens des aiguilles d'une montre**. L'unité angulaire employée est le grade (**gr**). Les unités de mesure employées en topographie sont reprises dans le **tableau I. 1**.

Grandeur	**Unité**	**Symbole**
Distance	Mètre	m et Km
Angle	grade	gr
Surface	Mètre carré	m^2

Tableau I. 1. Unités de mesure en topographie.

5. 2. Résolution d'un triangle quelconque

Il est utile de savoir calculer les paramètres définissant la figure élémentaire de base qu'est le triangle (**Figure I. 12**). Ce paragraphe rappelle quelques formules simples issues de la trigonométrie dans le plan données dans le **tableau 1. 2**. Toutes les notations sont données dans le même tableau. Les inconnues du triangle se calculent en fonction des données disponibles et à l'aide des formules présentées dans le **tableau I. 2** ci-dessous:

-Ý-	**FIGURE & NOTATIONS**

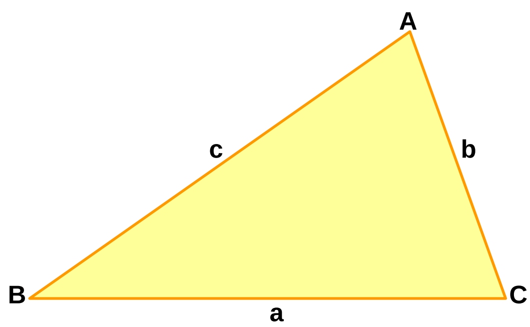


Figure I. 12. Triangle quelconque.

A B C	Sommets
a, b, c	Longueur des côtés
R	Rayon du cercle circonscrit
r	Rayon du cercle inscrit
2s	= a + b + c
s	= demi-périmètre

	A_T	= Aire du triangle

-Ý-	**AIRE DU TRIANGLE A_T** est donnée par l'une de ces formules

= 1/2 bc sin A $\qquad = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

= 1/2 ca sin B $\qquad = \frac{1}{4}\sqrt{(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)}$

= 1/2 ab sin C **= abc / 4R** **= rs** **= 1/2 ah**

-Ý-	**LOI des SINUS**

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

-Ý-	**LOI des COSINUS** Pratique pour calculer les angles lorsqu'on connaît les trois côtés

$a^2 = b^2 + c^2$ - 2bc cos A	$\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$
$b^2 = c^2 + a^2$ - 2ca cos B	$\cos B = \frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$
$c^2 = a^2 + b^2$ - 2ab cos C	$\cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

-Ý-	**LOI des PROJECTIONS**

a =	**b cos C +**	**c cos B**
b =	**c cos A +**	**a cos C**
c =	**a cos B +**	**b cos A**

-Ý-	**LOI des DEMI-ANGLES**

$\sin\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}$	$\cos\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}$	$\tan\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}$
$\sin\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{ca}}$	$\cos\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{s(s-b)}{ca}}$	$\tan\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{s(s-b)}}$
$\sin\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{ab}}$	$\cos\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{s(s-c)}{ab}}$	$\tan\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{s(s-c)}}$

-Ý-	LOI de NAPIER
	$\tan\frac{B-C}{2}=\frac{b-c}{b+c}\cot\frac{A}{2}$ $\tan\frac{C-A}{2}=\frac{c-a}{c+a}\cot\frac{B}{2}$ $\tan\frac{A-B}{2}=\frac{a-b}{a+b}\cot\frac{C}{2}$

Tableau 1. 2. Résolution du triangle quelconque (en connaissant les côtés-Formules).

6. FORME DE LA TERRE

La terre est une ellipsoïde de révolution tournant autour de son petit axe, appelé axe de terre. L'équateur est le grand cercle imaginaire tracé autour de la terre à égale distance des deux pôles. Le Méridien est le demi grand cercle imaginaire de la surface terrestre limité aux pôles (**Figure I. 12**). Il convient de distinguer l'***ellipsoïde de révolution*** qui est une surface engendrée par une ellipse de demi axe ***a*** et ***b*** (~ 6400 km) tournant autour du petit axe ***b***, parallèle à l'axe des pôles. Son aplatissement noté α est donné par la relation (**I. 2**).

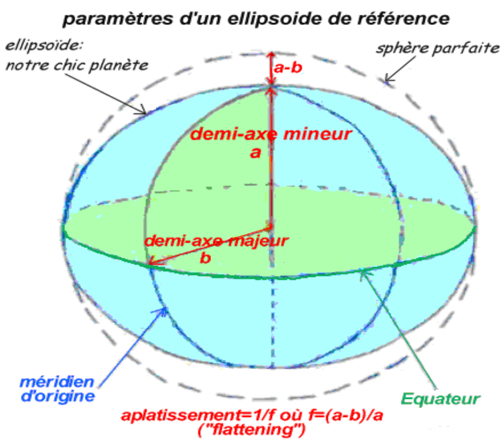


Figure I. 12. Forme de la terre.

$$\alpha = \frac{a-b}{a} \qquad (I.2)$$

ou bien ce qui revient au même, le carré de son excentricité e^2 donné par la relation (**I. 3**).

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \neq 2\alpha \qquad (I.3)$$

6. 1. Géoïde

Les surfaces sur lesquelles le potentiel de pesanteur est constant sont appelées surfaces équipotentielles ou de niveau. D'après les propriétés des fluides en équilibre, la surface moyenne des grandes nappes d'eau : mer, océan….etc, est une surface équipotentielle. Une d'entre elles est choisie, appelé géoïde : la surface moyenne des océans pour définir la surface du niveau zéro à partir de laquelle les altitudes sont comptées (**Figure I. 13**). Cette surface est difficilement accessible. Même sur les océans, où la houle, les marées peuvent être moyennées, les différences de température, de salinité, les vents, peuvent modifier le niveau moyen. Sous les continents, le géoïde n'est défini que d'une façon indirecte.

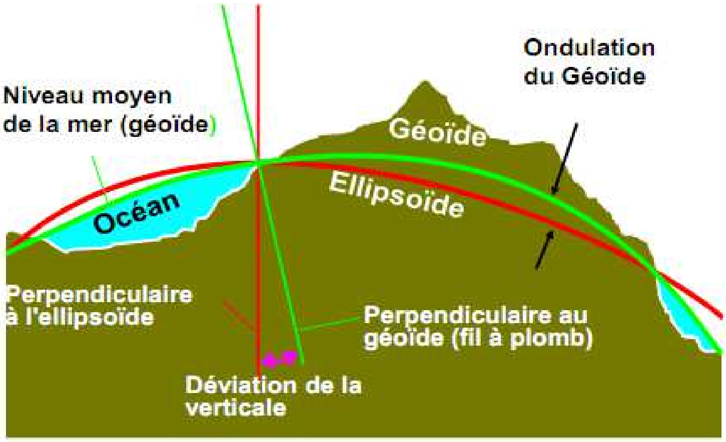


Figure I. 13. Le Géoïde.

6. 2. Ellipsoïde de référence

L’ellipsoïde de révolution (sphère aplatie aux pôles) est un modèle mathématique utilisé pour le calcul, définit pour qu’il soit le plus prés possible du géoïde. Il existe de nombreux modèles d’ellipsoïdes. A chaque référentiel géodésique est associé un ellipsoïde sur lequel on a fixé un méridien comme origine des longitudes et qui est parfaitement défini par le demi-grand axe ***a*** et une des différentes valeurs :

- demi grand axe : ***a***
- demi petit axe ***: b***
- première excentricité : $e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$

- carré de l'excentricité : $e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$
- deuxième excentricité : $e' = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2}}$
- inverse de l'aplatissement : $\frac{1}{\alpha} = \frac{a}{a-b}$

Dans le **tableau I. 3** sont données quelques valeurs concernant le calcul de modèles d'ellipsoïde en France en considérant deux systèmes géodésiques (NTF et ED50).

Système Géodésique	Ellipsoïde associé	*a*	*b*	$\frac{1}{\alpha}$	e
NTF	Clarke 1880 I.G.N	6378249,2	6356515,0	293,466021	0,08248325676
ED50	Hayford 1909	6378388,0	6356911,9461	297,000000	0,08199188998

Tableau I. 3. Calcul de modèles d'ellipsoïde en France.

6. 2. 1. Hauteur ellipsoïdal

Cette valeur est définie dans un système géodésique (**Tableau I. 3**) et peut différer de l'altitude de plusieurs dizaines de mètres. Elle correspond à une distance entre le point considéré et le pied de la normale à l'ellipsoïde. Tous les systèmes de positionnement par satellites fournissent une hauteur ellipsoïdale et non une altitude.

6. 2. 2. Systèmes de coordonnées

Les coordonnées peuvent être exprimées sous la forme de coordonnées :

- **Cartésiennes géocentriques (X, Y, Z)** relatives aux trois (3) axes d'un repère ayant son origine au centre des masses de la Terre (**Figure I. 14**). Ces coordonnées peuvent être utilisées, par exemple, comme intermédiaire lors de calculs de changements de systèmes géodésiques de références.

- **Géographique** (λ , ϕ , h), (**Figure I. 15**) ;
  - La lettre grecque λ (lambda) désignant la longitude ;
  - La lettre grecque ϕ (phi) la latitude ;
  - La lettre ***h*** correspond à la hauteur ellipsoïdale (à ne pas confondre avec l'**altitude**). Elle est définie dans un système de référence géodésique et peut différer de l'altitude de plusieurs dizaines de mètres.

En projection ou représentation plane

L'utilisation de coordonnées sur une surface de référence comme un ellipsoïde n'est pas aisée et ne permet pas de réaliser directement des mesures de distance ; d'angle ou de surface. Il est plus pratique d'avoir une image graphique du monde sur un plan.

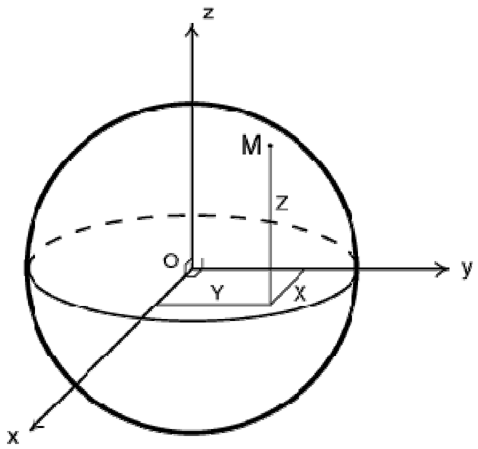


Figure I. 14. Coordonnées cartésiennes de la terre.

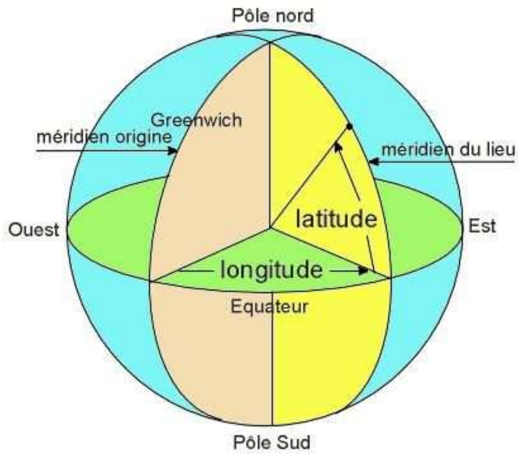


Figure I. 15. Coordonnées géographiques de la terre.

Contrairement à l'usage, il est préférable d'utiliser la convention **E, N** (**E**st, **N**ord) pour désigner des coordonnées en projection (**Tableau I. 4**) pour éviter toute confusion avec les coordonnées cartésiennes (**X, Y, Z**).

Type de coordonnées	X,Y, Z	λ,ϕ,h	E, N
Unité angulaire		*	
Unité linéaire	*	*	*
Projection			*
Méridien origine		*	*
Ellipsoïde		*	*
Système géodésique	*	*	*

Tableau I. 4. Eléments nécessaires à la description d'un type de coordonnées.

Quelques notations des unités angulaires pour les latitudes et longitudes sont données dans le **tableau I. 5.**

degrés, minutes, secondes sexagésimaux	**° ´ "**
degrés, minutes décimales	**° ´**
degrés décimaux	**°**
grades (ou gon)	**gr**
radians	**rd**

Tableau I. 5. Notations des unités angulaires pour les latitudes et longitudes.

Quelques approches numériques sont données par le **tableau I. 6**.

1°	= 60´	= 3 600"
180°	= 200 gr	= 3.141592654 rd =πrd (angle plat)
360° =	400 gr = 6.28 rd = 2 πrd	circonférence
48.61°	= 48° 36.6´	= 48° 36´ 36"
48.60°	= 54 gr	

Tableau I. 6. Approches numériques.

Exemple de transformation

$$57.30° = 63.66\text{gr} = 1\text{rd}. \quad 1° = 1.111 \text{ gr}. \quad 0.9° = 1 \text{ gr} = 0.0157 \text{ rd} .$$

Un degré de longitude équivaut à environ 111 km sur l'équateur mais ne vaut plus que 74 km à une latitude de 48 degrés et devient 0 km au pôle Nord.

En considérant une terre sphérique de rayon 6360 km, il est à conclure que :

1° de longitude = cosinus (latitude) * 111 km,   1° de latitude = 111 km.

Rappel sur les unités de mesure

Le grade (gr) ou le gon (g) appelé encore le système centésimal.

<u>Sous-multiples</u>

Décigrade (dcg)	Centigrade (cgr)	Milligrade (mgr)	Décimilligrade (dmgr)
0,1gr	0,01gr	0,001gr	0,0001gr

Correspondance entre différentes unités de mesure de quelques angles

400gr	360°	6,28rad	2 л rad	Circonférenc
200gr	180°	3,14rad	л rad	Angle plat
100gr	90°	1,57rad	(л/2) rad	Angle droit
63,66	57°,30	1rad		
1,111gr	1°			
1gr	0,9°	0,0157rad		

7. DIVISIONS DE LA TOPOGRAPHIE

Les opérations topographiques se divisent en deux grandes catégories : la planimétrie et l'altimétrie.

7. 1. La planimétrie

Consiste à déterminer ***la position*** de tout détail d'une portion de la surface terrestre, supposée plane au moyen des mesures d'angles horizontaux et des distances horizontales.

7. 2. L'altimétrie

Consiste principalement à déterminer la hauteur (ou l'altitude) des points au dessus d'une surface de référence à mesurer la différence d'altitude entre les points, et à représenter le relief au moyen de conventions appropriées**.**

Toutes les opérations topographiques se basent sur des mesures. Les différences entre les résultats des mesurages d'une grandeur et la valeur vraie[1] de cette grandeur sont imputables soit à la méthode, soit à l'observateur, soit aux appareils ou aux circonstances[2].

L'opérateur doit prévoir une valeur suffisamment approchée de ces différences et connaître les lois générales qui les régissent. C'est à cette prévision et à ces lois qu'est consacrée l'étude qui suit.

---

[1] **Valeur qui caractérise une grandeur dans des conditions existant à l'instant considéré en vertu de la définition donnée à cette grandeur.**

[2] **Erreurs provenant de la méthode, erreurs provenant de l'opérateur ou erreurs instrumentales.**

8. LES FAUTES ET LES ERREURS

Mesurer c'est l'action de comparer une grandeur (quantité) par rapport à une grandeur de même espèce prise comme référence: étalon ou gabarit. L'inexactitude d'une mesure quelconque est due à deux causes différentes: "l'erreur" ou "la faute".

La valeur des travaux topographiques repose sur l'étude des erreurs possibles, leurs contrôle, leur neutralisation ou atténuation par des méthodes appropriées.

8. 1. Les fautes

Un opérateur commet une faute quand, en ne faisant pas ce qu'il devrait, il provoque lui-même, involontairement ou non, une différence entre la valeur lue et la valeur vraie[1] de la grandeur mesurée. Les fautes peuvent être souvent imputables à la maladresse, à la négligence, à un oubli, à l'incompétence ou à la mauvaise foi. La distinction entre ces causes, notamment entre les trois premières, est assez subtile. Elles sont généralement toujours découvertes au cours des mesures de contrôle.

8. 2. Les erreurs

Les erreurs sont définies comme étant des petites inexactitudes dues aux imperfections des instruments et aux sens. Elles sont inévitables, mais elles peuvent être diminuées par le choix des instruments et des méthodes.

L'erreur (e) = valeur mesurée (x) – valeur exacte (X)

$$e = x - X \qquad (I.4)$$

Généralement, la valeur X est une inconnue, et les erreurs sont impossibles à connaître exactement. Il est donc nécessaire de chercher seulement dans quelles limites elles sont comprises.

8. 2. 1. Erreurs systématiques

Elles proviennent en général de défauts de construction ou de réglage des instruments. Lorsque les mesures se font dans les mêmes conditions, elles restent constantes en grandeur et en signe. Elles s'ajoutent systématiquement les unes aux autres. Il est possible de diminuer les importances par le calcul (étalonnage pour les mesures de distance) ou bien par un mode opératoire (symétrie).

8. 2. 2. Erreurs vraies et erreurs apparentes

Quelle que soit la source d'erreur, elle s'estime théoriquement par la différence d'une mesure effectuée avec celle de la valeur parfaite que l'on eût dû trouver et notée 'erreurs vraies'. Ces dernières ne sont pratiquement jamais connues, puisque la connaissance de la valeur parfaite échappe à l'observateur.
Il est donc porté intérêt seulement aux 'erreurs apparentes' ou 'résidus' que seules peuvent être estimé par l'écart de chaque mesure avec la moyenne d'un certain nombre de mesures semblables du même objet. Par exemple, la mesure de vingt fois la largeur d'une table avec un mètre étalonné au maximum de la précision que l'œil permet. Il est raisonnable d'admettre que la valeur la plus probable de cette mesure est la moyenne arithmétique des vingt mesures effectuées. A partir de cette valeur, vingt écarts peuvent être tirés entre celles-ci et chacune des vingt mesures qui sont intervenues ce sont des 'résidus' ou 'erreurs apparentes'.

8. 2. 3. Erreurs accidentelles

Toutes les erreurs accidentelles qui ne peuvent être calculées d'avance, ni éliminées par un mode opératoire, celles dont les causes sont fortuites, et dont le signe n'est pas constant, sont des erreurs accidentelles. Les erreurs accidentelles n'ont aucune cause assignable et elles sont dues au hasard. Les erreurs accidentelles supposent que :

- Les mesures sont répétées un très grand nombre de fois, dans les mêmes conditions ;
- Les fautes et les erreurs systématiques ont été éliminées.

L'étude des erreurs accidentelles à pour but de faire connaître :

- La valeur la plus probable à adopter pour une quantité mesurée directement ou indirectement ;
- L'incertitude sur les mesures effectuées au départ ;
- L'incertitude sur le résultat adopté.

8. 3. Distinction entre fautes et erreurs

Les fautes, au sens des mesures physiques et topographiques, sont des imperfections évitables, généralement grossières, dues à des inadvertances opératoires qu'une organisation judicieuse et une discipline plus stricte dans les travaux eussent permis de déceler et d'éliminer. Les erreurs, au contraire, sont des inexactitudes inévitables dues à l'imperfection des sens et des instruments. Ce sont ces dernières seules qui entrent dans le cadre des lois statistiques des probabilités.

La connaissance des lois de leur combinaison est fondamentale pour le géomètre topographe et les responsables en métrologie, car ce sont celles qui conditionnent l'organisation même de leurs travaux. Aussi, connaissant les procédés et les instruments de mesure (en topographie), il ne sera possible de juger d'une méthode opératoire (relative à un relevé déterminé), qu'à la lumière des règles d'appréciation de l'influence des erreurs.

9. CONSTATATIONS STATISTIQUES SUR DES MESURES DIRECTES

Quand la valeur exacte X est inconnue (cas le plus fréquent), nous adoptons comme valeur approchée la plus probable la moyenne arithmétique des mesures.

9. 1. Moyenne arithmétique et erreur moyenne arithmétique

Soit un ensemble de mesures (appelé 'population') : x_1 , x_2 , x_3 , x_4 , x_5 ,..., x_n .

La moyenne arithmétique notée x est donnée par la formule (I. 5).

$$x = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots\ldots \; ..+ x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad (I.5)$$

Les écarts (e) à la moyenne arithmétique sont appelés, écarts, erreurs apparentes ou résidus qui sont données par les relations (I. 6).

$$e_1 = x_1 - x \ , \quad e_2 = x_2 - x \ , \quad e_3 = x_1 - x \ , \quad e_n = x_n - x \ . \qquad (I.6)$$

Leur somme algébrique est nulle. Elle est donnée par la relation (I. 7).

$$e_1 + e_2 + e_3 + \ldots\ldots + e_n = 0 . \qquad (I.7)$$

Aussi, la somme des carrés des écarts est minimum, exprimée par la relation (I. 8).

$$\sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \min \ imum \qquad (I.8)$$

9. 2. Ecarts types σ

Appelés aussi erreurs moyennes quadratiques, notée 'emq', **ou '** σ ' d'une mesure isolée. L'écart type est égal à la racine carrée de la moyenne arithmétique des carrés des écarts à la moyenne. On a pour un grand nombre de mesure (relation I. 9) :

$$\sigma = \sqrt{\frac{e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + \ldots\ldots + e_n^2}{n}} \qquad (I.9)$$

Pour un nombre limité de mesure, la meilleure estimation est donnée par l'erreur moyenne quadratique relation I. 10.

$$\sigma = \sqrt{\frac{e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + \ldots\ldots + e_n^2}{n-1}} \qquad (I.10)$$

Cette dernière relation définit la précision d'opération de mesures avec plus d'exactitude.

9. 3. Erreurs probable

Appelée aussi écart équiprobable d'une mesure isolée notée '$\mathcal{E}_p$ '. C'est l'écart dont la probabilité d'être dépassée en valeur absolue est : ½. Le calcul des probabilités donne :

$\mathcal{E}_p$= 0.6745 σ **= 2/3** σ $\qquad (I.11)$

9. 4. Erreur maximum ε_M , ou Tolérance

Définit par $\mathcal{E}_M$ = 4 $\mathcal{E}_p$ $\qquad (I.12)$

Ou comme $\mathcal{E}_p = 2/3.\sigma$ **par** $\mathcal{E}_M = 2{,}7.\sigma$ **= 2,7** emq $\qquad (I.13)$

Cette valeur conventionnelle définit la limite à partir de laquelle présomption de faute (indice de faute).

9. 5. Composition des écarts types

Lorsqu'une mesure est entachée de plusieurs erreurs accidentelles, l'erreur moyenne quadratique **<u>résultante</u>** est donnée par la relation (I. 14).

$$Emq=\sqrt{emq_1^2+emq_2^2+emq_3^2+..........+emq_n^2} \qquad (I.14)$$

Lorsque toutes les erreurs de toutes les mesures sont égales, la relation I. 14 se transforme à la relation I. 15.

$$Emq=emq\sqrt{n} \qquad (I.15)$$

9. 6. Erreur moyenne quadratique d'une moyenne

L'erreur de la moyenne arithmétique de *n* mesures de la même quantité effectuées avec la même précision emq est donnée par la relation I. 16.

$$Emq_n^{moyenne}=+\frac{emq}{\sqrt{n}} \qquad (I.16)$$

10. EXERCICES D'APPLICATION

Exercice 1

Nous mesurons une distance A par trois séries de mesures et dans les mêmes conditions [écart type σ]. Donner la relation permettant le calcul de la distance A pour les trois séries de mesure. Déduiser le nombre de mesure pour chaque série.

Solution 1

Soit

- 1ère série : P_1 mesures, moyenne A_1 ;
- 2éme série : P_2 mesures, moyenne A_2 ;
- 3éme série : P_3 mesures, moyenne A_3.

La valeur probable de A (moyenne pondérée) : $A = \frac{P_1 \times A_1 + P_2 \times A_2 + P_3 \times A_3}{P_1 + P_2 + P_3}$

D'après $(I.12)$ $Emq_n^{moyenne} = +\frac{emq}{\sqrt{n}}$ donc $Emq_1 = \frac{emq}{\sqrt{P_1}}$ d'où : $P_1 = \frac{emq^2}{Emq_1^2}$,

$P_2 = \frac{emq^2}{Emq_2^2}$, $P_3 = \frac{emq^2}{Emq_3^2}$

Exercice 2

Soit les dix mesures de distances suivantes:

D_1 = 120,429m ; D_2 = 120,448m ; D_3 = 120,435m ; D_4 = 120,433m ; D_5 = 120,441m ; D_6 = 120,424m ; D_7 = 120,440m ; D_8 = 120,437m ; D_9 = 120,434m ; D_{10} = 120,439m ;

1. Calculer la moyenne arithmétique ;
2. Calculer les erreurs (d_1, d_2, d_3,….., d_n) ;
3. Calculer l'erreur moyenne arithmétique ;
4. Calculer l'erreur moyenne quadratique;
5. Calculer l'erreur probable;
6. Calculer l'erreur maximum.

Solution 2

1. La moyenne arithmétique $x = \frac{\sum x_i}{n} = 120{,}436m$
2. $e_n = x_n - x$ donc e_1 = -7 mm, e_2 = 12 mm, e_3 = -1 mm, e_4 = -3 mm, e_5 = -5 mm, e_6 = -12 mm, e_7 = 4 mm, e_8 = 1 mm, e_9 = -2 mm, e_{10} = 3 mm,
3. l'erreur moyenne arithmétique : $e = \frac{\sum e_i}{10} = 5$.
4. l'erreur moyenne quadratique : $emq = \sqrt{\frac{\sum e_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{402}{2}} = 6{,}68\ mm$.

5. l'erreur probable : ε_p= 0,6745 σ = 2/3 σ =2/3.6,68=4,45 mm

6. l'erreur maximum : ε_M = 4. ε_p =4.4,45=17,80 mm.

Exercice 3

Si l'on fait un certain nombre de fois (16 fois) la mesure d'un même angle avec une précision répondant à la même loi de probabilité d'erreur moyenne quadratique ε=10$^{//}$. Calculer l'erreur moyenne quadratique de la moyenne des seize mesures.

Solution 3

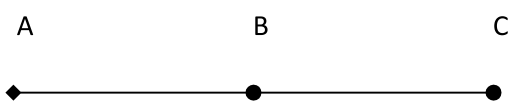
Le calcul donne : $Emq_n^{moyenne} = +\frac{emq}{\sqrt{n}} = \frac{10}{\sqrt{16}} = 2{,}5^{//}$.

<u>Note</u> : L'erreur moyenne quadratique Emq d'une différence de termes d'erreurs moyennes quadratiques connues $\boldsymbol{\varepsilon_1}$ et $\boldsymbol{\varepsilon_2}$ se donne par la relation I. 17.

$$Emq=\sqrt{\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2} \qquad (I.17)$$

Exercice 4

Soit un tronçon $\overline{CB}$ égale à la différence des tronçons $\overline{AB}$ et $\overline{AC}$, mesurés chacun plusieurs fois et dont les erreurs moyennes quadratiques sont respectivement ε1 = 10 cm et ε2 = 5 cm. Quelle est l'erreur quadratique du tronçon $\overline{CB}$?.



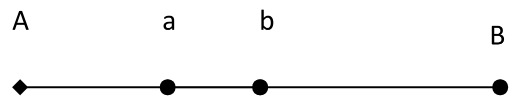
Solution 4

l'erreur moyenne quadratique du tronçon $\overline{CB}$ sera : $Emq=\sqrt{10^2+5^2}=11cm$.

Exercice 5

1. Soit une longueur AB composée de trois tronçons Aa, ab, bB mesurés chacun plusieurs fois mais avec une erreur moyenne quadratique égale à ε = 10 cm. Quelle est l'erreur moyenne de cette longueur ?.

2. Dans le cas où chaque tronçon est mesuré plusieurs fois mais avec des précisions différentes, dépendant par exemple des difficultés du parcours. Soient : ε_1 = 10 cm, ε_2 = 5 cm et ε_3 = 7 cm. Calculer dans ce cas là cette erreur moyenne quadratique.



Solution 5

1. pour chacun d'eux, on aurait : $Emq = 10\sqrt{3} = 17cm$.

2. l'erreur moyenne quadratique de leur somme, sera :

$$Emq = \sqrt{10^2 + 5^2 + 7^2} = 13cm.$$

C'est, en fait le cas particulier du problème précédent qui se présente le plus fréquemment dans la pratique.

11. CONCLUSION

La détermination des coordonnées et de diverses caractéristiques de points dans l'espace occupe une place importante dans la plupart des études à buts environnementaux. Dans ce chapitre, l'objectif des ces détermination était généralement l'étude de l'aspect géographique des interrelations entre les divers paramètres ou indicateurs relevés.

L'objet de ce chapitre était de balayer l'ensemble des sciences et techniques mises à la disposition des bureaux d'études pour acquérir des informations à la fois géométriques et thématiques sur des objets tridimensionnels, qui composent nos paysages urbains et naturels. Il ne s'agit pas de former des topographes chevronnés, mais bien de donner une culture technique de base pour permettre d'une part un dialogue avec les professionnels et d'autre part, lorsque c'est nécessaire, la mise en œuvre d'un protocole de mesures simples.

Dans ce chapitre, il a été question de rappeler les notions géodésiques de base nécessaires à la compréhension de ce cours. Des notions de précision et d'erreur de mesure ont été évoquées avec des exemples et des applications.

Chapitre II

Mesures linéaires

Chapitre II

Mesures linéaires

1. UN PEU D'HISTOIRE

Jusqu'au XVIIIème siècle l'unité de longueur était le pied et la toise. Le pied valait environ 0,31 m et la toise mesurait 6 pieds (1,9 m). A la fin du XVIIIème siècle, suite aux observations géodésiques, l'académie des sciences proposait un étalon qui ait une réalité physique et soit basé sur la largeur de la circonférence terrestre : le mètre est alors défini comme l'équivalent de la dix millionième partie du quart du méridien terrestre. Les travaux de mesure de l'arc de méridien DUNKERQUE - BARCELONE donnent au mètre la valeur de 0,513074 toise, et l'étalon est matérialisé par la règle en platine du pavillon de Breteuil à Sèvres. En 1875 le système métrique est adopté par 17 pays. Actuellement la définition du mètre est basée sur la vitesse de la lumière dans le vide. En pratique au niveau des laboratoires (CERN - Ministère de l'industrie - Bureau des poids et mesures) l'étalon est fourni par un interféromètre à laser basé sur le principe des franges d'interférence de Young de précision inférieure à 10 (0,01 mm).

2. MESURE DES DISTANCES

Les procédés de mesures des distances peuvent être classés en trois catégories : *Mesure Direct*, *Mesure Indirect* et *Mesure graphique*.

- ***Mesurer directement*** une longueur c'est la comparer à une mesure étalon (il s'agit alors de chercher combien de fois une certaine longueur dite étalon de mesure est contenue dans la distance à évaluer : mètre, décamètre, double décamètre, ….etc.) que l'on porte bout à bout autant de fois qu'il est nécessaire. L'étalon peut être rigide comme une règle ou souple comme un ruban.

- ***Une mesure est indirecte*** lorsqu'on l'obtient sans avoir à parcourir la longueur à mesurer en comptant le nombre de fois qu'elle contient la longueur étalon. On utilise le procédé stadimétrique parallactiques.

- ***Le mesurage est graphique*** Lorsqu'il s'agit d'une longueur comprise entre deux points préalablement et parfaitement déterminés (exemple : planchette) ou par le calcul (coordonnées rectangulaires des extrémités).

2. 1. Mesures directes

Pour exécuter la mesure directe d'une distance, il existe plusieurs méthodes rapides et approximatives et d'autres rapides et précises.

- **Compteur kilométrique :** c'est un moyen permettant d'avoir rapidement et approximativement la distance entre deux points, mais cette distance est suivant le chemin parcouru et non horizontale. Il est utilisé surtout pour les travaux de reconnaissance.

- **Mesure au pas :** c'est une méthode approximative pour évaluer des distances courtes et pour vérifier grossièrement le chaînage en cas de fautes. Ce procédé est valable sur un terrain relativement plat et dégagé.

- **Mesure à la roue de reconnaissance :** connaissant le rayon R de la roue et marquant un point de départ, la mesure d'une distance entre deux points quelconques sera possible en comptant le nombre de tours de la roue.

Distance = n **(nombre de tours) x** $2R$ **(circonférence de la roue).**

Ce procédé donne d'assez bons résultats en terrain plat dégagé. Cependant, le procédé le plus utilisé et le plus courant pour mesurer directement une distance est le **chaînage** qui est une opération importante (elle donne la distance sur le terrain) et délicate (introduction de fautes et d'erreurs dans les mesures).

2. 1. 1. Les instruments de mesures

Les instruments ou procédés utilisés pour la mesure directe des distances sont :

- **Le mètre ou double mètre** est un ruban métallique enroulé dans un boîtier (**Figure II. 1 et II. 2**). D'un maintient aisé, il est utilisé pour la mesure de détails (hauteur des tourillons, mesures en renforcement).

Figure II. 1. Double mètre.

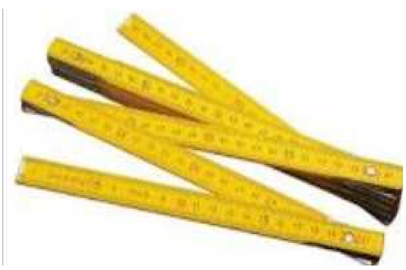


Figure II. 2. Double mètre pliant.

Le pas ou double pas est une méthode qui permet de mesurer rapidement les dimensions de certains détails (**Figure II. 3**) pour les levés à petite échelle ($\frac{1}{2000}$ éme et en dessous). Elle permet également de vérifier si une erreur importante n'a pas été commise sur la mesure d'une distance.

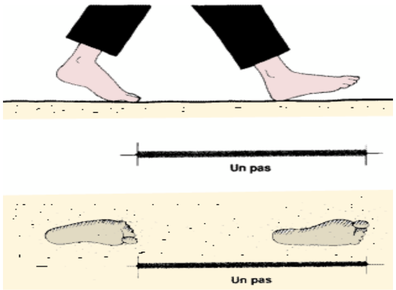


Figure II. 3. Mesure par comptage de pas.

Le télescomètre ou canne télescopique remplace les règles en bois et en métal utilisées au paravent. Constitué de plusieurs éléments coulissants, il est télescopique et rigide (**Figure II. 4**) et permet de mesurer avec précision des détails jusqu'à 5 m au millimètre près, par une seule personne. Il est intéressant en levé d'intérieur.

Figure II. 4. Télescomètre ou canne télescopique.

La chaîne d'arpenteur présente de nombreux inconvénients (maillons de fil de fer, reliés entre eux par des anneaux) et est actuellement abandonnée (**Figure II. 5**).

Figure II. 5. Chaîne d'arpenteur.

Le ruban (étalon à bouts) est en acier ou en inox, de longueur 10, 20, 30, ou 50 m. Il est bien adapté pour tous les travaux topométriques (**Figure II. 6**).

Figure II. 6. Ruban étalon à bout.

Le ruban porte tous les mètres une plaque de cuivre indiquant la distance :

- Tous les 20 cm un rivet et une rondelle de cuivre ;
- Tous les 10 cm un rivet de cuivre ou un simple trou.

Les mètres ont souvent indiqués sur les deux faces, en sens opposés, de façon à pouvoir donner la distance à partir de l'une quelconque des deux poignées.

La roulette (étalon à traits) montée dans un boîtier avec ou sans manche est d'un emploi plus aisé (**Figure II. 7**). Une extrémité est prolongée par un anneau jamais compris dans la longueur, l'autre extrémité est à trait. Elle est moins fragile à la pluie, au passage des voitures mais elle est par contre moins précise (susceptibles d'allongement). Elle assure une précision suffisante pour les métrés, les implantations de maison ou de petites constructions.

Figure II. 7. Roulette étalon à traits.

Elle est munie, soit d'un ruban plastifié, soit d'un ruban d'acier de 10, 20, 30 ou 50 m. avec des graduations tous les centimètres. L'anneau des rubans à roulette n'est pas compris dans la longueur.

Le fil à plomb est employé pour projeter au sol les points mesurés (**Figure II. 8**). La pointe doit être tenue à quelques mm du sol. Il faut éviter qu'il balance. Il existe différents modèles de différentes formes. Le modèle conique est le plus pratique pour le mesurage des longueurs.

Figure II. 8. Fils à plomb.

➡ **Roues enregistreuses ou topomètres** sont d'une précision faible mais suffisante pour certains métrés (**Figure II. 9**).

Figure II.9. Roues enregistreuses ou topomètres.

2. 1. 2. Le jalonnement

Un jalon est un tube métallique de 200x3 cm environ, constitué de un ou plusieurs éléments, peint en rouge et blanc (**Figure II. 10**).

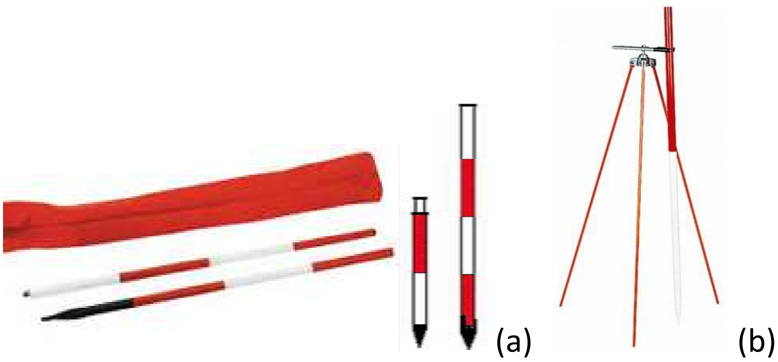


Figure II. 10. Jalons d'alignement (a) et porte jalon (b).

Enfoncé par percussions successives dans un sol meuble, maintenue par un trépied léger sur une surface dure, comme un trottoir asphalté par exemple.

Le jalonnement consiste à aligner un certain nombre d'objets qui facilitent la mesure de distances partielles. Il peut se faire selon la longueur et la précision demandée : à vue ; au fil à plomb ; à l'aide d'un jalon ; au moyen de réticule d'une lunette ou avec un laser d'alignement.

2. 1. 2. 1. Droite sans obstacle

C'est dans le cas où la distance est courte. Alors, la matérialisation des extrémités suffit. Dans un cas plus général, le jalonnement peut se faire :

- ***à vue*** : L'opérateur se place à quelques mètres derrière le jalon O (**Figure II. 11**), vise le bord du jalon en direction de E et fait placer par un aide les jalons intermédiaires 1, 2 et 3 en commençant de préférence par le plus éloigné. Dans le cas d'une distance courte, l'opérateur peut aligner chaque portée de ruban sans jalonnement préalable.

- ***à la lunette*** *:* Quand OE est grande et présente de forts dénivelés, on place à la verticale de O un théodolite (mise en station) et l'on vise le jalon matérialisant l'extrémité E, à son axe et le plus près possible du sol afin de réduire au maximum le défaut de verticalité.

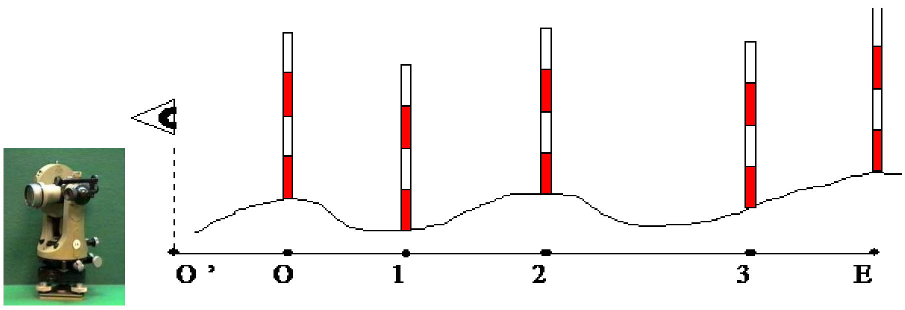


Figure II. 11. Jalonnement à vue : placement des jalons à partir du plus éloigné

- ***au laser*** : L'appareil placé en O donne un faisceau lumineux rouge, permet la visualisation sur cible (sous forme d'une tache lumineuse circulaire ou cruciforme) de tout point situé entre O et E. La portée du laser peut atteindre plusieurs kilomètres (LASER : Light Amplifier by Stimulated Emission of Radiations) (**Figure II. 12**).

Figure II. 12. Laser à nivellement droit.

2. 1. 2. 2. Droite avec obstacle franchissable

L'opérateur au point **M** se place aussi prés que possible de l'alignement **OE**, de tel sorte qu'il puisse voir E, par exemple en **1**. L'aide **N** aligné par l'opérateur sur **2E** se place en **2** d'où il aligne à son tour l'opérateur en **3** sur **2O**. L'opérateur **3** aligne ensuite l'aide en **4** sur **3E**. Et ainsi de suite jusqu'à ce que les alignements successifs aboutissent aux points corrects **M** et **N**, où les rectifications de position ne sont plus nécessaires **(Figure II. 13)**.

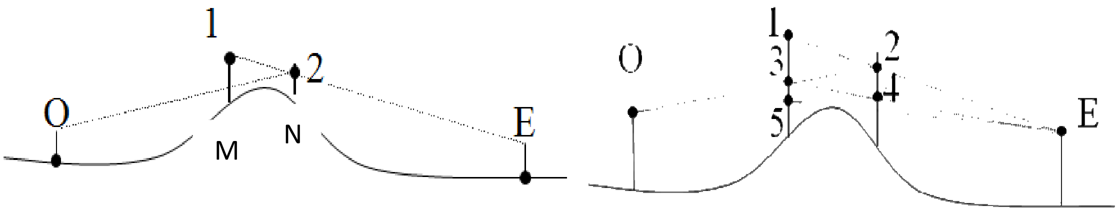


Figure II. 13. Alignement de droite avec obstacle franchissable.

2. 1. 2. 3. Droite avec obstacle infranchissable et avec visibilité

• Si l'obstacle est réduit, on peut, à l'aide d'une équerre optique, déterminer les points **O'** et **E'** en élevant, à partir de **O** et **E** les distances **OO' = EE'** et perpendiculaire à **OE.** Dans ce cas : **OE = O'E'** (**Figure II. 14**)**.**

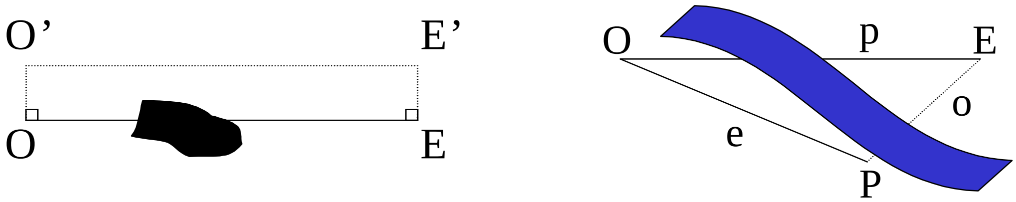


Figure II. 14. Alignement de droite avec obstacle infranchissable mais visibilité.

• Si l'obstacle est important (cours d'eau, ravin…) on a recours à des mesures angulaires. On choisit un point P visible de **O** et de **E**. Dans le triangle **OPE** on mesure les angles en **O** et en **P** et la distance **OP = e**. On sait que la somme des angles au sommet vaut 200 gr et que o/sin (de l'angle en **O**) est égal à p/sin (de l'angle en **P**) lui même égal à e/sin (de l'angle en **E**). On en déduit ainsi la valeur **p** de **OE** sans avoir à jalonner (**Figure II. 14**).

2. 1. 2. 4. Droite avec obstacle infranchissable et sans visibilité

Obstacle planimétrique (ex. : une construction). Son objectif est de matérialiser l'alignement et mesurer la distance **OE.** Hors de l'alignement OE (**Figure II. 15**) :

1) On choisi un point **P** intermédiaire,   2) On matérialise l'alignement **OP**,

3) On abaisse alors la perpendiculaire **EE'** sur **OP** (utiliser un équerre à double prisme),

4) On choisit deux points **1'** et **2'** sur **OP** / les perpendiculaires **1'1''** et **2'2''** à **OP** soient situées de part et d'autre de l'obstacle.

5) On mesure **O2'**, **O1'**, **OE'**, **EE'**. Dans les triangles **O22'**, **O11'** et **OEE'** :

$$\frac{22'}{EE'} = \frac{O2'}{OE'} \Rightarrow 22' = O2'.\frac{EE'}{OE'} \qquad \frac{11'}{EE'} = \frac{O1'}{OE'} \Rightarrow 11' = O1'.\frac{EE'}{OE'}$$

6) On porte alors ces deux longueurs **11'** et **22'** sur les deux perpendiculaires **1'1''** et **2'2''** ce qui donne les points **1** et **2** sur l'alignement **OE**.

7) Pour avoir **OE** : $OE^2 = OE'^2 + EE'^2$ (l'angle E' est droit).

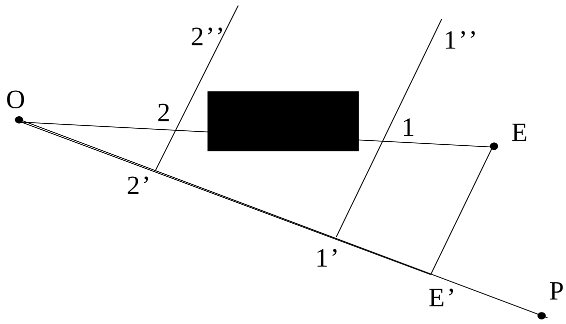


Figure II. 15. Obstacle planimétrique.

2. 1. 3. Mesure de distances à l'aide d'une chaîne

C'est le moyen le plus classique utilisé pour déterminer les distances. Ses inconvénients sont d'être tributaires du terrain (accidenté ou non, en forte pente ou non) ; et limité en portée. La précision de la mesure est également limitée et dépend fortement des opérateurs. Aujourd'hui, on utilise le décamètre, simple, double, triple ou quintuple. Le nom de chaîne ou ruban est devenue le terme général englobant le décamètre, le double décamètre, etc. Les rubans sont répartis en trois classes de précision : **le tableau II. 1** en donne les tolérances de précision fixées par une norme Européenne **CEE** (Communauté Economique Européenne).

	10 M	20 M	30 M	50 M	100 M
Classe I	± 1,1 mm	± 2,1 mm	±3,1 mm	± 5,1 mm	
Classe II	± 2,3 mm	± 4,3 mm	±6,3 mm	±10,3 mm	±20,3 mm
Classe III	± 4,6 mm	± 8,6 mm	±12,6 mm	±20,6 mm	

Tableau II. 1. Tolérances de précisions fixées par la norme européenne CEE.

Les valeurs du tableau étant des tolérances, si l'on veut obtenir l'écart type il suffit de diviser par 2,7. Par exemple : un ruban de 50 m de classe II : $\sigma = \pm 10{,}3 / 2{,}7 = \pm 3{,}8 mm$

2. 1. 3. 1. Mesures en terrain régulier

En topographie, la donnée essentielle est la distance horizontale entre deux points. Elle est plus ou moins difficile à obtenir précisément à la chaîne.

1. 1. Terrain régulier et horizontal

Si le terrain est régulier et en pente faible (moins de 2%), il est possible de se contenter de poser le ruban sur le sol et de considérer que la distance horizontale est lue directement. Et il faut respecter l'alignement entre les points intermédiaires (**Figure II. 16**).

Figure II. 16. Mesure au ruban en terrain horizontal.

Exemple

Montrons qu'à partir de 2% de pente, une erreur de 1 cm apparaît sur une mesure de 50 m**.** Nous avons *:* *D*p = 50 m, ΔH = 0,02.50 = 1 m donc *D*h = 49,99 m.

1. 2. Terrain incliné en pente régulière

Si le terrain n'est pas parfaitement horizontal, il faut considérer que l'on mesure la distance suivant la pente. Pour connaître la distance horizontale avec précision, il faut donc mesurer la dénivelée ΔH entre A et B ou bien la pente P de AB (**Figure II. 17**) selon les relations (II. 1 et II. 2).

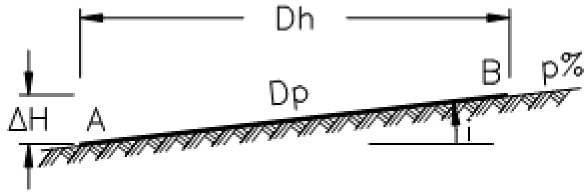


Figure II. 17. Mesure au ruban en terrain en pente régulière.

$$Dh = \sqrt{Dp^2 - \Delta H^2} \qquad (II.1)$$

ou bien : $Dh = Dp . \cos i = Dp \sqrt{\frac{1}{1 + tg^2 i}} = \frac{Dp}{\sqrt{1 + p^2}}$ puisque $p = tgi$ $\qquad (II.2)$

La précision est du même ordre que précédemment, c'est-à-dire 10 mm à 50 m.

Exemple

En mesurant une distance suivant la pente de 37.25 m et en mesurant au clisimètre une pente de 2.3%. Quelles sont les valeurs de *Dh* et de ΔH ? .

La valeur de *Dh* sera donné par :

$$Dh = 37,25 / \sqrt{1 + 0,023^2} = 37,25\ m$$

Et celle de ΔH par :

$$\Delta h = \sqrt{37,25^2 - 37,24^2} = 0,86\ m$$

2. 1. 3. 2. Mesure en terrain irrégulier ou en forte pente

A cause des ondulations, il est impossible de tendre le ruban sur le sol. La pente ou la distance à chaîner ne sera pas facile à déterminer directement.

2. 1. *Mesure par ressauts horizontaux*

Appelée aussi mesure par cultellation. Elle nécessite l'emploi d'un niveau à bulle et de deux fils à plomb en plus de la chaîne et des fiches d'arpentage (ou jalons). Sa mise en œuvre et longue et le procédé peu précis (**Figure II. 18**).

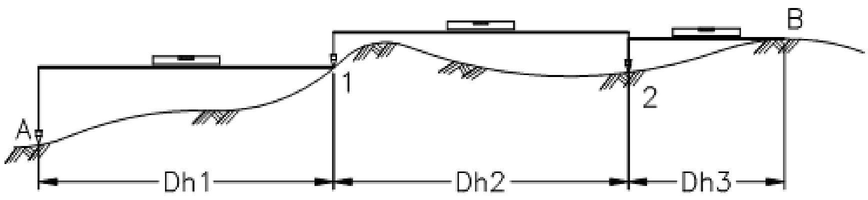


Figure II. 18. Mesure au ruban par ressauts horizontaux.

La mesure par ressauts horizontaux de la figure II. 18 est donnée par la relation II. 3.

$$\Delta h = \Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3 \qquad (II.3)$$

2. 2. *Mesure en mode suspendu*

Un fil en matériau stable (Invar[3]) est tendu au dessus du sol. La tension est maintenue constante par des poids (**Figure II. 19**).

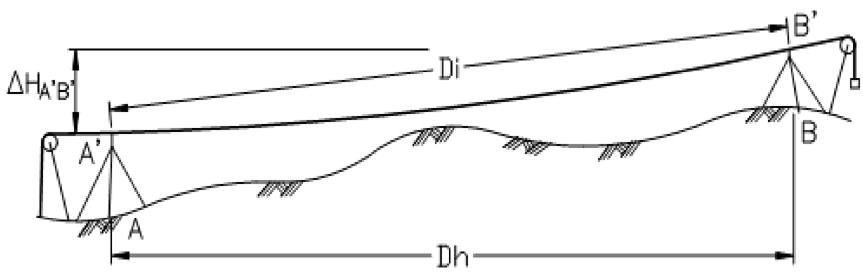


Figure II. 19. Mesure en mode suspendu.

La dénivelée ΔH entre les sommets A' et B' des tripodes de suspension du fil doit être mesurer par l'opérateur pour pouvoir calculer la longueur *Dh* selon la relation (II. 4) en fonction de la distance inclinée *Di* mesurée :

$$Dh = \sqrt{Di^2 - \Delta H^2} \qquad (II.4)$$

[3] L'Invar est un alliage d'acier à forte teneur en nickel et possédant un très faible coefficient de dilatation, inférieur à 1 mm/ Km/°C, soit 10 fois moins que l'acier dans le domaine des températures courantes.

Il est possible d'annuler l'erreur de chaînette par un choix judicieux de la tension à appliquer au fil. Elle est longue à mettre en œuvre et donne des résultats satisfaisants en mesurage de précision. Elle est applicable à un ruban et donne une précision millimétrique.

2. 1. 4. Mesurage de précision : étalonnage d'un ruban

2. 1. 4. 1. Correction d'étalonnage

En général c'est la valeur à ajouter à l'observation (lecture) pour obtenir la vraie valeur. Sur les bancs se sont des microscopes qui se déplacent et mesurent les graduations rondes de la chaîne, donnant ainsi la valeur vraie de la longueur de chaîne. Il peut en être différemment (cas des distances mètres) où c'est l'appareil qui mesure l'étalon. Il est plus prudent de se faire préciser le signe de la correction. La valeur réelle d'une mesure s'exprime par la relation (II. 5):

$$L_{exacte} = L_{mesurée} \cdot (1 + k_E) \qquad (II.5)$$

où k_E est le coefficient d'étalonnage déterminé en mesurant la longueur d'une base d'étalonnage connue. La correction d'étalonnage prend le terme :

$$C_E = k_E \cdot L_{mesurée} \qquad (II.6)$$

$$L_{exacte} = L_{mesurée} \cdot (1 + k_E) = L_{mesurée} + L_{mesurée} \cdot k_E$$

$$L_{exacte} = L_{mesurée} + C_E \qquad (II.7)$$

Par exemple un double décamètre indique 19,987 m en mesurant une base de 20,000 m (**Figure II. 20**).

Il est donc trop long de 0,013 m et donne des valeurs très petites. Il faut le corriger de 0,013 m tous les 20 m (**Figure II. 21**).

L'expression du coefficient d'étalonnage est :

$$k_E = \frac{L_{base} - L_{indiquée\ par\ le\ ruban}}{L_{indiquée\ par\ le\ ruban}} \qquad (II.8)$$

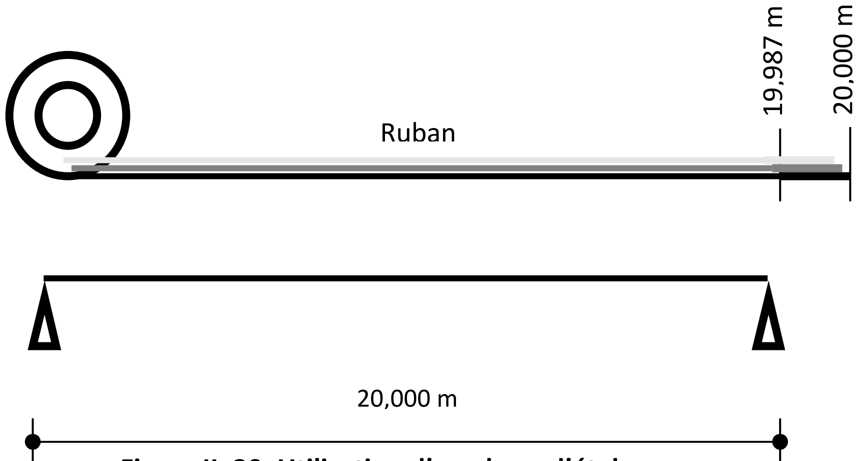


Figure II. 20. Utilisation d'une base d'étalonnage.

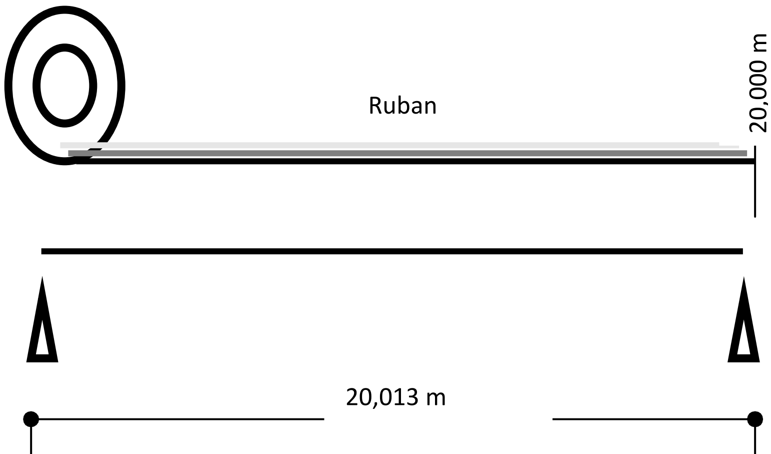


Figure II. 21. Mesure avec le ruban étalonné.

Dans le cas de la **figure II. 20**, on obtient : $k_E = 6{,}5.10^{-4}$.

Si l'opérateur mesure avec le même ruban une longueur de 20,000 m (**Figure II. 21**), elle vaut en réalité 20.(1+6,5.10^{-4}) = 20,013 m. S'il mesure sur le terrain une longueur de 18,655 m, sa valeur «réelle» est : L_{exacte} = = 18,655.(1 + 6.5.10^{-4}) = 18,667 m.

Le terme $m_E = \dfrac{L_{base}}{L_{indiquée\ par\ le\ ruban}} \qquad (II.9)$

est appelé module d'étalonnage. On a donc : $k_E = m_E - 1$, ici $m_E = 1{,}00065$.

2. 1. 4. 2. Correction due à la température

Un ruban est généralement étalonné à la température t_e = *20°C.* La correction de dilatation est positive si la température est supérieure à la température d'étalonnage. Dans ce cas, un ruban trop long donne des résultats trop petits. Cette correction est négative si la température est inférieure à la température d'étalonnage. Dans ce cas, un ruban trop court donne des résultats trop grands. Le coefficient de dilatation de l'acier est $k = 1{,}08.10^{-5} °C^{-1}$. On obtient donc :

$$L_{exacte} = L_{mesurée}.[1 + 1{,}08.10^{-5}.(t - t_e)] \qquad (II.10)$$

t_e est la température d'étalonnage (20°C en général).

Exemple

La mesure d'une longueur de 35,035 m avec un ruban en acier à t = 40°C, il faut corriger la valeur lue d'une valeur positive :

(40 - 20).1,08.10^{-5} = 0,216 mm/m. Et L_{exacte} = 35,035.(1+ 0,216.10^{-3}) = 35,04256 m.

2. 1. 4. 3. Correction de tension (ou d'élasticité du ruban)

L'étalonnage se fait à tension constante connue du raban. Un dynamomètre ou bien un poids accroché au ruban suspendu au dessus du sol est utilisé. L'allongement ΔL en mètre d'un ruban d'acier soumis à une tension T s'exprime selon la relation II. 11 :

$$\Delta L = \frac{L.T}{E.S} \qquad (II.11)$$

L : longueur du ruban exprimée en m.

S : section constante du ruban en mm^2.

E : module d'élasticité de l'acier E = 21000 daN/mm^2.

T : effort de tension exprimée en daN (1kgf = 9,81 N).

La longueur exacte est :

$$L_{exacte} = L_{mesurée}.(1 + k_T) \qquad (II.12)$$

avec $k_T = \dfrac{(T - T_0)}{E.S}$ $(II.13)$

k_T est appelé le coefficient de tension et T_0 est la tension d'étalonnage (~ 5 daN).

Exemple

Un ruban de 50 m, de section (0,2 x 13) mm^2 étalonné sous une tension de 5 daN s'allonge de 10 mm sous une tension de 16 daN.

2. 1. 4. 4. Correction de chaînette

Lors d'une mesure en mode suspendu, le ruban prend une forme dite de chaînette (déformation libre d'une chaîne tendue entre deux points A et B; **figure II. 22**).

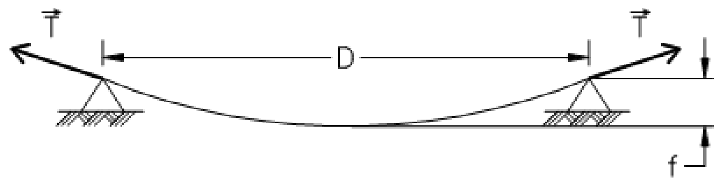


Figure II. 22. Effet de chaînette sur une mesure en mode suspendu

La flèche f de cette chaînette peut être réduite par augmentation de la tension mais ne peut pas être annulée. La correction est toujours négative car l'effet de chaînette est identique à un allongement de la chaîne.

Elle s'exprime par : $L_{exacte} = D = L_{mesurée} .(1 + k_c)$ $(II.14)$

avec $K_c = -\dfrac{p^2.D^3}{24.L.T^2}$ $(II.15)$

T est la tension de la chaîne (daN).

D est la distance rectiligne entre les supports du ruban (m).

L est la longueur suivant le ruban c'est-à-dire $L_{mesurée}$.

p est le poids du ruban par mètre de longueur (daN/m).

Le poids volumique de l'acier étant de $7,85.10^3$ daN/m^3, pour une section classique (0,2 x 13) mm^2, le poids linéaire est p = $7,85.10^3$. $0,2.10^{-3}$. 13.10^{-3} = 20.10^{-3} daN/m.

2. 2. Mesures indirectes

Une distance est indirecte lorsqu'elle est déterminée sans avoir à la parcourir avec un étalon. Elle résout le problème de mesurage sans déplacement de l'opérateur. C'est un procédé beaucoup plus rapide pour les grandes distances et il a surtout l'avantage de permettre des mesures en terrains accidentés ou impossible.

Les mesures s'effectuent soit avec des **mesures stadimétriques**, **parallactiques** ou **électroniques.**

2. 2. 1. Mesures stadimétriques

Elle permet la mesure indirecte d'une distance horizontale en lisant la longueur interceptée sur une mire par les fils stadimétriques du réticule de visée.

2. 2. 1. 1. A angle constant

A une extrémité de la longueur horizontale à mesurer D (**Figure II. 23**), un opérateur se place à la station S (ex. Théodolite).

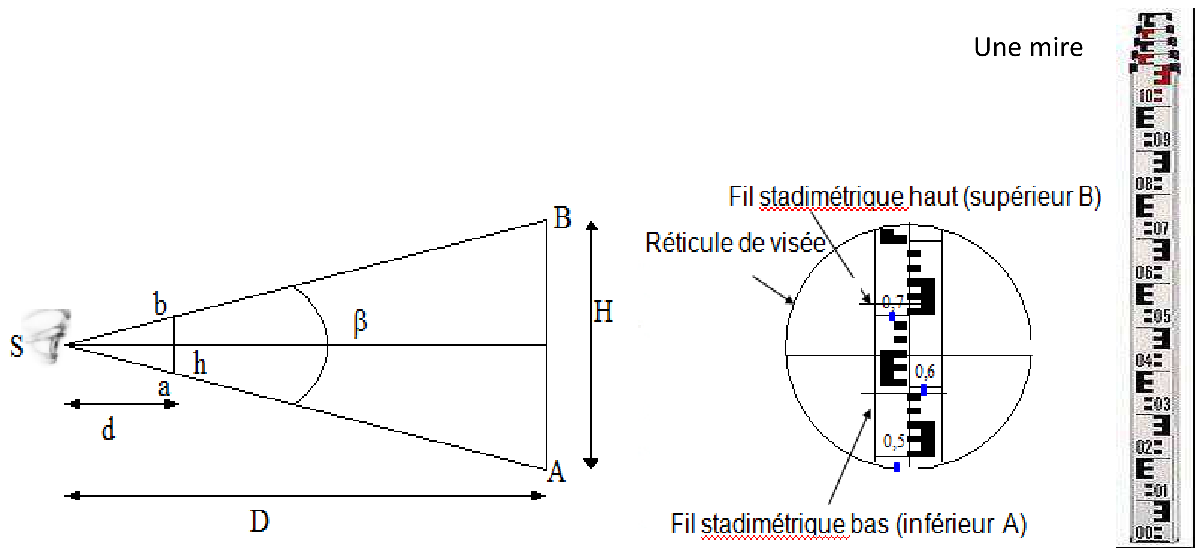


Figure II. 23. Principe de mesure par stadimétrie.

A l'autre extrémité A est placée une mire AB, perpendiculaire à D et de longueur H. Soit un segment de droite ab, de longueur h, parallèle à AB, interposé entre les rayons SA et SB, à une distance d de S.

Appelons β l'angle ASB. Les triangles ASB et aSb sont semblables, d'où avec la valeur de d constante pour tous les stadimétres :

$$\frac{D}{d}=\frac{H}{h} \qquad (II.16)$$

d'où $D=\frac{d}{h}H \qquad (II.17)$

avec $\frac{d}{h}=\frac{1}{2tg\frac{\beta}{2}} \qquad (II.18)$

La valeur de l'angle β **(rad)** étant petite, d'où **:**

$$\frac{1}{2tg\frac{\beta}{2}}=\frac{1}{tg\beta}=K \qquad (II.19)$$

K peut prendre les valeurs de 50, 100 ou 200.

$K=100$ est le rapport le plus utilisé : à 1cm sur la mire correspond une distance de 1m. La mire peut être divisée en cm ou en double centimètre, elle est dite " parlante ".

L'écartement des traits stadimétriques est : $H=AB$. Donc finalement la mesure de la distance est donnée par l'expression de la relation (II. 20):

$$D=KH \qquad (II.20)$$

2. 2. 1. 2. En terrain incliné

Dans la plupart des cas, la visée principale est inclinée, son angle avec la mire principale n'est alors plus un angle droit. Par contre, le réticule reste toujours perpendiculaire à cette visée. Le faisceau stadimétrique intercepte sur la mire un segment trop long et la lecture faite est trop forte. Plusieurs positions de mire sont à exposer dans ce qui suit.

2. 1. Mire horizontale

La mire ou " euthymètre " peut être placée horizontalement sur un support, à la même hauteur que l'axe des tourillons de l'appareil. Un œilleton permet de la diriger perpendiculairement à la visée (**Figure II. 24**). La distance lue dans l'appareil est la distance suivant la pente L :

$$D = L.Cos\alpha \qquad (II.21)$$

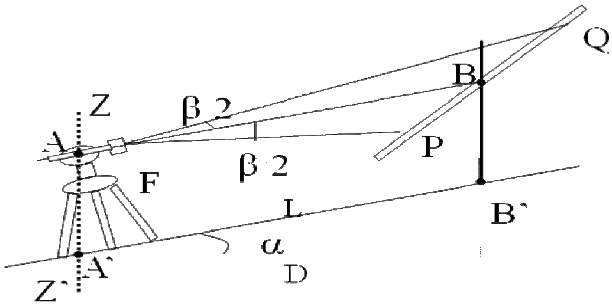


Figure II. 24. Mesures stadimétriques en terrain incliné avec utilisation d'une mire horizontale.

2. 2. Mire verticale

Les rayons **SA** et **SB** interceptent sur la mire un segment **H** trop long. La Longueur interceptée est correcte si la mire est perpendiculaire en **M** à la visée médiane (**Figure II. 25**).

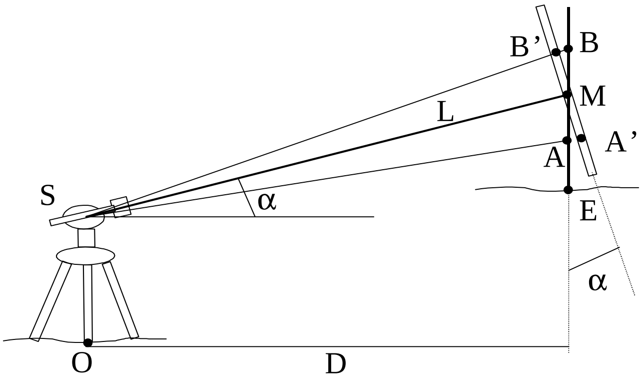


Figure II. 25. Mesures stadimétriques en terrain incliné avec utilisation d'une mire verticale.

Réductions à opérer : SA et SB sont pratiquement parallèles (β leur angle est couramment de 0,01 rad soit 0,64 gr). Il vient que l'angle **AMA'** est égal à l'angle **BMB'** et vaut α D'où :

$$A'M = AM.Cos\alpha \text{ , } MB' = MB.Cos\alpha \qquad (II.22)$$

$$A'B' = AB.Cos\alpha \text{ ou } H' = H.Cos\alpha \qquad (II.23)$$

Avec : $H' = A'B'$ et $H = AB$

En appliquant le principe de la stadimétrie :

$$L = KH' = KH.Cos\alpha \qquad (II.24)$$

la distance horizontale sera :

$$D = L.Cos\alpha = KH.Cos^2\alpha \qquad (II.25)$$

Exemple

Les lectures interceptées sur la mire sont : $L_A = 1{,}855m$, $L_B = 1{,}405m$ L_B=1,405m, α = 10 gr, $L_A = 1{,}855m$ $K = 100$. D'où la valeur de la distance D qui vaut :

$$D = 100.(1{,}855 - 1{,}405).Cos^2 10 = 43{,}90m.$$

On obtient le même résultat dans le cas d'une visée descendante.

2. 3. Mire perpendiculaire à la visée principale

Le principe de la stadimétrie s'applique parfaitement. On mesure le site de la visée : α , la hauteur de mire EM et on lit $AB = H$ sur la mire.

- **Visée ascendante** : La distance OE horizontale D (**Figure II. 26**) est égale à : $D = D_1 + D_2$

avec $D_1 = L.Cos\alpha$ et $D_2 = EM.Sin\alpha$ $\qquad (II.26)$

d'où :

$$D = L.Cos\alpha + EM.Sin\alpha \qquad (II.27)$$

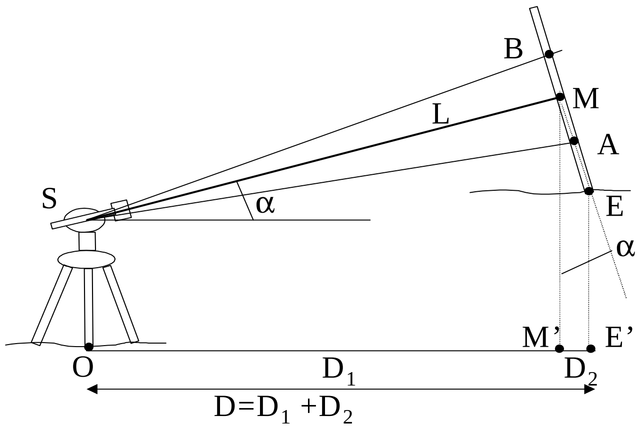


Figure II. 26. ***Mire perpendiculaire à la visée principale*** **(Visée ascendante).**

Visée descendante : La distance OE horizontale D (**Figure II. 27**) est égale à : $D = D_1 - D_2$ d'où :

$$D = L.Cos\alpha - EM.Sin\alpha \qquad (II.28)$$

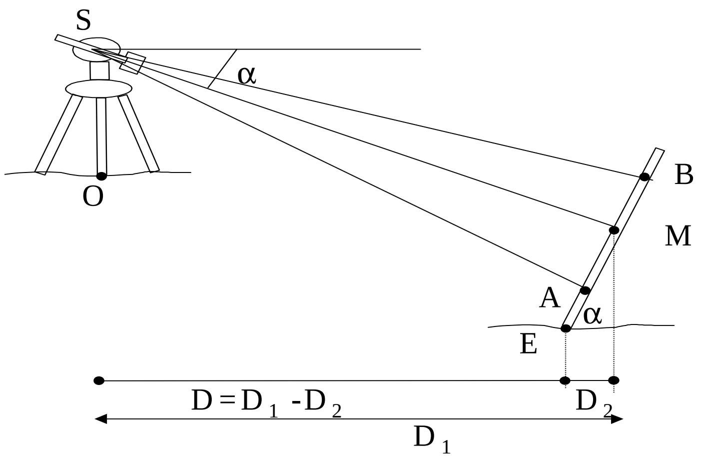


Figure II. 27. ***Mire perpendiculaire à la visée principale*** **(Visée descendante).**

2. 4. Mire avec défaut de verticalité

Soit θ le défaut de verticalité (θ est positif lorsque la mire penche en arrière). Les rayons SA et SB interceptent sur la mire un segment AB trop grand. Soient $AB = H$ et $A'B' = H'$

H' est *équivalent à* $H.Cos(\alpha + \theta)$. Comme $L = KH'$ alors $L = KH.Cos(\alpha + \theta)$.

La distance $OE = D$ sera $D = D_1 - D_2$

avec

$$D = L.Cos\alpha = KHCos\alpha.Cos(\alpha + \theta) \text{ et } D_2 = EM.Sin\alpha$$

$$D = KHCos\alpha.Cos(\alpha + \theta) - EMSin\alpha \qquad (II.29)$$

Précision des mesures

Avec un stadimètre réglé et étalonné. Les causes d'erreur peuvent être la conséquence de :

Mauvaise position de la mire

- Inclinaison latérale de la mire (longueur interceptée trop grande).
- Défaut de verticalité (incidence d'autant plus grande que l'inclinaison de la visée est plus forte (**Figure II. 29**)).

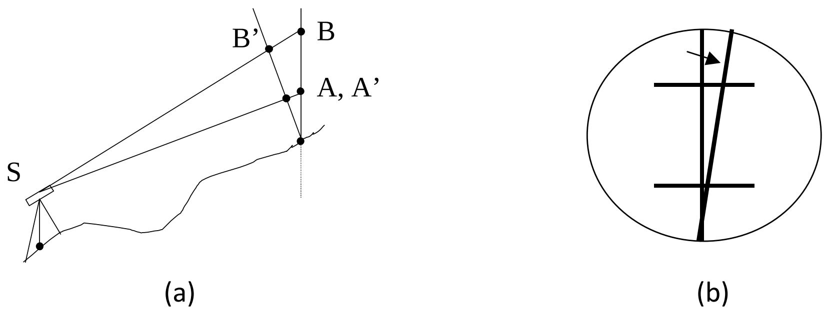


Figure II. 29. Défaut de verticalité (a) - Inclinaison latérale (b).

Erreur de perspective

Variation de la longueur de la mire, Influence de la température et de l'humidité.

Erreur de pointé et de lecture

Erreurs prépondérantes, plus fortes dans les stadimétres à angles variables.

Erreur de réfraction

Les deux rayons limitant le faisceau stadimétrique subissent des réfractions différentes dans le plan vertical, d'où une erreur sur l'angle β . On limite cette erreur en évitant d'utiliser le demi-mètre inférieur de la mire.

2. 2. 2. Mesures parallactiques

Ce type de mesure nécessite l'emploi d'un théodolite et d'une stadia. Une stadia est une règle comportant deux voyants (triangulaires ou circulaires) dont l'écartement est connu (généralement 2 m). Il existe des stadias Invar[3] (**Figure II. 30**) pour des mesures de haute précision. La stadia est dotée d'une nivelle sphérique et d'un viseur pour régler sa perpendicularité par rapport à la ligne de visée **SO'** (**Figure II. 31**).

Figure II. 30. Une stadia Invar.

L’opérateur dispose en A d’un théodolite (ou un cercle d’alignement) et en B d’une stadia horizontale perpendiculaire à la distance à mesurer AB (**Figure II. 31**).

Le réglage en hauteur est inutile : l’angle mesuré est l’angle projeté sur le plan horizontal.

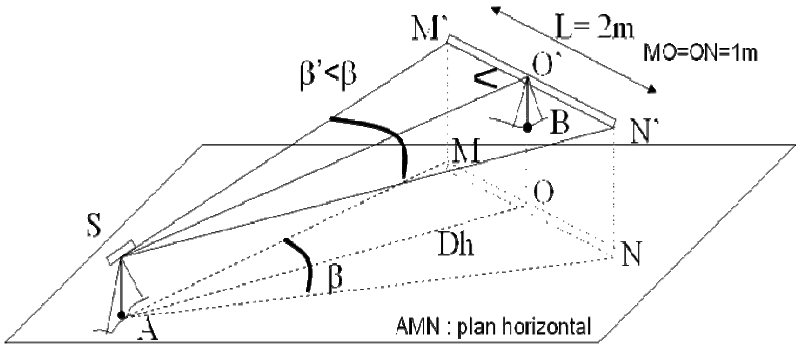


Figure II. 31. Mesure avec une stadia.

En projection sur le plan horizontal passant par le point A, on obtient :

$$tg\frac{\beta}{2} = \frac{L}{2Dh} \qquad (II.30)$$

d’où la déduction de la valeur de : $Dh = cotg\frac{\beta}{2}$ $\qquad (II.31)$

avec L = 2 m (cas général).

β est appelé l’angle parallactique. Le système est auto réducteur puisque l’angle β est horizontal.

Précision des techniques

L’erreur sur D est fonction de :

L’erreur sur l (mire)

L’erreur sur la mesure de β croît comme le carré de la distance (D^2). Pour conserver aux grandes distances une bonne précision, il faudra :

- Utiliser un théodolite de précision maximale ;

- Utiliser des portées d’autant plus courtes que l’on désire une plus grande précision (portées de 40 à 50m), jamais de portées > 200m.

L'erreur sur la perpendicularité de la stadia par rapport à la visée

C'est une erreur à caractère systématique entraînant une erreur toujours positive sur D (donc une distance trop grande). Négligeable comparativement à celle commise sur β .

Du défaut d'horizontalité de la stadia

Cette erreur est à caractère systématique (toujours positive sur D : 2nd ordre).

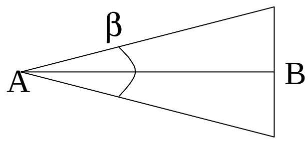
Le procédé parallactique est beaucoup plus précis que les procédés stadimétriques. Il est préconisé pour la mesure des côtés de polygonation, et très peu pour le levé des points de détail.

Lorsqu'on veut obtenir une grande précision, on a recours au mesurage électronique.

Exemples de Mesure d'une distance AB

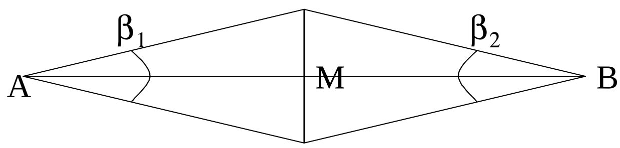
- AB inférieur à 80 m : Mesure de l'angle parallactique β de A sur B : D est obtenu directement (voir schéma 1).

Schéma 1



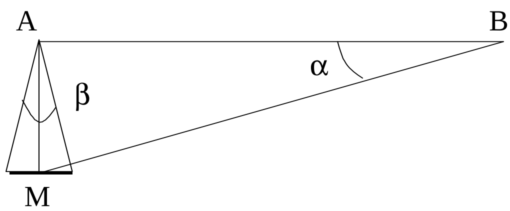
- AB compris entre 80 et 160 m : stadia au point M milieu de AB et on mesure les angles b1 et b2 de A sur M et de B sur M. La distance AB est la somme des deux distances AM et BM (voir schéma 2).

Schéma 2



- AB compris entre 160 et 1000 m : On mesure en A l'angle b sur un point auxiliaire M situé sur la perpendiculaire à AB (à 60m environ) puis l'angle ABM=a. AB est obtenu par réduction du triangle rectangle ABM (voir schéma 2).

Schéma 3



Exemple d'application

- Avec β =2,496gr et α =15,632gr calculez AB
- $AM = l.Cotg(\frac{\beta}{2}) = \frac{1}{tg(\frac{\beta}{2})} = 51{,}005m$
- AMB triangle rectangle, d'ou l'angle AMB = 100 – α = 84,368gr
- $\frac{AM}{Sin\alpha} = \frac{AB}{SinAMB} \Rightarrow AB = \frac{51{,}005Sin84{,}369}{Sin15{,}632} = 203{,}528m.$

2. 2. 3. Mesures électroniques

Les instruments de mesure de longueurs (I M E L) ou appelés encore les instruments de mesure électronique des distances (I M E D) fonctionnent comme des chronomètres. Ils utilisent les ondes électromagnétiques qui se propagent en ligne droite, à une vitesse constante et connue.

L'intensité de l'onde porteuse (limeuse, centimétrique et électromagnétique) est modulée à l'émission par une fréquence plus basse. L'onde porteuse est émise par un poste émetteur récepteur et renvoyée par celui-ci (**Figure II. 35**), soit par un réflecteur, soit par un deuxième (ondes radio). Les **I M E L** mesurent en fait des temps de parcours.

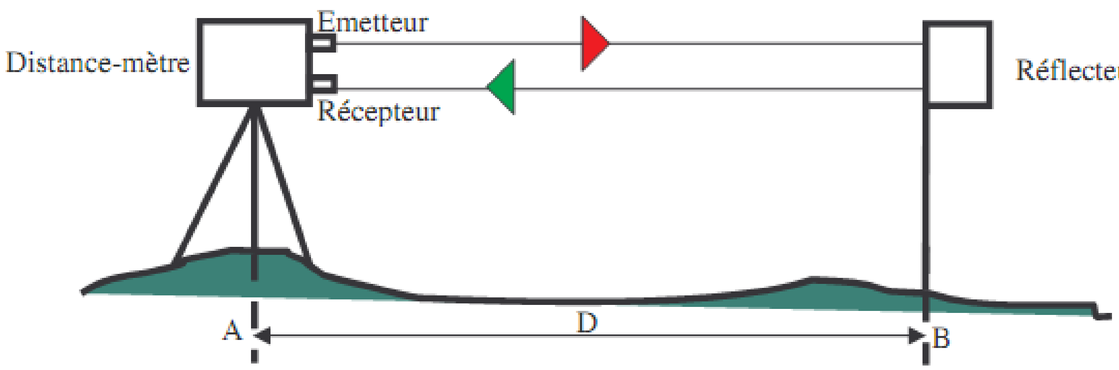


Figure II. 35. Un IMEL avec émetteur et récepteur.

Ces mesures sont effectuées grâce à des **Instruments de Mesure Électronique des Longueurs (I M E L)** qui utilisent les **ondes électromagnétiques** se propageant en ligne droite à une vitesse constante et connue.

La formule générale : $(L = \frac{V.T}{2})$ $(II.32)$

L : Longueur inclinée,

V : Vitesse de propagation de l'onde,

T : Temps de propagation de l'onde (L'onde porteuse faisant l'aller-retour).

Quelques instruments n'effectuant que des mesures de distances sont énumérés :

1. Les telluromètres (ondes radio centimétriques)
2. Les géodimètres (ondes lumineuses) ;
3. Les distancesmètres (infra-rouge) ;
4. Les télémètres électroniques.

L'appareil situé au point A émet un train d'ondes électromagnétiques en direction d'un réflecteur situé en B (**Figure II. 36**). Après réflexion, l'onde revient au point d'émission avec un retard qui est fonction de la distance parcourue. L'appareil analyse ce retard et le convertit en distance selon la pente (L). La mesure de l'inclinaison de la visée (angle α) permet alors de déterminer la distance horizontale:

$$D = L.Cos\,\alpha \qquad (II.33)$$

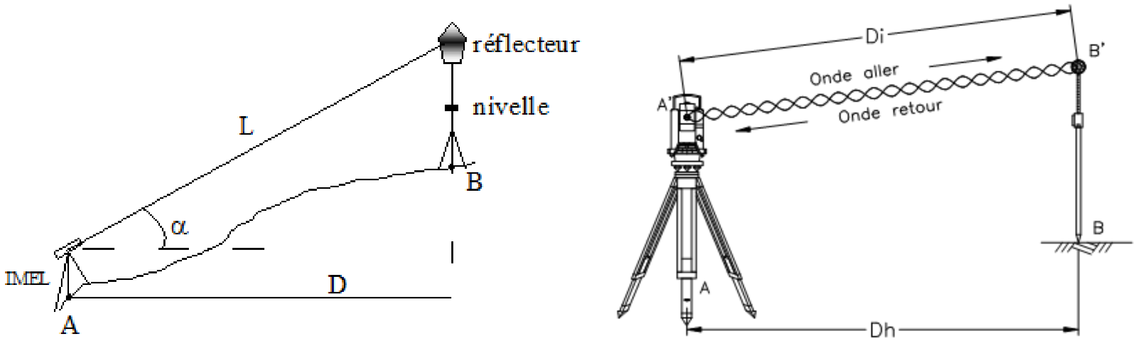


Figure II. 36. Mesure de distance avec un I M E L.

2. 2. 3. 1. Mesure supposant l'I M E L solidaire d'un théodolite.

L'onde émise (Infrarouge, visible, micro-onde…) est appelée onde porteuse. Son intensité est modulée à l'émission par une fréquence plus basse. Un I M E L c'est donc :

- une source d'énergie (batterie) avec son dispositif de modulation ;

- une optique émettrice - réceptrice (prisme réflecteur (**Figure II. 37, Figure II. 38**)) ;

- Un phasemètre ;
- Un dispositif indicateur (qui affiche les résultats à 6 ou 7 chiffres);
- Un calculateur.

Figure II. 37. Prismes pour télémètre.

Figure II. 38. Réflecteur pour télémètre.

2. 2. 3. 2. I M E L topométriques ou distancemètres

Ce sont des I M E L à porteuse I.R. (diode à l'Arseniure de Gallium) :

- Rayonnement invisible, inoffensif pour l'œil, d'un coût réduit.
- Source fiable et de longue durée, elle permet des portées de jour égales à celles de nuit.
- Faible consommateur d'énergie (batterie légère d'où portable).
- Source de la porteuse non ponctuelle, le faisceau émergeant engendre une tâche lumineuse qui augmente de diamètre au fur et à mesure que l'on s'éloigne de l'instrument → nécessaire d'augmenter la surface réfléchissante dès que l'on atteint une certaine distance.
- Portée d'environ 500m avec un prisme réflecteur et peut atteindre 2km avec plusieurs prismes accolés.
- Précision de $\pm$ 5mm + 5.10-6 L (où L est la distance mesurée).
- Si L=100m alors $\sigma = \pm$ 5,5mm.

On classe ces appareils en trois catégories :

- **Tachéomètres modulaires**

L'I M E L est couplé avec un théodolite (superposé à celui-ci). Ceci nécessite une cible de lunette décalée par rapport au prisme réflecteur d'une hauteur H égale à l'écartement des axes optiques de la lunette et d'émission de l'I M E L (**Figure II. 39**).

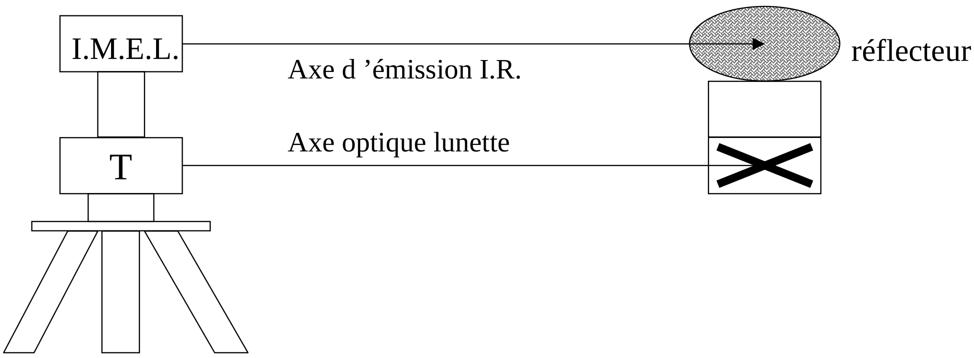


Figure II. 39. I M E L est couplé avec un théodolite.

Avantages : permettent l'utilisation indépendante de l'I M E L et du théodolite, avec un investissement inférieur.

L'I M E L peut s'adapter sur différents théodolites.

- **Tachéomètres intégrés**

L'axe d'émission de l'IMEL est coaxial (confondu) avec l'axe optique du théodolite. Les deux fonctions peuvent être mises en œuvre séparément. Qu'ils soient modulaires ou intégrés, ces tachéomètres peuvent être complétés par un calculateur programmable de terrain (**Figure II. 40**).

Figure II. 40. Tachéomètres intégrés

Tachéomètres compacts

Comme les précédents (axes confondus) mais avec calculatrice intégrée. On n'arrête pas le progrès.

2. 3. Choix d'un procédé de mesure des longueurs

Choix qui dépend du but recherché donc de l'échelle. La précision d'une mesure tirée d'un plan dépend : de l'échelle du plan, de la précision de la lecture graphique. L'erreur graphique est estimée à 0,1 mm.

Echelle	1/100	1/500	1/1000	1/2000	1/5000	1/10000	1/50000
Erreur de lecture (0,1mm)	1cm	5cm	10cm	20cm	50cm	1m	5m

A cette erreur s'ajoute celle qui tient à l'inexactitude du plan. En fonction des exigences concernant la précision des levés, on distinguera :

2. 3. 1. Les plans réguliers

Levé, calcul et report conduits de façon à garantir la position d'un point par rapport à un autre avec une erreur au maximum de l'ordre de l'erreur graphique (0,1mm).

L'échelle du plan détermine la précision à atteindre au cours du levé de détail sur le terrain et donc le choix des appareils à utiliser et guidé sur le nombre de réitérations sur les mesures.

Exemple

Sur un plan au 1/2000, L'erreur graphique =20 cm, le chaînage sera donc superflu pour la mesure des distances (= 1 à 10cm). On opèrera par mesure indirecte.

2. 3. 2. Les plans irréguliers ou expédiés

Pour des raisons de prix de revient ou de rapidité d'exécution, on dépasse délibérément la limite de portée des instruments. La précision n'est alors plus en rapport avec l'échelle.

2. 3. 3. Les plans semi réguliers

Ce plan ne satisfait que partiellement aux exigences des erreurs graphiques :

- Photogrammétrie

- Plans d'urbanisme (au $\frac{1}{50000}$ et $\frac{1}{2000}$ ème).

Les rues sont levées de façon régulière et présentées avec toute la précision compatible avec l'échelle considérée, le dessin des intérieurs d'îlots, pour des raisons d'économie, est réalisé de façon irrégulière.

2. 3. 4. Les plans numériques et plans côtés

Le plan régulier est généralement un plan effectué à grande échelle. Si la surface à lever est très grande, pour conserver la précision d'un plan régulier on devra réaliser un plan très grand. Dans ce cas, on peut :

- se contenter d'un plan à petite échelle (ou d'un simple croquis) assorti d'une liste de coordonnées des points essentiels (permettant par exemple de déterminer la surface d'un polygone). On a alors un plan numérique.
- porter sur un plan les mesures des " côtés " prises sur le terrain : on a alors un plan côté.

3. EXERCICES D'APPLICATION

Exercice 1

1. Calculez la longueur réelle **D** mesurée par une chaîne en acier de longueur L = 50 m et de (0,2 x 13) mm^2 de section, suspendue à ses extrémités et tendue à 5 daN.

2. Calculez l'erreur de chaînette induite par une variation de la tension de 2 daN sur la chaîne de l'exercice précédent lorsqu'elle est tendue à 10 daN.

Solution 1

1. On cherche $D = L \cdot (1 + k_c)$, il faudrait résoudre une équation du troisième degré par approximations successives qui permettra de trouver dés la seconde itération que D = 49.914 m. le tableau ci après indique les calculs successifs.

L'écart entre la longueur réelle et la longueur mesurée est 8,6 cm. Si la tension est de 10 daN, on obtient D = 49,978 m, soit un écart de 2,2 cm. Pour obtenir un écart de l'ordre du millimètre, il faudrait tendre à 39 daN ; le ruban s'allongerait alors de 3,1 cm.

2. Pour T = 8 daN, D = 49,966 m ; l'écart est donc de 1,2 cm.

Pour T = 12 daN, D = 49,985 m ; l'écart est donc de 7 mm.

A partir de T = 16 daN, une variation de tension de 1,5 daN entraîne une erreur inferieure à 1 mm sur 50 m.

ITERATIONS	D	$L - p^2.D^3 / 24 / T^2$
	50.000	49.913
1	49.913	49.914
2	49.914	49.914

Tableau II. 2. Calcul par approximation successive de la valeur de la distance D.

Exercice 2

Calculez la valeur exacte de la mesure suivante effectuée en mode suspendu en terrain horizontal, avec un ruban en acier de classe I, de 2,6 mm de section, de longueur 50 m :

$L_{mesurée}$ = 365,145 m. La température du ruban est mesurée à 28 °C et reste constante pendant toute la mesure; la tension constante est de 10 daN. La mesure est faite en sept portées de 50 m et une portée d'appoint (toutes les portées sont considérées parfaitement alignées). Le ruban a été étalonné au préalable dans les conditions suivantes : To = 4,5 daN, te = 20 °C. On a mesuré l'indication du ruban sur une base connue de 50 m, soit 49,986 m.

Solution 2

Pour chaque portée de 50 m, on calcule la longueur exacte.

- Après correction d'étalonnage, la longueur réelle d'une portée de ruban à 20 °C est: 50,0140. [1 + $1,08.10^{-5}$ (28 – 20)] = 50,0183 m.
- Après correction de tension, la longueur du ruban tendu à 10 daN est: 50,0183. [1 + (10 – 4,5) / (21000.2,6)] = 50,0234 m.
- Après correction de chaînette, la longueur finale de D est :

50,0234. [1 – (20.41. 10-3)2 D^3/ 24 / 102/ 50,0234].

On calcule D par approximations successives et on obtient D = 50,0017 m. Ce qui est proche de la valeur étalon. La longueur exacte des sept premières portées est donc de 350,012 m.

Le calcul de la mesure d'appoint de 15,145 m est fait à l'aide du même principe; comme précédemment, on reprend chaque correction:

- correction d'étalonnage : 15,145. (1 + 2,8.10) = 15,1492 m
- correction de température : 15,1492. (1 + 8,64.10) = 15,1505 m
- correction de tension : 15,1505. (1 + 1.10) = 15,1521 m
- correction de chaînette : longueur finale D = 15,1515 m.

L'écart type sur une mesure étant de ± 1,9 mm (= ± 5,1/2,7 en classe I), sur huit portées il sera de ± 5,3 mm (± 1,9. $\sqrt{8}$). La longueur exacte finale est de 365,163 m ± 5 mm, soit un écart d'environ 2 cm par rapport à la valeur brute.

La précision finale étant généralement du centimètre, on peut effectuer un calcul plus rapide comme suit:

En cumulant directement les corrections sans se soucier de l'ordre de calcul; les longueurs *D* et *L* étant proches, on peut remplacer *D* par *L* dans l'expression de k_c, ce qui évite la résolution par approximations successives.

On obtiendrait ici:

$$365{,}145.\,(1 + 2{,}8.10^{-4} + 8{,}64.10^{-5} + 1.10^{-4} - 4{,}34.10^{-4}) = 365{,}157 \text{ m.}$$

Exercice 3

1. Déterminer les longueurs c, a ainsi que l'angle en B (**Schéma 1**).
2. Sur l'alignement AC prolongé on détermine à l'aide d'une équerre optique (voir chapitre III) le pied de la perpendiculaire B' de B. A quelle distance de C, B' doit il se trouver ?

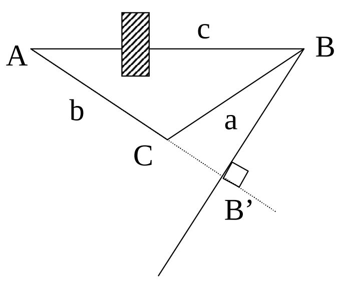


Schéma 1

On donne :

Angle en A = 38,22 gr

Angle en C = 110,24 gr

Longueur b = 64,18m

Solution 3

1. B = 200 – (A+C) = 51,54 gr

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}\Rightarrow\frac{a}{\sin 38,22}=\frac{64,18}{\sin 51,54}\Rightarrow$$ a=50,08m

$$\frac{c}{\sin C}=\frac{b}{\sin B}\Rightarrow\frac{c}{\sin 110,24}=\frac{64,18}{\sin 51,54}\Rightarrow$$ c=87,50m.

2. Le triangle BB'C est rectangle en B' donc $CB'^2 = BC^2 - BB'^2$

On connaît l'angle en C de ce triangle : C = 200 gr – 110,24 gr = 89,76 gr

CB' = BC cos C = a cos C = 50,08 cos 89,76 = 8,02m.

Exercice 4

Calculer la distance AM à partir des données des triangles 1 et 2 (**Schéma 2**).

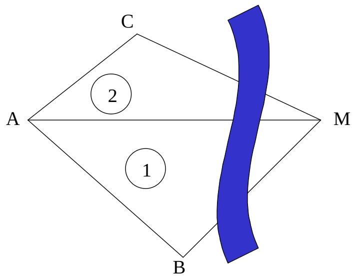


Schéma 2

On donne : triangle 1	triangle 2
Angle en A = 43,992 gr	A = 45,947 gr
Angle en B = 104,504 gr	C = 124,213 gr
Longueur AB = 80,012m	AC = 53,650m

Solution 4

1. Calcul de la distance AM à partir du triangle 1

Calcul de l'angle en M dans le triangle 1: M = 200 – (43,992 + 104,504) = 51,504 gr $\frac{AB}{\sin M}=\frac{AM}{\sin B}=\frac{MB}{\sin A}$ => $\frac{80,012}{\sin 51,504}=\frac{AM}{\sin 104,504}\Rightarrow$ AM=110,296m

2. Calcul de la distance AM à partir du triangle 2

Calcul de l'angle en M dans le triangle 2: M = 200 – (45,947 + 124,213) = 29,840 gr

$\frac{AC}{\sin M}=\frac{AM}{\sin C}=\frac{MC}{\sin A}$ => $\frac{53,650}{\sin 29,840}=\frac{AM}{\sin 124,213}\Rightarrow$ AM=110,277m

<u>CONCLUSION :</u> AM est donc la moyenne des deux valeurs ci-dessus, c'est à dire : AM=110,285m.

Exercice 5

Calculer la distance AM à partir des données des triangles 1 et 2 (Schéma 3).

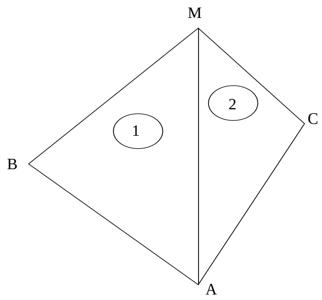


Schéma 3

On donne : triangle 1	triangle 2
Angle en A = 92,40 gr	A = 84,50 gr
Angle en B = 62,40 gr	C = 68,24 gr
Longueur AB = 43,10m	AC = 42,22m

Solution 5

1. Calcul de la distance AM à partir du triangle 1

Calcul de l'angle en M dans le triangle 1: M = 200 – (92,40 + 62,40) = 45,20 gr

$$\frac{AB}{\sin M} = \frac{AM}{\sin B} = \frac{MB}{\sin A} \quad => \quad \frac{43{,}10}{\sin 45{,}20} = \frac{AM}{\sin 62{,}40} \Rightarrow \text{AM=54,92m}$$

2. Calcul de la distance AM à partir du triangle 2

Calcul de l'angle en M dans le triangle 2: M = 200 – (84,50 + 68,24) = 47,26 gr

$$\frac{AC}{\sin M} = \frac{AM}{\sin C} = \frac{MC}{\sin A} \quad => \quad \frac{42{,}22}{\sin 47{,}26} = \frac{AM}{\sin 68{,}24} \Rightarrow \text{AM=54,84m}$$

<u>CONCLUSION :</u> AM est donc la moyenne des deux valeurs ci-dessus, c'est à dire : AM=54,88m

Exercice 6

On veut réaliser l'alignement AB (**Schéma 4**) présentant un obstacle sur le parcours. On a mesuré les côtés AC et BC. Quelle est la distance AB ainsi que les valeurs des angles en A et B.

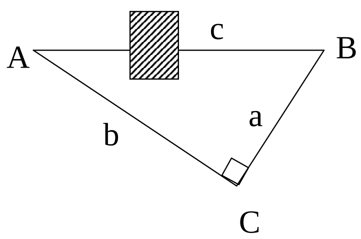


Schéma 4

On donne :

Angle en C = 100 gr

Longueur AC = 258,182 m

Longueur BC = 142,640 m

Solution 6

1. Dans le triangle rectangle ABC : $AB^2 = AC^2 + BC^2$, d'où AB = 294,965 m
2. $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \sin A = \frac{a \sin C}{c} = \frac{a}{c}$ d'où l'angle en A = 32,133 gr
3. $\frac{c}{\sin C} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \sin B = \frac{b \sin C}{c} = \frac{b}{c}$ d'où l'angle en B = 67,867 gr.

Exercice 7

On veut déterminer la distance AB sur laquelle se trouve un obstacle infranchissable empêchant la visée AB.

Pour cela, on a mesuré sur le terrain les distances AC_1 = 81,220 m et AC_2 = 87,660 m et l'on a effectué les mesures angulaires suivantes :

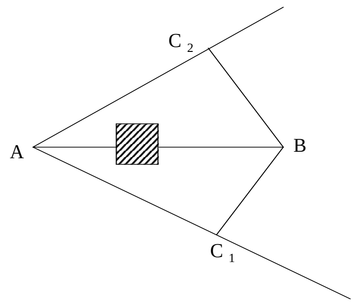


Schéma 5

Station	Point visé	Lecture cercle (gr)
A	C_2	92,798
	B	125,255
	C_1	150,680
C_2	A	112,045
	B	0
C_1	A	100,000
	B	230,160

Solution 7

1. Dans le triangle ABC_1, grâce aux mesures d'angles on peut avoir accès aux angles aux sommets sachant que l'on connaît la longueur AC_1 = 81,22 m.

L'angle en A vaut 25,425 gr.

L'angle en C_1 vaut 130,160 gr.

L'angle en B vaut donc 44,415 gr.

$$\frac{AB}{\sin C_1} = \frac{AC_1}{\sin B} = \frac{BC_1}{\sin A} \text{ donc } AB = \frac{81{,}22 \sin 130{,}160}{\sin 44{,}415} = 112{,}50m \textbf{ et}$$

$$BC_1 = \frac{81{,}22 \sin 25{,}425}{\sin 44{,}415} = 49{,}16m$$

2. Dans le triangle ABC_2, grâce aux mesures d'angles on peut avoir accès au angles aux sommets sachant que l'on connaît la longueur AC_2 = 87,66 m.

L'angle en A vaut 32,457 gr.

L'angle en C_2 vaut 112,045 gr.

L'angle en B vaut donc 55,498 gr.

$$\frac{AB}{\sin C_2} = \frac{AC_2}{\sin B} = \frac{BC_2}{\sin A} \text{ donc } AB = \frac{87{,}66 \sin 112{,}045}{\sin 55{,}498} = 112{,}48m \textbf{ et}$$

$$BC_2 = \frac{87{,}66 \sin 32{,}457}{\sin 55{,}498} = 55{,}89m$$

Exercice 8

Déterminer la distance AB ainsi que les angles α, α', β, β' (**Schéma 6)**

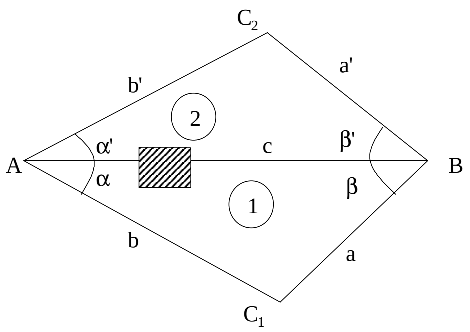


Schéma 6

Mesures effectuées :

AC_1 = 120,40m

BC_1 = 43,36 m

Angle C_1 = 118,50 gr

AC_2 = 100,44m

BC_2 = 65,28 m

C_2= 124,97 gr

Solution 8

Dans le triangle ABC_1 :

$c^2 = a^2 + b^2 - 2\,ab \cos C_1$ ce qui entraîne que c = 139,17m

Dans le triangle ABC_2 :

$c^2 = a'^2 + b'^2 - 2\,a'b' \cos C_2$ ce qui entraîne que c = 139,15m

Donc c = 139,16 m (moyenne des deux valeurs)

Pour les angles nous avons les relations :

$$\frac{c}{\sin C_1} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{a}{\sin \alpha} \Rightarrow$$ d'où l'angle β = 62,20 gr et α = 19,30 gr

$$\frac{c}{\sin C_2} = \frac{b'}{\sin \beta'} = \frac{a'}{\sin \alpha'} \Rightarrow$$ d'où l'angle β' = 46,49 gr et α'= 28,54 gr

Exercice 9

Déterminer AB = c ainsi que les angles en A et B (**Schéma 6).**

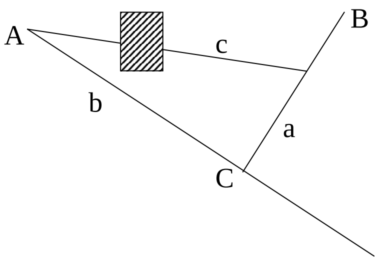


Schéma 6

Mesures effectuées :

AC = b = 120,40m

BC = a = 43,36 m

Angle C = 118,50 gr

Solution 9

1. $c^2 = a^2 + b^2 - 2\,ac \cos C$ donc c = 139,17 cm
2. Déterminer B

$$\frac{c}{\sin C} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \sin B = \frac{b \sin C}{c} = \frac{120{,}40 \sin 118{,}50}{139{,}17}$$ d'où l'angle B = 62,20 gr

Ou encore :

$b^2 = a^2 + c^2 - 2\,ac \cos B$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \Rightarrow$$ d'où l'angle B = 62,20 gr

3. Déterminer A

A = 200 – (62,20 +118,50) = 19,30 gr.

Exercice 10 (mesures indirectes)

On veut déterminer le volume d'un château d'eau cylindrique monté sur une tour. Pour cela on mesure à partir d'un point P situé à 200m horizontalement à partir de la projection sur le sol du centre du réservoir les angles suivants :

α = 15,838gr, α' = 12,201gr, β = 9,532gr et PC = SC' = 200m

Déterminer :

1. Le diamètre du réservoir
2. La hauteur du réservoir
3. Le volume du réservoir
4. La hauteur totale du château d'eau (on donne hi = 1,6m)

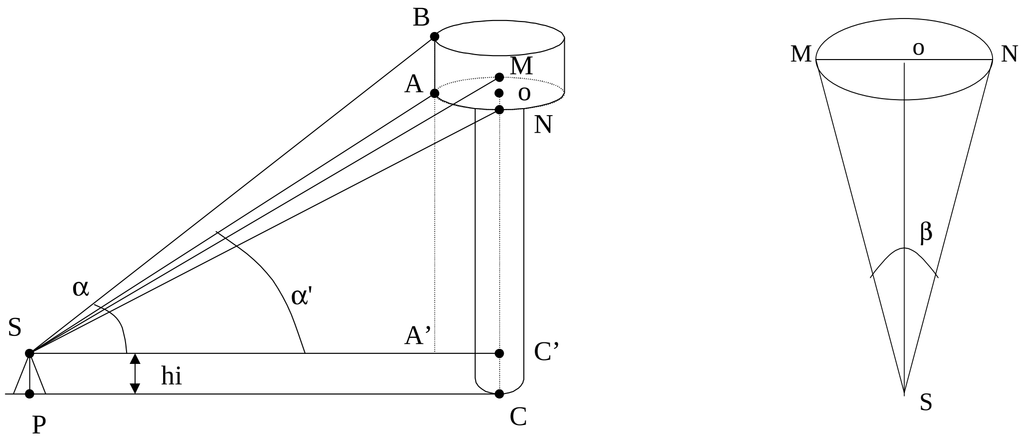


Schéma 7

Solution 10

1. Diamètre du réservoir

l = D tg (β/2) donc l = 200 tg (9,532/2) = 15m et φ = 2l = 30m

2. Hauteur du réservoir

AB = D (tgα – tg α')

AB = 200 (tg15,838 – tg 12,201) = 12m

3. Volume du réservoir

V = $\pi R^2 H$

$V = \pi.15^2.H = 8482m^3$

4. Hauteur totale du château d'eau

$BC' = SC' \, tg\alpha$ $\quad$ $hi = CC'=1,6m$

$BC' = 200 \, tg \, 15,838 = 50,81m$ $\quad$ $BC = Hauteur = 50,81 + 1,6$ $\quad$ $H=52,41m$

4. CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons exposé une série d' "évidences" qu'un utilisateur d'instruments de topographie peut retenir sans problème avec un peu d'aide en une seule séance topo. Mais l'expérience nous force à constater qu'elles sont loin d'être toujours si évidentes, et qu'il est bon de les rappeler. Sous forme de texte, l'énumération des principales causes d'erreur et de leurs contre-mesures serait terriblement longue et rebutante. Aussi les présenterons-nous sous forme d'une table où les principales causes d'erreur sont signalées.

Chapitre III

Mesures angulaires

Chapitre III

Mesures angulaires

1. INTRODUCTION

La détermination des longitudes et latitudes astronomiques a été basée essentiellement sur la mesure d'angles horizontaux et verticaux, associée à des mesures de temps. En topographie, les angles se mesurent dans un plan horizontal ou dans un plan vertical. Par contre ils ne sont pas mesurables dans un plan oblique. Les angles horizontaux appelés aussi azimutaux peuvent être déterminés de deux manières différentes :

- Observés et dessinés directement sur une feuille de papier placée sur une planchette horizontale. L'instrument utilisé est un ***goniographe*** composé d'un trépied, d'une planchette, d'un organe de visée et d'une règle.

- Mesurés à l'aide d'un ***goniomètre***. Les instruments utilisées dans le présent cas peuvent être des :

• ***Équerres optiques*** qui ne permettent que de tracer sommairement des perpendiculaires ou de s'aligner entre deux points.

• ***Cercles d'alignement*** avec lesquels seuls les angles horizontaux peuvent être mesurés. Ces instruments sont tombés en désuétude et remplacés par les théodolites (**figure III. 1**).

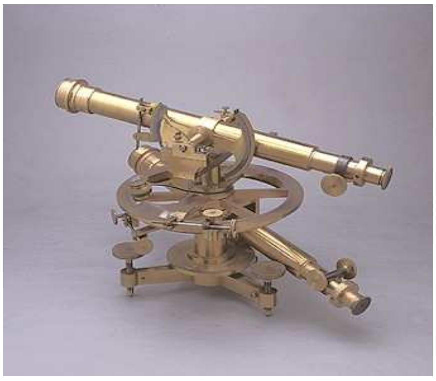


Figure III. 1. Cercle horizontal répétiteur.

- ***Théodolites*** dont les lectures ne se font plus sur des verniers mais à l'aide de microscopes permettant d'apprécier, suivant le degré de précision de l'instrument le centigrade, le milligrade ou le décimilligrade.

Le choix de la méthode d'observation angulaire dépendra de l'instrument utilisé et de la précision recherchée.

2. ANGLE HORIZONTAL

L'angle horizontal observé à l'aide d'un théodolite est un angle plan[4], compté positivement dans le sens horaire. La lunette d'observation pivote dans un plan vertical, quelque soient les positions altimétriques de A et B, l'angle observé est identique " AH ".

$$AH_{(BC)} = l_C - l_B \qquad (III.1)$$

3. ANGLE VERTICAL

L'angle vertical est un angle, mesuré dans un plan vertical, entre la verticale en A et la ligne de visée vers l'objet "B". L'origine de cet angle peut être le zénith, on parlera alors d'angle zénithal ou de distance zénithale (astronomie), mais aussi le plan horizontal en A, on parlera alors d'inclinaison ou de site.

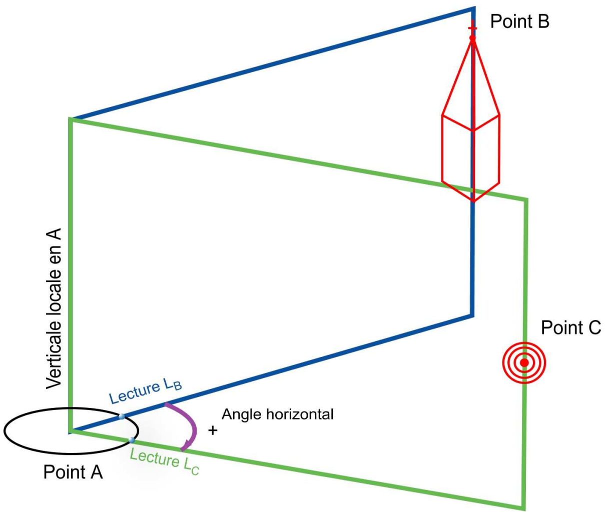


Figure III. 2. Angle horizontal.

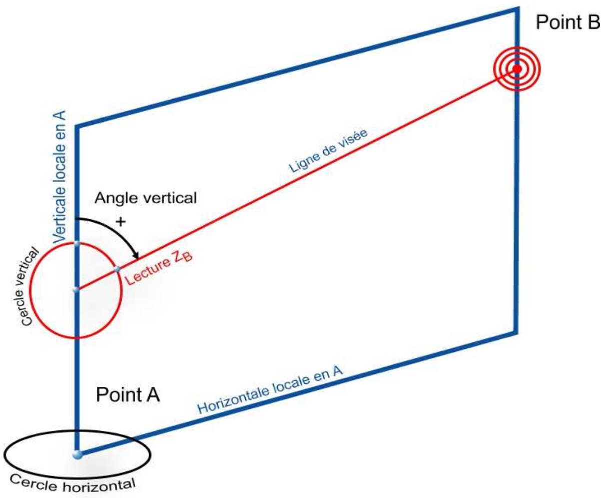


Figure III. 3. Angle vertical.

[4] Angle plan d'un dièdre formé par la verticale locale et les 2 points visés.

En pratique cet angle est calculé par différence de lectures effectuées sur un cercle horizontal gradué de 0 à 400 grades dans le sens des aiguilles d'une montre appelé " *limbe* ".

En topométrie cet angle est appelé indifféremment (**Figure III. 4**):

- Angle vertical de A vers B
- Angle zénithal de A vers B
- Distance zénithale de A vers B
- zénithale de A vers B.

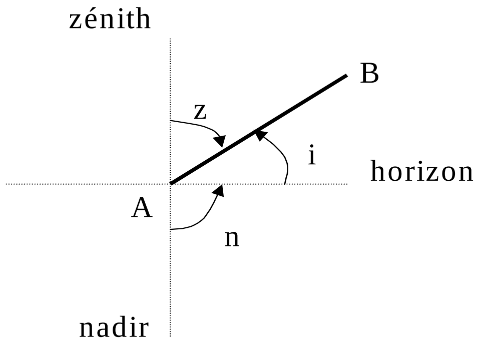


Figure III. 4. Angle vertical (Relation entre angle zénithal, site et pente).

La ligne de visée peut également être caractérisée par l'angle mesuré à partir du plan horizontal local et dénommé angle de site ou inclinaison, noté i . La valeur numérique de cet angle peut être également donnée sous la forme de sa pente exprimée en %.

Relation entre distance zénithale, site et pente :

$$Dz + i = \frac{\pi}{2} \text{ avec } Dz \in [0,\pi] \text{ et } i \in \left[-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2} \right]$$
$$p_{(\%)} = 100 \cdot \tan i = 100 \cdot \cot Dz$$

4. VOCABULAIRE DES APPAREILS TOPOGRAPHIQUES

Ces précisions sémantiques concernent autant les appareils que les méthodes topographiques. Elles se concrétiseront au fil de l'avancée du cours.

- **Axe de visée, axe de collimation** : ligne passant par les foyers de l'objectif d'une lunette et le point de mesure en correspondance avec le réticule.

- **Basculement** : la lunette du théodolite est tournée de 200 gr autour de l'axe horizontal pour éliminer les erreurs instrumentales.

- **Calage et mise en station** : opération effectuée par l'opérateur pour amener l'axe vertical de l'appareil à l'aplomb d'un repère sur le sol.

- **Correction** : valeur algébrique à ajouter à une valeur observée ou calculée pour éliminer les erreurs systématiques connues.

- **Croisée du réticule** : croix dessinée sur le réticule représentant un point de l'axe de visée.

- **Erreur de fermeture** : écart entre la valeur d'une grandeur mesurée en topométrie et la valeur fixée ou théorique.

- **Fils stadimétriques** : lignes horizontales marquées symétriquement sur la croisée du réticule. Elles sont utilisées pour déterminer les distances à partir d'une échelle graduée placée sur la station.

- **Hauteur de l'appareil** : distance verticale entre l'axe horizontal de l'appareil et celle de la station.

- **Implantation** : établissement de repères et de lignes définissant la position et le niveau des éléments de l'ouvrage à construire.

- **Levé** : relevé de la position d'un point existant.

- **Lunette** : instrument optique muni d'une croisée de réticule ou d'un réticule, utilisé pour établir un axe de visée par l'observation d'un objet de mesure.

- **Mesurage** : opérations déterminant la valeur d'une grandeur.

- **Nivelle** : tube en verre scellé, rempli d'un liquide (alcool) dont la surface intérieure a une forme bombée obtenue par moulage, de sorte que l'air enfermé forme une bulle qui prend différentes positions suivant l'inclinaison du tube.

- **Nivellement** : opération consistant à mettre une ligne ou une surface dans la position horizontale, ou mesurage de différences de niveaux.

- **Repères** : points dont on connaît les coordonnées.

- **Réticule** : disque transparent portant des traits ou des échelles. Il permet d'effectuer correctement des lectures.

- **Signal, balise** : dispositif auxiliaire pour indiquer l'emplacement d'une station (par un jalon).

- **Station** : tout point à partir duquel ou vers lequel on effectue une mesure. Cela peut être un point spécifié sur un bâtiment ou un point marqué dans la zone d'étude.

- **Tolérance** : variation admissible pour une dimension.

5. CLASSIFICATION DES INSTRUMENTS DE MESURE

Une classification des instruments de mesure peut être donnée par la liste suivante :

- **Equerre optique :** petit instrument optique très pratique permettant la détermination des angles droits précis à 90° pour l'implantation de tout type d'ouvrages.
- **Goniomètre :** terme général désignant un instrument permettant de mesurer des angles horizontaux (ou verticaux).
- **Goniographe :** instrument permettant de déterminer graphiquement des angles.
- **Niveau :** instrument définissant une ligne horizontale.
- **Cercle :** instrument permettant la mesure des angles horizontaux.
- **Éclimètre :** instrument permettant la mesure des angles verticaux.
- **Clisimètre :** instrument permettant la mesure des pentes.
- **Tachéomètre :** instrument possédant les fonctions du théodolite plus un procédé de mesure de distance.
- **Stadimètre :** instrument permettant la mesure des distances.
- **Théodolite :** instrument permettant la mesure des angles horizontaux et verticaux.

Parmi les instruments cités ci-dessus, le théodolite qui est le plus utilisé en topographie. C'est un instrument de géodésie complété d'un instrument d'optique, mesurant des angles dans les deux plans horizontal et vertical afin de déterminer une direction. Il est utilisé pour réaliser les mesures d'une triangulation : mesure des angles d'un triangle.

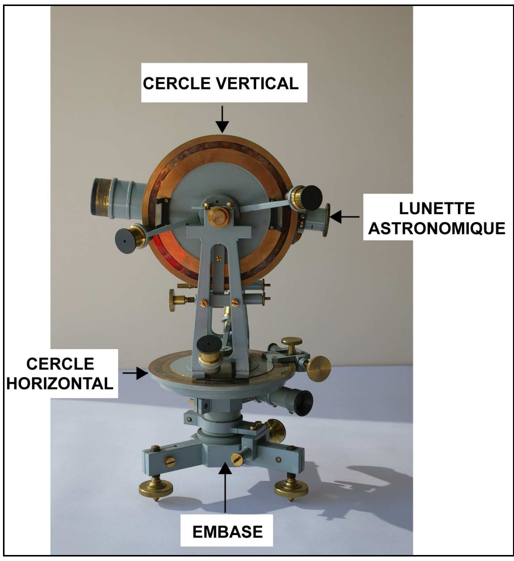
C'est un instrument essentiel en topographie et en ingénierie. En topographie, il est utilisé dans les mesures d'un levé du territoire (levé topographique). Il peut être associé à différents instruments permettant par exemple la mesure des distances, on parlera alors des tachéomètres, ou la saisie automatique des mesures, on parlera alors des stations totales.

6. PARTIES CONSTITUTIVES D'UN THEODOLITE

Les éléments principaux constitutifs d'un théodolite sont les suivants (**Figure III. 5**):

- 3 axes concourants :
  - Axe principal ou pivot matérialisant la verticale de l'instrument.
  - Axe principal ou axe des tourillons.
  - Axe optique défini par la lunette de visée.

- 2 cercles gradués :
  - Cercle horizontal.
  - Cercle vertical



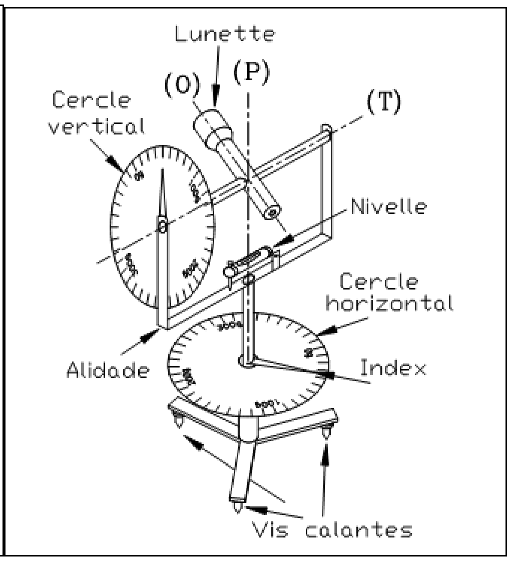


Figure III. 5. Parties constitutive d'un théodolite.

- 1 dispositif de centrage et de mise à la verticale du pivot.

- (P) : axe principal, il doit être vertical après la mise en station du théodolite et doit passer par le centre de la graduation horizontale (et le point stationné).

- (T) : axe secondaire (ou axe des tourillons), il est perpendiculaire à (P) et doit passer au centre de la graduation verticale.

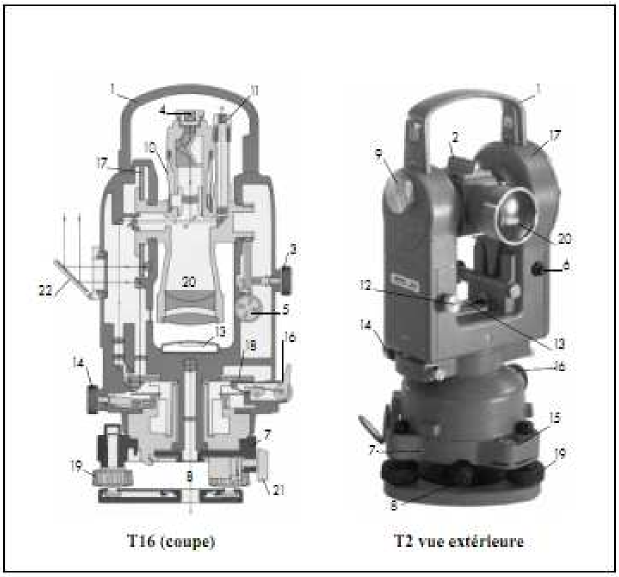
- (O) : axe optique (ou axe de visée), il doit toujours être perpendiculaire à (T), les trois axes (P), (T) et (O) devant être concourants.

➧ L'alidade : c'est un ensemble mobile autour de l'axe principal (P) comprenant le cercle vertical, la lunette, la nivelle torique d'alidade et les dispositifs de lecture (symbolisés ici par des index).

➧ Le cercle vertical (graduation verticale). Il est solidaire de la lunette et pivote autour de l'axe des tourillons (T).

➧ Le cercle horizontal ou limbe (graduation horizontale). Il est le plus souvent fixe par rapport à l'embase, mais il peut être solidarisé à l'alidade par un système d'embrayage (T16): on parle alors de mouvement général de l'alidade et du cercle autour de (P); c'est le mouvement utilisé lors du positionnement du zéro du cercle sur un point donné. Lorsqu'il est fixe par rapport au socle, on parle de mouvement particulier : c'est le mouvement utilisé lors des lectures angulaires. Sur le T2, un système de vis sans fin permet d'entraîner le cercle et de positionner son zéro.

Ci-dessous deux théodolites (Figure III. 6) Wild (doc Leica)



Légende

1. Poignée amovible
2. Viseur d'approche
3. Vis de blocage de la lunette
4. Oculaire de la lunette
5. Vis de fin pointé
6. Contrôle d'automatisme
7. Embase amovible
8. Plomb optique
9. Micromètre optique
10. Bague de mise au point
11. Microscope de lecture
12. Commutateur de lecture Hz-V
13. Nivelle d'alidade
14. Vis d'alidade de fin pointé
15. Nivelle sphérique
16. Débrayage du limbe (T16)
17. Cercle vertical
18. Cercle horizontal
19. Vis calantes
20. Objectif
21. Blocage de l'embase
22. Eclairage des cercles

Figure III. 6. Théodolites Wild (doc Leica).

6. 1. Système de centrage / verticalisation

L'objectif du système de centrage est :

- D'assurer la verticalité approchée de l'axe principal des instruments de mesures (théodolites, voyants, prismes).
- De centrer cette verticale sur un repère matérialisé au sol.

La verticalité approchée est assurée par deux moyens (nivelle sphérique et nivelle électronique).

6. 1. 1. A l'aide d'une nivelle sphérique

Une Nivelle sphérique de rayon de courbure ≈ 2m est montée sur une embase munie de vis "calantes[5]". Le rayon de courbure est calculé afin qu'une incertitude de calage de la bulle à l'intérieur de son repère de lecture provoque une incertitude résultante à ≈ 2m négligeable pour effectuer l'étape suivante de centrage **(Figure III. 7, Figure III. 8)**.

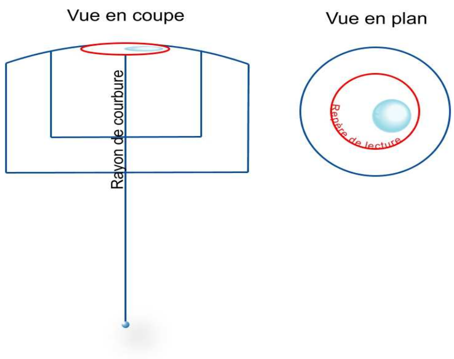


Figure III. 7. Nivelle sphérique.

a) **b)**

Figure III. 8. Calage de la nivelle sphérique.
a) Mauvais calage, b) Bon calage

6. 1. 2. A l'aide d'une nivelle électronique

Sur les appareils modernes la bulle sphérique est remplacée par une nivelle électronique (basée sur des mesures d'inclinométrie) qui, une fois calée entre ses repères, assure la verticalité approchée de l'appareil **(Figure III. 9)**.

Les dispositifs de centrage peuvent être un fil à plomb, un plomb optique, un plomb

[5] Ces vis permettent de verticaliser l'axe principal du théodolite à l'aide d'une nivelle électronique.

laser ou des appareils spécifiques. Chaque dispositif de centrage nécessite l'utilisation d'une méthode appropriée pour obtenir la verticalité des instruments et le centrage sur le point de mesure.

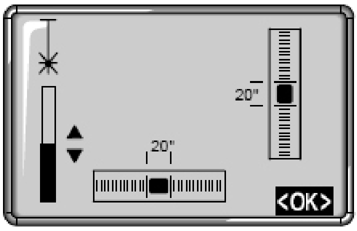


Figure III. 9. Nivelle électronique.

6. 1. 3. Méthode de centrage au plomb optique

La méthode de centrage au plomb optique est résumée par les étapes suivantes :

- Pré-centrer à 1 ou 2 cm près à l'aide d'un fil à plomb.
- Avec les vis calantes de l'embase du voyant (ou théodolite) amener le réticule du plomb optique sur le repère: la bulle sphérique (ou autre) n'est plus alors dans ces repères.
- Au moyen des jambes coulissantes du trépied, ramener la bulle sphérique entre les repères et recommencer en (2), 2 ou 3 itérations suffisent.

Cette méthode suppose que la nivelle sphérique est réglée, c'est à dire que lorsque la bulle est au centre du repère de lecture, la direction indiquée par le plomb optique est bien la direction verticale. Dans le cas contraire, il faudra au préalable corriger ce défaut en utilisant un plomb optique tournant par exemple.

6. 2. Système de calage fin de l'axe principal

L'objectif du calage fin de l'axe principal c'est de rendre l'axe principal de l'instrument vertical.

Cette verticalité est assurée à l'aide d'une nivelle torique (**Figure III. 10**). Elle est constituée d'un tore comprenant un liquide (alcool, éther) et une bulle de vapeur saturante. La fiole pivote sur une partie fixe associée à une vis de réglage.

On appelle directrice la droite tangente au milieu des graduations de calage. La nivelle est calée si la bulle est entre ces repères (la directrice n'est pas forcément à l'horizontale).

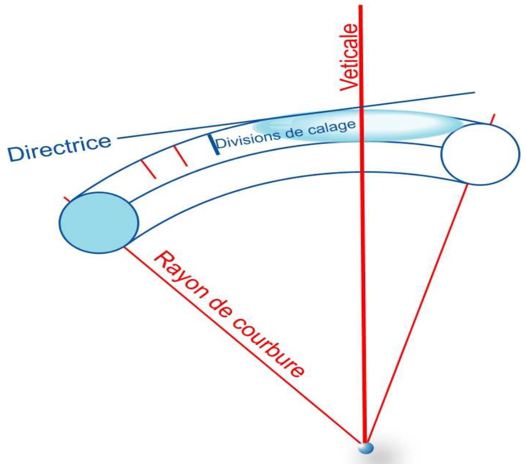


Figure III. 10. Nivelle torique.

La nivelle est réglée si, lorsque la bulle est calée, la directrice est horizontale. Bien que moins nécessaire sur les appareils modernes munis de dispositifs de correction sur les mesures, il est utile de connaître la manière de rendre vertical un appareil :

6. 2. 1. Horizontaliser une direction

- Effectuer la lecture de bulle position Gauche ou Droite (L1) puis effectuer le retournement à 200 gr (double retournement).

- Lire ensuite en position Droite ou Gauche (L2). L1 et L2 s'effectuant par rapport à une origine identique (en général par rapport au cercle vertical). On "ramène" la bulle à (L1 + L2) /2 au moyen des vis calantes: i s'annule et l'axe est ainsi rendu vertical (**Figure III. 11**).

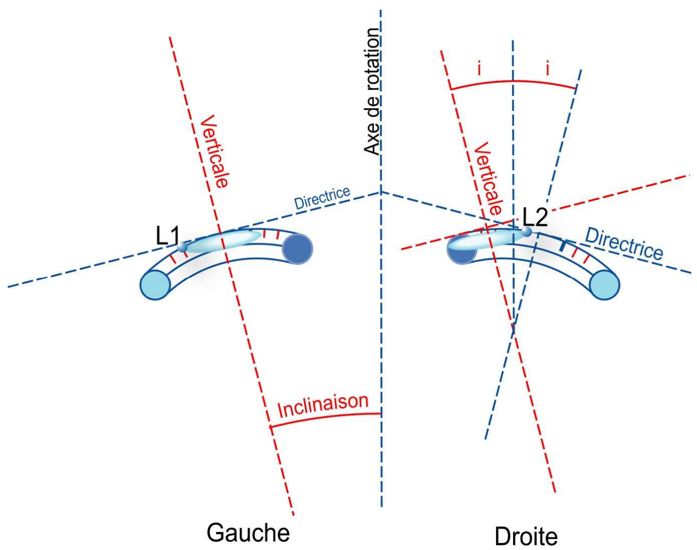


Figure III. 11. Inclinaison axe vertical.

6. 2. 2. Horizontaliser un plan

Pour un théodolite muni de 3 vis calantes (V) agir sur (V1 et V2) dans le sens contraire afin d'horizontaliser la direction ab (en la faisant pivoter autour de l'axe cd) puis agir uniquement sur V3 pour horizontaliser ensuite la direction cd (**Figure III. 12, Figure III. 14**).

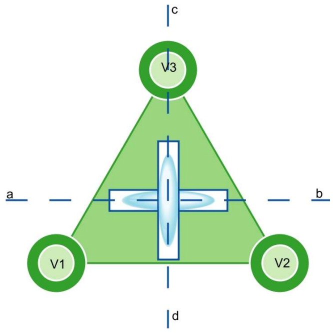


Figure III. 12. Vis calantes.

Figure III. 13. Socle à 3 Vis calantes (Embase).

Sur les théodolites munis de un ou deux inclinomètres il n'est plus nécessaire de rendre l'axe principal parfaitement vertical. Les données des inclinomètres sont mesurées en permanence, et permettent de corriger les mesures angulaires horizontales et verticales en temps réel.

6. 3. Système de visée

6. 3. 1. Lunette astronomique

Il ne s'agit pas d'un cours d'optique, mais de définir quelques concepts très simples sur la manière de comprendre et de régler la lunette d'un théodolite.

La lunette astronomique est très schématiquement définie par un oculaire, un réticule, un système divergent et un objectif (**Figure III. 14**).

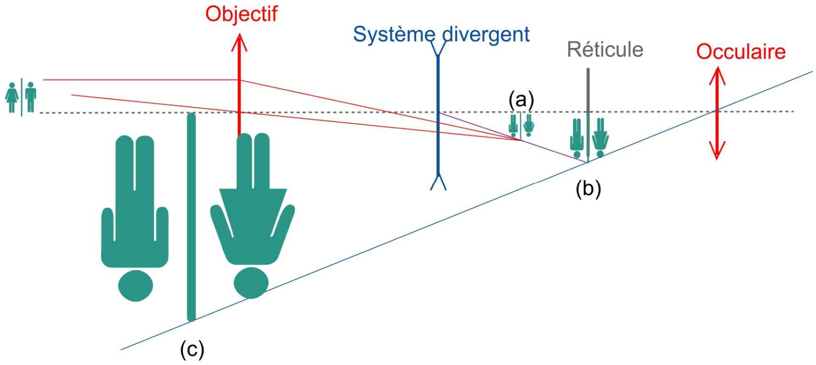


Figure III. 14. Lunette astronomique.

- **La Ligne de visée** : c'est la ligne définie par la droite joignant l'œil, le centre du réticule, le centre de l'objectif et l'objet.

- **Objectif** : c'est une lentille convergente de focale F » 20 cm destinée à collecter la lumière en provenance de l'objet visé. De diamètre environ 40 mm; Elle donne de l'objet une image (a) (**Figure III. 14**)

- **Système divergent** : c'est un ensemble mobile de lentilles. Ce système permet de déplacer l'image (a) de l'agrandir, de réduire la longueur de la lunette donc la hauteur des tourillons, de permettre un meilleur basculement autour de l'axe des tourillons, et un meilleur équilibrage de la lunette. L'image réelle objective (a) est transformée en une image (b), au voisinage de laquelle on trouve le réticule.

- **Réticule** : c'est une lame à face parallèle solidaire du corps de la lunette, mais éventuellement réglable; des traits d'épaisseur de 3 à 5 mm sont gravés sur cette lame de verre. On trouve plusieurs types de réticule selon qu'il s'agisse de niveau ou de théodolite. Ces réticules sont composés de différents « fils » simples de bissection, doubles d'encadrement, «stadimétriques» pour des mesures de distance, niveleurs pour des visées horizontales (**Figure III. 15**).

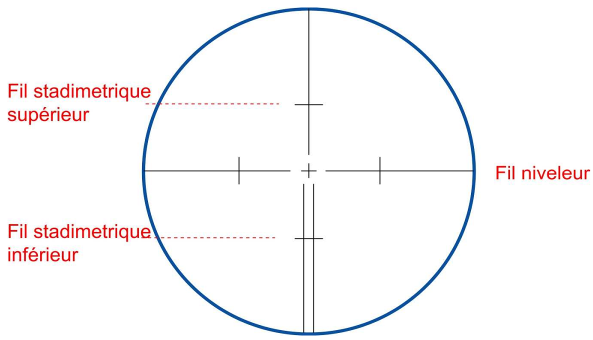


Figure III. 15. Réticule.

- **Oculaire** : c'est un système mobile de lentilles convergentes qui fait office de "loupe" pour agrandir les images et en faire une image virtuelle (c), (b) étant situées entre la lentille et son foyer objet. La focale f est très petite de l'ordre de 1 cm. Son diamètre est petit (7 à 8 mm) voisin de la pupille de l'œil.

6. 3. 2. Pointés

La manière d'effectuer le pointé dépend de la taille de l'objet **(Figure III. 16)**. Il faudrait donc que l'œil puisse juger par symétrie. On recommande en général de pointer par "encadrement", mais encore faut-il que l'image permette d'apprécier raisonnablement la symétrie des écarts aux deux fils ?. Si ce n'est pas le cas, on pointe par "bissection" avec la même réserve. Le meilleur étant d'utiliser les deux méthodes simultanément si l'objet le permet.

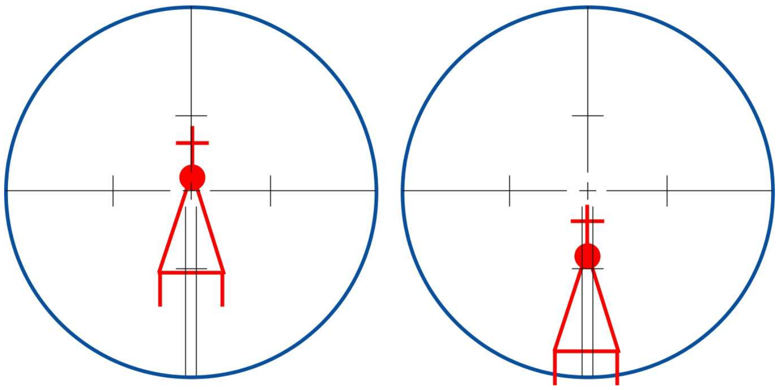


Figure III. 16. types de pointés.

Précision du pointé

Elle n'a rien à voir avec la résolution instrumentale voisine actuellement de 0,5dmgr. Elle dépend de beaucoup de facteurs externes :

- Eclairage du point (partie ombrée invisible : phase).
- Forme de l'objet.
- Conditions atmosphériques (réfraction verticale, latérale).
  Distance de l'objet.
- Vision de l'opérateur et son habilité, grossissement de la lunette.

6. 3. 3. Systèmes de lecture

6. 3. 3. 1. Appareils anciens

Les appareils anciens sont munis de deux cercles en verre appelé limbes. L'observation de ces limbes permet d'effectuer des lectures d 'angles horizontaux et verticaux. La lecture sur ces limbes s'effectue au moyen d'un dispositif d'affichage muni d'un micromètre (**Figure III. 17**).

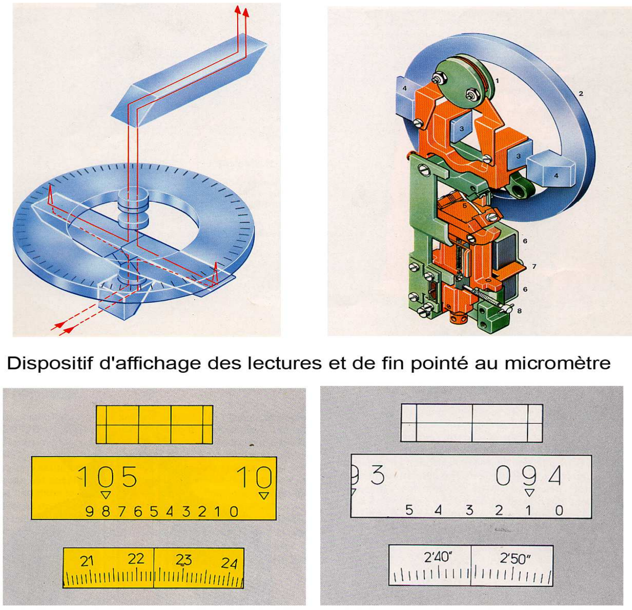


Figure III. 17. Dispositif d'affichage des lectures et de fin pointé au micromètre.

6. 3. 3. 2. Appareils modernes

Des progrès considérables dus à l'électronique et à l'optique ont, en l'espace de quelques années, transformé les théodolites en véritable ordinateur de terrain. Les erreurs les défauts mécaniques de l'instrument sont prises en compte et corrigés avant l'affichage des mesures.

S'il s'agit d'appareils confortables, précis, sûrs, ils doivent faire cependant l'objet de contrôles réguliers.

7. MISE EN STATION D'UN GONIOMETRE (OU THEODOLITE WILD T_2)

La mise en station du théodolite comporte :

1. Déterminer un point ou une indication de repère sur le terrain ;

2. Ouvrir le trépied et mettre sa base de façon horizontale et aligner son centre avec le point déterminé ;

3. Fixer le théodolite sur le trépied à l'aide de la vis à pompe ;

3. Centrer l'appareil à l'aide de la lunette de centrage appelé "plomb optique" c'est à dire permettre à l'axe principal du théodolite de passer par le point déterminé (indication sur terrain) ; cette opération s'effectue par le glissement des jambes coulissantes.

5. Calage de la nivelle sphérique à l'aide des jambes coulissantes du trépied et ceci en augmentant ou en diminuant la hauteur des jambes coulissantes

6. Calage de la nivelle tubulaire en utilisant les trois vis calantes et en effectuant les opérations suivantes :

6.1. Amener la nivelle parallèle à deux vis calantes (V1. V2). Centrer la bulle entre ses repères en agissant simultanément sur V1 et V2 en sens contraire.

6.2. Faire tourner l'appareil d'un demi-tour (200gr), la bulle se déplace. Alors on refait la même chose que 6.1.

6.3. Tourner l'instrument d'un quart de tour soit (100 gr) et amener la bulle avec la vis V3 dans la même position qu'à l'opération précédente.

Le matériel topographique est très fragile, il ne faudrait donc pas forcer les mouvements et bloquez très modérément les vis.

Schématiquement, la mise en station est présentée par la figure III. 18.

Etape 1 : préparation	Etape 2 : centrage	Etape 3 : quasi-verticalité
		
• Disposer les jambes du trépied à égale distance du point de station. Enfoncer les dans le sol. • Vérifier que les vis calantes sont à mi-course et que le plateau est horizontal.	• Faire passer l'axe principal par le point de station en tournant les 3 vis calantes tout en observant le point de station à l'aide du plomb optique.	• Caler la bulle de la nivelle sphérique en modifiant la longueur des jambes du trépied.

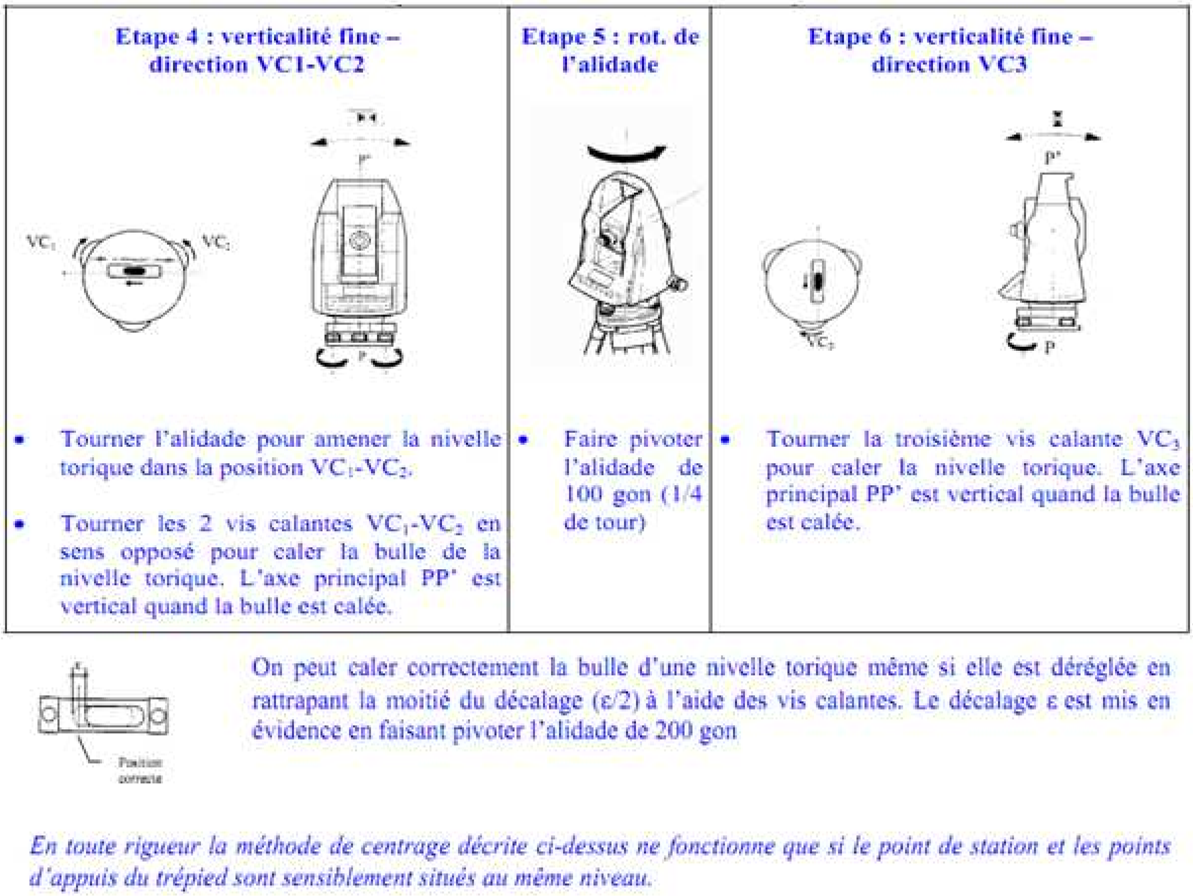


Figure III. 18. Etapes de la mise en station d'un théodolite ou d'u n tachéomètre.

8. BILAN DES ERREURS

8. 1. Défaut de verticalité de l'axe principal

L'axe principal n'est jamais parfaitement vertical. Il subsiste un défaut de verticalité qui provoque une erreur sur la mesure de l'angle horizontal :

Erreur de verticalité : $\varepsilon(radians) = \beta(radians).\cot D_Z$

8. 2. Erreur de tourillonnement

L'axe des tourillons TT' n'est pas rigoureusement perpendiculaire à l'axe principal. Il subsiste un défaut de perpendicularité β qui provoque une erreur sur la mesure de l'angle horizontal ε . Elle n'a pas d'incidence lorsque la lunette est horizontale, mais augmente en fonction du site.

Erreur de tourbillonnement : $\varepsilon(radians) = \beta(radians).\cot D_Z$

8. 3. Erreur de collimation horizontale

C'est le défaut de perpendicularité de l'axe optique avec l'axe des tourillons. Sur le plan horizontal, la lunette est décalée d'un angle β .

Erreur de collimation horizontale : $\varepsilon = \dfrac{\beta}{\sin Z}$.

8. 4. Erreur de collimation verticale

La mesure de la distance zénithale « Z » s'effectue sur un limbe (cercle) vertical, associée à son propre système de verticalisation utilisant soit :

- Une bulle dont on mettra en général les deux extrémités en coïncidence.
- Un système de prismes pendulaires dits « automatique » ;
- Un inclinomètre vu précédemment sur les appareils électroniques.

Quoi qu'il en soit, l'origine de lecture doit parfaitement être sur la verticale physique réelle de l'instrument, ce qui n'est jamais le cas. Cette origine présente un défaut de verticalité Z_{ϕ} (Zénithale de l'origine).

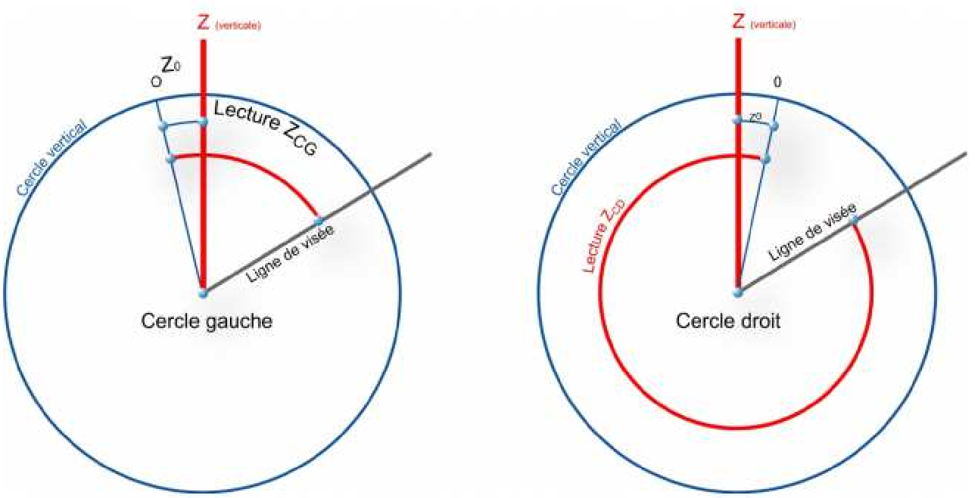


Figure III. 19. Erreur de collimation verticale.

8. 4. 1. Définition

On appelle cercle directeur, le cercle dont les graduations augmentent en même temps que la valeur de la distance zénithale (par exemple la position C1 sur les appareils électroniques de type AGA, ou le cercle gauche des T2). C'est en général la position où le clavier (lorsqu'il n'est pas double) est face à l'opérateur.

L'horizontal est donnée par la valeur voisine de 100 grades, alors qu'elle vaut 300 grades dans l'autre position.

8. 4. 2. Méthode

Détermination de Z_{ϕ}

On procède par double retournement (**Figure III. 19**) :

- En position C1, on vise un repère « R », on lit :

$$Z_1 \Rightarrow z_{reéle} = z_1 - z_{\phi}$$

- On tourne la lunette de 200 grades autour de l'axe principal, puis de 200 grades autour de TT' (axe des tourillons) pour viser de nouveau « R ». Le limbe vertical n'a effectué qu'une seule rotation, l'origine O est placé alors symétriquement autour de l'axe principal :

Alors $z_{reélle} = 400 - (z_2 - z_0)$ d'où $z_0 = \dfrac{z_1 + z_2 - 400}{2}$ et $z_{reélle} = z_1 - z_0$

9. CONCLUSION

La mesure d'angles est toujours indispensable en topographie. Par rapport aux mesures de distance au moyen de technologies modernes les mesures angulaires gardent l'avantage d'être d'autant plus précises que les portées de mesures sont longues.

Conclusion générale

Conclusion générale

L'ouvrage a été donc conçu comme un cours allant du niveau débutant jusqu'à celui du professionnel de la topographie. L'enseignement proposé ne reste pas théorique mais s'appuie sur plusieurs exercices et applications, des exemples issus de cas réels et de nombreux exercices corrigés.

Ce polycopié devrait être aussi utile à un enseignant qu'à un étudiant inscrit en licence génie civil ou un professionnel en situation d'apprentissage. Nous espérons que la publication de notre cours rendra service aux collègues qu'ainsi aux étudiants dans le domaine de construction; en effet les ouvrages dans le domaine de la topographie et de la topométrie sont rares et les derniers, datant d'au moins une dizaine d'années, ne sont plus édités.

D'autres chapitres feront l'objet de prochaine publication dans le domaine de la topographie en génie civil.

Votre avis sur notre travail et sur la manière de l'améliorer et de le compléter nous intéresse, n'hésitez pas à nous écrire.

Références bibliographiques

- Serge Milles et JEAN Lagofun. 'Topographie et topométrie modernes-Techniques de mesure et de représentation. Tome 1. Edition Eyrolles. 1999. 526 pages.
- Pierre Goix. Topographie – la topographie par la pratique. La collection Focus. CRDP de l'académie de Grenoble, 2005. 339 pages.
- M. Khalid BAROUTI. Notions et concepts de la topographie. Juillet 2005. www.cours-ofppt.com.
- Didier Bouteloup. Topométrie : Mesure des distaances.
- Brabant Michel. Maitriser la topographie, des observations au plan, AFT, 542 pages, Groupes Ryrolles, Paris, 2003.
- Brabant Michel Topographie opérationnelle –Mesures – Calculs – Dessins – Implantations. Groupe Eyrolles 2012. 393 pages.
- Dufour I. Introduction à la géodésie. ENSG-IGN, 334 pages, Hermes science Publication, Paris, 2001.
- Leauthaud J. Cours de topométrie générale. ENSG, Marne la vallée, 2003.
- Hollander R.D. Topographie générale tome 1, Généralités, mzqures des angles et des distances. Collection scientifique de l'IGN. 363 pages
- Duquette R et Lauzon E.P. Topométrie générale. Montréal. Ecole Polytechnique de Montréal. Edition 1996 '3 eme edition'. 458 pages.
- Gérard riog. Cours de calculs topométriques. Edition Eyrolles. 1980. Paris. 173 pages
- Jean-Bapiste HENRY. Cours de Topographie et Topométrie Générale. 18 pages.
- Paul DEBOUNY, Pierre DELCOURT. Notions de topographie 'préparation à l'accession au grade d'assistant contrôle des travaux, construction et cartographie. Février 2008. 39 pages.
- PAEME Serge, LEBLANC Pierre. Topographie 'orientée architecture'. 10 Septembre 2012. 90 pages.
- Benoit. Cours Complet de Topographie et de Géodésie. Forgotten Books 2013. 200 pages.