

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohamed Boudiaf
Faculté de Génie Electrique
Département D'Automatique



THESE DE DOCTORAT

Présentée pour l'obtention du titre de

DOCTORAT LMD

Spécialité : Automatique

Option : Automatisation et contrôle des systèmes industriels

Par

NEKROUF Sadek

Commande Robuste d'un simulateur de vol d'hélicoptère

Soutenue publiquement le 31/05/2015

Membres du jury :

Président :	OMARI Abdelhafid	Professeur (USTO-MB)
Rapporteur :	BOUHAMIDA Mohamed	Professeur (USTO-MB)
Examineurs :	CHENAFI Mohamed	Professeur (ENPORAN)
	MANSOURI Abdellah	Professeur (ENPORAN)
	MOKHTARI Abdellah	Professeur (USTO-MB)
	BENDJEBBAR Mokhtar	Maitre de conférences (USTO-MB)

Mr. NEKROUF SADEK, Il a obtenu son diplôme de licence et master en 2007 et 2009 respectivement, en automatique option «automatisation et contrôle des systèmes industriels» à l'université USTO-MB d'Oran, Algérie.

Ses activités de recherche portent sur la commande avancée des systèmes non linéaires. Ses centres d'intérêt sont également la commande robuste des systèmes, l'intelligence artificielle (IA), système à paramètre variant.

ملخص:

استخدام الروبوتات الجوية (المركبات الجوية بدون طيار) في العديد من المجالات هو الآن أكثر ضرورة من أي وقت مضى. فهي واحدة من التطورات التكنولوجية الهامة في عالمنا الحالي. من بين الطائرات بدون طيار المعروفة في فئة الطائرات ذات الأجنحة الدوارة ' المروحية ذاتية القيادة مع الدوران الرئيسي والثانوي القادرة على تحقيق توقف ثابت في الجو مع العلم أن هذه الميزة مفيدة جدا لكثير من المهام.

الهدف من هذه الرسالة هو المساهمة في تطوير أنظمة طائرات هليكوبتر ذاتية التحكم. فمن الناحية النظرية التحدي يرجع إلى تعقيد النماذج غير الخطية للغاية' ارتباط معتبر' وديناميكية غير مستقرة مع معايير غير معروفة ومتغيرة مع الوقت. بالإضافة إلى ذلك، طائرات هليكوبتر لها مشغلات أقل وبعض الحالات التي يصعب قياسها. لذا من الضروري تطوير أنظمة تحكم قادرة على التعامل مع عدم دقة وأخطاء القياس، وكذلك القيود المفروضة على القدرات الفعلية للمحركات.

للتغلب على هذه التحديات، عدة طرق تحكم تم استعمالها. من بين هذه المناهج، نظام تحكم H_{∞} ، والذي حقق نجاحا كبيرا. لكن تجدر الإشارة إلى أنه في نهج التحكم هذا، هناك مشكلة اختيار عوامل التوازن. لتجنب هذه المشكلة، تم حساب العوامل الأمثل عن طريق خوارزمية الجينات لضمان متانة النظام والتخفيف من آثار الاضطرابات الخارجية. وقد تم تمديد هذا الأسلوب في سياق نظم خطية مع إعدادات متغيرة مع الوقت. كل من هذه الأساليب لديه طريقة مختلفة لإدارة تعقيدات ديناميكيات النظام. وقد تم تنفيذ هذه الطرق على نموذج مصغر محاكاة للهليكوبتر الموجود في المختبر.

الكلمات الجوهرية: نظام تحكم قوي' ارتباط معتبر' جهاز لاطخي.

Résumé :

L'utilisation de robots aériens UAV (Unmanned Aerial vehicles) dans de nombreux domaines est aujourd'hui plus que jamais une nécessité. C'est l'une des innovations technologiques de taille de cette dernière décennie. Les UAV les plus connus dans la catégorie des véhicules à voilure tournante sont entre autres les hélicoptères autonomes avec un rotor principal et un rotor de queue, capables de réaliser du vol stationnaire sachant que cette caractéristique est très utile pour des différentes missions.

Le but de cette thèse est de contribuer au développement des méthodes de control d'hélicoptères. Du point de vue théorique, la difficulté du problème est due à la complexité des modèles fortement non-linéaires avec un couplage important et une dynamique instable en boucle ouverte avec des paramètres inconnus et variant dans le temps. De plus, les hélicoptères sont des systèmes sous-actionnés avec un vecteur d'état qui n'est pas complètement accessible. Il est aussi impératif de développer des commandes capables d'accepter les imprécisions et erreurs de mesure, ainsi que les limitations imposées par les actionneurs réels.

Pour pallier ces défis, plusieurs approches de commande ont été introduites. Parmi ces approches, la commande H_{∞} qui a connu un succès considérable. Il est à noter que dans cette approche de commande, il y a le problème du choix des fonctions de pondération. Pour éviter ce problème, on a estimé ces fonctions par les Algorithmes Génétiques afin d'assurer la robustesse et atténuer les effets des perturbations externes. Cette méthode a été étendue dans le contexte des systèmes Linéaires à Paramètres variables $L.P.V$. Chacune de ces approches a une façon différente de gérer la complexité de la dynamique du système. Les algorithmes utilisés ont été implanté sur le modèle réduit du simulateur existant au laboratoire.

Mots clés : Contrôle robuste, Système Couplée, Systèmes non linéaire.

Table des matières

Notations et définitions

Introduction générale.....	1
Etat de l'art	3
1. Généralité sur l'Hélicoptère	9
1.1. Généralité.....	9
1.2. Histoire	9
1.3. Configuration générale d'un hélicoptère	10
1.4. Les différentes formules de rotors.....	10
1.5. Le mouvement rotatif	12
1.6. Couple.....	15
1.7. Le mouvement horizontal	16
1.8. Modèle général d'un hélicoptère	18
2. Modélisation du simulateur de vol d'hélicoptère.....	27
2.1. Le simulateur de vol d'hélicoptère	27
2.2. Présentation du simulateur de vol d'hélicoptère	27
2.3. Modélisation du système simulateur de vol d'hélicoptère	32
2.3.1. Sous système d'élévation	32
2.3.2. Sous système d'azimut	35
2.3.3. Dynamiques des propulseurs (hélices et moteurs)	36
2.3.4. Modèle d'état	37
2.3.5. Le modèle découplé	39
2.4. Validation du modèle.....	40
2.5. Analyse du modèle.....	40
2.6. La Problématique	44
3. Synthèse de lois de commande du simulateur de vol d'hélicoptère	45
3.1. PID Optimisée	45
3.1.1. Les Méthodes d'optimisation	46
3.1.2. Optimisation des paramètres PID.....	45
3.2. Hybridation Floue PID (GSFP)	48

3.2.1. Principe d'optimisation flou des paramètres PID	48
3.2.2. Conception du Contrôleur (GS_FPID)	49
3.3. La synthèse de la commande H^∞	50
3.3.1. La conception H^∞ standard	51
3.3.2. Formulation H^∞ (loop shaping)	53
3.3.3. Sensibilité mixte)	54
3.3.4. Résolution du Problème H^∞	55
3.3.5. Calcul du correcteur discret	58
3.3.6. Choix des fonctions de pondération.....	59
3.4. Hybridation H^∞ algorithme génétique	60
3.4.1. Optimisation par les algorithmes génétiques	60
3.4.2. Les algorithmes génétiques.....	60
3.4.3. Principaux étapes des algorithmes génétiques	64
3.4.4. Fonctionnement des algorithmes génétiques	69
3.4.5. Programmation Génétique	71
3.4.6. Le choix des paramètres d'un algorithme génétique	71
3.4.7. Sélection des fonctions de pondération par les algorithmes génétiques	73
3.5. Analyse de la synthèse du système LPV	75
3.5.1. Représentation des systèmes LPV	76
3.5.2. Stabilité des systèmes LPV	79
3.5.3. Performance quadratique de type H^∞	80
3.5.4. Synthèse H^∞ des systèmes LPV polytopiques.....	80
4. Résultats de Simulation et de l'expérimentations	86
4.1. Résultats de simulation PID Optimisée	86
4.2. Résultats et analyse GS-FPID	90
4.3. Résultats H^∞	92
4.4. Résultats HGA	96
4.5. Résultats de simulation LPV	98
4.6. Implémentation pratique au simulateur de vol d'hélicoptère	104
Conclusion générale	111
Bibliographie	
Annexes	

A. Les paramètres du simulateur d'hélicoptère.....	113
B. Linéarisation et découplage du système.....	115
C. Fonctions MATLAB pour les systèmes LPV	121
D. Carte d'acquisition ADVANTECH PCI 1711.....	122
E. Les paramètres du l'hélicoptère.....	123

Liste des figures

Figure 1.1: Sous-ensembles d'un hélicoptère	10
Figure 1.2 : Un Kamov Ka-50 utilisant deux rotors de sustentation coaxiaux.....	11
Figure 1.3 : Un Bristol type 192 Belvedere « en tandem »	11
Figure 1.4: pale d'hélicoptère.....	13
Figure 1.5 : Configuration conique	13
Figure 1.6: Déflexion aérodynamique	14
Figure 1.7: couple.....	15
Figure 1.8: Le mouvement horizontal	16
Figure 1.9: Décrochage des pales.....	18
Figure 1.10: Représentation de la dynamique d'un corps rigide.....	19
Figure 1.11: le système de référence	20
Figure 2.1 : Simulateur d'hélicoptère.....	27
Figure 2.2 : Description du Simulateur	28
Figure 2.3 : Vis de fixation de la tige.	29
Figure 2.4 : Propulseur du TRMS.	29
Figure 2.5 : Schéma block du fonctionnement du propulseur.	29
Figure 2.6 : Encodeurs optiques	30
Figure 2.7: La SCSI BOX	30
Figure 2.8: Carte d'acquisition PCI 1711	31
Figure 2.9 : Processus de génération du code exécutable.....	31
Figure 2.10 : Forces de gravité agissant sur le TRMS.....	33
Figure 2.11: Moments de la force aérodynamique et de friction.....	34
Figure 2.12 : Moments des forces dans le plan horizontal	35
Figure 2.13 : Schéma bloc des moteurs.....	37
Figure 2.14: Block diagramme des équations du model	38
Figure 2.15 : Schéma bloc du modèle vertical	39
Figure 2.16 : Schéma bloc du modèle horizontal	39

Figure 2.17: validation du modèle dans le plan vertical contre une entrée Impulse.....	40
Figure 2.18 : Lieu des Racine de chaque sous systèmes	41
Figure 2.19: diagramme de Bode du TRMS	42
Figure 2.20: valeurs singulières du système.....	43
Figure 3.1: Schéma d'un PID parallèle.	45
Figure 3.2: principe d'optimisation des paramètres PID.....	46
Figure 3.3: Signal d'erreur	47
Figure 3.4: Schéma de principe d'optimisation (PID).	47
Figure 3.5: Schéma de principe d'optimisation flou	48
Figure 3.6: Configuration du bloc fuzzy de contrôleur GS-PID.	49
Figure 3.7: Représentation sous forme standard d'un système.	51
Figure 3.8: Contraintes de loop-shaping	54
Figure 3.9: Schéma simple algorithme génétique	64
Figure 3.10: Illustration schématique du codage des variables réelles.....	65
Figure 3.11: Représentation schématique du croisement en 1 point.	66
Figure 3.12: Représentation schématique du croisement en 2 points.	66
Figure 3.13: Représentation schématique d'une mutation dans un chromosome.	67
Figure 3.14: Principe de l'auto-adaptation.	68
Figure 3.15: La roue de loterie biaisée : Opération de sélection	69
Figure 3.16: Cycle d'un algorithme génétique.....	70
Figure 3.17: Organigramme de conception l'algorithme génétique.	73
Figure 3.18: Structure de la technique d'optimisation du Hinfini par l'AG.	75
Figure 3.19: Représentation LFT	77
Figure 3.20: La forme standard du modèle	77
Figure 3.21: Représentation polytopique	79
Figure 3.22: Système LPV polytopique	80
Figure 3.23: Représentation polytopique	82
Figure 4.1: Auto-optimisation Simulink du contrôleur PID	89

Figure 4.2: Schémas Simulink su système avec un contrôleur et un découpleurs.	90
Figure 4.3: Réponses du sous système verticale(a) et horizontal(b).	90
Figure 4.4: Réponses du sous système verticale(a) et horizontal(b).	90
Figure 4.5: Réponses du sous système verticale(a) et horizontal(b).	91
Figure 4.6: L'effet du découpleur sur les réponses.	91
Figure 4.7: Fonction d'appartenance de $e(t)$ et $de(t)$ (a) $K'p$, $K'i$ and $K'd$ (b)	92
Figure 4.8: Réponses de la poursuite d'une trajectoire sinusoïdale sous système verticale(a)horizontal(b)	93
Figure 4.9: Réponses de la poursuite du sous système verticale(a)horizontal(b)	93
Figure 4.10: Réponses de la poursuite du sous-système verticale(a)horizontal(b)	94
Figure 4.11: Schéma fonctionnel du sous-système verticale.....	95
Figure 4.12: Schéma fonctionnel du sous-système avec des paramètres incertains.....	95
Figure 4.13: Schéma fonctionnel d'entrée-sortie du sous-système nominal.	96
Figure 4.14: Réponses du sous-système verticale pour une stabilisation.	98
Figure 4.15: Réponses du sous-système vertical (a) et horizontal(b) poursuite d'une trajectoire sinusoïdale.	98
Figure 4.16: Réponses du sous-système verticale (a) et horizontal(b) avec changement de consigne.	98
Figure 4.17: Réponses d'échelon du système par les techniques proposées. (a) angle d'élévation(b) Angle d'azimut.	100
Figure 4.18: Réponses carrées du système (a) angle d'élévation(b) Angle d'azimut.	100
Figure 4.19: Réponses sinusoïdale du système (a) angle d'élévation(b) Angle d'azimut.	101
Figure 4.20: Réponses d'échelon du système (a) angle d'élévation(b) Angle d'azimut.	105
Figure 4.21: Réponses sinusoïdale du système (a) angle d'élévation(b) Angle d'azimut.	106
Figure 4.22: Réponses carrée du système (a) angle d'élévation(b) Angle d'azimut.	106
Figure 4.23: Exemple d'implémentation d'un contrôleur su la plate-forme	107
Figure 4.24: Différentes cibles d'implémentation.....	108
Figure 4.25: Réponse du simulateur de vol d'hélicoptère pour les correcteurs avec rejet de perturbation-verticale	109
Figure 4.26: Réponse du simulateur de vol d'hélicoptère-horizontale.....	109

List des tables

Tableau 1.1: Les composantes du vecteur de forces externes	21
Tableau 2.1: les caractéristiques du système	28
Tableau 2.2 : les valeurs propres	40
Tableau 3.1 : Règles de commande floue de dK_p	50
Tableau 3.2 : Règles de commande floue de dK_i	50
Tableau 3.3 : Règles de commande floue de dK_d	50
Tableau 4.1 : les paramètres de régulateur	89
Tableau 4.2 : les paramètres optimisés par les deux méthodes	93
Tableau 4.3 : la comparaison entre les différentes lois de commandes.....	109

Liste des symboles et notations

\mathcal{R}	: Ensemble des nombres réels
\mathcal{R}^n	: Espace réel euclidien de dimension n ,
$\mathcal{R} \in SO(3)$: dénote le groupe spécial des matrices orthogonales d'ordre 3
η	: Vecteur d'angles d'Euler de convention x y z (rad)
u_1	: entrée de commande associée au levier collectif du rotor principal et à la puissance du moteur (m).
u_2	: entrée de commande associée au levier collectif du rotor de queue (m),
u_3	: entrée de commande associée à l'angle longitudinal de pas cyclique (rad),
u_4	: entrée de commande associée à l'angle latéral de pas cyclique (rad).
Q	: Vecteur de forces généralisées
q	: Vecteur de coordonnées généralisées
F_c	: Vecteur de forces externes
F_L	: Composantes du vecteur des forces externes en fonction des forces et des couples aérodynamiques appliqués au centre de masse de l'hélicoptère (N)
τ	: Vecteur des couples aérodynamiques externes (N.m)
T_M	: Poussée du rotor principal (N)
T_T	: Poussée du rotor de queue (N)
D_{vi}	: Déportance (N)
C_M	: Couple de traînée du rotor principal (N.m)
C_T	: Couple de traînée du rotor de queue (N.m)
a_{1s}	: Angle longitudinal de battement vertical par rapport au plan perpendiculaire à l'arbre moteur (rad)
b_{1s}	: Angle latéral de battement vertical par rapport au plan perpendiculaire à l'arbre moteur (rad)
v	: Raideur des pales du rotor principal.(N.m/rad)
C_{mot}	: Couple moteur du rotor principal (N.m)
K_{mot}	: Gain du moteur (N)
τ_q, τ_y, τ_l	: Les couples de tangage de roulis et de lacet.
Z_M et X_T	: les vecteurs de position de rotor principal et de queue, respectivement par rapport au centre de masse de l'hélicoptère.
(O, E_x, E_y, E_z)	: Système de référence inertiel
(cm, E_1, E_2, E_3)	: Système de référence fixé au c.m de l'hélicoptère
$(0_1, x_1, y_1, z_1)$: Système de référence fixé au centre du rotor principal
$(0_2, x_2, y_2, z_2)$: Système de référence fixé au centre du rotor de queue
γ	: Angle d'azimut des pales du rotor principal (rad)
\emptyset	: Angle de lacet (rad)
φ	: Angle de roulis (rad)
θ	: Angle de tangage (rad)
U	: Energie potentielle de l'hélicoptère (J)
U_g	: Energie potentielle gravitationnelle (J)
x	: vecteur d'état du modèle de l'hélicoptère

M_v	: somme des moments dans le plan vertical
J_v	: somme des moments d'inertie par rapport à l'axe horizontal
α_v	: angle d'élévation de la tige
M_{v1}	: moment de la gravitation
M_{v2}	: moment de la force aérodynamique
M_{v3}	: moment de la force centrifuge
M_{v4}	: moment de friction
M_{v1}	: moment correspondant aux forces de gravités
m_{mv}	: masse du rotor principal
m_m	: masse de la partie principale de la tige
m_{tr}	: masse du rotor secondaire
m_t	: masse de la partie secondaire de la tige
m_{cb}	: masse du contrepoids
m	: masse de la tige du contrepoids
m_{ms}	: masse de l'hélice principale
m_{ts}	: masse de l'hélice secondaire
l_m	: longueur de la partie principale de la tige
l_t	: longueur de la partie secondaire de la tige
l_b	: longueur de la tige du contrepoids
l_{cb}	: distance entre le contrepoids et l'articulation
g	: accélération gravitationnelle
M_{v2}	: moment de la force aérodynamique développé par le rotor principal
ω_m	: vitesse angulaire du rotor principal
$F_v(\omega_m)$: la dépendance de la force aérodynamique de la vitesse angulaire du Moteur
$\Omega_h(t)$: Vitesse angulaire de la tige autour de l'axe vertical et α_h est l'angle d'azimut de la tige.
Ω_v	: vitesse angulaire autour de l'axe horizontal
k_v	: Constante de friction.
r_{ms}	: Le rayon de l'hélice principale
r_{ts}	: Le rayon de l'hélice secondaire
ω_t	: vitesse angulaire du rotor secondaire,
$F_h(\omega_t)$: Exprime la dépendance de la force aérodynamique de la vitesse angulaire du rotor secondaire
k_h	: Constante de friction
w	: Vitesse angulaire du moteur (rad/s).
u	: Tension de commande (V).
I	: Moment d'inertie.
R	: Résistance de l'armature.
K_b	: Constante de la FEM.
K_i	: Constante du couple.
T_L	: Couple résistant généré par la charge.
T_{mr}	: Constante du temps du moteur principal.
T_{tr}	: Constante du temps du moteur secondaire.
K	: Gain statique du moteur principal.
K_{tr}	: Gain statique du moteur secondaire.
J_{tr}	: Moment d'inertie dans le moteur secondaire.
J_{mr}	: Moment d'inertie dans le moteur principale.
S_v	: Moment angulaire dans le plan vertical.
S_h	: Moment angulaire dans le plan horizontal.

Principaux indices et exposants

$G(s)$: Matrice de transfert du système nominal en boucle ouverte.
$H(s)$: Matrice de transfert du système en boucle fermée.
$P(s)$: représente le procédé généralisé.
$K(s)$: Matrice de transfert du correcteur
$K_0(s)$: Correcteur central.
$\Delta(s)$: Matrice modélisant les incertitudes.
$W_i(s)$: Matrice de pondération.
$F_l(P,K), F_u(P,\Delta)$: Transformation linéaire fractionnaire basse (respectivement haute).
S, T	: Fonction de sensibilité, fonction de sensibilité complémentaire.
H, J	: Matrices hamiltoniennes.
w	: représente les entrées exogènes du système (entrées à suivre et perturbations à rejeter).
z	: représente les signaux à commander (erreurs entre consignes et sorties du système).
y	: représente les sorties accessibles à la mesure du système.
u	: représente les signaux de commande du processus.
A, B, C, D	: Matrices de la représentation d'état d'un système continu.
A_e, B_e, C_e, D_e	: Matrices de la représentation d'état d'un système discret.
I_n	: Matrice identité $n \times n$.
$\ \cdot\ _p$: Norme p d'un signal ou d'une matrice.
$\ \cdot\ _\infty$: Norme ∞ d'un signal ou d'une matrice.
λ_i	: Valeur propre d'une matrice.
σ_i	: Valeur singulière d'une matrice.
$\bar{\sigma}(\cdot), \underline{\sigma}(\cdot)$: Plus grande (respectivement plus petite) valeur singulière.
$\rho(\cdot)$: Rayon spectral.
$\mu_\Delta(\cdot)$: Valeur singulière structurée par rapport à la structure Δ .
P_x	: Taux d'incertitude associé au paramètre x .
s	: Opérateur de Laplace.
h	: Période d'échantillonnage.
ε_s	: Erreur statique
t_r	: Temps de réponse.
Θ	: un ensemble compact
ψ	: vecteur de paramètres
$\nabla_x f$: jacobéenne de la matrice f par rapport à la variable x .
$\ A\ _2$: Norme Euclidienne de la matrice $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$
$\ G\ _\infty$: Norme infinie d'une matrice de transfert $G(s)$

Liste Des Abréviations Et Des Sigles

IE	: Integrated Error.
IAE	: Integrated Absolute Error
ISE	: Integrated Square Error.
IT2SE	: Integrated Time multiplied Square Error.
ITAE	: Integrated Time multiplied Absolute Error.
UAV	: Unmanned Air Vehicle.
TRMS	: Twin Rotor Multi input Multi output system.
LTI	: Linear Time Invariant
LPV	: Linear parameter varying.
LFT	: linear fractional transformation.
LMI	: Linear matrix inequality.
SISO	: Single input Single output.
MIMO	: Multi input Multi output.
GA	: genetic-algorithms.
P	: population.
P_c	: crossover probability.
P_m	: mutation probability.
Fitness	: fitness functions to optimize.
HGA	: Hinfinitiy/genetic-algorithms
GSFPID	: Gain Scheduled Fuzzy PID

INTRODUCTION GENERALE

L'hélicoptère est un aéronef à voilure tournante dont la propulsion et la sustentation sont assurées seulement par des rotors, durant toute la phase de vol. Cet appareil peut effectuer des manœuvres qu'un avion ne peut faire : vol stationnaire, décollage et atterrissage vertical. À basse altitude, il peut soit avancer, reculer ou se déplacer latéralement ce qui lui permet d'atteindre des endroits inaccessibles pour un avion. Toutes ces manœuvres contribuent à son succès que ce soit dans le domaine militaire ou civil. Cependant, l'hélicoptère a une conception plus complexe que celle d'un avion. Il représente un système fortement instable et fortement couplé. La conception d'un autopilote plus rapide et plus précis de l'hélicoptère devient le défi le plus important.

En tant que système dynamique, un hélicoptère doit travailler suivant le cahier des charges de son utilisateur (le pilote) définissant la vitesse relative de l'air, l'altitude, le taux de montée ou de descente, l'angle latéral de translation, ainsi que plusieurs paramètres limitant l'évolution du système. Il est important de remarquer que la dynamique de vol varie d'un hélicoptère à un autre en fonction du type de rotor principal qu'il possède, du sens de rotation des rotors, du nombre de pales, des conditions de vol, du poids de l'hélicoptère et de plusieurs autres caractéristiques définissant chaque hélicoptère et sa dynamique.[1]

Le premier pas pour atteindre le but d'une commande automatique d'un hélicoptère concerne l'obtention d'un modèle du système. L'obtention d'un modèle dynamique pour un système comme celui-ci implique la connaissance de plusieurs aspects liée à son comportement, tel que l'aérodynamique des rotors, des stabilisateurs et du corps de l'hélicoptère ainsi que des aspects mécaniques concernant la dynamique du corps rigide et les représentations de leurs mouvements dans des repères différents.

La difficulté du problème est due à la complexité du modèle fortement non linéaire avec un couplage important et une dynamique instable en boucle ouverte avec des paramètres inconnus et variant dans le temps. De plus, les hélicoptères sont des systèmes sous-actionnés avec un vecteur d'état qui n'est pas complètement accessible. [2] [3] [4]

La conception d'une loi de commande pour un hélicoptère peut poser des problèmes difficiles à résoudre étant donné le nombre considérable de degrés de liberté. En plus, l'instabilité d'un hélicoptère autopiloté est plus significative que celle d'un hélicoptère réel, du fait de la différence de taille. Dans le domaine théorique, les difficultés principales de conception de lois de commande stables pour les hélicoptères ont leur origine dans les non-linéarités et les couplages (partie mécanique solide) et dans le fait que les entrées ne sont ni des forces ni des couples, mais des déplacements de certains éléments qui entraînent la dynamique à travers des forces/couples aérodynamiques. [10] [14]

Nous considérons ici le problème de commande d'un modèle du simulateur de vol d'hélicoptère qui représente un système multivariable (MIMO) constitué de deux sous-systèmes élévation « tangage » et azimut « lacet » fortement couplés. Il s'agit aussi d'un système non linéaire et instable. Les modèles non linéaires proposés présentent des caractéristiques spécifiques qui font de leur étude un défi intéressant.

L'objectif de cette thèse est de proposer des approches pour la conception d'un régulateur capable de stabiliser et d'améliorer les performances dynamiques du système. Ces approches seront validées sur un prototype qui représente un modèle réduit d'un hélicoptère qui permet une réplique de sa dynamique du vol. Le simulateur de vol a acquis une grande

popularité parmi la communauté du système de contrôle en raison des difficultés rencontrées dans l'exécution des expériences directes avec les véhicules aériens.

Bien que ce modèle soit simplifié, mais il présente des défis intéressants vis-à-vis les non-linéarités, les forces aérodynamiques de la condition du système sous actionner et du couplage.

Pour atteindre notre objectif; nous proposerons premièrement une modélisation du système étudié pour le sous-système vertical et le sous-système horizontal du simulateur. Dans une deuxième étape, deux types de contrôleurs classique et hybride seront conçus de telle façon à tenir en compte la présence de haut couplage, non linéarité entre les différentes variables et la non-accessibilité de certains états. Ces contrôleurs étant conçus afin d'atteindre le meilleur compromis performance robustesse [28] [33][35]

Cette thèse est structurée comme suit:

Nous commençons par une étude de l'état de l'art du sujet en considérant les aspects de modélisation et de commande.

Dans le chapitre 1 nous introduisant des généralités sur les hélicoptères et une modélisation générale pour un système à 7-DDL basé sur l'énergie du système ainsi qu'un modèle du type Newton-Euler pour le vol libre autonome de l'hélicoptère.

Dans le chapitre 2, on présente une brève description du simulateur d'hélicoptère, ensuite le modèle mathématique du système sera décrit, ce modèle servira dans ce qui suit à l'application des diverses techniques de synthèse de commande. Suivis par une analyse du modèle en détail et détermination de ses objectifs de contrôle.

Le troisième chapitre traite plusieurs synthèses des lois de commande robuste. Il s'agit des lois de commande classique "PID, H_∞ " et hybride "GSFPID, $H_\infty/GA,LPV/H_\infty$ " basée sur une méthode de conception qui allie deux types de commande qui permet de profiter des avantages de chacune des approches et d'améliorer ainsi les performances du simulateur de vol d'hélicoptère.

Le Quatrième chapitre présente les résultats de simulation et de l'implémentation des lois des commandes synthétisées pour illustrer les limites de performance des contrôleurs proposés.

La comparaison entre les résultats des contrôleurs classiques et ceux des contrôleurs hybrides permettra de dégager la supériorité de ce dernier en matière de performance et surtout en matière d'élargissement du domaine de fonctionnement.

Enfin, nous concluons avec un résumé des objectifs de cette thèse, évaluons la performance et les résultats et proposent plusieurs solutions appropriées susceptibles d'être utilisées à l'avenir.

ETAT DE L'ART

Nous présentons cette étude de l'état de l'art en deux parties, initialement celle qui concerne la modélisation et la commande des hélicoptères.

Le vol des hélicoptères peut se produire avec des modes différents de vol, dans une, deux ou trois directions et avec des conditions très différentes dans chaque mode. Pourtant, dans la littérature concernant l'aérodynamique des hélicoptères les cas analysés les plus importants sont ceux du vol vertical, du vol stationnaire et du vol en palier, d'autre part, la dynamique des pales est souvent négligée.

1 Modélisation :

Le principal objectif de la plupart des articles traitant des problèmes de modélisation d'un hélicoptère drone est d'identifier un modèle linéaire à 6 degrés de liberté grâce à une série de données enregistrées lors de quelques essais en vol ou en soufflerie.

Wayne Johnson [1], couvre largement la théorie de la modélisation de l'hélicoptère. L'auteur traite en détail les théories nécessaires pour obtenir un modèle d'hélicoptère.

Prouty [2] donne une introduction à la dynamique d'hélicoptère concernant le rotor. Leishman [3] présente la dynamique des rotors. La NASA a développé dans les années 80 un modèle d'hélicoptère de test [4]. Cette publication ne décrit pas l'effort de modélisation, mais présente un modèle qui est utilisé dans l'environnement de simulation.

Padfield [5] définit l'hélicoptère comme étant plusieurs sous-systèmes (fuselage, rotors, moteur, etc.) interagissant entre eux. Les équations gouvernant le comportement de ces interactions sont présentées sous la forme d'équations différentielles non linéaires :

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u, t) \quad (1)$$

Avec les conditions initiales $x(0) = x_0$, $x(t)$ est le vecteur d'état, $u(t)$ est le vecteur d'entrée de commande, $f(\cdot)$ est une fonction non linéaire du mouvement de l'hélicoptère, des entrées et des perturbations externes. Afin de trouver une solution au problème de stabilité de l'hélicoptère, une linéarisation autour d'un point de fonctionnement est proposée dans [5]. Ce point de fonctionnement est défini comme une condition particulière d'équilibre (Trim condition) du système donné par l'expression $f(x_e, u_e) = 0$ où l'indice e concerne la condition d'équilibre.

Les dérivées du mouvement sont utilisées afin de formuler la force totale et le couple total sous l'hypothèse d'une représentation du rotor comme étant un système complètement linéaire. Cette approche est basée sur l'idée que les forces et les couples aérodynamiques peuvent être exprimés comme une fonction analytique

multidimensionnelle du mouvement du système par rapport à une condition d'équilibre.

Une des premières validations d'un modèle mathématique complet d'un hélicoptère standard. Les auteurs décrivent l'élaboration d'un modèle dynamique pour l'hélicoptère EH-101. Ce modèle possède plus de 1600 paramètres distribués présentés par Gee et Clarke [6].

Dans Lee [7], un système à 6 DDL correspondant aux trois forces dans les directions x , y et z et aux trois couples autour de chacune des directions précédentes. Le système est linéarisé en utilisant un développement en séries de Taylor. Il s'agit d'un système qui évolue près des conditions du vol stationnaire.

2 Les techniques de commande :

Durant cette dernière décennie, des méthodologies de conception de lois de contrôle pour les hélicoptères à modèle réduit ont été développées, ceci dans le but de stabiliser leur mouvement soit sur une trajectoire, sur un chemin ou autour d'une position fixe.

Les techniques de commande linéaires, l'élaboration de lois de commande linéaires pour contrôler le mouvement d'un hélicoptère posent de nombreux problèmes, car les modèles linéaires simplifiés sont généralement loin de la réalité du système physique. Le modèle dynamique complet d'un hélicoptère engendre en réalité des incertitudes qui constituent des erreurs de la dynamique par rapport au modèle linéaire, et, par conséquent, rend l'élaboration de lois de commande linéaires très difficile.

Les lois de commande doivent donc présenter de très bonnes propriétés de robustesse et de performance.

La majorité des techniques de commande linéaire utilisées nous trouvons une commande PD pour stabiliser l'altitude z et l'angle de lacet ψ , d'un mini hélicoptère à quatre rotors. Ensuite, les auteurs font une comparaison entre la commande non linéaire par la méthode de saturation imbriquée et la commande LQR linéaire. La commande par placement de pôles se trouve dans [8]. Dans [9] [10], Packard et Shim proposent d'utiliser la théorie de la commande μ -Synthèse afin de contrôler un hélicoptère en mode de vol stationnaire. En effet dans [9], en supposant que toutes les incertitudes peuvent être regroupées dans un seul terme, alors le problème de la commande est défini comme suit : trouver un contrôleur interne stabilisant $K(s)$ tel que ; quelles que soient les incertitudes, le système bouclé soit stable. Nous trouvons la commande linéaire (gain scheduling) floue dans l'article de Kadmiri [11]

Dans Mammar [12] ; présente une application de trois types de commandes LQG, LTR et H_∞ pour contrôler différents modes de vol (longitudinal et latéral) d'un hélicoptère et en présence des perturbations dues aux dynamiques des rotors et à un

changement de point de vol amenant l'hélicoptère dans une plage de vol différente. L'auteur a trouvé que les commandes LQG/LTR sont moins robustes que la commande H_∞ sur tout en présence de la perturbation, et l'autre inconvénient est que l'ordre du correcteur (LQG/LTR) est assez élevé d'une part en raison des pondérations ajoutées, d'autre part à cause de l'utilisation de filtre de Kalman nécessaire pour la construction des états non mesurables.

Un contrôleur linéaire robuste mis en application sur Yamaha R-50 à l'université de Carnegie-Mellon. Le contrôleur se compose d'une boucle MIMO (multi entrées multi sorties) pour la stabilisation d'attitude et de quatre boucles SISO séparées pour la commande de la vitesse et de la position.

Les techniques de commande non linéaires, les conceptions de contrôleurs non linéaires sont majoritairement basées sur la notion de la linéarisation de la boucle fermée [14] [15] du modèle non linéaire de l'hélicoptère. L'idée est de transformer la dynamique non linéaire en forme linéaire en utilisant le retour d'état, avec la linéarisation entrée/état correspondant à la linéarisation complète ou partielle. Un système linéarisé par entrée-sortie sans la dynamique interne peut être obtenu comme suit [16] [17] (l'application se fait sur le modèle d'un avion à décollage et atterrissage verticaux(PVTOL)).

Shim, Hoffmann et Sastry dans [10] font une comparaison entre la commande robuste multivariable basée sur les techniques de μ -synthèse, la commande par logique floue et la linéarisation par le retour d'état. Les simulations ont montré que la commande par logique floue donnait les résultats les plus oscillants, la loi de commande par μ -synthèse conduisait aux dépassements les plus grands et finalement la commande linéarisante était la plus performante. Les commandes μ -synthèse et floue sont limitées pour des conditions de vol stationnaire tandis que la linéarisation par retour d'état peut s'appliquer à une variété de mode de vol plus important. Kadmiri, Bergsten, et Driankov dans [11] présentent une loi de commande par logique floue avec séquençement des gains. Ils démarrent leur approche avec un modèle non linéaire utilisé à l'université de Linköping qui décrit les mouvements de l'hélicoptère APID MK-III. Une linéarisation par série de Taylor et en bornant les termes non linéaires est utilisée.

De Carlo donne une méthodologie de commande à mode glissant (plus généralement appelée la commande à structure variable), une stratégie à grande vitesse de commande de commutation est utilisée pour forcer l'état du système pour être sur une surface appelée le mode glissant ou une surface de changement qui est un tube de l'espace d'état défini pour que le concepteur puisse choisir des objectifs de commande comme la stabilisation, le suivi, ou la régulation [18]. L'inconvénient principal associé à cette méthodologie est l'apparition de vibration dans les actionneurs. Une autre application se trouve dans Dumont et M. Huzmezan [19] où

les auteurs utilisent la commande non linéaire multivariable à mode glissant sur le modèle linéarisé de l'hélicoptère PUMA à 9 DDL pendant le vol stationnaire.

Dans la commande adaptative, les paramètres de contrôleur sont ajustés en ligne pour s'adapter aux incertitudes du modèle ou pour améliorer la performance de la commande en présence des perturbations externes. Cette adaptation où le changement continu des paramètres est déterminé par une règle d'adaptation qui est basée sur l'information entrée-sortie du système commandé [21]. Les techniques de commande adaptative sont classifiées comme directes ou indirectes, Chriette et Prasad [22].

Gutierrez [23] considère le problème de la conception non linéaire pour un hélicoptère de laboratoire à deux rotors. Ce dispositif mécanique comporte une dynamique couplée fortement non linéaire, qui constitue un défi pour beaucoup de techniques linéaires classiques de commande. L'article présente une structure d'un PID non linéaire, avec des constantes à temps variables selon la dynamique du système. La méthodologie a été examinée par des résultats expérimentaux à l'aide d'un hélicoptère de laboratoire. Martíez [24] présente une application de la commande linéarisante sur la dynamique longitudinale (sous actionnés) sur le même hélicoptère de laboratoire.

La commande prédictive, parfois appelée « receding horizon control », est une technique de commande dans laquelle l'entrée de commande est obtenue à partir de la résolution d'un problème de commande optimale sur un horizon de temps habituellement fini. Seule la première commande calculée est utilisée, puis le problème d'optimisation est de nouveau résolu. Cette optimisation prévoit le futur comportement du système basé sur son modèle. L'application de cette technique est la plupart du temps, utilisée dans la commande « lente » de processus industriels. La méthodologie a été appliquée aux systèmes linéaires et également aux systèmes non linéaires et implique naturellement des contraintes sur les entrées de commande, les sorties et les états par Mayne [25]. Dans Kim et Shim [26], une commande prédictive du modèle non linéaire(NMPTC) d'un hélicoptère drone a été formulée. L'algorithme NMPTC tient également compte de la planification des trajectoires avec des contraintes d'entrée et d'état tout en suivant la position et l'angle de lacet désirés.

La méthode du backstepping est une technique originale qui fournit un outil de conception très puissant. La flexibilité de la méthode du backstepping permet de résoudre beaucoup de problèmes de conception dans des conditions moins restrictives que celles imposées dans d'autres méthodes, Krsti et Kanellakopoulos[27]. Le backstepping a été appliqué avec succès à une grande variété de systèmes non linéaires et linéaires dans Benaskeur [29] [30]. Dans Frazzoli [31] nous trouvons la première application de la commande de backstepping sur les hélicoptères qui utilise le même modèle dynamique proposé dans [16]. Dans Vilchis [32], le modèle de l'hélicoptère est à 7DDL, la commande extrait du modèle approximé (approché) sans

dynamique de zéros, mais l'application se fait sur le modèle de l'hélicoptère à 3DDL. Chriette [42] montre une autre application de la commande par backstepping sur un modèle d'un hélicoptère drone pendant le vol stationnaire en négligeant les faibles forces latérales et longitudinales (small body force) en utilisant un modèle approximatif, la fonction de Lyapunov dérivée est utilisée pour analyser la performance de la boucle fermée du modèle complet. Ils montrent par un théorème que s'il existe des bornes sur l'erreur initiale et sur les paramètres de trajectoire, des performances acceptables pour le suivi de trajectoire du système sont obtenues.

La commande par la vision présente une nouvelle technique de contrôle permettant d'une part, la réalisation d'une tâche de suivi d'une trajectoire désirée en utilisant la vision et, d'autre part, l'estimation de quelques paramètres aérodynamiques inconnus. La dynamique de la trajectoire à suivre est établie en se basant sur une nouvelle approche d'asservissement visuel développé récemment. Pour l'asservissement visuel des corps rigides sous actionnés. Les travaux de Stein et Athans et Murateta [36] à [41], ont les premiers résultats de l'application de cette commande sur un hélicoptère drone (en France) qui utilisent la commande par la vision pour commander un hélicoptère à quatre rotors et un avion à décollage et atterrissage vertical (PVTOL).

Récemment, on peut citer les travaux de Biswas Pandey et les autres [44] à [49] pour commander un modèle de l'hélicoptère à deux rotors qui prennent en considération le couplage entre les rotors et la dynamique fortement non-linéaire.

3 Systèmes mécaniques sous actionnés (SMS-A) :

Le nombre de degrés de liberté d'un SMS-A est inférieur au nombre d'entrées de commande ($q \in \mathcal{R}^n$, $u \in \mathcal{R}^m$ et $m < n$). Le problème de commande devient donc plus difficile que celui des systèmes complètement actionnés pour lesquels des techniques déjà connues peuvent être appliquées (backstepping, forwarding, feedback linearisation, etc.). Ces techniques ne sont pas applicables à la généralité des SMS-A. lorsque nous devons respecter la consigne de diminuer le poids, la consommation d'énergie ou le cout du système. Lorsque le système sous-actionné est un système mécanique, il peut se représenter par un modèle Lagrangien de la forme [51]

Pour certains systèmes sous-actionnés, une stratégie de commande hybride a été considérée. Dans [51] l'utilisation d'une commande non linéaire est proposée pour amener le système (le Pendubot) dans un voisinage d'un point d'équilibre, ensuite une commutation vers une loi de commande linéaire est faite afin de stabiliser le système autour de ce point d'équilibre. Dans [53] et [56], trois techniques de commande sont proposés en fonction du mode de vol de l'hélicoptère. Une telle stratégie de commande (hybride) peut en principe être considérée dans notre problème. L'utilisation d'une loi de commande en boucle ouverte par [54] nous permet d'apercevoir que même si le système est complètement commandable, [55] le problème de commande pour les SMS-A est encore difficile à résoudre. Des lois de

commande discontinues ou variant dans le temps ont été envisagées dans [54] lorsque la stabilisation du système autour d'un point d'équilibre n'est pas possible.

Nous pouvons aussi citer les principales équipes internationales qui travaillent dans le domaine de la commande d'hélicoptère drone :

1. L'équipe de l'université de Berkeley (Berkeley Acrobot), USA.
2. L'équipe de Georgia Tech (The Georgia Tech Aerial Robotics Mission), USA.
3. Le groupe de travail de l'université de Linköping (UAVTech), Suède.
4. L'équipe du Centre Automatique et Système (CAS) à l'école des Mines de Paris, France.
5. L'équipe de la Commande des systèmes et dynamique du vol (DCSD) de l'ONERA, France.
6. L'équipe de l'université de technologie de Compiègne (UTC), France.
7. L'École nationale supérieure de l'aéronautique et de l'espace (SUPAERO) Toulouse, France.

CHAPITRE 1

Généralité sur l'Hélicoptère

La dynamique des engins volants à voilure tournante est particulièrement difficile à appréhender, tant les effets aérodynamiques et les couplages 3Ds sont nombreux et complexes. Dans ce chapitre, nous présenterons d'abord le principe de fonctionnement d'un hélicoptère birotor, ensuite, nous décrivons brièvement le modèle mathématique générale.

1.1 Généralité sur l'hélicoptère

L'hélicoptère est un giravion dont la sustentation est assurée par un rotor ou un ensemble de pales tournant autour d'un axe sensiblement vertical.

Ce rotor, entraîné par un moteur, assure à la fois la sustentation et la propulsion de l'hélicoptère. Ce dernier est donc capable de vol stationnaire, de décollage et atterrissage vertical, et de déplacement dans toutes les directions.

Un rotor auxiliaire nécessaire à la stabilisation de l'appareil est placé à l'extrémité du fuselage.

1.2 Histoire

L'histoire de l'hélicoptère commence au début du XXe siècle, comme pour l'avion. Mais l'insuffisance de la puissance des moteurs et les problèmes de stabilité rendent les développements beaucoup plus longs et aléatoires. En dehors de la parenthèse des autogires, l'hélicoptère ne prouve son efficacité potentielle qu'au cours de la Seconde Guerre mondiale. Les Allemands sont les premiers, dès 1936, à concevoir un dessin d'hélicoptère viable et à faire voler un appareil stable. Les scientifiques du IIIe Reich ont mis au point, en 1945, des hélicoptères opérationnels, et ont montré leur potentiel au combat. Dès la fin des années 1930, l'Allemagne est devenue, en fait, le centre de développement des hélicoptères.

Les guerres menées dans les années 1950 par la France en Algérie, et les États-Unis en Corée puis au Viêt Nam dans les années 1960/1970, démontreront son intérêt militaire pour les missions de pénétration, d'appui-feu, de lutte antichars et pour le secours des blessés.

Sur le plan technique, c'est l'apparition des turbomachines permettant le développement d'appareils plus lourds, plus rapides et plus fiables, qui donne à l'hélicoptère une place importante au sein des forces armées, de police ou de douane de beaucoup de pays. Sur le plan civil, en raison du coût très élevé de l'heure de vol et de la maintenance seuls quelques privilégiés, et quelques opérations cruciales, profitent de ce moyen de transport et de manutention.

1.3 Configuration générale d'un hélicoptère

Un hélicoptère peut, d'une manière générale, être décomposé en un nombre limité de sous-ensembles : cellule, voilure, groupe motopropulseur, commandes de vol, servitudes de bord, avionique, emports.

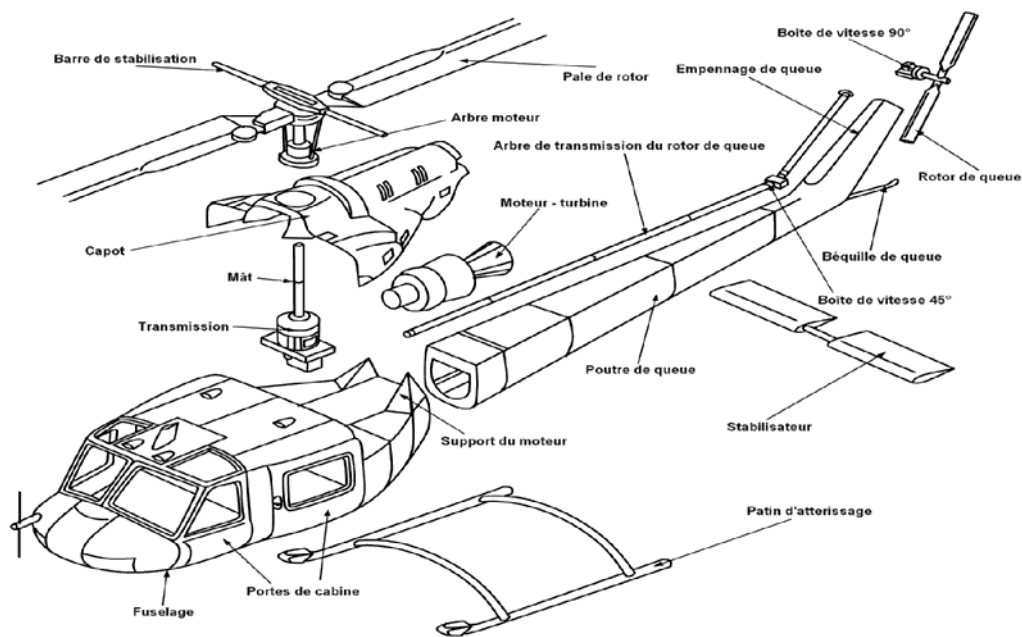


Figure 1.1 : Sous-ensembles d'un hélicoptère

La cellule est constituée du fuselage et du train d'atterrissage.

La voilure est constituée, dans la configuration la plus courante, d'un rotor sustentateur unique et d'un rotor anti-couple situé à l'extrémité d'une poutre à l'arrière du fuselage. La voilure prend aussi parfois la forme de rotors sustentateurs uniquement, en nombre pair pour éliminer le besoin d'un moyen anti-couple. Enfin, on peut mentionner les configurations plus rares suivantes :

- les hélicoptères compound dont la voilure comprend également une aile fixe (Lockheed AH-56 Cheyenne, Eurocopter X3)
- les hélicoptères dont la voilure se résume à un seul rotor sustentateur puisque la fonction anti-couple est réalisée par d'autres moyens (NOTAR, Eurocopter X3)
- Le groupe motopropulseur est constitué d'un moteur à pistons ou d'une ou plusieurs turbines entraînant les rotors.

1.4 Les différentes formules de rotors

Il existe plusieurs formules de construction d'hélicoptères.

La plus répandue est composée de deux parties essentielles :

- le rotor principal ; dont l'axe est vertical, assure la sustentation (la portance venant de la vitesse de rotation et de l'incidence des pales), le vol en translation dans toutes les directions : verticale, longitudinale (avant, arrière) et latérale. Il assure également le contrôle d'attitude en tangage et en roulis de l'hélicoptère.

- le rotor de queue ; ou rotor anti-couple, appelé habituellement « RAC » par les pilotes d'hélicoptère, dont l'axe est sensiblement horizontal. Il empêche l'hélicoptère de tourner sur lui-même lorsque le rotor principal tourne et permet d'assurer le contrôle en lacet. Le premier qui utilisa ce dispositif pour son appareil fût le russe Boris Yuriev en 1912.

Autres formules :

Toutes basées aujourd'hui sur le principe de deux rotors contrarotatifs :



Figure1.2 : Un Kamov Ka-50 utilisant deux rotors de sustentation coaxiaux



Figure1.3 : Un Bristol type 192 Belvedere utilisant des rotors de sustentation dits « en tandem »

- Avec deux rotors de sustentation en tandem (l'un à l'avant, l'autre à l'arrière). Le principal promoteur a été l'Américain Frank Piasecki.
- Avec deux rotors de sustentation coaxiaux (tournants autour du même axe), comme les appareils du constructeur russe Kamov, qui répondent à cette caractéristique définie en 1862 par Ponton d'Amécourt. La configuration coaxiale est certes complexe, mais permet une très grande stabilité de vol en stationnaire ou à basse vitesse et un encombrement de rotor réduit, ce qui explique son succès auprès des entreprises de travaux aériens lourds qui utilisent fréquemment des hélicoptères russes Kamov.
- Avec deux rotors de sustentation dits « engrenants » (deux axes de rotor en « V »), dont la rotation est synchronisée de manière que leurs pales se croisent sans se toucher pendant la rotation, comme les machines du constructeur allemand Anton Flettner, reprises par l'Américain Kaman, réalisateur du K-Max, qui, de par leur conception, font également l'économie d'un rotor anticouple.

- Une autre solution consiste à propulser un unique rotor avec des éjecteurs de gaz à haute vitesse positionnés en bouts de pales. Ceci permet de se passer de rotor anticouple, tous les efforts aérodynamiques de traînée étant annulés par réaction. Cette formule n'a été utilisée en série que sur le petit Djinn de la SNCASO, produit dans les années 1950.

1.5 Le mouvement rotatif

La portance est une force dirigée vers le haut qui est créée lorsqu'une voilure fend l'air. Dans le cas d'un hélicoptère, la voilure (les pales) se déplace dans trois directions par rapport à l'air : horizontalement, verticalement et suivant un mouvement circulaire. L'interaction entre les forces générées par le mouvement dans ces plans détermine la façon dont l'hélicoptère évolue.

1.5.1 Dissymétrie de la portance

La géométrie élémentaire nous indique que plus la circonférence d'un cercle est importante, plus la distance qu'un point du cercle doit parcourir pour effectuer un tour est grande. Les points le long d'une pale d'hélicoptère sont simplement des points qui se déplacent en cercles concentriques autour de l'axe du rotor. Les trajectoires parcourues par les points situés à l'extrémité de la pale sont beaucoup plus longues que les trajectoires des points situés près du centre, mais tous les points d'une pale mettent le même temps pour effectuer un tour. Cela signifie que les points situés à l'extrémité des pales se déplacent plus vite que les points situés près de l'axe du rotor.

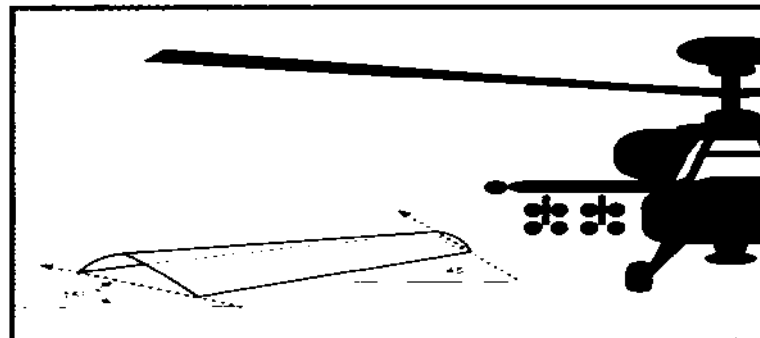


Figure 1.4 : pale d'hélicoptère

Pour compenser la dissymétrie de la portance, les pales d'hélicoptère sont vrillées vers l'intérieur de la pale. Ceci augmente l'angle d'inclinaison de la pale et, par conséquent, crée une force de sustentation plus importante.

Cette technique permet de créer une portance uniforme sur toute la longueur des pales du rotor.

1.5.2 Configuration conique

Lorsque la portance générée par l'hélicoptère augmente, les pales s'élèvent au-dessus de la position horizontale et adoptent une position qui leur fait décrire un cône. Ceci se produit parce que la portance s'exerce sur la totalité de la pale, mais que seule une extrémité de la pale est libre de bouger vers le haut (ou vers le bas). Aussi, toute la portance qui s'exerce sur la pale agit sur l'extrémité de la pale.

Plus l'angle au sommet de ce cône est aigu, plus la portance générée est réduite. Ceci est dû au fait que lorsque les pales du rotor adoptent une configuration conique, la surface efficace du disque diminue. La surface du disque efficace est la surface couverte par une révolution de la pale. Si les pales sont disposées selon une configuration conique, le diamètre du disque s'en trouve « raccourci ».

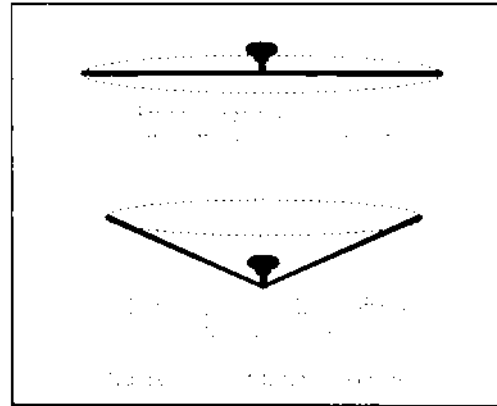


Figure 1.5 : Configuration conique

1.5.3 Déflexion aérodynamique descendante

En tournant, les pales du rotor propulsent de l'air vers le bas. L'air juste en dehors du disque du rotor suit une trajectoire ascendante, fait demi-tour et se retrouve propulsé vers le bas au travers du disque du rotor. Cela s'appelle courant d'air induit ou déflexion aérodynamique descendante.

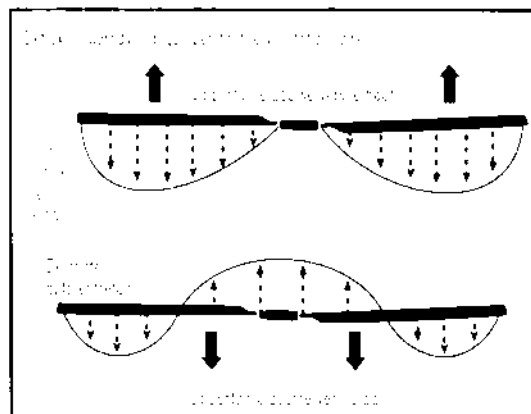


Figure 1.6 : Déflexion aérodynamique

La déflexion aérodynamique descendante ne présente aucun problème en vol normal et lors de changements d'altitude progressifs ; elle peut même être utilisée pour augmenter la portance, lors d'un vol stationnaire. Cependant, lors de descentes prononcées (dépassant 30°) la déflexion aérodynamique descendante peut être fatale.

1.5.4 Effet de sol en vol stationnaire

Lorsqu'un hélicoptère est en vol stationnaire à moins d'une longueur de pale du sol, la déflexion aérodynamique descendante exerce sur la surface une pression vers le bas. Un coussin d'air artificiel est alors créé, l'air « rebondissant » sur le sol et remontant dans les pales du rotor.

Au sein d'un coussin d'air dû à l'effet de sol, il faut moins de puissance pour maintenir l'hélicoptère en l'air, étant donné que la déflexion aérodynamique descendante qui rebondit sur le sol s'ajoute à la portance produite par la rotation des pales du rotor. Lorsqu'ils sont en vol stationnaire au sein d'un effet de sol, les pilotes peuvent diminuer l'angle de pas collectif des pales (c'est-à-dire l'angle d'attaque des pales) et réduire la puissance du moteur. Le vol stationnaire en dehors de l'effet de sol exige plus de puissance que n'importe quelle autre manœuvre de l'hélicoptère.

Les surfaces lisses (comme l'asphalte ou le ciment) génèrent un coussin d'air plus dense. Un terrain accidenté a tendance à perturber le courant d'air et à rendre le coussin d'air moins uniforme.

1.5.5 Descente auto-entretenu

Si un hélicoptère effectue une descente verticale extrêmement rapide avec une faible vitesse horizontale, il peut se retrouver pris dans sa propre déflexion aérodynamique descendante, et le pilote pourra éprouver des difficultés à générer suffisamment de portance pour arrêter la descente. Cette situation est appelée descente auto-entretenu, également connue sous le nom d'anneau tourbillonnaire.

Lorsqu'un hélicoptère effectue une descente auto-entretenu, sa vitesse verticale de descente est supérieure à la vitesse de l'air pris dans la déflexion aérodynamique descendante. Cela signifie que le flux aérodynamique en dessous de la partie interne du disque du rotor ne crée plus de portance, l'air circule en fait vers le haut par rapport au disque. La portance est créée dans la mauvaise direction, entraînant l'appareil vers le bas dans le sens de la descente.

1.6 Couple

Le fonctionnement bizarre des premiers modèles d'hélicoptères à été, pendant des siècles, la cause de beaucoup de frustrations pour leurs constructeurs. A chaque fois qu'un modèle décollait, il chavirait d'un côté ou se mettait à tourner ou à sauter de façon incontrôlable. Ce n'est que plus tard que l'on comprit que ce comportement était le résultat d'un couple : l'axe du rotor du modèle tournait dans un sens, tandis que le reste de l'appareil se mettait en rotation dans le sens inverse.

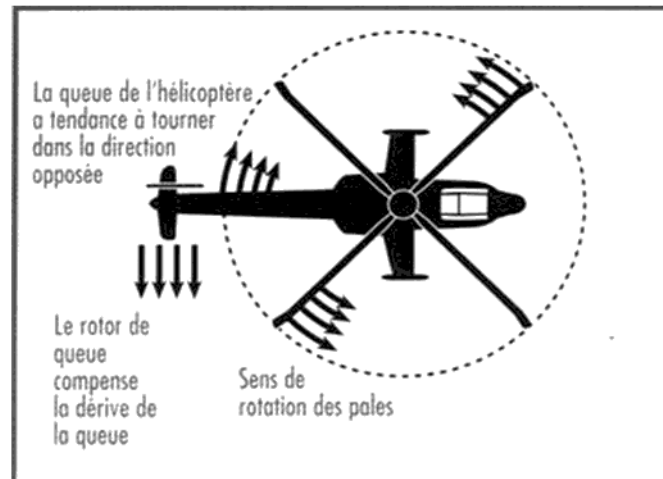


Figure 1.7 : couple

La troisième loi de Newton déclare que pour toute action, il y a une réaction égale et opposée. Dans ce cas, la réaction est un couple. Le fuselage d'un hélicoptère tourne dans le sens inverse de celui dans lequel tourne son rotor.

1.6.1 Le rotor de queue

De nombreux hélicoptères disposent d'un rotor de queue pour compenser le couple. Le pilote utilise les pédales du palonnier (qui contrôlent la vitesse de rotation du rotor de queue) pour exercer une force dans le sens inverse du couple créée par la rotation des pales. Le rotor de queue génère cette force de la même manière que le rotor principal génère de la portance : les pédales du palonnier augmentent ou diminuent l'angle d'attaque des pales, ce qui augmente ou diminue l'intensité de la force créée par le rotor de queue. Le rotor de queue peut également être utilisé pour donner du lacet à l'appareil lors d'un vol stationnaire et pour effectuer des virages plus serrés.

1.6.2 Vol stationnaire et tendance à la translation

En vol stationnaire, les hélicoptères équipés d'un rotor de queue ont tendance à dériver sur le côté parce que le rotor de queue « pousse » littéralement l'appareil. C'est ce qu'on appelle la tendance à la translation. Les hélicoptères équipés de pales qui tournent dans le sens inverse des aiguilles d'une montre dérivent vers la droite. Pour compenser cette dérive, le pilote peut incliner vers la gauche le disque du rotor dans son ensemble. Ceci entraîne le rotor principal à exercer davantage de force contre le rotor de queue.

Certains modèles modernes d'hélicoptères ont des fonctions intégrées qui prennent en compte la tendance à la translation. Le rotor principal peut s'incliner légèrement vers la gauche lorsque la commande de pas cyclique est au neutre. Ou le

système de commande peut incliner le rotor vers la gauche lorsque l'on augmente le pas collectif au cours d'un vol stationnaire.

1.7 Le mouvement horizontal

A l'inverse d'un avion à voilure fixe, qui utilise la poussée des moteurs pour se propulser vers l'avant, un hélicoptère se déplace vers l'avant (ou vers l'arrière, ou encore sur le côté) en inclinant sa portance.

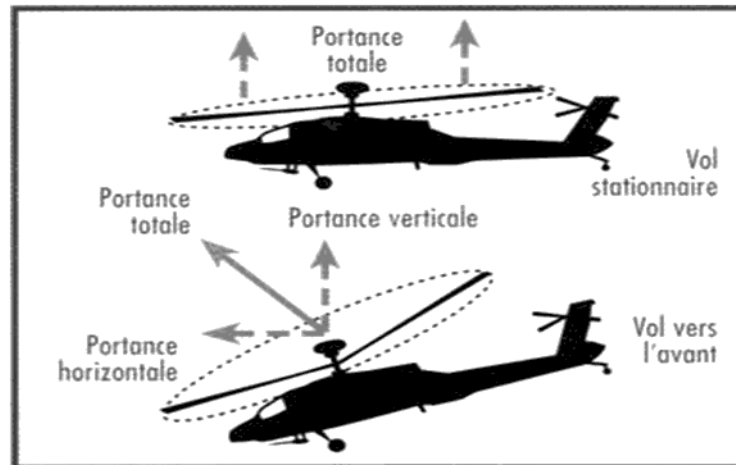


Figure 1.8 : Le mouvement horizontal

Pour avancer, un pilote ajuste sa commande de pas cyclique, qui ajuste l'angle de chaque pale le long de sa trajectoire de rotation, de manière à ce que l'ensemble du disque du rotor (le plan de rotation du rotor et des pales) reste incliné vers le bas. Lorsque l'appareil est en vol stationnaire, le disque du rotor est parallèle au sol, et la totalité de la portance qu'il génère pousse l'avion vers le haut. Une fois que le disque du rotor est incliné, la portance est également inclinée. Lorsque le disque est incliné vers l'avant, davantage de portance est générée vers l'avant de l'hélicoptère que vers l'arrière, et l'hélicoptère avance.

Étant donné qu'une partie de la portance est dirigée vers l'avant lorsqu'un hélicoptère avance, la composante verticale de la portance est plus faible. Par conséquent, il faut générer davantage de portance totale pour que l'avion puisse avancer à une altitude constante. La même chose se produit lorsque l'on tourne (inclina sur un côté), étant donné que la portance est déportée vers le côté.

1.7.1 Portance de translation

La portance est initialement produite lorsque les pales du rotor tournent et que leur surface inclinée fend l'air. Lorsque l'hélicoptère passe d'un vol stationnaire à un mouvement vers l'avant, de l'air circule le long de l'hélicoptère, du nez vers la

queue. Cet air passe également sur les pales en rotation, créant une portance supplémentaire. La portance créée par le mouvement horizontal d'un hélicoptère est appelée portance de translation.

Tout comme la portance « normale » augmente lorsque la vitesse des pales augmente, la portance de translation augmente, jusqu'à un certain point. La portance de translation commence à se faire sentir à partir d'une vitesse d'environ 20 nœuds.

1.7.2 Asymétrie de la portance

La vitesse et la portance des pales deviennent plus compliquée lorsqu'un hélicoptère se déplace horizontalement, parce que les pales de l'hélicoptère ont un mouvement de rotation circulaire et que leur vitesse de rotation vient s'ajouter ou se soustraire à leur vitesse horizontale à différent point de leur cycle de rotation.

Pendant la moitié de la rotation, les pales vont en direction du nez de l'hélicoptère. Pendant l'autre moitié, elles vont en direction de la queue.

Les pales qui vont en direction du nez (les pales avançantes) se déplacent vers l'avant avec une certaine vitesse, ses pales avancent également à cette même vitesse. Pour les pales avançantes, la somme de ces deux vitesses est égale à la vitesse de l'air qui passe sur la pale.

Les pales qui vont en direction de la queue (les pales reculantes) se déplacent en fait dans la direction opposée au mouvement de l'hélicoptère. Dans ce cas, la vitesse de l'air qui passe sur les pales est la vitesse aérodynamique de l'avion vers l'avant moins la vitesse à laquelle les pales se déplacent vers la queue.

Étant donné que la vitesse de la pale varie au cours d'une révolution de la pale, la quantité de portance qu'elle crée fluctue. Les pales avançantes créent plus de portance, et les pales reculantes génèrent moins de portance. Ceci entraîne une asymétrie de la portance, ce qui signifie que la portance sur un côté du disque du rotor n'est pas égale à la portance de l'autre côté.

1.7.3 Décrochage des pales reculantes

Lorsque la vitesse de l'hélicoptère vers l'avant augmente, la vitesse aérodynamique autour des pales reculantes diminue, ce qui signifie que la portance générée par les pales reculantes diminue. Afin de compenser cette réduction de portance, l'angle d'attaque des pales reculantes doit être accru, de manière à équilibrer la portance sur le côté gauche et sur le côté droit du disque du rotor (pour ce faire, le pilote déplace la commande de pas cyclique du côté où la portance est la plus grande). Cependant, une augmentation trop importante de l'angle d'attaque

résulte en un décrochage. Une poche au sein de laquelle les filets d'air sont décollés se forme près du centre du disque du rotor.

Les pales décrochent et sortent du décrochage à mesure qu'elles traversent cette zone. Cela provoque des vibrations qui avertissent le pilote que les pales ont décroché et qu'elles peuvent être endommagées si la situation de décrochage empire. Si vous continuez à augmenter la vitesse aérodynamique au-delà de ce stade, la zone de décrochage devient plus grande, les vibrations s'intensifient et finalement, soit le rotor est détruit, soit l'appareil part en roulis sur un côté, étant donné que la portance générée du côté du rotor, où à lieu le décrochage, est moindre.

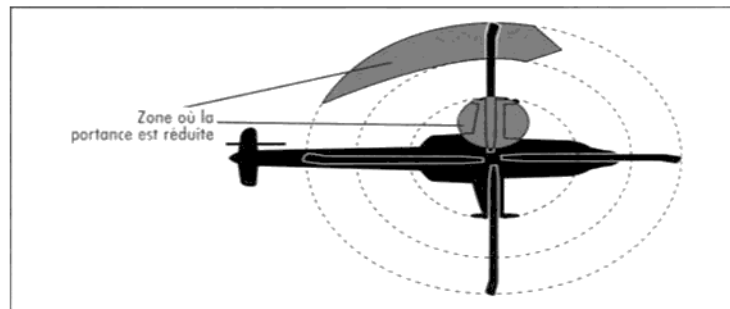


Figure 1.9 : Décrochage des pales

1.7.4 Atterrissage auto-rotatif

Dans le cas d'une panne moteur ou d'un décrochage de pale impossible à rattraper, un pilote peut être contraint à effectuer un atterrissage auto-rotatif. Un atterrissage auto-rotatif est un atterrissage effectué sans puissance moteur. Tandis que l'hélicoptère descend, de l'air circule vers le haut au travers du disque du rotor. Le système du rotor est conçu de manière à ce que ce courant ascendant entretienne le mouvement de rotation des pales, et en fournir une quantité minimale peut permettre au pilote de rester en l'air suffisamment longtemps pour atterrir sans s'écraser [70] [5].

1.8 Modèle général d'un hélicoptère :

Cette partie présente un modèle général non linéaire à 7-DDL destiné à être appliqué au vol libre autonome d'un hélicoptère de type modèle VARIO Benzin-Trainier (qui constitue un système sous actionnés) pour lequel les forces aérodynamiques générées par l'interaction des rotors avec le corps ont été caractérisées. Considérons les phénomènes aérodynamiques jouant un rôle important dans la détermination des efforts aérodynamiques comme le battement vertical et la raideur des pales, la force de traînée sur le fuselage, les couples de traînée des rotors, et les forces agissant sur l'hélicoptère, à partir d'un modèle [2] [32].

Il existe différentes manières de présenter la dynamique d'un corps rigide évoluant dans un espace tridimensionnel. Le formalisme de Newton-Euler et le formalisme d'Euler-Lagrange sont les plus répandus.

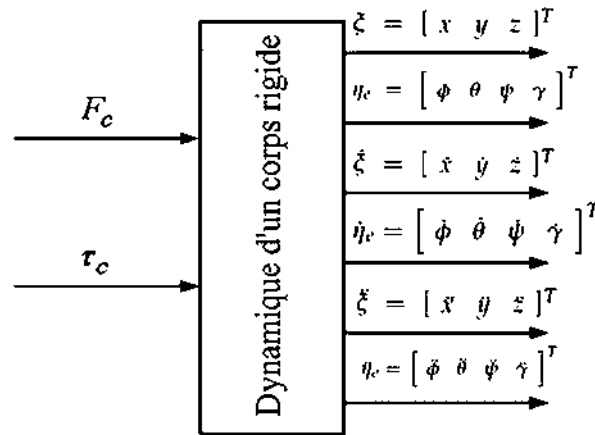


Figure 1.10 : Représentation de la dynamique d'un corps rigide

Le modèle général à 7-DDL destiné au vol 3D de l'hélicoptère (régulation au sol, décollage, montée, vol stationnaire, vol en palier, vol 3D, descente et atterrissage), basée sur des considérations d'énergie cinétique et potentielle. L'énergie cinétique du rotor de queue est prise en compte dans la modélisation, l'énergie potentielle est formée par la partie gravitationnelle et par l'énergie élastique associée au phénomène de battement vertical.

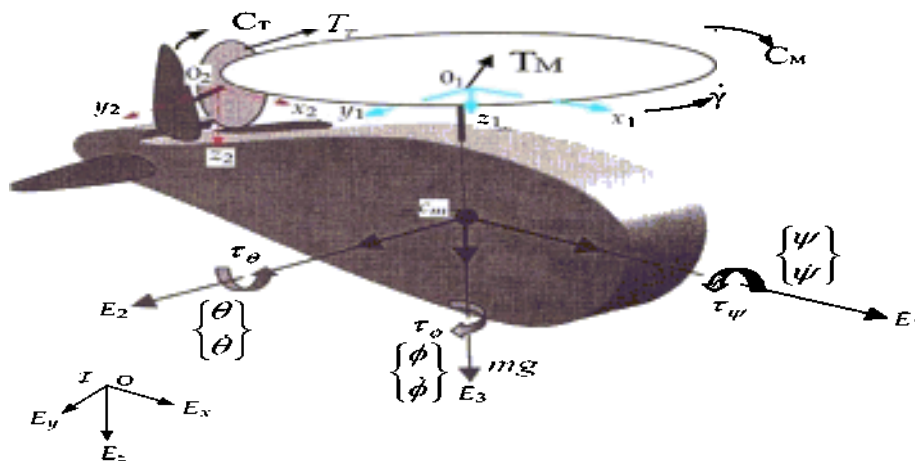


Figure 1.11 : le système de référence

Dans le cas général, le centre de masse cm de l'hélicoptère ne se trouve pas sur un axe de symétrie. Plusieurs systèmes de référence sont définis de la façon suivante (figure 1.11) :

- τ est appelé repère inertiel. Il est lié à un point o situé à la surface de la Terre. Il est supposé galiléen. Le théorème fondamental de la mécanique s'y applique donc. On associe à τ le système d'axes (O, E_x, E_y, E_z) .

- C est appelé repère corps (repère mobile). Il est lié au centre de gravité c_m . On associe à C le système d'axes $C = (c_m, E_1, E_2, E_3)$ où E_1 est appelé axe de roulis, E_2 est appelé axe de tangage, et E_3 est appelé axe de lacet.
- Le repère (o_1, x_1, y_1, z_1) est placé au centre du rotor principal et fixe par rapport au corps de l'hélicoptère.
- Le repère (o_2, x_2, y_2, z_2) est placé au centre du rotor de queue et fixe par rapport au corps de l'hélicoptère.

Le modèle dynamique utilisant le formalisme d'Euler-Lagrange se base sur le vecteur de coordonnées généralisées $q \in \mathbb{R}^7$ de l'hélicoptère étudié (VARIO Benzain Trainer) qu'on peut définir par le vecteur [32] :

$$q(t) = [x \quad y \quad z \quad \phi \quad \theta \quad \varphi \quad \gamma]^T$$

Où x , y et z définissent la position du centre de masse de l'hélicoptère par rapport au repère inertiel $(0, x, y, z)$ (figure 1.11). L'angle d'azimut des pâles du rotor principal est γ . L'orientation de l'hélicoptère est donnée par ϕ , θ et φ désigner les trois angles d'Euler (lacet, tangage et roulis), le vecteur d'angle d'Euler est exprimé dans le repère mobile (c_m, E_1, E_2, E_3) .

Il est noté η_c :

$$\eta_c = [\phi \quad \theta \quad \psi]^T$$

La matrice de rotation R est paramétrisé par les angles d'Euler et elle est donnée par : [67]

$$R = \begin{bmatrix} C_\theta C_\phi & S_\psi S_\theta C_\phi - C_\psi S_\phi & C_\psi S_\theta C_\phi + S_\psi S_\phi \\ C_\theta S_\phi & S_\psi S_\theta S_\phi + C_\psi S_\phi & C_\psi S_\theta S_\phi - S_\psi S_\phi \\ -S_\theta & S_\psi C_\theta & C_\psi C_\theta \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

Le vecteur de vitesse angulaire ω_c est donné en fonction des angles d'Euler et de leurs dérivées par la paramétrisation locale suivante :

$$\omega_c = \begin{bmatrix} \omega_{xc} \\ \omega_{yc} \\ \omega_{zc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\psi} - \dot{\phi} s_\theta \\ \dot{\theta} c_\psi + \dot{\phi} c_\theta s_\psi \\ \dot{\phi} c_\theta c_\psi + \dot{\theta} s_\psi \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

Où ω_c L'équation qui décrit la vitesse angulaire dans le repère mobile (c_m, E_1, E_2, E_3) lié au corps de l'hélicoptère.

Le vecteur q est formé de deux composantes r et p :

$$q(t) = \begin{bmatrix} r^T & p^T \end{bmatrix}^T$$

Ou $r(t) = [x \ y \ z]^T$ et $p(t) = [\phi \ \theta \ \psi \ \gamma]^T$

$\dot{q}(t) = [\dot{r}^T \ \dot{p}^T]^T$, nous remarquons que la première composante de cette dérivée est la vitesse de translation V exprimée dans le repère inertiel.

On considère que :

$$\omega = \begin{bmatrix} \omega_{xc} \\ \omega_{yc} \\ \omega_{zc} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix}$$

L'angle d'azimut des pales du rotor principal est noté γ

A partir de (1.2) nous avons donc :

$$\omega = \begin{bmatrix} \omega_{xc} \\ \omega_{yc} \\ \omega_{zc} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s_\theta & 0 & 1 & 0 \\ c_\theta s_\psi & c_\psi & 0 & 0 \\ c_\theta s_\psi & -s_\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

Nous trouvons que $\omega = J_0 \dot{p}$ avec :

$$J_0 = \begin{bmatrix} -s_\theta & 0 & 1 & 0 \\ c_\theta s_\psi & c_\psi & 0 & 0 \\ c_\theta s_\psi & -s_\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

$\omega = [\omega_{xc} \ \omega_{yc} \ \omega_{zc} \ \dot{\gamma}]^T$ est le vecteur de vitesse angulaire de l'hélicoptère par rapport au repère fixe au centre de masse de l'hélicoptère.

Nous pouvons donc écrire :

$$q(t) = \begin{bmatrix} \dot{r} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V \\ J_0^{-1} \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_3 & 0 \\ 0 & J_0^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ \omega \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

En définissant :

$$J = \begin{bmatrix} I_3 & 0 \\ 0 & J_0 \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

et avec

$$\tau_c = \begin{bmatrix} V \\ \omega \end{bmatrix}$$

et :

$$\tau_c = J\dot{q}$$

Nous pouvons calculer le Lagrangian $L = T - U$ et obtenir les équations du mouvement de l'hélicoptère à partir de :

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (1.7)$$

Avec U est l'énergie potentielle, T l'énergie cinétique de l'hélicoptère

L'énergie cinétique de l'hélicoptère T comme étant constituée par une énergie cinétique de translation du centre de masse de l'hélicoptère T_t et par une énergie cinétique de rotation T_r du système autour de ce centre de masse.

$$T = T_t + T_r \quad (1.8)$$

Ou

$$T_t = \frac{1}{2} m \dot{r}^T \dot{r}$$

L'énergie cinétique de rotation est considérée formée par celle du fuselage T_{rF} , celle du rotor principal T_{rM} et celle du rotor de queue T_{rT} .

Nous considérons que l'énergie potentielle de l'hélicoptère est constituée de l'énergie potentielle gravitationnelle U_g et de l'énergie élastique U_b reliée au battement vertical des pales du rotor principal.

$$U = U_g + U_b \quad (1.9)$$

Avec

$$U_g = -mgz \quad \text{Et} \quad U_b = k \beta^2$$

Ou la matrice est la matrice d'inertie calculée dans le repère lié au corps de l'hélicoptère :

Les éléments de $M(q)$ et $C(q, \dot{q})$ sont donnés dans l'annexe E. Les termes de la matrice de Coriolis sont appelés les symboles de Christoffel.

Le vecteur des forces conservatives est calculé par l'équation suivante :

$$G = \frac{\partial U}{\partial q_i} \quad (1.13)$$

Où $i=1, \dots, 7$. Nous trouvons donc :

$$G(q) = [0 \ 0 \ G_3 \ 0 \ 0 \ 0 \ G_7]^T$$

Où :

$$G_3 = c_{11}$$

$$G_7 = c_{12}s_\gamma + c_{13}c_\gamma + c_{14}s_\gamma c_\gamma + c_{15}(c_\gamma^2 - s_\gamma^2)$$

$$Q = J_R^T F_L \quad (1.14)$$

Où Q est le vecteur des actions aérodynamiques (externes) appliquées au centre de masse de l'hélicoptère avec $F_L = (F_c, \tau_c)^T$

La relation entre le vecteur de forces généralisées et celui de forces externes appliquées au système

$$J_R^T = J^T R_{ext} = \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & J_0^T \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

Les composantes du vecteur des forces externes F_L en fonction des forces et des couples aérodynamiques.

Il est alors utile d'exprimer F_L de la manière suivante :

$$F_L = D(\dot{q}, u)u + A(\dot{q})u + B(\dot{q}) \quad (1.16)$$

Les matrices D et A et le vecteur B de l'expression de F_L sont donnés ci-dessous :

$$D(\dot{q}, u) = \begin{bmatrix} (c_{16}V^T V + c_{17}\dot{\gamma}^2)u_3 & 0 & c_{18}\|V\|\dot{\gamma}u_3 & 0 \\ (c_{16}V^T V + c_{17}\dot{\gamma}^2)u_4 & 0 & c_{18}\|V\|\dot{\gamma}u_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ (c_{24}V^T V + c_{25}\dot{\gamma}^2)u_4 & 0 & c_{26}\|V\|\dot{\gamma}u_4 & 0 \\ -(c_{24}V^T V + c_{25}\dot{\gamma}^2)u_3 & 0 & -c_{26}\|V\|\dot{\gamma}u_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

$$A(\dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & A_{13} & 0 \\ 0 & A_{22} & 0 & A_{24} \\ A_{31} & 0 & A_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{44} \\ 0 & 0 & A_{53} & 0 \\ 0 & A_{62} & 0 & 0 \\ A_{71} & 0 & A_{73} & A_{74} \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

Avec

$$A_{13}(\dot{q}) = (c_{19} \|V\| - c_{18} v_1) \dot{\gamma}$$

$$A_{22}(\dot{q}) = (c_{20} V^T V + c_{21} \dot{\gamma}^2)$$

$$A_{24}(\dot{q}) = (c_{19} \|V\| - c_{18} v_1) \dot{\gamma}$$

$$A_{31}(\dot{q}) = (c_{16} V^T V - c_{17} \dot{\gamma}^2)$$

$$A_{33}(\dot{q}) = c_{18} \|V\| \dot{\gamma}$$

$$A_{44}(\dot{q}) = (c_{27} \|V\| - c_{26} v_1) \dot{\gamma}$$

$$A_{53}(\dot{q}) = -(c_{27} \|V\| - c_{26} v_1) \dot{\gamma}$$

$$A_{62}(\dot{q}) = c_{31} V^T V + c_{32} \dot{\gamma}^2$$

$$A_{71}(\dot{q}) = c_{33} + (c_{34} \|V\| - c_{17} v_1) \dot{\gamma}$$

$$A_{73}(\dot{q}) = -(c_{35} \|V\| + c_{36} v_1) \|V\| + c_{37} \dot{\gamma}^2$$

$$A_{74}(\dot{q}) = c_{40} \|V\| + c_{38} v_1 \dot{\gamma} + c_{39} \dot{\gamma}^2 + c_{41} V^T V$$

$$B(\dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (c_{19} \|V\| - c_{18} v_1) \dot{\gamma} + c_{22} \\ c_{23} \\ c_{28} + c_{29} V^T V + c_{30} \dot{\gamma}^2 \\ 0 \\ c_{42} \dot{\gamma}^2 + c_{43} v_1^2 + c_{44} V^T V + c_{45} \|V\| v_1 + c_{46} v_1 \dot{\gamma} + c_{47} \|V\| \dot{\gamma} \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

Le modèle de Newton-Euler qui est obtenu à partir (1.10).

Nous écrivons (1.10) de la façon suivante :

$$M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) = J_R^T [D(\dot{q}, u) u + A(\dot{q}) u + B(\dot{q})] \quad (1.20)$$

Pour ce qui suit, considérons la notation suivante lorsque le système est séparé en deux sous-systèmes concernant la translation (indice t) et la rotation (indice r) de l'hélicoptère.

$$\mathcal{I} = \begin{bmatrix} \mathcal{I}_t & 0 \\ 0 & \mathcal{I}_r \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & C_r \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

$$G = \begin{bmatrix} G_t \\ G_r \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

Pour le sous-système de translation, nous pouvons donc écrire :

$$\mathcal{I}_t \dot{V} + G_t = R f_{cm} \quad (1.24)$$

Où $V = [\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z}]^T$ est le vecteur de vitesse de l'hélicoptère par rapport au repère inertiel

Et pour le sous-système de rotation :

$$J_0^T \mathcal{I}_r \dot{\omega} + [C_r J_0^{-1} - J_0^T \mathcal{I}_r \dot{J}_0 J_0^{-1}] \omega + G_r = J_0^T \tau_{cm} \quad (1.25)$$

Le torseur des efforts externes calculé dans le repère fixe au centre de masse de l'hélicoptère est donné par : $F_c = [f_{cm}^T \quad \tau_{cm}^T]^T$

Supposant que le vecteur de forces externes est donné par

$$\bar{F}_c = A_1(\dot{q})u + B_1(\dot{q}) \in \mathfrak{R}^7 \quad (1.26)$$

L'ensemble de deux équations du modèle de Newton-Euler définissant le mouvement de l'hélicoptère :

$$\begin{cases} \mathcal{I}_t \dot{V} + G_t = R f_{cm} \\ J_0^T \mathcal{I}_r \dot{\omega} + [J_0^{-T} C_r J_0^{-1} - \mathcal{I}_r \dot{J}_0 J_0^{-1}] \omega + J_0^{-T} G_r = \bar{\tau}_{cm} \end{cases} \quad (1.27)$$

Avec $\bar{f}_{cm} \in \mathfrak{R}^3$ et $\bar{\tau}_{cm} \in \mathfrak{R}^4$ rappelons que R n'est pas une matrice constante.

$$\bar{f}_{cm} = A_1(\dot{q})u + B_1(\dot{q}) \quad (1.28)$$

Où la matrice A_1 et le vecteur B_1 sont

$$A_1(\dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & A_{113} & 0 \\ 0 & A_{122} & 0 & A_{124} \\ A_{131} & 0 & A_{133} & 0 \end{bmatrix} \quad (1.29)$$

Avec

$$A_{113}(\dot{q}) = (c_{19} \|V\| - c_{18} v_1) \dot{\gamma}$$

$$A_{122}(\dot{q}) = (c_{20} V^T V + c_{21} \dot{\gamma}^2)$$

$$A_{124}(\dot{q}) = (c_{19} \|V\| - c_{18} v_1) \dot{\gamma}$$

$$A_{131}(\dot{q}) = c_{16} V^T V - c_{17} \dot{\gamma}^2$$

$$A_{133}(\dot{q}) = c_{18} \|V\| \dot{\gamma}$$

$$B_1(\dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (c_{19} \|V\| - c_{18} v_1) \dot{\gamma} + c_{22} \end{bmatrix} \quad (1.30)$$

$$\bar{\tau}_{cm} = A_2(\dot{q})u + B_2(\dot{q}) \quad (1.31)$$

(c1...c46) les constantes du modèle général.

Où la matrice A_2 et le vecteur B_2 sont

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & A_{214} \\ 0 & 0 & A_{223} & 0 \\ 0 & A_{232} & 0 & 0 \\ A_{241} & 0 & A_{243} & A_{244} \end{bmatrix} \quad (1.32)$$

Avec

$$A_{214}(\dot{q}) = (c_{27} \|V\| - c_{26} v_1) \dot{\gamma}$$

$$A_{223}(\dot{q}) = -(c_{27} \|V\| - c_{26} v_1) \dot{\gamma}$$

$$A_{232}(\dot{q}) = c_{31} V^T V + c_{32} \dot{\gamma}^2$$

$$A_{241}(\dot{q}) = c_{33} + (c_{34} \|V\| - c_{17} v_1) \dot{\gamma}$$

$$A_{243}(\dot{q}) = -(c_{35} \|V\| + c_{36} v_1) \|V\| + c_{37} \dot{\gamma}^2$$

$$A_{244}(\dot{q}) = c_{40} \|V\| + c_{38} v_1 \dot{\gamma} + c_{39} \dot{\gamma}^2 + c_{41} V^T V$$

$$B_2(\dot{q}) = \begin{bmatrix} c_{23} \\ c_{28} + c_{29} V^T + c_{30} \dot{\gamma}^2 \\ c_{42} \dot{\gamma}^2 + c_{43} v_1^2 + c_{44} V^T V + c_{45} \|V\| v_1 + c_{46} v_1 \dot{\gamma} + c_{47} \|V\| \dot{\gamma} \end{bmatrix} \quad (1.33)$$

En prenant en compte que $\mathcal{I}_l = c_0 I_3$ nous pouvons écrire :

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \frac{1}{c_0} [R\bar{f}_{cm} - G_r] \tag{1.34}$$

Et

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_{xc} \\ \dot{\omega}_{yc} \\ \dot{\omega}_{zc} \\ \ddot{\gamma} \end{bmatrix} = \mathcal{I}_r^{-1} \bar{\tau}_m + [J_0 J_0^{-1} - \mathcal{I}_r^{-1} J_0^{-T} C_r J_0^{-1}] \omega - \mathcal{I}_r^{-1} J_0^{-T} G_r \tag{1.35}$$

Les variables d'état définies dans le tableau suivant :

Variable	Dérivée
$x_1 = x$	$x_2 = \dot{x}$
$x_3 = y$	$x_4 = \dot{y}$
$x_5 = z$	$x_6 = \dot{z}$
$x_7 = \omega_{xc}$	$x_8 = \dot{\omega}_{xc}$
$x_9 = \omega_{yc}$	$x_{10} = \dot{\omega}_{yc}$
$x_{11} = \omega_{zc}$	$x_{12} = \dot{\omega}_{zc}$
$x_{13} = \gamma$	$x_{14} = \dot{\gamma}$

Table 1.1 les variables d'état du modèle d'hélicoptère.

Les expressions des vecteurs de force et les couples (qui contiennent les 4 commandes [u1, u2, u3, u4]) sont très complexes. Elles présentent de fortes non-linéarités et un grand couplage entre les entrées de commande.

Les composantes longitudinales et latérales du vecteur force Fc (Fx, Fy) sont petites par rapport à la force verticale Fz et peuvent être considérées comme des perturbations dans le modèle général. De cette façon nous pouvons écrire Fx =Fy =0 et nous considérons le cas d'un modèle non perturbé.

On considère la force de poussée T_M et les couples τ_φ, τ_θ, τ_ψ comme des entrées de commande.

La représentation d'état du modèle peut-être mise sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{X} &= f(X) + g(x, u) \\ Y &= h(X) \end{aligned}$$

Le vecteur d'entrée $u \in \mathfrak{R}^4$ est donné par :

$$U = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_M \\ h_T \\ B_1 \\ A_1 \end{bmatrix}$$

Il s'agit donc d'un système sous-actionné où h_M et h_T sont les leviers collectifs du rotor principal et de queue respectivement, u_3 commande associé à l'angle longitudinal de pas cyclique B_1 (rad). u_4 commande associé à l'angle latéral de pas cyclique A_1 (rad).

Une représentation du modèle en variables d'états est donnée par les équations :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_7 \\ \dot{x}_9 \\ \dot{x}_{11} \\ \dot{x}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 \\ x_6 \\ x_8 \\ x_{10} \\ x_{12} \\ x_{14} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_8 \\ \dot{x}_{10} \\ \dot{x}_{12} \\ \dot{x}_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\omega}_{xc} \\ \ddot{\omega}_{yc} \\ \ddot{\omega}_{zc} \\ \ddot{\gamma} \end{bmatrix} \quad (1.36)$$

$$\text{Et } Y = [x, y, z, \varphi]^T$$

Le modèle dynamique complet d'un hélicoptère est relativement difficile à établir et nécessite une étude mathématique assez poussée. Ainsi, il n'était exposé ici que des notions de base et simplifiées.

Nous pouvons conclure qu'un modèle dynamique universel pour l'hélicoptère n'existe pas. Cela peut être justifié, d'une part, par la complexité du système en lui-même (modèle non-linéaire et instable, en particulier en vol stationnaire). D'autre part, une représentation simple de la dynamique du comportement complet de l'hélicoptère, dans tous les modes de vol permettant la synthèse de loi de commande, n'existe pas. Ceci est dû au fait que la dynamique résulte principalement de la nature différente des diverses forces aérodynamiques dans les différentes conditions de vol.

Dans le deuxième chapitre, on présente une brève description du simulateur de vol d'hélicoptère, ensuite le modèle mathématique du système sera décrit.

CHAPITRE 2

Modélisation du simulateur
de vol d'hélicoptère

La qualité des algorithmes de contrôle, décrit dans le chapitre suivant, ainsi que la validité des résultats de la simulation dépendent fortement de combien le modèle mathématique reflète le réel simulateur de vol d'hélicoptère. À cet effet, il est important de souligner les hypothèses dans lesquelles ce modèle est dérivé, et aussi des simplifications apportées afin de faciliter la conception des contrôleurs.

2.1 Le Twin rotor MIMO System

Le simulateur de vol d'hélicoptère est un système physique aérodynamique conçu pour le développement et l'implémentation de nouvelles lois de commandes. Ceci inclut : la modélisation de la dynamique du système, l'identification, l'analyse et la conception de divers contrôleurs par des méthodes classiques et modernes. Son comportement ressemble à celui d'un hélicoptère réel. De point de vue de la commande, il présente un système non linéaire multivariable fortement couplé. Figure (2.1).

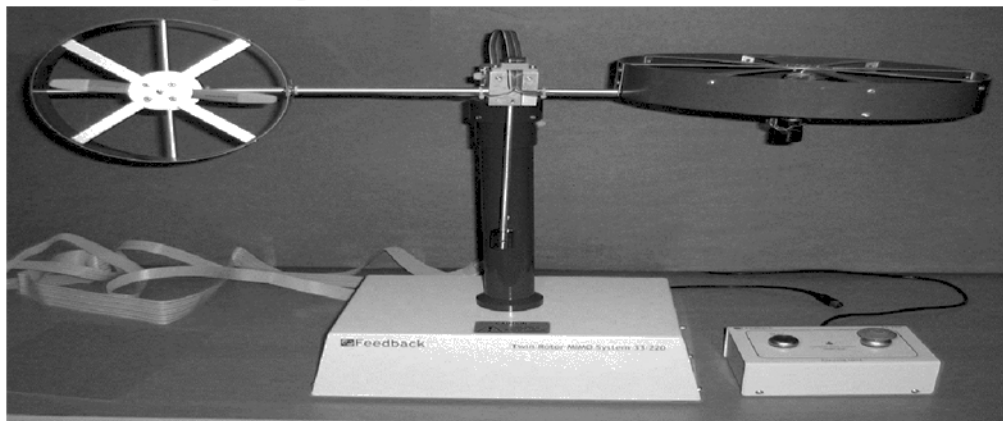


Figure 2.1 : Simulateur d'hélicoptère

2.2 Présentation du système

Le simulateur de vol d'hélicoptère est un système non linéaire à deux entrées et à deux sorties (MIMO), les deux sorties étant l'angle d'élévation α_v et l'angle d'azimut α_h et les deux entrées étant les tensions appliquées aux deux moteurs à courant continu. Le système est non linéaire, instable en boucle ouverte et présente un couplage important.

Le concept est fourni par la société Feedback spécialisée dans la conception d'équipements d'ingénierie. Les deux sorties étant l'angle d'élévation α_v et l'angle d'azimut α_h , les deux entrées étant les tensions appliquées aux deux moteurs à courant continu.

À l'origine, le simulateur est contrôlé par un logiciel fonctionnant sous Matlab. L'acquisition des signaux et l'envoi des commandes sont faits par les cartes d'acquisition de la compagnie Advantech.

À chaque extrémité d'une tige pivotant par rapport à la base se trouvent deux hélices entraînées par deux moteurs à courant continu. L'hélice de queue assure un déplacement horizontal alors que l'hélice principale permet un déplacement vertical. Un contrepois permet d'ajuster une position d'équilibre désirée. Deux encodeurs optiques HEDS-95440 montés au pivot indiquent les positions horizontales et verticales de la tige. Deux tachymètres

installés sur les moteurs (un sur chaque moteur) indiquent la vitesse angulaire des moteurs. Le contrôle du système se fait par la commande en tension des deux moteurs.

Il est important de noter les limitations physiques du système. La position verticale α_v est limitée entre -70° et $+60^\circ$ elle prend en compte du fait que les déplacements verticaux sont positifs dans le sens contraire de rotation de la montre (positive en haut et négative en bas). La position horizontale α_h est limitée entre -135° et $+200^\circ$ (les déplacements horizontaux sont positifs dans le sens horaire).

Les caractéristiques du système sont données par le tableau suivant :

Longueur du fuselage	70cm
Longueur des pales du rotor principal	20cm
Longueur des pales du rotor anti-couple	10cm
L'alimentation des deux moteurs	12 V

Tableau 2.1 : les caractéristiques du système

2.2.1 Description du simulateur

Le simulateur de vol d'hélicoptère est formé :

- Une poutre pouvant pivoter sur sa base de manière à ce qu'elle puisse tourner librement dans les plans vertical et horizontal.
- Deux propulseurs : (principal et anticouple) fixés aux deux extrémités de la poutre. Ils sont formés d'une hélice, d'un moteur à courant continu et d'un bouclier de sécurité.
- Un contrepois fixé sur une tige collée au niveau du pivot de la poutre, son rôle est de diminuer les vibrations (oscillations) de cette dernière.
- Une tour pour maintenir la poutre.
- Une base comprenant des circuits électriques pour l'adaptation, la synchronisation et le filtrage des signaux entrants et sortants.
- Un boîtier de marche/arrêt des moteurs.

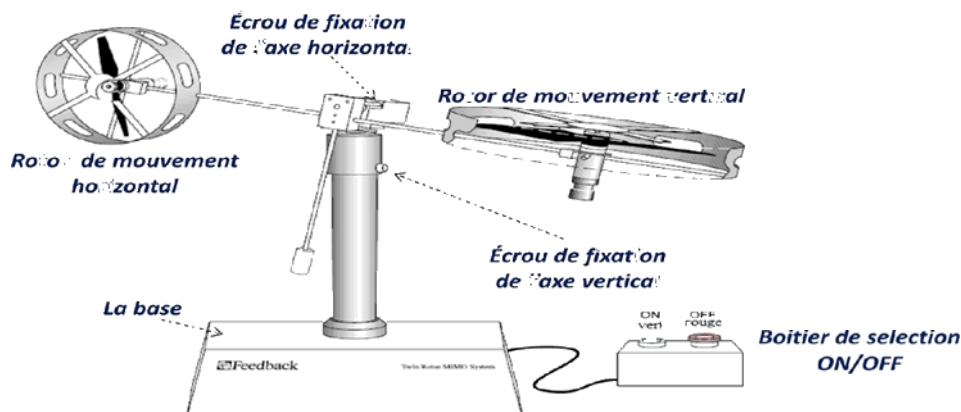


Figure 2.2 : Description du Simulateur

L'articulation sphérique permet à la poutre de pivoter simultanément dans le plan horizontal et vertical. C'est un système à deux degrés de liberté, mais on peut restreindre le mouvement à un degré de liberté à l'aide de deux vis.

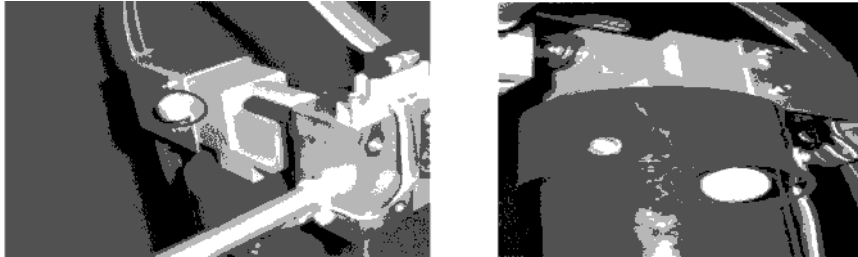


Figure 2.3 : Vis de fixation de la tige.

❖ Propulseurs :

Le simulateur possède deux propulseurs, un principal qui agit dans le plan vertical, et l'autre secondaire qui agit dans le plan horizontal. Chaque propulseur est composé d'une hélice. Ces dernières sont entraînées par des moteurs à courant continu (marque MAXON), couplés avec des tachymètres. La tension de commande varie entre $\pm 2,5$, le signe de la tension indique le sens de rotation.

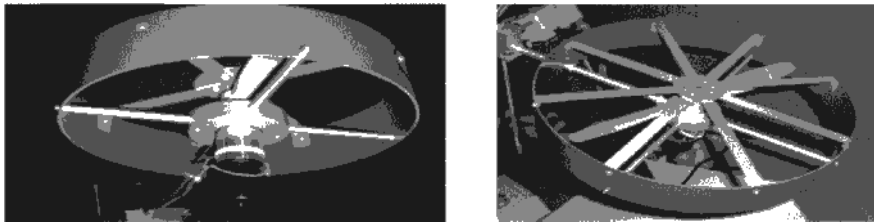


Figure 2.4 : Propulseur du simulateur d'hélicoptère.

❖ Commande des deux moteurs :

Les moteurs électriques à courant continu offrent l'avantage de présenter des vitesses de rotation proportionnelles à la tension qui leur est appliquée. Le mécanisme utilisé est un hacheur, qui est un convertisseur statique alimenté par une source de tension continue produisant aux bornes du moteur une tension de valeur moyenne réglable (figure 2.5).

Ce hacheur est commandé par des trains d'impulsions (MLI) qui sont générés à partir du signal de commande provenant du PC à travers la carte d'acquisition.

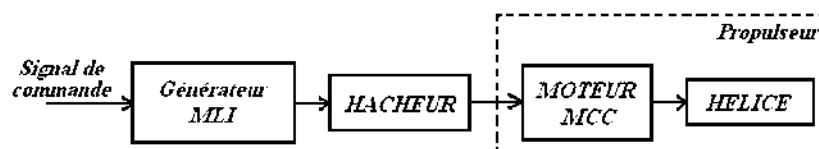


Figure 2.5 : Schéma block du fonctionnement du propulseur.

❖ **Les encodeurs optiques,**

Ces capteurs servant à la mesure des angles d'azimut et d'élévation se situent à l'intérieur du pivot sphérique de la poutre.

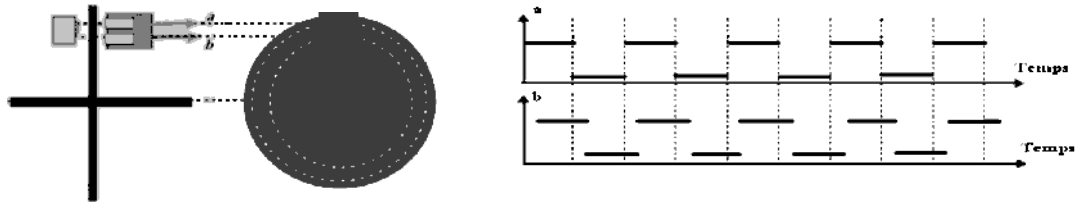


Figure 2.6 : Encodeurs optiques.

❖ **La SCSI BOX :**

La SCSI BOX (figure 2.7) a comme rôle d'adapter les signaux entre la carte d'acquisition et les différents connecteurs de la base du simulateur et de séparer ces différents signaux en fonction de leurs types.

La boîte dispose de quatre connecteurs :

- un connecteur 68 pins pour connecter le câble global 68 pin SCSI de la carte d'acquisition.
- un grand connecteur PL1 pour les entrées digitales des capteurs de positions (deux encodeurs optiques).
- un petit connecteur PL2 pour les sorties analogiques (deux tensions de commande des moteurs).
- un petit connecteur PL3 pour les entrées analogiques (retour tachymétrique des deux moteurs).

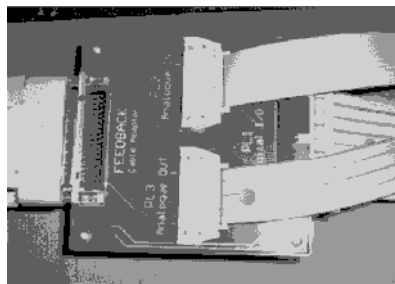


Figure 2.7 : La SCSI BOX.

❖ **Carte d'acquisition ADVANTECH PCI 1711 :**

C'est une carte d'acquisition universelle qui s'installe sur le port PCI du PC de commande et dispose de connecteurs extérieurs pour des entrées/sorties analogiques et digitales. Ces principales caractéristiques sont :

- La fonction Plug & Play.
- 16 entrées analogiques configurables 16 simples (single-ended) ou source flottante.
- Convertisseurs A/D industriels normalisés à approximations successives.
- 12 bits utilisés pour la conversion des entrées analogiques.
- La fréquence maximale d'échantillonnage est de 100KHz.

- Gamme des entrées analogiques programmables et contrôlables par logiciel.
- Chaque canal dispose de sa gamme individuelle stockée dans la RAM de la carte.
- 2 sorties analogiques (convertisseur D/A).
- 16 canaux d'entrées digitales.
- 16 canaux de sorties digitales.
- Un compteur programmable.

Son principal rôle dans notre application est de permettre la commande digitale d'un système continu à travers un PC, en convertissant les signaux analogiques aux numériques et vice-versa. Dans notre cas, on utilise :

- Deux sorties analogiques (convertisseur D/A) pour délivrer les tensions de commande de références.
- Les entrées digitales des deux encodeurs optiques pour mesurer l'angle d'élévation et d'azimut de la poutre.
- Deux entrées analogiques (convertisseur A/D) pour récupérer le retour tachymétrique.



Figure 2.8 : Carte d'acquisition PCI 1711.

2.2.2 Les logiciels utilisés :

Les logiciels utilisés sont :

MATLAB : il joue le rôle d'une plateforme, où tous les autres composants s'exécutent. C'est l'environnement le plus utilisé dans le monde par les ingénieurs, il fournit plusieurs routines sophistiquées de calculs numériques.

SIMULINK : C'est un langage de haut niveau graphique, à l'aide duquel on programme avec des objets ou blocs. Ces objets peuvent être soit des blocs standards ou bien des blocs spécialisés conçus par l'utilisateur.

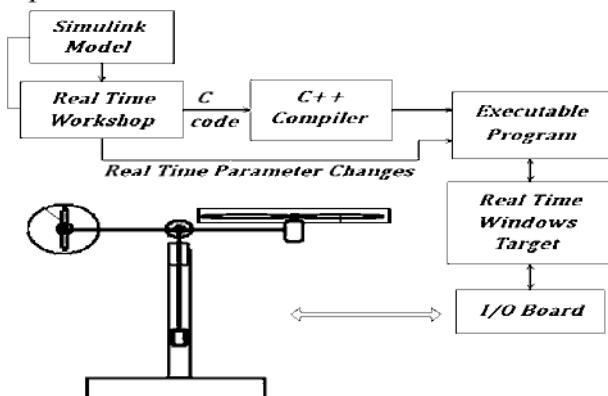


Figure 2.9 : Processus de génération du code exécutable.

REAL TIME WORKSHOP : c'est le programme le plus important, il génère automatiquement du code source C++ optimisé, à partir du modèle simulink. De plus, ce code est paramétrable pour plusieurs Target (cible) d'implémentation. Dans notre cas, le target est un processeur Pentium sous WINDOWS comme système d'exploitation.

Compilateur C++ : il compile le code généré par Real Time Workshop et fait l'édition des liens pour générer un exécutable qui communique avec la cible d'implémentation (Target), c'est le compilateur VISUAL C++ 6.0 Pro.

REAL TIME WINDOWS TARGET : dans le cas d'un environnement (WINDOWS), ce petit kernel (noyau) est essentiel. Son rôle est primordial, il assure le temps réel pour notre régulateur, car WINDOWS est un OS événementiel de ce fait il ne permet pas l'exécution en temps réel. Il s'exécute comme un service résident dans le niveau zéro (mode noyau) et intercepte les interruptions matérielles avant WINDOWS. Ensuite, il communique avec l'exécutable du régulateur et joue le rôle d'interface avec le système physique à travers la carte d'acquisition. Il contrôle, donc, le flux de données et de signaux du modèle (maintenant exécutable) vers le système physique et vice-versa.

2.3. Modélisation du système

Plusieurs travaux ont été réalisés, dont le but est de modéliser et identifier le système. Afin de développer un modèle dynamique pour le simulateur d'hélicoptère, nous avons utilisé une méthode directe basée sur le calcul des forces agissant sur le corps du simulateur. Le développement de ce modèle sera fait sous les hypothèses simplificatrices suivantes [67] [72] :

- Les dynamiques du sous-système du rotor sont des équations différentielles du premier ordre.
- Les frottements sont de type visqueux,
- Le sous-système hélice/air peut être décrit par les lois d'écoulement.

2.3.1. Sous système d'élévation

Initialement, nous considérons la rotation de la tige dans le plan vertical. C'est-à-dire autour de l'axe horizontal. On considère que les couples moteurs sont générés par les hélices. La rotation peut être assimilée au principe du mouvement du pendule. En appliquant la seconde loi de Newton, on obtient :

Avec :

$$M_v = J_v \frac{d^2 \alpha_v}{dt^2} \quad (2.1)$$

$$M_v = \sum_{i=1}^4 M_{vi} \quad (2.2)$$

$$J_v = \sum_{i=1}^8 J_{vi} \quad (2.3)$$

L'équation (2.1) peut être écrite sous la forme :

$$\text{Où : } J_v M_v = M_{v1} + M_{v2} + M_{v3} + M_{v4}$$

Les différents moments sont calculés comme suit :

2.3.1.1. Moment gravitationnel M1

Pour déterminer les moments de la gravitation appliqués à la poutre et qui la mettent en rotation autour de l'axe horizontal, on considère la situation illustrée dans la figure 2.10.

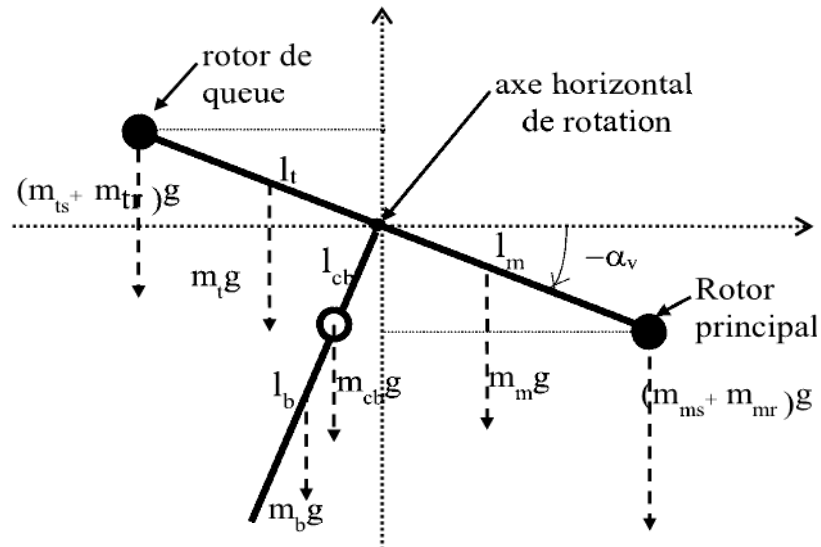


Figure 2.10 : Forces de gravité agissant sur le système.

$$M_{v1} = g \left\{ \left[\left(\frac{m_t}{2} + m_{tr} + m_{ts} \right) l_t - \left(\frac{m_m}{2} + m_{mr} + m_{ms} \right) l_m \right] \cos \alpha_v - \left(\frac{m_b}{2} l_b + m_{cb} l_{cb} \right) \sin \alpha_v \right\} \quad (2.5)$$

Qui peut être écrite :

$$M_{v1} = g \{ [A - b] \cos \alpha_v - C \sin \alpha_v \} \quad (2.6)$$

Avec :

$$\begin{cases} A = \left(\frac{m_t}{2} + m_{tr} + m_{ms} \right) l_t \\ b = \left(\frac{m_m}{2} + m_{mr} + m_{ms} \right) l_m \\ c = \left(\frac{m_b}{2} l_b + m_{cb} l_{cb} \right) \end{cases} \quad (2.7)$$

2.3.1.2. Moment de la force aérodynamique M_{v2}

Pour déterminer les moments des forces propulsives appliquées à la tige, on considère la situation suivante illustrée dans la figure 2.11.

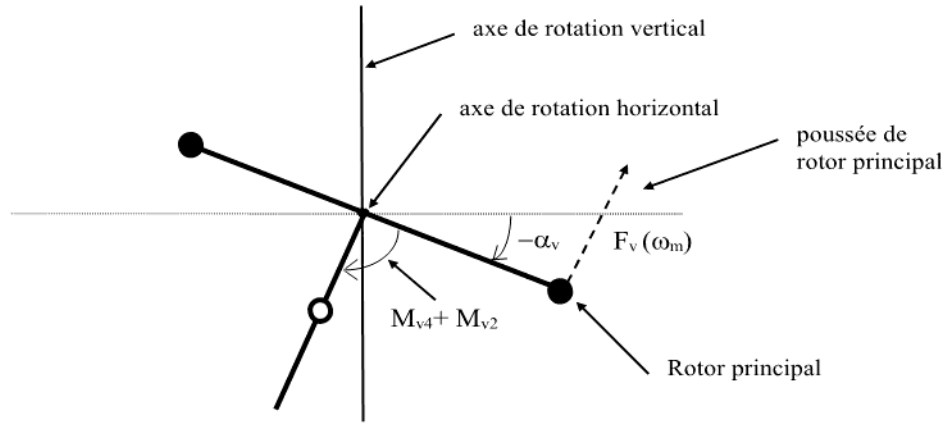


Figure 2.11 : Moments de la force aérodynamique et de friction

$$M_{v2} = l_m F_v(\omega_m) \tag{2.8}$$

2.3.1.3. Moment des forces centrifuge M_{v3} :

$$M_{v3} = -\Omega_h^2 \left\{ \left(\frac{m_t}{2} + m_{mr} + m_{ms} \right) l_t + \left(\frac{m_m}{2} + m_{mr} + m_{ms} \right) l_m + \left(\frac{m_b}{2} l_b + m_{cb} l_{cb} \right) \right\} \cos \alpha_v \sin \alpha_v \tag{2.9}$$

Avec :

$$\Omega_h = \frac{da_h}{dt} \tag{2.10}$$

On peut écrire (2.9) sous forme compacte :

$$M_{v3} = -\Omega_h^2 (A + B + C) \cos \alpha_v \sin \alpha_v \tag{2.11}$$

2.3.1.4 Moment de friction M_{v4} :

$$M_{v4} = -\Omega_v K_v \tag{2.12}$$

Avec :

$$\Omega_v = \frac{da_v}{dt} \tag{2.13}$$

2.3.1.5. Moment d'inertie J_v :

D'après la figure 2.11 on peut déterminer le moment d'inertie par rapport à l'axe horizontal. On remarque que ce moment est indépendant de l'angle d'élévation :

$$J_{v1} = m_{tr} l_m^2 \tag{2.14a}$$

$$J_{v2} = m_m \frac{l_m^2}{3} \tag{2.14b}$$

$$J_{v3} = m_{cb} l_{cb}^2 \tag{2.14c}$$

$$J_{v4} = m_b \frac{l_b^2}{3} \tag{2.14d}$$

$$J_{v5} = m_{tr} l_t^2 \tag{2.14e}$$

$$J_{v6} = m_t \frac{l_t^2}{3} \tag{2.14f}$$

$$J_{v7} = \frac{m_{ms}}{2} r_{ms}^2 + m_{ms} l_m^2 \tag{2.14g}$$

$$J_{v8} = m_{ts} r_{ts}^2 + m_{ts} l_t^2 \tag{2.14h}$$

2.3.2. Sous système d'azimut :

De la même façon, on peut décrire le mouvement de la tige autour de l'axe vertical, le mouvement horizontal peut être décrit comme étant un mouvement de rotation d'un solide :

$$M_h = J_h \frac{d^2 a_h}{dt^2} \tag{2.15}$$

Ainsi :

$$M_h = \sum_{i=1}^2 M_{hi} \tag{2.16}$$

$$J_h = \sum_{i=1}^8 J_{hi} \tag{2.17}$$

2.3.2.1. Moment de la force aérodynamique

Pour déterminer les moments de forces appliquées à la tige, on considère le cas (figure 2.12).

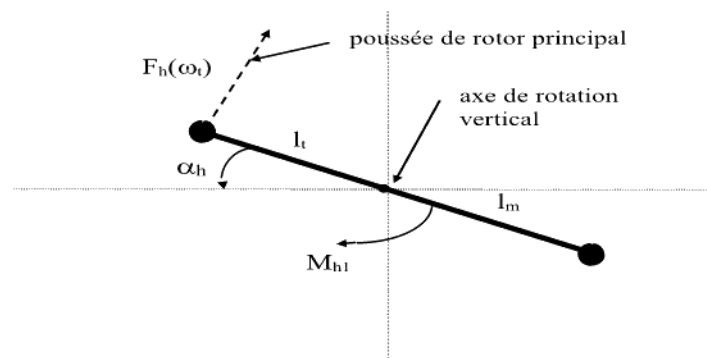


Figure 2.12 : Moments des forces dans le plan horizontal

$$M_v = l_t F_h(\omega_t) \cos \alpha_v \tag{2.18}$$

2.3.2.2. Moment de friction

Il est défini par la loi suivante :

$$M_{h2} = -\Omega_h K_h \quad (2.19)$$

2.3.2.3. Moment d'inertie

Les moments d'inertie relative à l'axe vertical sont :

$$J_{h1} = \frac{m_m}{3} (l_m \cos \alpha_v)^2 \quad (2.20a)$$

$$J_{h2} = \frac{m_l}{3} (l_l \cos \alpha_v)^2 \quad (2.20b)$$

$$J_{h3} = \frac{m_b}{3} (l_b \sin \alpha_v)^2 \quad (2.20c)$$

$$J_{h4} = m_{lr} (l_l \cos \alpha_v)^2 \quad (2.20d)$$

$$J_{h5} = m_{mr} (l_m \cos \alpha_v)^2 \quad (2.20e)$$

$$J_{h6} = m_{cb} (l_{cb} \sin \alpha_v)^2 \quad (2.20f)$$

$$J_{h7} = \frac{m_{ts}}{2} r_{ts}^2 + m_{ts} (l_{lt} \cos \alpha_v)^2 \quad (2.20g)$$

$$J_{h8} = m_{ms} r_{ms}^2 + m_{mr} (l_m \cos \alpha_v)^2 \quad (2.20h)$$

Ou sous forme compacte :

$$J_h(\alpha_v) = D \cos^2 \alpha_v + E \sin^2 \alpha_v + F \quad (2.21)$$

Où : D, E et F sont des paramètres constants :

$$\begin{cases} D = \frac{m_b}{3} l_b^2 + m_{cb} l_{cb}^2 \\ E = \left(\frac{m_m}{3} + m_{mr} + m_{ms} \right) l_m^2 + \left(\frac{m_l}{3} + m_{lr} + m_{ts} \right) l_l^2 \\ F = m_{ms} r_{ms}^2 + \frac{m_{ts}}{2} r_{ts}^2 \end{cases} \quad (2.22)$$

2.3.3. Dynamiques des propulseurs (hélices et moteurs)

Les deux moteurs sont à courant continu commandés en tension.

On considère le modèle simple d'une MCC avec une charge extérieure :

$$I \left(\frac{\dot{\omega}}{\omega} \right) = \frac{K_t}{R} (u - K_b \omega) - T_L \quad (2.23)$$

La charge, T_L , ici représente les frottements mécaniques et les frottements aérodynamiques générés par la rotation de l'hélice. Puisque ces frottements sont difficiles à modéliser, on a introduit une nouvelle variable U_{vv} pour le vertical et U_{hh} pour l'horizontal ainsi que deux fonctions non linéaires dans les caractéristiques statiques seront déterminées expérimentalement.

Le sous-système devient alors un système de premier ordre avec une fonction non linéaire à sa sortie :

$$\begin{cases} \frac{du_{vv}}{dt} = \frac{1}{T_{mr}}(-u_{vv} + K_{mr}u_v) \\ \omega_t = p_v(u_{vv}) \end{cases} \quad (2.24)$$

$$\begin{cases} \frac{du_{hh}}{dt} = \frac{1}{T_{tr}}(-u_{hh} + K_{tr}u_h) \\ \omega_t = p_h(u_{hh}) \end{cases} \quad (2.25)$$

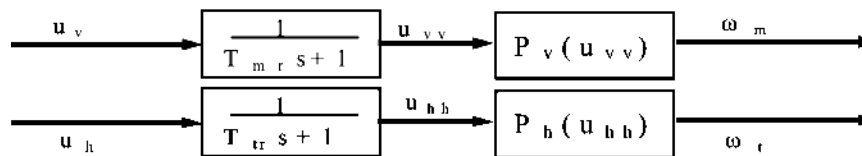


Figure 2.13 : Schéma bloc des moteurs

2.3.4. Modèle d'état

En utilisant les équations précédentes, on peut écrire les équations décrivant le mouvement du système :

$$\frac{dS_v}{dt} = \frac{1}{J_v} \left[l_m F_v(\omega_m) - \Omega_v k_v + g((A - B) \cos \alpha_v - C \sin \alpha_v) - \frac{1}{2} \Omega_h^2 (A + B + C) \sin 2\alpha_v \right] \quad (2.26)$$

$$\frac{d\alpha_v}{dt} = \Omega_v \quad (2.27)$$

$$\Omega_v = S_v + \frac{J_{tr} \omega_t}{J_v} \quad (2.28)$$

$$\frac{dS_h}{dt} = \frac{1}{J_h(\alpha_v)} \left[l_t F_h(\omega_t) \cos \alpha_v - \Omega_h k_h \right] \quad (2.29)$$

$$\frac{d\alpha_h}{dt} = \Omega_h \quad (2.30)$$

$$\Omega_h = S_h + \frac{J_{mr} \omega_m \cos \alpha_v}{J_h(\alpha_v)} \quad (2.31)$$

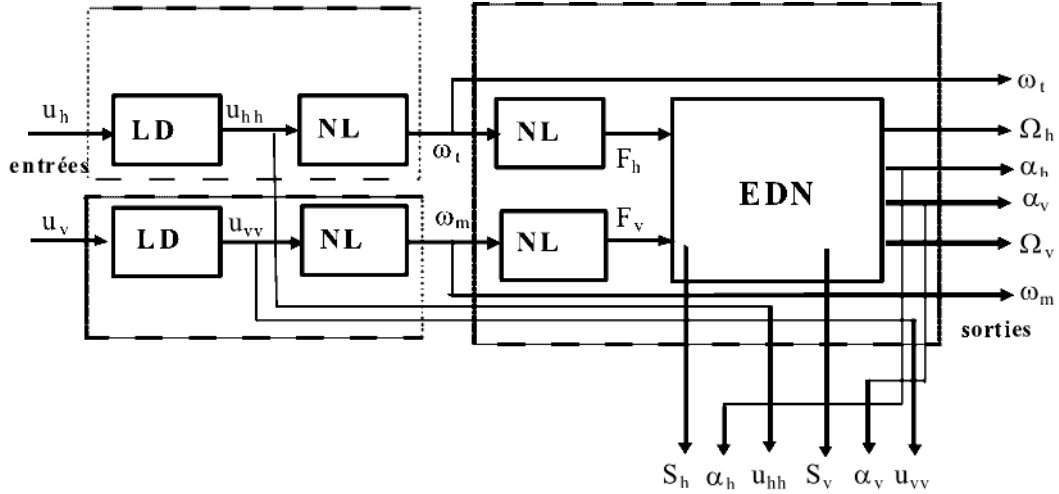


Figure 2.14 : Block diagramme des équations du model

LD dénotes les équations différentiel linéaire, NL dénotes non-linéarité, et EDN dénotes les équations différentiel non-linéaire.

En choisissant comme :

$$\text{Vecteur d'entrée : } u = [u_v u_h]^T$$

$$\text{Vecteur d'état : } x = [\alpha_v S_v u_{vv} \alpha_h S_h u_{hh}]^T$$

$$\text{Vecteur de sortie : } y = [\alpha_v \alpha_h]^T$$

On obtient le modèle d'état ci-dessous :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + \frac{J_{rr} P_h(x_6)}{J_v} \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{J_v} \left[l_m F_v(P_v(x_3)) - k_v \left(x_2 + \frac{J_{rr} P_h(x_6)}{J_v} \right) + g((A-B)\cos x_1 - C \sin x_1) \right] \\ \dot{x}_3 &= \frac{1}{T_{mr}} (-x_3 + K_{mr} u_1) \\ \dot{x}_4 &= x_5 + \frac{J_{mr}(P_v(x_3)) \cos(x_1)}{J_h(x_1)} \\ \dot{x}_5 &= \frac{1}{D \cos^2 x_1 + E \sin^2 x_1 + F} \left[l_t F_h(P_h(x_6)) \cos x_1 - k_h \left(x_5 + \frac{J_{mr} P_v(x_3) \cos x_1}{D \cos^2 x_1 + E \sin^2 x_1 + F} \right) \right] \\ \dot{x}_6 &= \frac{1}{T_{tr}} (-x_6 + K_{tr} u_2) \\ &\quad - \frac{1}{2} \left(x_5 + \frac{J_{mr} P_v(x_3) \cos x_1}{D \cos^2 x_1 + E \sin^2 x_1 + F} \right)^2 (A + B + C) \sin(2x_1) \end{aligned} \tag{2.32}$$

2.3.5. Le modèle découplé

En contraignant le mouvement de la tige dans un seul plan soit l'horizontal ou le vertical, on obtient deux sous modèles chacun ayant un degré de liberté.

2.3.5.1. Modèle 1 DDL vertical

Ce modèle est dérivé du modèle couplé, en fixant l'angle d'azimut α_h et en posant $u_h = 0$. On choisit le vecteur d'état suivant :

$$X = [a_v, s_v, u_{vv}]^T \tag{2.33}$$

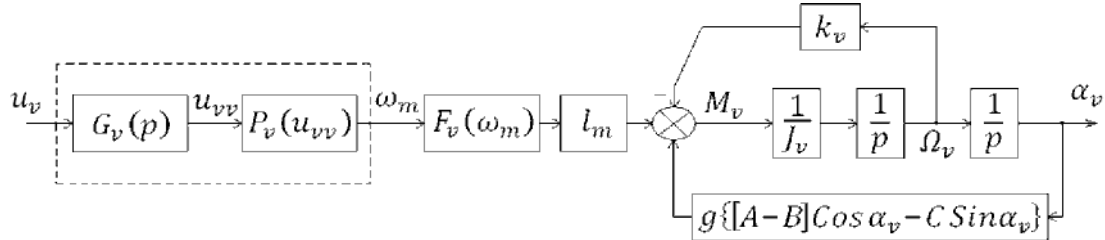


Figure 2.15 : Schéma bloc du modèle vertical

La représentation d'état est alors :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{j_v} x_2 \\ \dot{x}_2 = l_m F_v(P_v(x_3)) - k_v x_2 + g((A - B) \cos(x_1) - c \sin(x_1)) \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{T_{mr}} (-x_3 + k_{mr} u_v) \end{cases} \tag{2.34}$$

En remarque que le modèle vertical obtenu ne dépend pas de l'angle d'azimut α_h .

2.3.5.2. Modèle 1DDL horizontal

De la même façon que pour le modèle vertical, dans le modèle couplé on pose $a_v = a_{v0}$ et $u_v = 0$. Et on choisit $X = [a_h, s_h, u_{hh}]^T$ comme vecteur d'état.

Le modèle horizontal est ainsi :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{j_h(a_{v0})} x_2 \\ \dot{x}_2 = l_m F_h(P_h(x_3)) \cos(a_{v0}) - k_h x_2 \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{T_{hr}} (-x_3 + k_{hr} u_h) \end{cases} \tag{2.35}$$

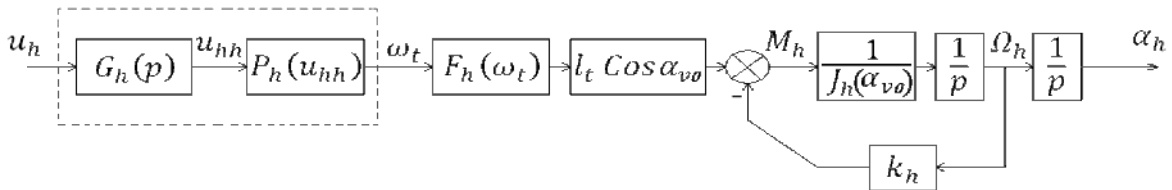


Figure 2.16 : Schéma bloc du modèle horizontal

2.4 Validation du modèle

La dynamique d'élévation dans le plan vertical est asymptotiquement stable en boucle ouverte et peut être vérifiée contre plusieurs signaux de validation. Cependant, la dynamique d'azimut dans le plan horizontal n'est pas asymptotiquement stable. La figure 2.17 représente la validation d'un modèle linéaire en boucle ouverte. La réponse montre clairement l'impact des non-linéarités qui ont été ignorées pendant la linéarisation par exemple le couple gravitationnel causé par le poids du corps est un terme non linéaire ; leur différence est clairement visible sur la réponse impulsionnelle à la fin de simulation.

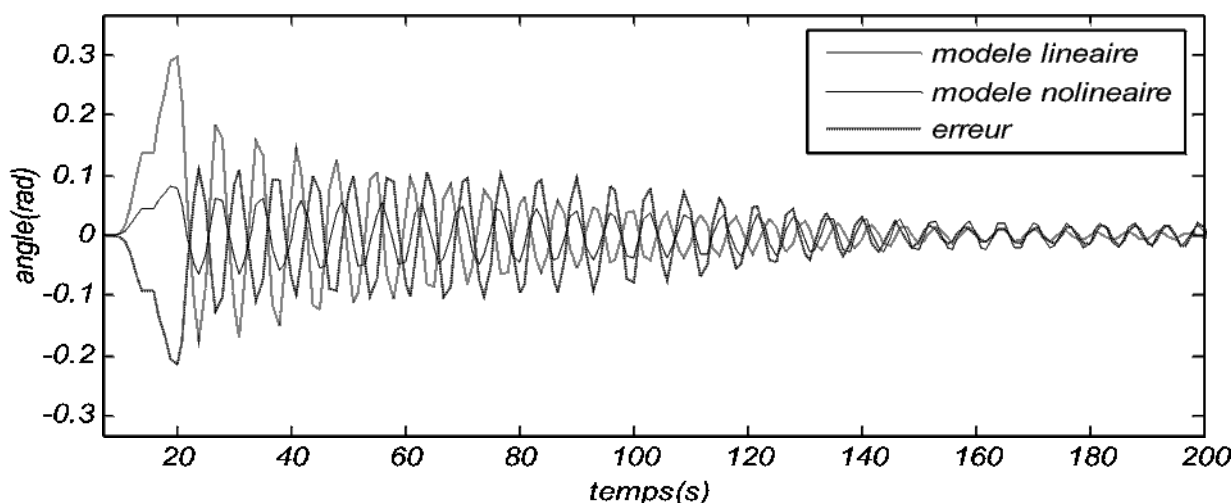


Figure 2-17 : Validation du modèle dans le plan vertical contre une entrée Impulse

2.5 Analyse du modèle

Pour l'analyse du modèle, quelques techniques ont été utilisées de sorte que nous possédons un aperçu détaillé du comportement du système. Le tableau 2.2 montre les valeurs propres du modèle et leurs propriétés.

Valeur propre	Amortissement	Freq. (rad/s)
$-0.0835 + 0.372i$	0.219	0.381
$-0.0835 - 0.372i$	0.219	0.381
-1.32	1	1.32
$-0.0157 + 2.07i$	0.00756	2.07
$-0.0157 - 2.07i$	0.00756	2.07
-2.39	1.00	2.39

Tableau 2.2 : les caractéristiques du modèle

On peut voir que les pôles du système ont des taux d'amortissement inférieurs qui vont affecter la stabilité du système, et les pôles conjugués ont des taux d'amortissement inférieurs qui vont affecter la performance du nôtre modèle.

Quelques techniques ont été employées pour l'analyse du système, pour que nous ayons détaillé l'aperçu du comportement de système.

2.5.1 Diagramme de Bode

La figure 2-19 montre le diagramme de Bode du système qui nous donne le concept de chaque composante du système. Le premier diagramme montre le comportement de la 1^{re} entrée à la 1^{re} sortie, le deuxième diagramme nous a montré le transfert de la 2^{eme} entrée à la 1^{re} sortie et ainsi de suite. La dynamique de simulateur en élévation à faibles marge de gain et de phase, mais ces marges sont très agréables dans la dynamique d'azimut. L'effet de la 1^{re} entrée sur azimuth est significatif à des fréquences plus basses, mais la 2^{eme} entrée sur à très moins d'impact l'élévation. Le diagramme de Bode nous donne l'idée du couplage de la dynamique des hélicoptères qui seront discutés plus en détail.

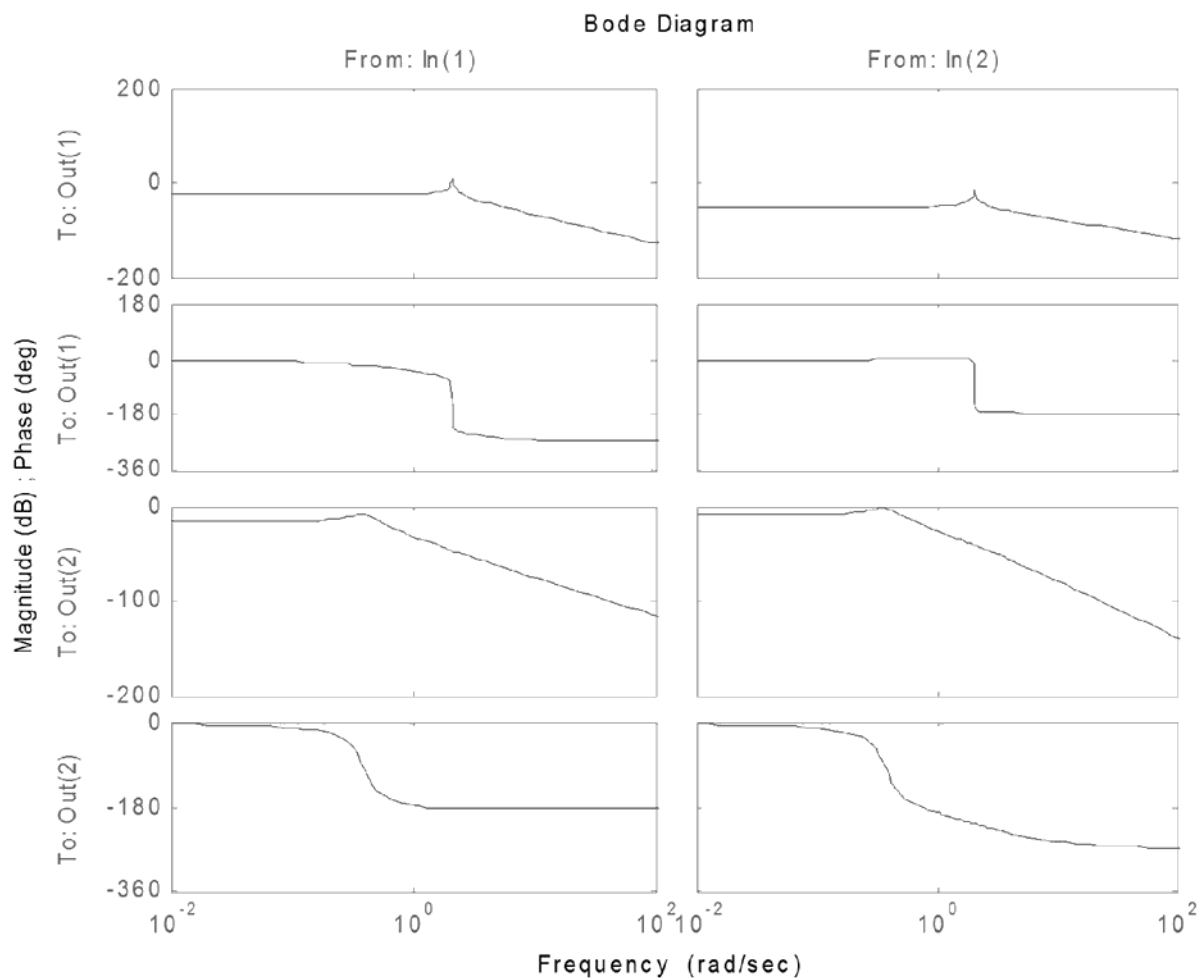


Figure 2-19 : diagramme de Bode du système.

2.5.2 Les valeurs singulières :

La figure 2-20 présente les valeurs singulières du système et la pente au passage à zéro ce qui est fondé la base du mauvais suivi du simulateur de vol d'hélicoptère. Le léger pic au passage par zéro est également indiquant le comportement oscillatoire du système. Cependant, les valeurs singulières supérieures et inférieures à des fréquences plus élevées sont souhaitables.

La dynamique de l'hélicoptère dans le plan vertical est intrinsèquement asymptotiquement stable et atteint finalement son équilibre en temps fini, quelles que soient les conditions initiales données.

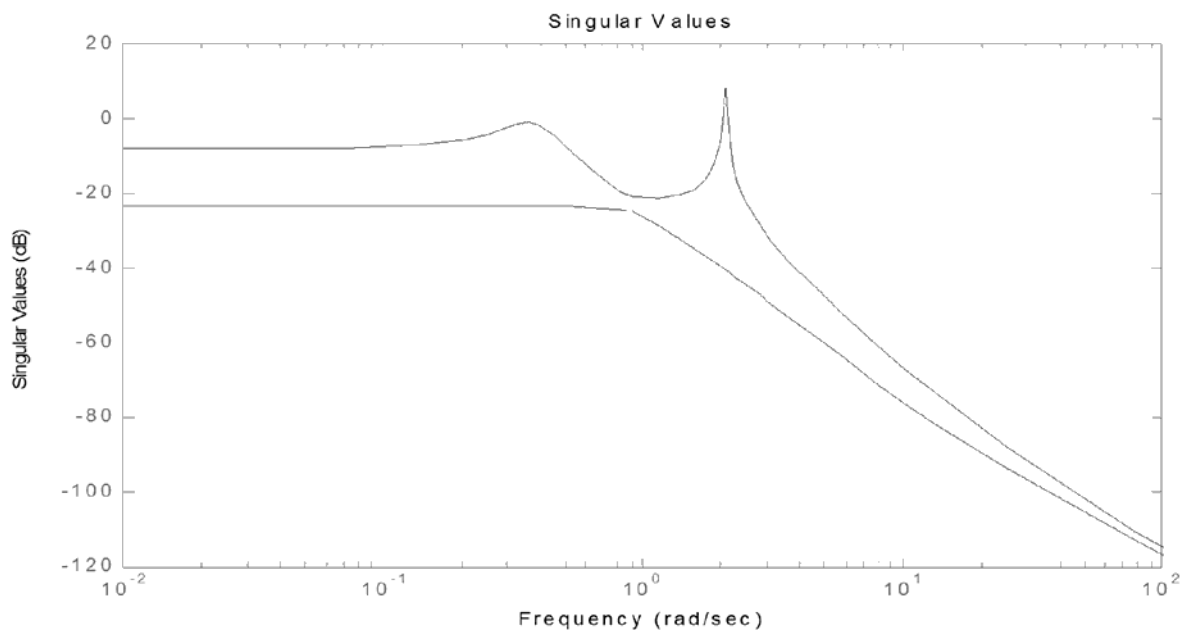


Figure 2-20 : valeurs singulières du système

2.5.3 Commandabilité

Il existe de multiples définitions équivalentes pour la commandabilité des systèmes. Une définition simple pour la commandabilité est la suivante.

Un système de contrôle est dit contrôlable si, pour tous les temps et tous les premiers états initiaux, il existe une fonction d'entrée qui entraîne le vecteur d'état à un état final à un certain temps fini.

Théorème : (critère de commandabilité) le système est commandable si et seulement si :

$$\text{rang} \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} = n \quad (2.36)$$

$co = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix}$ Le système est dit contrôlable si la matrice co est de rang « n ».

$$co = \begin{bmatrix} -5,25 & 0 & 6,93 & 0 & -9,15 & 0 & 12,08 & 0 & -15,94 & 0 \\ 0 & -51,38 & 0 & 122,8 & 0 & -293,5 & 0 & 701,5 & 0 & -1676,5 \\ 0 & 0,014 & 0,409 & -0,007 & -0,55 & -0,043 & -1,027 & -0,006 & 1,46 & 0,28 \\ 0,017 & 0 & 0,006 & 0,121 & -0,015 & -0,309 & 0,017 & 0,72 & -0,02 & -1,72 \\ 0,409 & -0,007 & -0,553 & -0,0430 & -1,027 & -0,006 & 1,464 & 0,28 & 5,60 & -0,21 \\ 0,006 & 0,121 & -0,015 & -0,3090 & 0,17 & 0,72 & -0,021 & -1,72 & 0,02 & 4,13 \end{bmatrix}$$

Par conséquent, pour modèle du simulateur de vol d'hélicoptère, le rang de la matrice (co) sort pour être « 6 », qui concluent que notre modèle est complètement contrôlable.

2.5.4 Observabilité

Le système est dit observable, si la connaissance de $y(t)$ et de $u(t)$ pour $t \in \mathbb{R}$ nous permet de déterminer de façon unique l'état $x(t)$, pour tout t .

Théorème : (critère d'observabilité) Le système est observable si

$$\text{rang} \begin{bmatrix} C & CA & CA^2 & \dots & CA^{n-1} \end{bmatrix}^T = n \quad (2.37)$$

C'est-à-dire que la matrice d'observabilité $ob = \begin{bmatrix} C & CA & CA^2 & \dots & CA^{n-1} \end{bmatrix}^T$ obtenue en mettant les unes en dessous des autres les matrices C, CA, \dots, CA^{n-1} , est de rang plein.

$$ob = \begin{bmatrix} -0.1392 & 0.0008 & 0.1343 & 0 & -4.2890 & 0 \\ -0.0033 & -0.0144 & 0 & 0.0242 & 0 & -0.1171 \\ -0.2580 & -0.0005 & 18.3999 & 0 & 0.2685 & 0 \\ 0.0041 & 0.0337 & 0 & 0.0170 & 0 & 0.0438 \\ 0.3683 & 0.0011 & -1.1520 & 0 & 18.3915 & 0 \\ -0.0053 & -0.0804 & 0 & -0.0063 & 0 & 0.0097 \end{bmatrix}$$

Le système est dit observable si la matrice (ob) est de rang « n ». Modèle d'hélicoptère fournie une matrice observable avec le rang « 6 ». Par conséquent, cela vérifiait que notre modèle est complètement observable.

2.5.5 La Problématique

Les principaux défis déterminés à partir de l'analyse ci-dessus sont la poursuite et la réduction de couplage dans la dynamique du système. Le problème de poursuite peut être vu à partir de valeurs singulières illustrées à la figure 2.20. Les valeurs singulières inférieures peut avoir des gains faibles à des fréquences plus basses et les valeurs singulières supérieures et inférieures ont pente à passage à zéro, ces deux caractéristiques de modèle causé le mauvais suivi de la réponse d'hélicoptère. Les contraintes de stabilité visibles dans le lieu racine disaient que nous ne pouvons pas avoir des gains élevés pour les contrôleurs. De même, le comportement de modèle doit également être gardé à l'esprit lors de la conception et le test des contrôleurs de modèle d'hélicoptère.

Le grand défi de modèle réside dans le couplage entre les États dans le modèle non linéaire ; l'effet de la dynamique d'élévation du plan horizontal provoquée par le couple gyroscopique. Ce couplage n'est pas aussi dominant que le couplage provoqué de la première entrée de l'azimut. Ce couplage affecte les performances du modèle dynamique en particulier dans les plans horizontaux.

Après l'analyse du modèle de simulateur de vol d'hélicoptère en détail et déterminer ses objectifs de contrôle, maintenant pour contrôler et vaincre le problème du couplage entre états, différentes techniques de contrôle sont examinées pour gérer ce problème qui affecte la performance du modèle de l'hélicoptère seront explorées. Plusieurs tentatives ont été faites pour atteindre les objectifs de contrôle qui seront abordés dans le chapitre à venir.

CHAPITRE 3

Synthèse des lois de commande

La synthèse des lois de commande est une étape fondamentale dans le processus d'automatisation d'un système dynamique.

L'objectif est d'effectuer une commande qui rend le simulateur de vol d'hélicoptère suit rapidement et avec précision une trajectoire ou atteindre des positions spécifiées. Le contrôle conçu devrait être robuste et gère le couplage en manière efficace.

Pour satisfaire ces contraintes, on présente dans ce chapitre plusieurs types de synthèses de commande qui se font sur la base des techniques ; hybride, classique, robuste et technique de séquençement des gains sont également proposés afin d'améliorer les performances du système.

3.1 PID Optimisée

Le PID est le régulateur le plus utilisé dans l'industrie. L'idée de cet organe de contrôle est de modifier intentionnellement la valeur de l'erreur qui subsiste entre la consigne et la mesure effectuée.

Les contrôleurs de type PID se révèlent suffisants pour résoudre un grand nombre de problèmes de contrôle.

L'inconvénient majeur de ce type de contrôleur est le choix de ces paramètres (K_p , T_i , T_d) ce qui poussent à développer des méthodes d'optimisation pour résoudre ce problème quelque technique intelligente comme l'algorithme génétique, logique floue, qui peut fournir une solution pour anticiper ce problème. [45]

Une des manières pratiques de caractériser cela sera d'utiliser l'intégrale de la valeur absolue de l'erreur (IAE).

Le PID permet 3 actions simultanées sur l'erreur consigne/mesure : (figure 3.1)

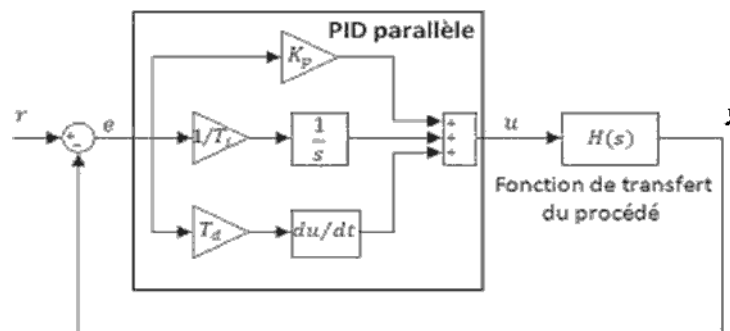


Figure 3.1 : Schéma d'un PID parallèle.

Les paramètres du PID influencent la réponse du système de la manière suivante :

- ◆ K_p : Lorsque K_p augmente, le temps de montée est plus court, mais il y a un dépassement plus important. Le temps d'établissement varie peu et l'erreur statique se trouve améliorée.
- ◆ T_i : Lorsque $1/T_i$ augmente, le temps de montée est plus court, mais il y a un dépassement plus important. Le temps d'établissement au régime stationnaire s'allonge, mais dans ce cas on assure une erreur statique nulle.

- ◆ T_d : Lorsque T_d augmente, le temps de montée change peu, mais le dépassement diminue. Le temps d'établissement au régime stationnaire est meilleur. Pas d'influences sur l'erreur statique.

3.1.1 Méthodes d'optimisation :

Ces méthodes s'appuient sur des critères d'optimisation d'un spécifique actions de performances, considérée la plus importante. Elles sont applicables à condition que l'on puisse avoir une paramétrisation du critère en fonction des paramètres du régulateur. [73]

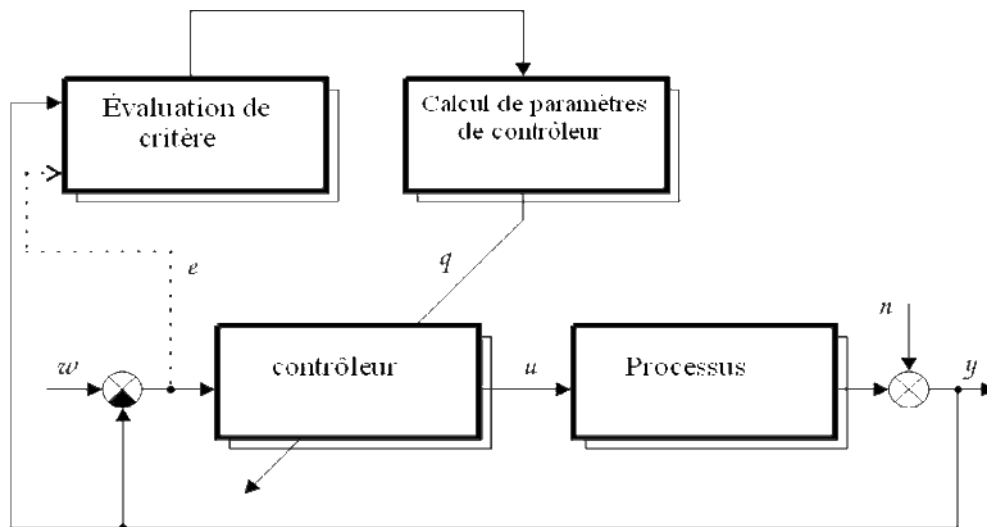


Figure 3.2 : principe d'optimisation des paramètres PID

Les critères les plus connus peuvent être décrits par leurs dénominations suivantes :

1. Integrated Error (IE) qui représente l'intégrale de l'erreur :

$$IE = \int_0^{\infty} e(t) dt$$

2. Integrated Absolute Error (IAE) qui représente l'intégrale de l'erreur absolue,

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt$$

3. Integrated Square Error (ISE) qui représente l'intégrale de l'erreur quadratique :

$$ISE = \int_0^{\infty} e(t)^2 dt$$

4. Integrated Time multiplied Square Error (IT²SE) qui représente l'intégrale de l'erreur quadratique multipliée par le temps :

$$IT^2SE = \int_0^{\infty} (te(t))^2 dt$$

5. Integrated Time multiplied Absolute Error (ITAE) qui représente l'intégrale de l'erreur absolue multipliée par le temps

$$ITAE = \int_0^{\infty} t |e(t)| dt$$

3.1.2 Optimisation des paramètres PID

Le critère le plus utilisé est (Integrated Absolute Error (IAE)) qui représente l'intégrale de l'erreur absolue :

$$IAE = Q = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (3.1)$$

Avec
$$e(t) = y(t) - r(t) \quad (3.2)$$

$r(t)$ Représente l'entrée de référence et $y(t)$ représente la réponse du système.

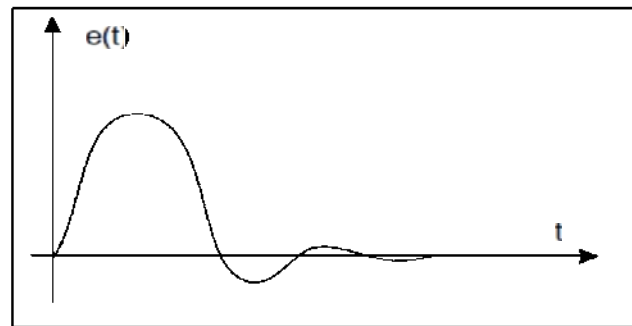


Figure 3.3 : Signal d'erreur lorsqu'on applique un échelon unitaire de perturbation à un système en boucle fermée possédant un intégrateur dans le régulateur.

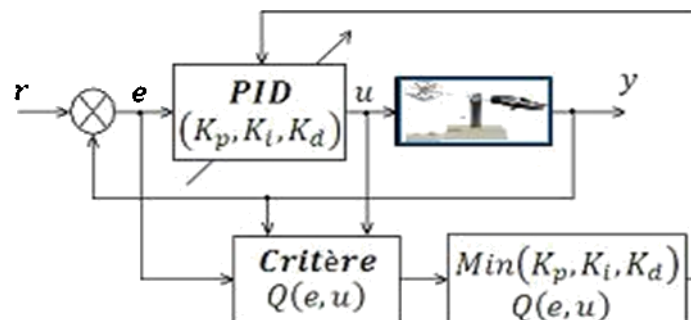


Figure 3.4 : Schéma de principe d'optimisation (PID).

Le logiciel MATLAB a fourni un outil « Simulink Design Optimization ». L'application designer permet d'optimiser les paramètres du système de contrôle afin de répondre à des spécifications de performances temporelles. Cette TOOLBOX a été appliquée ensuite pour le but de comparaison. [73]

3.2 Hybridation Floue PID :

La logique floue a graduellement adopté en tant qu'approche principale pour la conception d'optimisation des paramètres PID.

La combinaison du régulateur PID et du superviseur composé des règles floues permet donc d'associer la précision mathématique de l'algorithme du PID avec la supervision du régulateur flou. [74] [75].

3.2.1 Principe d'optimisation flou des paramètres PID :

Différentes méthodes pour l'application de la logique floue dans la conception des contrôleurs de PID ont été développées, une des manières efficaces d'application de la logique floue à la conception des contrôleurs de PID ce qui se nomme généralement en tant que Contrôleur Gain Scheduled Fuzzy PID (GSFPID).

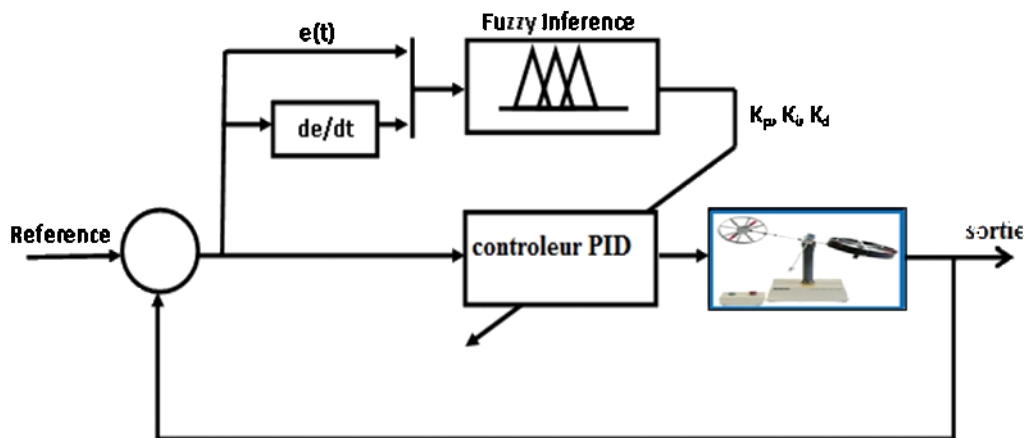


Figure 3.5 : Schéma de principe d'optimisation flou

Le GSFPID peut être classifié dans deux types : le type (Gain Scheduling) et le type (Direct Action).

Pour le type (Gain Scheduling), les gains de PID sont optimisés ont basé de préférence sur un système d'inférence flou en tenant l'approche conventionnelle de Ziegler Nichols. Trois gains de PID K_p , K_i et K_d ont été respectivement calculés par la logique floue basée sur l'erreur et la dérivée d'erreur.

Pour le type (d'action direct) de contrôleur Floue-PID, les actions de commande sont déterminées directement, ils s'appellent également contrôleur PID-like.

3.2.2 Conception du Contrôleur (GS_FPID) :

Puisque les gains du contrôleur PID souvent ne sont pas correctement optimisés, il y a un besoin significatif de développer des méthodes pour l'optimisation automatique des gains du contrôleur PID. Tandis que là existent beaucoup de méthodes conventionnelles pour optimiser les gains du PID, ici nous concentrerons sur la façon de construire un optimisateur à logique floue.

Alternativement, des règles d'optimisation peuvent être employées où les approches des règles font partie de reconnaissance de comportement du système et les conséquents forment le correcteur PID.

De cette façon, un système flou simple est employé pour mettre en application le niveau de l'adaptation.

Quelques règles candidates pour un système flou peuvent inclure ce qui suit :

- Si l'erreur équilibrée est grande Alors augmenter le gain proportionnel.
- Si la réponse est oscillante Alors augmenter le gain dérivé.
- Si la réponse est lente Alors augmenter le gain proportionnel.
- Si l'erreur est trop grande Alors ajuster le gain intégral.
- Si le dépassement est trop grand, Alors diminué le gain proportionnel.

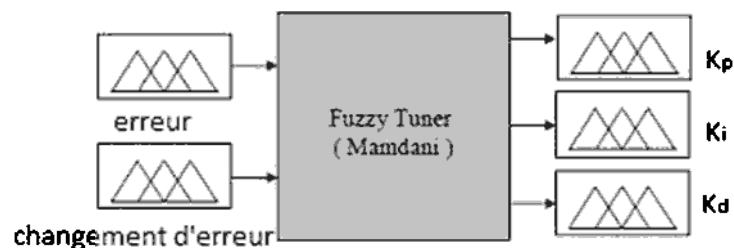


Figure 3.6 : Configuration du bloc Fuzzy de contrôleur GS-PID.

- Quand l'erreur E est grande, K_p devrait être pris plus grand afin d'accélérer la vitesse de la réaction du système. En même temps, K_d devraient être petit afin d'éviter le différentiel au-dessus de la saturation quand la valeur de E augmente rapidement, et du K_d est censé être zéro afin d'empêcher grand dépassement et saturation.
- Quand l'erreur E et dérivée d'erreur E_c sont moyens, K_p devrait être pris plus petit, K_i et K_d devraient convenir afin de faire le système à un plus petit dépassement et soulever la vitesse de la réaction du système.
- Quand E est près de la valeur d'entrée, K_p et K_i je devrais faire le système avoir la bonne exécution d'état d'équilibre. En même temps, quand E est grand, K_d peuvent être petit, et quand E_c est petit, K_d doivent être grand afin d'éviter l'oscillation du système.

dK_p		EC						
		NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
E	NB	NB	NB	NM	NM	NS	NS	ZE
	NM	NB	NM	NM	NB	NS	ZE	ZE
	NS	NM	NM	NS	NS	ZE	PS	PS
	ZE	NM	NM	NS	ZE	PS	PS	PM
	PS	NM	NS	ZE	PS	PM	PM	PM
	PM	ZE	ZE	PS	PM	PM	PB	PB
	PB	ZE	PS	PS	PM	PM	PB	PB

Tableau 3.1. Règles de commande floue de dK_p :

dK_i		EC						
		NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
E	NB	NB	NB	NM	NM	NM	ZE	ZE
	NM	NB	NB	NM	NM	NS	ZE	ZE
	NS	NM	NM	NS	NS	ZE	PS	PS
	ZE	NM	NS	NS	ZE	PS	PS	PM
	PS	NS	NS	ZE	PS	PS	PM	PM
	PM	ZE	ZE	PS	PM	PM	PB	PB
	PB	ZE	ZE	PS	PM	PB	PB	PB

Tableau 3.2. Règles de commande floue de dK_i

dK_d		EC						
		NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
E	NB	PS	PS	ZE	ZE	ZE	PB	PB
	NM	NS	NS	NS	NS	ZE	PS	PM
	NS	NB	NB	NM	NS	ZE	PS	PM
	ZE	NB	NM	NM	NS	ZE	PS	PM
	PS	NB	NM	NS	NS	ZE	PS	PS
	PM	NM	NS	NS	NS	ZE	PS	PS
	PB	PS	ZE	ZE	ZE	ZE	PB	PB

Tableau 3.3. Règles de commande floue de dK_d

Le contrôleur proposé non seulement être considéré comme contrôleur adaptatif Fuzzy PID, s'adapter avec la dynamique variable du système, mais également peut être considéré en tant que contrôleur Fuzzy PID régulier avec plus de flexibilité.

3.3. La synthèse de la commande robuste H_∞

Pendant la dernière décennie, l'optimisation de H_∞ a émergé comme un outil puissant pour la conception robuste de système de contrôle. Ceci a un célèbre fond théorique pour manipuler les modèles incertains.

La commande H_∞ est une méthode qui sert à la conception de commandes optimales. Il s'agit essentiellement d'une méthode d'optimisation qui prend en compte une définition mathématique des restrictions en ce qui concerne le comportement attendu en boucle fermée. [77] [78] [81]

3.3.1. La conception H^∞ standard

Le problème H^∞ est un problème de rejet de perturbation. Il consiste à minimiser l'effet d'une perturbation w sur le comportement du système. Le signal w est supposé d'énergie finie et sa taille est mesurée en norme ℓ_2 . Son effet sur le système est mesuré par la norme ℓ_2 d'un vecteur « coût » z . Enfin, on peut agir sur le système par une commande u et on dispose d'une observation y . Il s'agit donc de synthétiser une loi de commande $u = K(s)y$ qui minimise l'impact de w sur z . On mesurera cet impact par le rapport $\|z\|_2 / \|w\|_2$. La stabilité interne du système bouclé devra bien sûr être assurée.

Nous pouvons formuler une représentation identique, avec la relation de récurrence, pour les systèmes discrets.

Dans le but de mettre en évidence la correction du système ou la modélisation de ses incertitudes, une représentation unifiée, conformément à la figure 3.7, a été introduite :

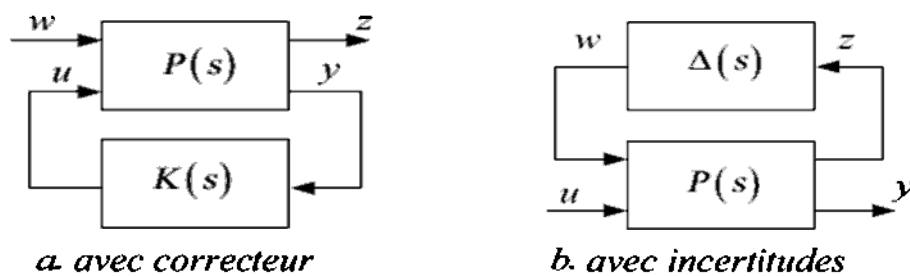


Figure 3.7 : Représentation sous forme standard d'un système.

Le système augmenté aura la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t) \\ z(t) = C_1x(t) + D_{11}w(t) + D_{12}u(t) \\ y(t) = C_2x(t) + D_{21}w(t) + D_{22}u(t) \end{cases} \quad (3.4)$$

Soit :

$$P = \left[\begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{array} \right] \quad (3.5)$$

Et la matrice de transfert associée sera donnée par :

$$P(s) = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Dans le cas de la figure 3.7.a, la relation entre z et w est donnée par : $z = F_l(P, K)w$

$$\text{Avec : } F_l(P, K) = P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21} \quad (3.7)$$

Pour la figure 3.7.b, la relation entre y et u est donnée par : $y = F_u(P, K)u$

$$\text{Avec : } F_u(P, \Delta) = P_{22} + P_{21}\Delta(I - P_{11}\Delta)^{-1}P_{12} \quad (3.8)$$

$F_l(P, K)$, $F_u(P, \Delta)$, est la « transformation linéaire fractionnaire basse » ou produit de Redheffer de P et K , respectivement transformation linéaire fractionnaire haute de P et Δ .

En observant que le ratio $\|z\|_2/\|w\|_2$ est dans le pire des cas :

$$\sup_{w \neq 0} \frac{\|z\|_2}{\|w\|_2} = \|\mathcal{F}(P, K)\|_\infty \quad (3.9)$$

Le problème décrit ci-dessus peut se formuler mathématiquement comme suit :

Problème H_∞ optimal : minimiser $\mathcal{F}(P, K)_\infty$ sur l'ensemble des compensateurs $K(s)$ qui stabilisent le système de manière interne.

Le minimum est noté γ_{opt} et appelé gain (ou atténuation) H_∞ optimal le problème sous-optimal associé joue également un rôle important :

Problème H_∞ Sous-Optimal : étant donné $\gamma > 0$, trouver un compensateur $K(s)$ qui stabilise le système de manière interne et assure $\|\mathcal{F}(P, K)\|_\infty < \gamma$.

3.3.2. Loop-shaping :

L'approche par loop-shaping consiste à régler, avant le calcul du correcteur, les performances en modelant la boucle ouverte, par l'ajout des fonctions de pondération, suivant les principes de l'automatique classique. [82]

Or la minimisation de l'erreur statique et le rejet des perturbations dans le système demandent de la matrice de transfert en boucle ouverte un gain élevé en basses fréquences (les entrées et les perturbations sont des signaux lentement variables dans le temps, donc de basses fréquences). Par contre l'atténuation des bruits dans la chaîne impose un gain élevé de la matrice de transfert en boucle ouverte en hautes fréquences (les bruits sont généralement des signaux de hautes fréquences).

Partant de ces principes, nous définissons les trois matrices de pondération suivantes :

- une matrice $W_1(s)$, par exemple $W_1(s) = W_1(s)I_p$, où $W_1(s)$ est une fonction de transfert scalaire du type passe-bas avec un gain élevé en basses fréquences ;
- une matrice $W_2(s)$, par exemple $W_2(s) = W_2(s)I_m$, où $W_2(s)$ est une fonction de transfert scalaire du type passe-haut avec un gain élevé en hautes fréquences, choisi en accord avec la norme des incertitudes additives.
- une matrice $W_3(s)$, par exemple $W_3(s) = W_3(s)I_p$, où $W_3(s)$ est une fonction de transfert scalaire du type passe-haut avec un gain élevé en hautes fréquences, choisi en accord avec la norme des incertitudes multiplicatives

Les fonctions $W_1(s)$, $W_2(s)$, $W_3(s)$ sont dites fonctions de pondération.

Les trois objectifs précédents se traduisent alors par les trois inégalités suivantes :

$$\bullet \quad \|W_1 S_y\|_\infty < 1 \Leftrightarrow \forall \omega \in \mathfrak{R} \quad \bar{\sigma}(S_y(j\omega)) < \frac{1}{|W_1(j\omega)|} \quad (3.10)$$

$$\bullet \quad \|W_2 K S_y\|_\infty < 1 \Leftrightarrow \forall \omega \in \mathfrak{R} \quad \bar{\sigma}(K(j\omega)S_y(j\omega)) < \frac{1}{|W_2(j\omega)|} \quad (3.11)$$

$$\bullet \quad \|W_3 T_y\|_\infty < 1 \Leftrightarrow \forall \omega \in \mathfrak{R} \quad \bar{\sigma}(T_y(j\omega)) < \frac{1}{|W_3(j\omega)|} \quad (3.12)$$

Soit encore, comme le montre la figure 3.8 :

$$\bullet \quad \underline{\sigma}(G(j\omega)K(j\omega)) > |W_1(j\omega)| > 1 \quad \text{pour} \quad \omega < \omega_b \quad (3.13)$$

$$\bullet \quad \bar{\sigma}(G(j\omega)K(j\omega)) < |W_3(j\omega)| < 1 \quad \text{pour} \quad \omega < \omega_h \quad (3.14)$$

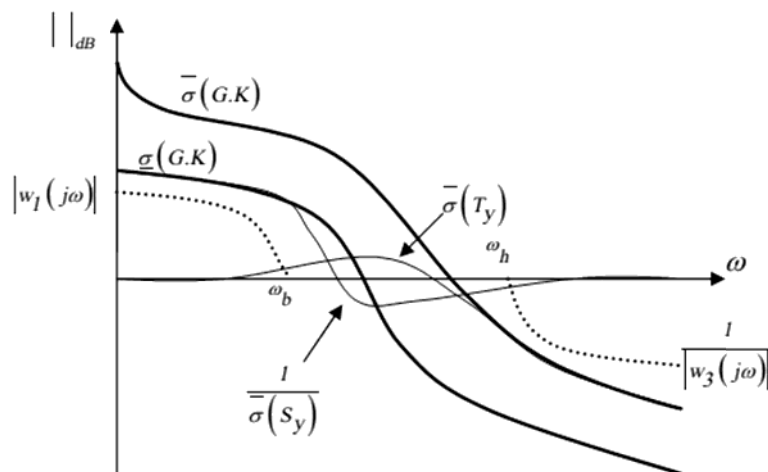


Figure 3.8 : Contraintes de loop-shaping

Ces considérations illustrent le compromis inévitable, de l'automatique linéaire mono-variable, précision/stabilité : toute augmentation des valeurs singulières améliore les performances en basses fréquences, mais peut entraîner l'instabilité. Le meilleur

compromis implique qu'au voisinage de la fréquence de coupure, les valeurs singulières $\underline{\sigma}(GK)$ et $\overline{\sigma}(GK)$ soient assez proche l'un de l'autre.

3.3.3. Sensibilité mixte

L'étude sur la stabilité et les performances robustes nous a donné les trois conditions suivantes :

$$\|W_1 S_y\|_{\infty} < 1 \quad \|W_2 K S_y\|_{\infty} < 1 \quad \|W_3 T_y\|_{\infty} < 1 \quad (3.15)$$

Qui peuvent être regroupées sous une seule condition de la forme :

$$\left\| \begin{array}{c} W_1 S_y \\ W_2 K S_y \\ W_3 T_y \end{array} \right\|_{\infty} < 1 \quad (3.16)$$

En pratique, nous avons vu que $K S_y$ et T_y jouent des rôles semblables. La présence de ces deux fonctions dans le critère est donc superflue. On résoudra, par la suite, l'un des deux problèmes suivants :

$$\left\| \begin{array}{c} W_1 S_y \\ W_3 T_y \end{array} \right\|_{\infty} < 1 \quad \text{ou} \quad \left\| \begin{array}{c} W_1 S_y \\ W_2 K S_y \end{array} \right\|_{\infty} < 1 \quad (3.17)$$

Le second problème s'avère en pratique plus judicieux. Ces deux problèmes sont désignés sous le nom de problème de sensibilité mixte.

3.3.4. Solution du problème standard

Considérons la représentation d'état généralisée introduite par les équations (3.4) (3.5) et sa matrice de transfert donnée par (3.6). Nous supposons, sans perte de généralités, dans cette représentation que la matrice D_{22} est nulle, c'est-à-dire qu'il n'existe pas une transmission directe de l'entrée vers la sortie ce qui est le cas dans la plupart des applications industrielles.

La solution du problème standard est basée sur la solution algébrique de l'équation de Riccati.

L'équation de Riccati étant donnée par : [82] [83] [84]

$$XE + E^T X - XWX + Q = 0 \quad (3.18)$$

Avec

$$W = W^T \quad \text{et} \quad Q = Q^T$$

La solution stabilisante X , si elle existe, sera une matrice symétrique et tel que $(E - WX)$ est une matrice stable (ces valeurs propres ont une partie réelle strictement négative). Une telle solution sera notée :

$$X = Ric \left(\begin{array}{cc} E & -W \\ -Q & -E^T \end{array} \right) \quad (3.19)$$

Soit :

$$R_n = D_{1*}^T D_{1*} - \begin{bmatrix} \gamma^2 I_{m_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \tilde{R}_n = D_{*1} D_{*1}^T - \begin{bmatrix} \gamma^2 I_{p_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$$\text{Où : } D_{1*} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad D_{*1} = \begin{bmatrix} D_{11} \\ D_{21} \end{bmatrix}$$

Dans la mesure où \mathfrak{R}_n et $\tilde{\mathfrak{R}}_n$ sont non singulières. Nous définissons les deux matrices hamiltoniennes H et J telles que :

$$H = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C_1^T C_1 & -A^T \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B \\ -C_1^T D_{1*} \end{bmatrix} R_n^{-1} \begin{bmatrix} D_{1*}^T C_1 & B^T \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

$$J = \begin{bmatrix} A^T & 0 \\ -B_1 B_1^T & -A \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C^T \\ -B_1 D_{*1}^T \end{bmatrix} \tilde{\mathfrak{R}}_n^{-1} \begin{bmatrix} D_{*1} B_1^T & C \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

En prenant $X = Ric(H)$ et $Y = Ric(J)$, nous pouvons définir les deux matrices suivantes :

$$F = -R_n^{-1} (D_{1*}^T C_1 + B^T X) = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{11} \\ F_{12} \\ F_2 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$L = -(B_1 D_{*1}^T + Y C^T) \tilde{R}_n^{-1} = \begin{bmatrix} L_1 & L_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_2 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Où F_1, F_2, F_{11} et F_{12} sont formées respectivement de $m_1, m_2, m_1 - p_2$ et p_2 lignes et L_1, L_2, L_{11} et L_{12} sont formées respectivement de $p_1, p_2, p_1 - m_2$ et m_2 colonnes

Une solution existe si les conditions suivantes sont vérifiées :

1. (A, B_2) est stabilisable et (C_2, A) est détectable ;
2. $D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ I_{m_2} \end{bmatrix}$ et $D_{21} = \begin{bmatrix} 0 & I_{p_2} \end{bmatrix}$ donc elles sont, respectivement, de rang m_2 et p_2
3. $\forall \omega \in \mathfrak{R}, \text{rang} \begin{bmatrix} A - j\omega I_n & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix} = n + m_2$ donc cette matrice est de rang complet et en plus P_{12} n'a pas de zéro sur l'axe des imaginaires ;
4. $\forall \omega \in \mathfrak{R}, \text{rang} \begin{bmatrix} A - j\omega I_n & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix} = n + p_2$ donc cette matrice est de rang complet et en plus P_{21} n'a pas de zéro sur l'axe des imaginaires

En mettant $D_{11} = \begin{bmatrix} D_{1111} & D_{1112} \\ D_{1121} & D_{1122} \end{bmatrix}$ avec D_{1122} est de dimension $m_2 \times p_2$, la solution sera donnée par le théorème suivant :

Théorème 1 :

Système $P(s)$ vérifie les hypothèses 1 à 4 décrites ci dessus.

a. Il existe un correcteur $K(s)$ stabilisant le système tel que $\|F_l(P, K)\|_\infty < \gamma$ si et seulement si :

1. $\gamma > \max\left(\bar{\sigma}[D_{1111} \ D_{1112}], \bar{\sigma}[D_{1111} \ D_{1121}]\right)$
2. Il existe des solutions $X \geq 0$ et $Y \geq 0$ vérifiant les deux équations de Riccati(3.18) et (3.19) relatives aux matrices hamiltoniennes H et J, et tel que : $\rho(XY) < \gamma^2$

b. Les conditions de la partie a sont satisfaites, alors les correcteurs stabilisant le système, et vérifiant $\|F_l(P, K)\|_\infty < \gamma$, sont donnés par :

$$K(s) = F_l(M, \Phi) \quad (3.25)$$

Où $\|\Phi(s)\|_\infty < \gamma$ et $M(s)$ a la réalisation suivante :

$$M = \left(\begin{array}{c|cc} \hat{A} & \hat{B}_1 & \hat{B}_2 \\ \hline \hat{C} & \hat{D}_{11} & \hat{D}_{12} \\ \hat{C}_2 & \hat{D}_{21} & 0 \end{array} \right) \quad (3.26)$$

Avec :

- $\hat{D}_{11} = -D_{1121}D_{1111}^T (\gamma^2 I_{m_1-p_2} - D_{1111}D_{1111}^T)^{-1} D_{1112} - D_{1122}$
- $\hat{D}_{12} \in \mathfrak{R}^{m_2 \times m_2}$ et $\hat{D}_{21} \in \mathfrak{R}^{p_2 \times p_2}$ sont deux matrices arbitraires vérifiant :
 $\hat{D}_{12}\hat{D}_{12}^T = I_{m_2} - D_{1121} - (\gamma^2 I_{m_1-p_2} - D_{1111}D_{1111}^T)^{-1} D_{1121}^T$
 $\hat{D}_{12}^T \hat{D}_{12} = I_{p_2} - D_{1121}^T - (\gamma^2 I_{p_1-m_2} - D_{1111}D_{1111}^T)^{-1} D_{1121}$
- $\hat{D}_2 = Z(B_2 + L_{12})\hat{D}_{12}$ et $\hat{D}_1 = -ZL_2 + Z(B_2 + L_{12})\hat{D}_{11}$
- $\hat{C}_2 = -\hat{D}_{21}(C_2 + F_{12})$ et $\hat{C}_1 = F_2 - \hat{D}_{11}(C_2 + F_{12})$
- $Z = (I_n - \gamma^2 YX)^{-1}$
- $\hat{A} = A + BF - \hat{B}_1(C_2 + F_{12})$

Le correcteur calculé pour $\Phi(s) = 0$ est appelé le correcteur central, il est largement utilisé sous la forme :

$$K(s) = \left[\begin{array}{c|c} \hat{A} & \hat{B}_1 \\ \hline \hat{C}_1 & \hat{D}_{11} \end{array} \right] \quad (3.27)$$

3.3.5. Solution du problème de sensibilité mixte S/KS

Le problème de sensibilité mixte S /KS est le plus étudié pour formuler un correcteur stabilisant le système. Pour simplifier, nous reprenons le système donné par la figure 3.7a et la représentation associée. Donc pour un γ donné nous devons calculer un correcteur

stabilisant le système tel que : $\left\| \begin{array}{c} S_y \\ KS_y \end{array} \right\|_\infty < \gamma$

La configuration standard du système est donnée par :

$$P = \begin{bmatrix} I_p & -G \\ 0 & I_m \\ I_p & -G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & -B \\ \left[\begin{array}{c} C \\ 0 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{c} I_p \\ 0 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{c} 0 \\ I_m \end{array} \right] \\ C & I_p & 0 \end{bmatrix}$$

Il est évident, d'après a.1 du théorème 1, que γ doit être supérieur à 1, car la norme 2 de la matrice D_{11} du système $P(s)$ est égale à 1. Dans ces conditions, les équations algébriques de Riccati s'écrivent :

$$A^T X + XA - XBB^T X + (1 - \gamma^{-2})^{-1} C^T C = 0 \quad (3.28)$$

$$AY + YA^T - YC^T CY = 0$$

Le correcteur central sera donné par :

$$K_0 = \left[\begin{array}{c|c} \frac{A - BB^T X - (1 - \gamma^{-2})^{-1} ZYC^T C}{B^T X} & ZYC^T \\ \hline & 0 \end{array} \right] \quad (3.29)$$

$$\text{Avec : } Z = (I_n - \gamma^{-2} YX)^{-1}$$

$$(3.30)$$

Dans le cas général le correcteur sera donné par : $K(s) = F_i(M, \Phi)$

Où $M(s)$ possède la réalisation suivante :

$$M = \left[\begin{array}{c|cc} \frac{A - BB^T X - (1 - \gamma^{-2})^{-1} ZYC^T C}{B^T X} & ZYC^T & -ZB \\ \hline & 0 & I_m \\ & I_p & 0 \end{array} \right]$$

3.3.6. Calcul du correcteur discret

Considérons le modèle d'état discret généralisé d'un système, donné par :

$$\begin{cases} x_{k+1} = A_e x_k + B_{e1} w_k + B_{e2} u_k \\ z_k = C_{e1} x_k + D_{11} w_k + D_{12} u_k \\ y_k = C_{e2} x_k + D_{21} w_k + D_{22} u_k \end{cases} \quad (3.31)$$

La matrice de transfert sera donnée par :

$$P(z) = \begin{bmatrix} P_{11}(z) & P_{12}(z) \\ P_{21}(z) & P_{22}(z) \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Soit :

$$p = \begin{pmatrix} A_e & B_{e1} & B_{e2} \\ C_{e1} & D_{11} & D_{12} \\ C_{e2} & D_{21} & D_{22} \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

Comme dans le cas continu, le problème consiste à trouver un correcteur $K(z)$ qui stabilise le système et qui vérifie : $\|\mathcal{F}(P,K)\|_\infty < \gamma$

Pour trouver un correcteur, les hypothèses suivantes doivent être vérifiées :

(A_e, B_{e2}) est stabilisable et (C_{e2}, A_e) est détectable

- $\forall \theta \in [0, 2\pi], \text{rang} \begin{bmatrix} A_e - e^{j\theta} I_n & B_{e2} \\ C_{e1} & D_{12} \end{bmatrix} = n + m_2$ Donc la matrice est de rang plein.
- $\forall \theta \in [0, 2\pi], \text{rang} \begin{bmatrix} A_e - e^{j\theta} I_n & B_{e1} \\ C_{e2} & D_{21} \end{bmatrix} = n + p_2$ Donc la matrice est de rang plein.

Contrairement au cas continu, nous ne sommes pas obligés d'associer à D_{12} et D_{21} une forme particulière. De plus nous supposons, pour le moment et sans perte de

Soit :

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} C_{e1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \bar{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ I_{m1} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Et } J = \begin{bmatrix} I_{p1} & 0 \\ 0 & -\gamma^2 I_{m1} \end{bmatrix}, \hat{J} = \begin{bmatrix} I_{m1} & 0 \\ 0 & -\gamma^2 I_{m2} \end{bmatrix}, \hat{J} = \begin{bmatrix} I_{m1} & 0 \\ 0 & -\gamma^2 I_{p1} \end{bmatrix}$$

Si X_∞ est la solution de l'équation de Riccati discrète, donnée par :

$$X_\infty = \bar{C}^T J \bar{C} + A_e^T X_\infty A_e - L^T R^{-1} L \quad (3.34)$$

$$\text{Avec } R = \bar{D}^T J \bar{C} + B_e^T X_\infty B_e = \begin{bmatrix} R_1 & R_2^T \\ R_2 & R_3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Et } L = \bar{D}^T J \bar{C} + B_e^T X_\infty A_e = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix}$$

Si nous trouvons deux matrices V_{12} et V_{21} , respectivement de dimension $m_2 \times m_2$ et $m_1 \times m_1$, tel que :

$$V_{12}^T V_{12} = R_3 \quad \text{et} \quad V_{21}^T V_{21} = -\gamma^{-2} \nabla, \quad \nabla = R_1 - R_2^T R_3^{-1} R_2 < 0 \quad (3.35)$$

Définissons la matrice :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A_t & \tilde{B}_t \\ C_t & \tilde{D}_t \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_t & \tilde{B}_{t1} & \tilde{B}_{t2} \\ C_{t1} & \tilde{D}_{t11} & \tilde{D}_{t12} \\ C_{t2} & \tilde{D}_{t21} & \tilde{D}_{t22} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A_e - B_{e1}\nabla^{-1}L_\nabla & B_{e1}V_{21}^{-1} & 0 \\ V_{12}R_3^{-1}(L_2 - R_2\nabla^{-1}L_\nabla) & V_{12}R_3^{-1}R_2V_{21}^{-1} & I \\ C_{e2} - D_{21}\nabla^{-1}L_\nabla & D_{21}V_{21}^{-1} & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.36)$$

$$L_\nabla = L_1 - R_2^T R_3^{-1} L_2$$

Si Z_∞ est la solution de l'équation de Riccati discrète, donnée par :

$$Z_\infty = \tilde{B}_t \tilde{J} \tilde{B}_t^T + A_t Z_\infty A_t^T - M_t S_t^{-1} M_t^T \quad (3.37)$$

Ou

$$S_t = \tilde{D}_t \hat{J} \tilde{C}_t^T + C_t Z_\infty C_t^T = \begin{bmatrix} S_{t1} & S_{t2} \\ S_{t1}^T & S_{t3} \end{bmatrix}$$

$$M_t = \tilde{B}_t \tilde{J} \tilde{B}_t^T + A_t Z_\infty A_t^T = [M_{t1} \quad M_{t2}]$$

Un correcteur, vérifiant $\|\mathcal{F}(P, K)\|_\infty < \gamma$, existe, si et seulement si :

- l'équation de Riccati (3.34) admet une solution vérifiant : $X_\infty \geq 0$ et $\nabla < 0$ tel que $(A_e - B_e R^{-1} L)$ est asymptotiquement stable.
- l'équation de Riccati (3.37) admet une solution vérifiant : $Z_\infty \geq 0$ et $S_{t1} - S_{t2} S_{t3}^{-1} S_{t2}^T < 0$ tel que $(A_t - M_t S_t^{-1} C_t)$ est asymptotiquement stable

Dans ces conditions, la relation de récurrence du correcteur est donnée par :

$$\begin{cases} x_{k+1} = A_t \hat{x}_k + B_{e2} u_k + M_{t2} S_{t3}^{-1} (y_k - C_{t2} \hat{x}_k) \\ V_{12} u_k = -C_{t1} \hat{x}_k - S_{t2} S_{t3}^{-1} (y_k - C_{t2} \hat{x}_k) \end{cases} \quad (3.38)$$

Ce qui conduit au correcteur central suivant :

$$K_0 = \begin{bmatrix} A_t - B_{e2} V_{12}^{-1} (C_{t1} - S_{t2} S_{t3}^{-1} C_{t2}) - M_{t2} S_{t3}^{-1} C_{t2} & -B_{e2} V_{12}^{-1} S_{t2} S_{t3}^{-1} + M_{t2} S_{t3}^{-1} \\ -V_{12}^{-1} (C_{t1} - S_{t2} S_{t3}^{-1} C_{t2}) & -V_{12}^{-1} S_{t2} S_{t3}^{-1} \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

3.3.7. Choix des fonctions de pondération :

Le choix des fonctions de pondération w_i est dicté par une double préoccupation :

- produire le profil désiré pour les valeurs singulières des fonctions de transfert caractéristiques ($S, KS, T, G\Sigma, \dots$),
- assurer que le problème H_∞ résultant est régulier

Dans le cas SISO, les spécifications de profil sont relativement aisées à traduire en termes de pondérations. Si la contrainte sur S est du type $\sigma_{\max}(S(j\omega)) < |\ell(j\omega)|$

Il suffit de choisir $w_1(s) = 1/\ell(s)$. La tâche se réduit donc à trouver une fraction rationnelle $\ell(s)$ dont le profil $|\ell(s)|$ reflète les contraintes imposées sur $\sigma_{\max}(S(j\omega))$.

Le cas MIMO est plus complexe à cause des aspects directionnels. Les spécifications peuvent en effet différer d'un pair entré/sorti à l'autre ; on pourra exiger de bonnes performances de suivi de la consigne r_1 par la sortie y_1 , et au contraire une réjection de l'entrée r_2 au niveau de y_1 . Ce scénario est classique lorsqu'on cherche à découpler l'effet des commandes sur les sorties. De telles spécifications introduisent des contraintes directionnelles sur S et T ; à une même fréquence ω , $T(j\omega)$ devra se comporter comme I dans la direction r_1 et comme 0 dans la direction r_2 . On est donc amené à modéliser séparément chaque valeur singulière de S et T . Ceci requiert l'utilisation de fonctions de pondération matricielles et de la représentation généralisée de l'incertitude dynamique.

Une fois déterminées une allure et une expression rationnelle adéquates pour chaque fonction de pondération, il faut s'assurer que le problème H_∞ résultant est solvable.

3.4 Hybridation H_∞ /algorithme génétique :

La commande H_∞ est une technique puissante pour concevoir des contrôleurs robustes pour un système dans des conditions d'incertitude, couplage, et perturbation. Néanmoins, la stabilité robuste seule ne suffit pas, d'autres performances du système contrôlé comme le temps de montée, dépassement, erreur statique, etc. sont aussi leur importance pour incorporer les spécifications de performance en commande robuste, ce dernier dépend du bon choix de fonction de pondération.

Pour la résolution de ce problème, une série de méthodes d'optimisation ont été développées, la génétique algorithmique est l'une de ces méthodes s'est avéré efficace entre les outils d'optimisation.

Nous proposons dans cette section un hybride algorithme génétique/ H_∞ pour la conception d'un contrôleur robuste.

3.4.1 Optimisation par les algorithmes génétiques

Les algorithmes génétiques appartiennent à la famille des algorithmes évolutionnistes. Leur but est d'obtenir une solution approchée à un problème d'optimisation, lorsqu'il n'existe pas de méthode exacte (ou la solution est inconnue) pour le résoudre en un temps raisonnable. Les algorithmes génétiques utilisent la notion de sélection naturelle et l'appliquent à une population de solutions potentielles au problème donné. La solution est approchée par « bonds » successifs, comme dans une

procédure de séparation et évaluation, à ceci près que ce sont des formules qui sont recherchées et non plus directement des valeurs.

Les algorithmes génétiques (AG) représentent une famille assez riche et très intéressante d'algorithmes d'optimisation. Ces algorithmes sont caractérisés par une grande robustesse et possèdent la capacité d'éviter les minima locaux pour effectuer une optimisation globale.

Le choix des AG parmi d'autres méthodes se justifie en fonction des quatre propriétés suivantes :

- Les AG utilisent un codage des paramètres et non les paramètres eux-mêmes.
- Les AG travaillent sur une population de points, au lieu d'un point unique.
- Les AG n'utilisent que les valeurs de la fonction étudiée, pas sa dérivée ou une autre connaissance auxiliaire.
- Les AG utilisent des règles de transition probabilistes, et non déterministes.

3.4.2 Notions fondamentales sur les algorithmes génétiques

Les algorithmes génétiques (AG) sont des algorithmes d'optimisation stochastiques fondés sur les mécanismes de la sélection naturelle et de la génétique. Ils ont été initialement développés par Holland [85] et popularisés par Goldberg [86]. Ils reposent sur un codage des variables en structures chromosomiques et prennent modèle sur les principes de l'évolution naturelle pour déterminer une solution optimale. Il formalisa ensuite les principes fondamentaux des algorithmes génétiques :

- la capacité de représentations élémentaires, comme les chaînes de bits, à coder des structures complexes.
- le pouvoir de transformations élémentaires à améliorer de telles structures.

Et récemment, David E. Goldberg ajouta à la théorie des algorithmes génétiques les idées suivantes :

- un individu est lié à un environnement par son code d'ADN.
- une solution est liée à un problème par son indice de qualité.

3.4.2.1 Domaine d'application

Les champs d'application sont fort diversifiés. On les retrouve aussi bien en théorie des graphes qu'en compression d'images numériques ou encore en programmation automatique et en reconnaissance de formes.

Les algorithmes génétiques peuvent être particulièrement utiles dans les domaines suivants :

- Optimisation : optimisation de fonctions, planification.
- Apprentissage : classification, prédiction, robotique.

- Programmation automatique : programmes LISP, automates cellulaires.
- Étude du vivant, du monde réel : marchés économiques, comportements sociaux, systèmes immunitaires
- Les AG peuvent être utilisées pour contrôler un système évoluant dans le temps (chaîne de production, centrale nucléaire...), car la population peut s'adapter à des conditions changeantes. Ils peuvent aussi servir à déterminer la configuration d'énergie minimale d'une molécule.
- Les AG sont également utilisées pour optimiser des réseaux (câbles, fibres optiques, mais aussi eau, gaz).
- Ils peuvent être utilisés pour trouver les paramètres d'un modèle petit-signal à partir des mesures expérimentales (des antennes)

3.4.2.2 Les techniques

- ✓ La somme pondérée
- ✓ Goal Programming
- ✓ Le min-max
- ✓ Goal Attainment
- ✓ La méthode ε -contrainte

3.4.2.3 Terminologie

a) Individu (chromosome/séquence)

Nous appelons une séquence (chromosome, individu) A de longueur $I(A)$ une suite $A = \{a_1, a_2, \dots, a_i\}$ avec $\forall i \in [1, I]$; $a_i \subset V = \{0, 1\}$. Un chromosome est donc une suite de bits en codage binaire, appelé aussi chaîne binaire, tel que le codage réel, la suite A ne contient qu'un point, nous avons $A = \{a\}$ avec $a \subset \mathbb{R}$.

b) Population

C'est un ensemble de chromosomes ou de points de l'espace de recherche.

c) Environnement

Un environnement est défini comme étant l'espace de recherche.

d) Fonction de fitness

Nous appelons fitness d'une séquence toute valeur positive que nous noterons $f(A)$, où f est typiquement appelée fonction de fitness. La fonction fitness (coût) est donc donnée par une fonction à valeurs positives réelles. Dans le cas d'un codage binaire, nous utiliserons souvent une fonction de décodage qui permettra de passer d'une chaîne binaire à un chiffre à valeur réelle : $d : \{0, 1\}^l \rightarrow \mathbb{R}$ (où l est la longueur de la chaîne). La

fonction de fitness est alors choisie telle qu'elle transforme cette valeur en valeur positive. Soit $f : d(\{0,1\}^l) \rightarrow \mathbb{R}_+^*$. Le but d'un algorithme génétique est alors simplement de trouver la chaîne qui maximise cette fonction f .

3.4.3 Principales étapes des algorithmes génétiques

Les algorithmes génétiques sont alors basés sur les phases suivantes :

- **Initialisation** : Une population initiale de N chromosomes est tirée aléatoirement.
- **Évaluation** : Chaque chromosome est décodé.
- **Sélection** : Création d'une nouvelle population N chromosomes par l'utilisation d'une méthode de sélection appropriée.
- **Reproduction** : Possibilité de croisement et mutation au sein de la nouvelle population.
- Retour à la phase d'évaluation jusqu'à l'arrêt de l'algorithme.

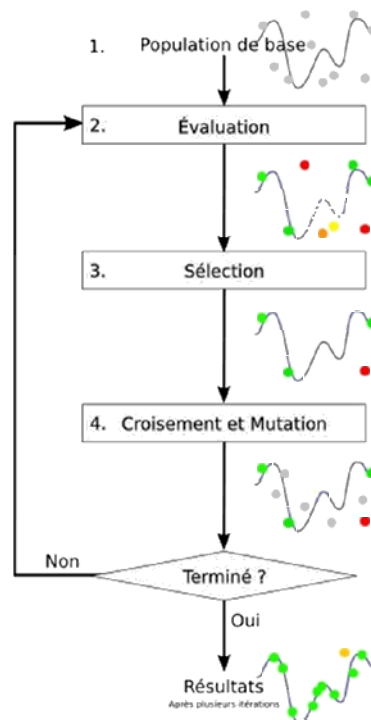


Figure 3.9. Schéma simple algorithme génétique

3.4.3.1 Les opérateurs

Les opérateurs jouent un rôle prépondérant dans la possible réussite d'un algorithme génétique. Nous en dénombrons trois principaux : l'opérateur de sélection, de croisement et de mutation. Si le principe de chacun de ces opérateurs est facilement compréhensible, il est toutefois difficile d'expliquer l'importance isolée de chacun de ces opérateurs dans la réussite de l'algorithme génétique. Cela tient pour partie au fait que chacun de ces opérateurs agit selon divers critères qui lui sont propres (valeurs sélectives des individus, probabilité d'activation de l'opérateur).

3.4.3.1.1 Codage des variables :

Chaque paramètre d'une solution est assimilé à un gène, toutes les valeurs qu'il peut prendre sont les allèles de ce gène, on doit trouver une manière de coder chaque allèle différent de façon unique (établir une bijection entre l'allèle « réel » et sa représentation codée).

$$x_c = [(x_c)_1, (x_c)_2, \dots, (x_c)_n] \in \mathfrak{R}^n \rightarrow [a_1, a_2, \dots, a_l] \quad (3.40)$$

La transformation d'un chromosome en variables réelles peut se faire de manière naturelle par la relation :

$$(x_c)_i = l_i^{\text{inf}} + \frac{l_i^{\text{sup}} - l_i^{\text{inf}}}{2^{li} - 1} \sum_{i_{\text{bit}}=1}^{li} 2^{i_{\text{bit}}-1} ch(i_{\text{bit}}) \quad (3.41)$$

Il y a trois principaux types de codage utilisables :

- **le codage binaire** : c'est le plus utilisé.

Chaque gène dispose du même alphabet binaire $\{0, 1\}$

Un gène est alors représenté par un entier long (32 bits), les chromosomes qui sont des suites de gènes sont représentés par des tableaux de gènes et les individus de notre espace de recherche sont représentés par des tableaux de chromosomes.

- **Le codage réel** : cela peut-être utile notamment dans le cas où l'on recherche le maximum d'une fonction réelle.

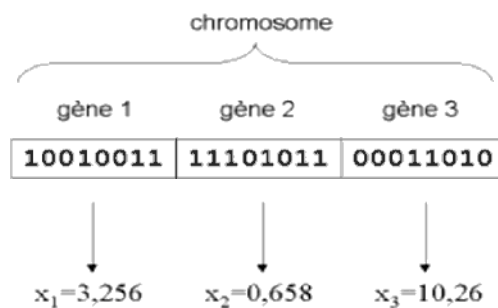


Figure 3.10 : illustration schématique du codage des variables réelles

- **le codage de Gray** : dans le cas d'un codage binaire on utilise souvent la « distance de Hamming » comme mesure de la dissimilarité entre deux éléments de population, cette mesure compte les différences de bits de même rang de ces deux séquences.

3.4.3.1.2 Sélection :

Il y'a plusieurs méthodes de sélection, citons quelques-unes :

A/Roulette de casino :

C'est la sélection naturelle la plus employée pour l'AG binaire. Chaque chromosome occupe un secteur de roulette dont l'angle est proportionnel à son indice de qualité. Un chromosome est considéré comme bon aura un indice de qualité élevé, un large secteur de roulette et alors il aura plus de chance d'être sélectionné.

B/« N/2 –élitisme » :

Les individus sont triés selon leur fonction d'adaptation, seule la moitié supérieure de la population correspondante aux meilleurs composants est sélectionnée, nous avons constaté que la pression de sélection est trop forte, il est important de maintenir une diversité de gènes pour les utilise dans la population suivante et avoir des populations nouvelles quand on les combine.

C/« par tournoi » :

Choisir aléatoirement deux individus et on compare leur fonction d'adaptation (combattre) et on accepte la plus adapte pour accéder à la génération intermédiaire, et on répète cette opération jusqu'à remplir la génération intermédiaire (N/2 composants). Les individus qui gagnent chaque fois on peut les copier plusieurs fois ce qui favorisera la pérennité de leurs gènes.

3.4.3.1.3 Croisement :

Le phénomène de croisement est une propriété naturelle de l'ADN, et c'est analogiquement qu'on fait les opérations de croisement dans les AG.

A/croisement binaire :

A-1/« croisement en un point » :

On choisit au hasard un point de croisement, pour chaque couple (figure. 3.11). Notons que le croisement s'effectue directement au niveau binaire, et non pas au niveau des gènes. Un chromosome peut donc être coupé au milieu d'un gène.

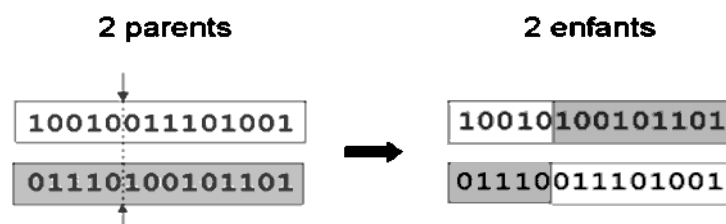


Figure. 3.11 : représentation schématique du croisement en 1 point.

A-2/« croisement en deux-points » :

On choisit au hasard deux points de croisement (Figure. 3.12). Par la suite, nous avons utilisé cet opérateur, car il est généralement considéré comme plus efficace que le précédent. Néanmoins nous n'avons pas constaté de différence notable dans la convergence de l'algorithme.

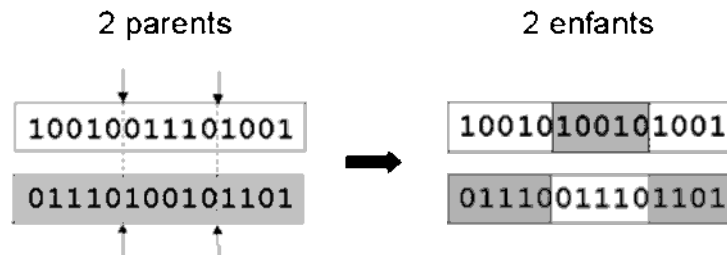


Figure. 3.12 : représentation schématique du croisement en 2 points.

Notons que d'autres formes de croisement existent, du croisement en k points jusqu'au cas limite du croisement uniforme.

B/Croisement réel :

Le croisement réel ne se différencie du croisement binaire que par la nature des éléments qu'il altère : ce ne sont plus des bits qui sont échangés à droite du point de croisement, mais des variables réelles.

C/Croisement arithmétique :

Le croisement arithmétique est propre à la représentation réelle. Il s'applique à une paire de chromosomes et se résume à une moyenne pondérée des variables des deux parents. Soient $[a_i, b_i, c_i]$ et $[a_j, b_j, c_j]$ deux parents, et p un poids appartenant à l'intervalle $[0, 1]$, alors les enfants sont $[pa_i - (1-p)a_j, pb_i - (1-p)b_j, pc_i - (1-p)c_j]$

Si nous considérons que p est un pourcentage, et que i et j sont nos deux parents, alors l'enfant i est constitué à $p\%$ du parent i et à $(100-p)\%$ du parent j , et réciproquement pour l'enfant j .

3.4.3.1.4 Mutation :

Une mutation est l'inversion d'un bit dans un chromosome (Figure.3.13). Cela revient à modifier aléatoirement la valeur d'un paramètre du dispositif. Les mutations jouent le rôle de bruit et empêchent l'évolution de se figer. Elles permettent d'assurer une recherche aussi bien globale que locale, selon le poids et le nombre des bits mutés. De plus, elles garantissent mathématiquement que l'optimum global peut être atteint.

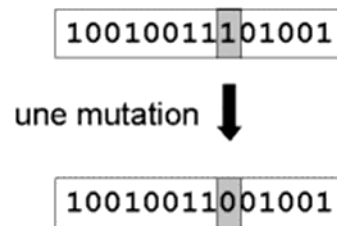


Figure. 3.13 : représentation schématique d'une mutation dans un chromosome.

D'autre part, une population trop petite peut s'homogénéiser à cause des erreurs stochastiques : les gènes favorisés par le hasard peuvent se répandre au détriment des autres. Cet autre mécanisme de l'évolution, qui existe même en l'absence de sélection, est connu sous le nom de dérive génétique. Du point de vue du dispositif, cela signifie que l'on risque alors d'aboutir à des dispositifs qui ne seront pas forcément optimaux. Les mutations permettent de contrebalancer cet effet en introduisant constamment de nouveaux gènes dans la population.

Pour réaliser opérateur mutation nombreuses méthodes existent. Souvent la probabilité de mutation p_m par bit et par génération est fixée entre 0,001 et 0,01. On peut prendre également $p_m=1/l$ où l est le nombre de bits composant un chromosome. Il est possible d'associer une probabilité différente de chaque gène. Et ces probabilités peuvent être fixes ou évoluer dans le temps.

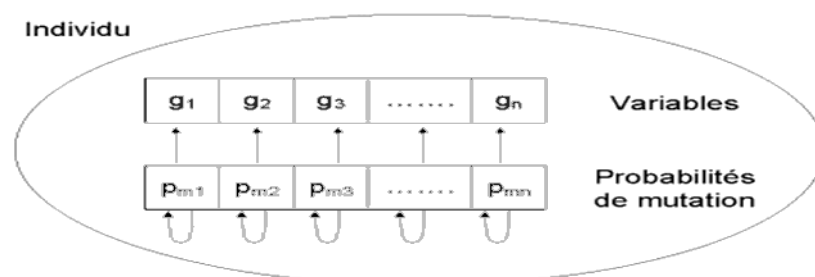


Figure. 3.14 : principe de l'Auto-adaptation.

A chaque variable est associée sa propre probabilité de mutation, qui est elle-même soumise au processus d'évolution.

L'individu possède donc un second chromosome codant ces probabilités.

Après divers essais, ils ont abouti à la méthode d'auto-adaptation des probabilités de mutation. Si dans un environnement stable il est préférable d'avoir un taux de mutation faible, la survie d'une espèce dans un environnement subissant une évolution rapide nécessite un taux de mutation élevé permettant une adaptation rapide.

Pour prendre en compte cette formulation biologique et l'adapter à notre cas, ils ont introduit dans chaque individu (dispositif) un second chromosome (ensemble de paramètres) dont les gènes (paramètres) représentent les probabilités de mutation de chaque gène du premier chromosome (Figure. 3.14). Ce second chromosome est géré de

façon identique au premier, il est lui-même soumis aux opérateurs génétiques (croisement et mutation). Cela revient à fixer les probabilités assurant la modification des valeurs des paramètres du composant en fonction des valeurs d'un ensemble d'autres paramètres (les probabilités de mutation).

Lors de la genèse, les probabilités de mutation sont posées égales à 0,1 (valeur qui a paru la meilleure après plusieurs essais). Au cours du déroulement de l'algorithme, les gènes et les individus ayant des probabilités de mutation trop élevées ont tendance à disparaître. De même, les gènes ayant des probabilités de mutation trop faibles ne peuvent pas évoluer favorablement et tendent à être supplantés. Les probabilités de mutation dépendent donc du gène considéré et de la taille de la population. De plus, elles évoluent au cours du temps. Il y a donc autoadaptation des probabilités de mutation.

A/Mutation binaire :

La mutation binaire s'applique à un seul chromosome. Un bit du chromosome est tiré au hasard. Sa valeur est alors inversée.

Il existe une variante où plusieurs bits peuvent muter au sein d'un même chromosome. Un test sous le taux de mutation est effectué non plus pour le chromosome, mais pour chacun de ses bits : en cas de succès, un nouveau bit tiré au hasard remplace l'ancien.

B/Mutation réelle :

La mutation réelle ne se différencie de la mutation binaire que par la nature de l'élément qu'elle altère : ce n'est plus un bit qui est inversé, mais une variable réelle qui est de nouveau tirée au hasard sur son intervalle de définition.

C/mutation non uniforme :

La mutation non uniforme possède la particularité de retirer les éléments qu'elle altère dans un intervalle de définition variable et de plus en plus petit. Plus nous avançons dans les générations, moins la mutation n'écarte les éléments de la zone de convergence. Cette mutation adaptative offre un bon équilibre entre l'exploration du domaine de recherche et un affinement des individus.

Le coefficient d'atténuation de l'intervalle est un paramètre de cet opérateur.

3.4.3.2 Autres paramètres

Les opérations de l'algorithme génétique sont guidées par un certain nombre de paramètres fixés à l'avance. La valeur de ces paramètres influence la réussite ou non d'un algorithme génétique. Ces paramètres sont les suivants :

- La taille de la population, N , et la longueur de codage de chaque individu l (dans le cas du codage binaire). Si N est trop grand, le temps de calcul de l'algorithme est très

important. Si N est trop petit, il peut converger trop rapidement vers un mauvais chromosome.

- La probabilité de croisement P_c dépend de la forme de la fonction de fitness. Plus elle est élevée, plus la population subit des changements importants. Les valeurs admises sont comprises entre 0,5 et 0,9.
- La probabilité de mutation P_m est choisie avec un taux faible puisqu'un taux élevé risque de conduire à une solution sous optimale.

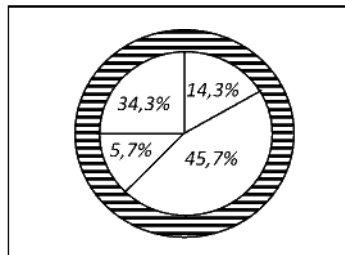


Figure 3.15 : La roue de loterie biaisée : Opération de sélection

3.4.4 Fonctionnement de l'AG

Les algorithmes génétiques travaillent sur une population composée d'individus, tous différents, qui sont des solutions potentielles du problème à résoudre. Dans un premier temps, chaque individu est évalué ce qui permet de juger de la pertinence des solutions par rapport au problème considéré et conduit à éliminer les solutions jugées inutiles ou très mauvaises de ou mise à l'écart des individus les plus faibles pour favoriser les plus performants.

Les gènes des solutions sélectionnées sont combinés pour obtenir une nouvelle population qui doit être mieux adaptée au problème que la population précédente. La nouvelle population est alors soumise à des mutations et reproductions par hybridation. L'encouragement des éléments les plus aptes a pour résultat que les générations successives sont de plus en plus adaptées à la résolution du problème. Le processus est réitéré jusqu'à l'obtention d'une solution jugée satisfaisante [87].

Il faut combiner les meilleurs individus de la population actuelle identifiée et sélectionnée. Ce phénomène s'appelle le Crossover et permet d'exploiter l'ensemble des solutions possibles.

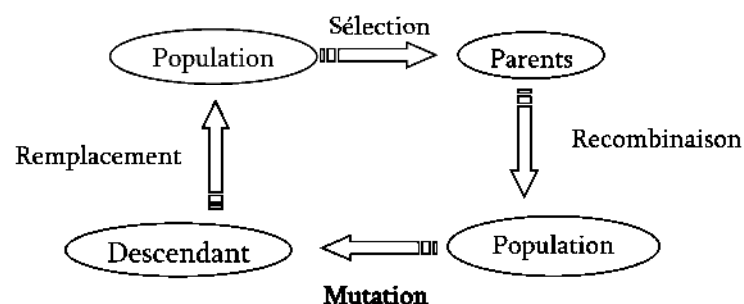


Figure 3.16 : Cycle d'un algorithme génétique

La mutation est une modification qui intervient de manière aléatoire sur le génome d'un individu, elle a pour rôle de maintenir une certaine diversité dans la population. Elle n'intervient que sur une partie suffisamment petite pour ne pas détruire les caractéristiques sélectionnées, mais suffit généralement pour apporter des éléments nouveaux à un individu.

3.4.4.1 Stratégies D'évolution

Les stratégies d'évolution sont une variante des algorithmes génétiques. La stratégie d'évolution la plus simple se nomme stratégie d'évolution (1+1) (*evolution strategy*). Au lieu de faire se reproduire des individus d'une population, on n'utilise qu'un seul individu, auquel on applique de mutations « normales ». En effet, chaque paramètre du problème est une expression numérique continue (nombres réels) et on applique sur chacun d'entre eux une mutation « normale » basée sur des écarts-types choisis à l'avance. De cette façon, les petites mutations sont plus fréquentes que les grandes, ce qui reflète encore une propriété de l'évolution darwinienne. Ensuite, si l'individu ainsi créé est meilleur que son parent, on remplace celui-ci par son enfant, puis on recommence le processus.

Voici un algorithme générique d'une stratégie d'évolution :

Algorithme d'une stratégie d'évolution-(1+1)

- 1- Choisir un nombre de paramètres N pour représenter le problème, et déterminer l'intervalle de possibilité (*Feasible Range*) pour chaque paramètre :

$$\{x_{1\min}, x_{1\max}\}, \{x_{2\min}, x_{2\max}\}, \dots, \{x_{N\min}, x_{N\max}\},$$

Définir une variance pour chaque paramètre et la fonction à être optimisée.

- 2- Mettre une valeur initiale à chaque paramètre dans leur intervalle de possibilité respectif. Cet ensemble de valeurs constitue la population initiale de paramètres « parents ».

$$x_1, x_2, \dots, x_N$$

- 3- Calculer la solution associée avec les paramètres « parents ».

$$X = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

- 4- Créer un descendant en additionnant une variable normalement distribuée a de moyenne zéro et de variance choisie (à l'étape 1) δ , pour chaque paramètre « parent ».

$$x'_i = x_i + a(0, \delta), \quad i = 1, 2, \dots, N$$

Les mutations distribuées normalement de moyenne zéro reflètent le processus naturel de l'évolution où les changements plus petits arrivent plus fréquemment que les grands changements.

- 5- Calculer la solution associée avec les paramètres du « descendant ».

$$X' = f(x'_1, x'_2, \dots, x'_N)$$

- 6- Comparer la solution « descendant » avec la solution « parent ». Si la solution du « descendant » est meilleure que celle du « parent », remplacer la population de paramètres « parents » par la population de paramètres « descendant ». Sinon, garder la population de paramètres « parent ».

- 7- Retourne à l'étape 4 et répéter le processus jusqu'à ce qu'une solution satisfaisante soit obtenue, ou qu'un certain nombre de générations soit atteint.

Cette stratégie d'évolution n'utilise qu'un seul individu. Il serait possible d'en utiliser plus qu'un, mais des expériences ont montré que le modèle avec un seul individu fonctionnait mieux.

La technique de modifier tous les gènes d'un individu en même temps est encore une fois pour se libérer des maxima locaux. Les stratégies d'évolution diffèrent des algorithmes génétiques par le fait qu'elles ne nécessitent aucun codage, mais d'un autre côté, n'utilisent que des paramètres numériques.

3.4.5 Programmation génétique

La programmation génétique est un usage spécifique des algorithmes génétiques. Premièrement, la programmation génétique utilise un codage en arbre. Aussi, les « solutions » que cherche la programmation génétique sont en fait des programmes. Ces programmes sont représentés par des arbres où les nœuds sont des opérateurs simples (+, -, *, /, $\sqrt{\quad}$) et où les feuilles terminales sont les variables du programme (a , b , c , etc.) ou encore des constantes. La fonction qui calcule la qualité d'un programme utilise, tout comme les réseaux de neurones, une fonction qui cherche à minimiser la somme des erreurs carrées obtenues avec des exemples de test. Les opérateurs génétiques sont les mêmes que les opérateurs de base, c'est-à-dire l'enjambement et la mutation. L'enjambement s'effectue en intervertissant des nœuds (et tout ce qui en découle, les nœuds et feuilles qui leur sont rattachés par le bas) entre deux arbres-programmes. La mutation s'effectue en mutant un élément de l'arbre avec un élément du même type (variable avec variable, opérateur avec opérateur). Attention cependant, si on prend les opérateurs vus précédemment, on pourra muter un + en un/, mais on ne pourra muter $\sqrt{\quad}$ car il ne prend qu'un seul paramètre. On peut également définir une mutation comme la mutation, non seulement d'un nœud, mais également du sous-arbre que ce nœud soutient. Si on veut découvrir un programme qui donne les réponses suivantes :

Variable a	Variable b	Réponse	Variable a	Variable b	Réponse
3	5	5.830952	12	10	15.620499
8	14	16.214515	21	6	21.840330
18	2	18.110770	7	4	8.062258
32	11	33.937849	16	24	28.844410
4	3	5.0000000	2	9	9.219545

Avec les opérations +, *, / et $\sqrt{\quad}$, ainsi que les paramètres a et b .

D'abord, on compose une génération de programmes, on compare les réponses obtenues avec les réponses voulues et on calcule la somme des erreurs carrées. On effectue ensuite une sélection des parents pour la reproduction, puis on applique les opérateurs génétiques tels que décrits ci-haut. Dans le cas présent, la solution est le théorème de Pythagore et l'algorithme devrait être capable de trouver la formule $X = \sqrt{a^2 + b^2}$, ou sous forme d'arbre.

Des techniques beaucoup plus élaborées sont habituellement utilisées. Une modification courante est de spécifier une certaine taille maximum, ou encore exiger la présence d'un certain nœud.

3.4.6 Le choix des paramètres d'un algorithme génétique

Pour lancer l'AG, il faut définir certains paramètres tels que : la taille de la population, les probabilités de mutation et de croisement et le nombre de générations. Il est difficile de les fixer ou de trouver les meilleurs avant l'exécution de l'algorithme. C'est un problème de réglage qui doit être optimisé pour chaque type de problème traité. Cela constitue une part importante du travail de l'expérimentateur. Dans la littérature, la définition de ces paramètres diffère d'une application à une autre. Les paramètres que nous abordons sont : la taille de la population, le nombre de générations et les probabilités de reproduction. [87] [88] [89].

Un algorithme génétique générique à la forme suivante :

- Initialiser la population initiale P.
- Évaluer P.
- Tant que (pas Convergence) faire :
 - P' = Sélection des Parents dans P
 - P' = Appliquer Opérateur de Croisement sur P'
 - P' = Appliquer Opérateur de Mutation sur P'
 - P = Remplacer les Anciens de P par leurs Descendants de P'
 - Evaluer P
- Fin Tant Que

Le critère de convergence peut être de nature diverse par :

- Un taux minimum qu'on désire atteindre d'adaptation de la population au problème.
- Un certain temps de calcul à ne pas dépasser.
- Une combinaison de ces deux points.

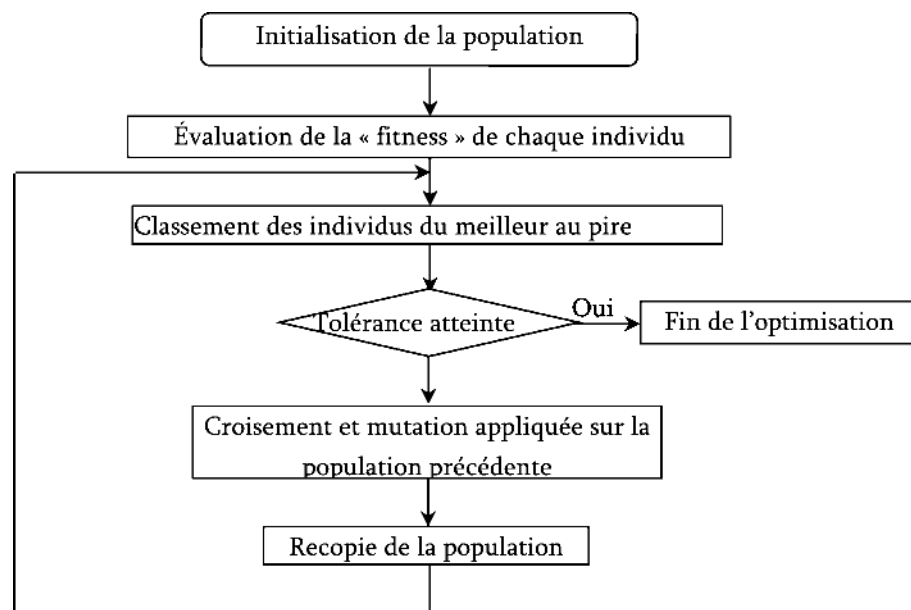


Figure 3.17 : Organigramme de conception l'algorithme génétique.

3.4.7 Sélection des fonctions de pondération par les algorithmes génétiques

H_∞ est une des meilleures techniques disponibles de nos jours pour le contrôle robuste. C'est une méthode dans la théorie de contrôle pour la conception de contrôleur optimal. Une des parties les plus importantes et une clé dans la conception du contrôleur H_∞ est la sélection des fonctions de pondération et des gains pour des problèmes de conception spécifiques. Ceci n'est pas une procédure facile et a souvent besoin de beaucoup d'itérations aussi bien que réglage minutieux. En outre, il est difficile de trouver une formule générale pour les fonctions de pondération qui marcheront dans chaque cas. Donc, pour obtenir une bonne conception de contrôle il est nécessaire d'utiliser des fonctions de pondération choisies et accordées appropriées.

Une méthode pour la conception de contrôle d'un système de simulateur de vol utilisant le contrôleur H_∞ avec l'algorithme génétique (GA) pour trouver les valeurs optimales des paramètres des fonctions de pondération qui mènent pour obtenir le contrôleur H_∞ optimal en minimisant la norme infinie de la matrice de fonction de transfert du système nominal en boucle fermée. La méthode GA est utilisée à cause de sa simplicité et aisance de mise en œuvre.

Pour choisir les poids W_1 et W_2 tels que la boucle ouverte du système augmenté a les propriétés suivantes :

- réalisant le bon suivi et le bon rejet de perturbation exigent le grand gain de boucle ouverte normalement à une gamme de basse fréquence.
- Réalisent la bonne stabilité robuste et le rejet de bruit de capteur exige un petit gain de boucle ouverte normalement à une gamme à haute fréquence.

La forme choisie pour les fonctions de pondération :

- Nous pouvons négliger l'effet de bruit de capteur quand un bon capteur est utilisé.
- W_2 est choisi comme une constante.

$$W_1 = \begin{bmatrix} w_{11} & 0 \\ 0 & w_{22} \end{bmatrix} \quad w_2 = I \quad (3.42)$$

W_1 est choisi comme :

$$W_1 = \begin{pmatrix} \frac{a_1 s^2 + a_2 s + a_3}{a_4 s^2 + a_5 s + a_6} & 0 \\ 0 & \frac{a_7 s^2 + a_8 s + a_9}{a_{10} s^2 + a_{11} s + a_{12}} \end{pmatrix}$$

L'objectif de contrôle H_∞ est de trouver le contrôleur $K(s)$ qui stabilise le système tel que $\|T_{zw}\|_\infty$ est minimisé. Où $\|T_{zw}\|_\infty$ est la fonction de transfert du système des entrées exogènes w à la sortie z .

Afin d'obtenir une meilleure réponse du système bouclé avec le régulateur, on a choisi la fonction objective (fitness) comme suivant : $J_{\text{cost}} = \gamma = \|T_{zw}\|_{\infty}$

La norme ∞ de la matrice de fonction de transfert $\|T_{zw}\|_{\infty}$, qui est minimisée, est écrite comme indiqué dans éq. (3.9) est utilisé comme la fonction de coût J_{cost} de l'algorithme génétique.

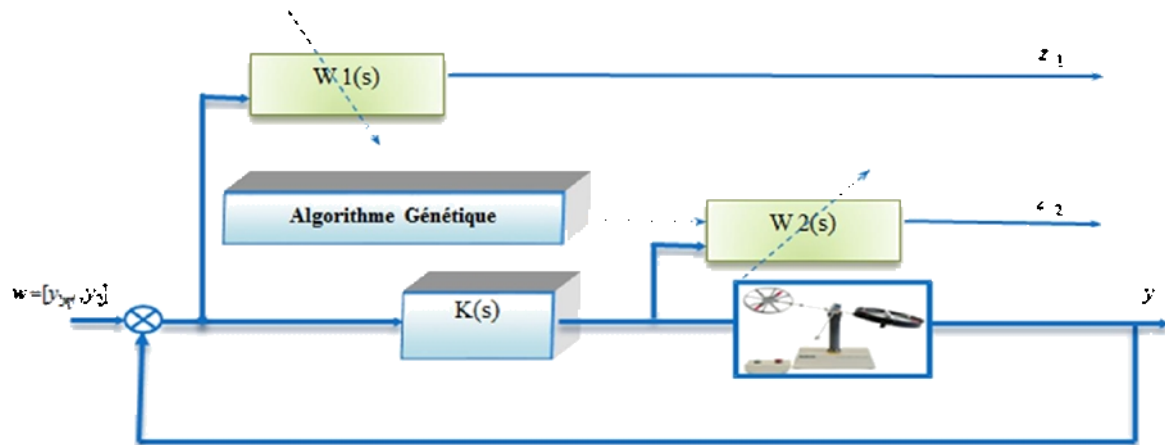


Figure 3.18 : Structure de la technique d'optimisation du H_{∞} par l'AG.

Les étapes de l'algorithme sont :

- génération de la population initiale.
- Répétée tant que la génération # maximum des générations
- Sélection les fonctions w_1 et w_2 .
- Construction du système augmenté.
- Calcul du régulateur.
- Calcul de la réponse indicielle du système bouclé avec le régulateur.
- Calcul de fitness de chaque chromosome
- Démarrer le cycle d'AG :
 - Sélection des parents.
 - Générer les nouveaux chromosomes via croisement et mutation.
 - Calculer la fitness des nouveaux chromosomes.
 - Réinsérer les nouveaux chromosomes dans la population

Bien que la norme infinie soit difficile de calculer, un logiciel mathématique puissant comme MATLAB fournit des fonctions pour évaluer cette norme.

L'utilisation de la méthode d'AG a simplifié la procédure de conception pour obtenir le contrôleur robuste optimal, qui réalise le contrôle de du système de simulateur de vol d'hélicoptère.

3.5 Analyse de la synthèse du système LPV

Cette section s'intéresse à l'approche LPV (Linear Parameter Varying) pour la commande robuste du simulateur de vol d'hélicoptère. Les chercheurs ont remarqué que les résultats techniques sur lesquels repose la résolution du problème H_∞ peuvent être étendus à une classe de systèmes beaucoup plus large que les seuls systèmes linéaires stationnaires : celle des systèmes représentés par une interconnexion fractionnaire linéaire, ou systèmes « LFT » (Linear Fractional Transform). Parmi eux, la classe des systèmes linéaires à paramètres variant dans le temps, ou « LPV » (Linear Parameter-Varying), qui inclut notamment les systèmes non stationnaires et non linéaires.

3.5.1 Représentation des systèmes LPV

3.5.1.1 Représentation de type LFT

Soit le système LPV suivant

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\psi(t))x(t) + B(\psi(t))u(t) \\ y(t) = C(\psi(t))x(t) + D(\psi(t))u(t) \end{cases} \quad (3.43)$$

Cette représentation est utilisée lorsque la dépendance en les paramètres est rationnelle, elle est aux coordonnées cartésiennes. Elle permet d'effectuer la synthèse en une seule étape avec une meilleure garantie de performances dans le cas de variation rapide des paramètres, elle permet aussi d'avoir une forme plus générale des systèmes LPV qui s'écrit [76] :

$$M(\psi) = \begin{pmatrix} A(\psi) & B(\psi) \\ C(\psi) & D(\psi) \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{i=K} \phi_i(\psi) \begin{pmatrix} A_i(\psi) & B_i(\psi) \\ C_i(\psi) & D_i(\psi) \end{pmatrix}, \quad \forall \psi \in \Theta \quad (3.44)$$

Où

L'expression $\phi_i(\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_r)$ est rationnelle par rapport à chacune des variables et les éléments de la représentation d'état A , B , C et D vérifient pour tout $\psi \in \Theta$:

$$\begin{aligned} A(\psi) &= A_0 + \sum_i^N \psi_i A_i, & B(\psi) &= B_0 + \sum_i^N \psi_i B_i \\ C(\psi) &= C_0 + \sum_i^N \psi_i C_i \quad \text{et} \quad D(\psi) &= D_0 + \sum_i^N \psi_i D_i \\ M(\psi) &= \begin{pmatrix} A_0(\psi) & B_0(\psi) \\ C_0(\psi) & D_0(\psi) \end{pmatrix} + \sum_{i=1}^{i=K} \phi_i(\psi) \begin{pmatrix} A_i(\psi) & B_i(\psi) \\ C_i(\psi) & D_i(\psi) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.45)$$

Ce type de représentation consiste à déterminer une matrice quelconque $P \in \mathfrak{R}^{(n+p+N) \times (n+m+N)}$, où n est le nombre d'état, m est le nombre de commandes, p est le nombre de sorties de mesure et N est le nombre de paramètres, et une matrice diagonale $\Theta \in \mathfrak{R}^{N \times N}$ de la forme

$$\Theta = \text{diag}(\underbrace{\psi_1 \cdots \psi_1}_{n_1}, \underbrace{\psi_2 \cdots \psi_2}_{n_2}, \dots, \underbrace{\psi_r \cdots \psi_r}_{n_r}), \quad N = \sum_{i=1}^{i=r} n_i \quad (3.46)$$

telles que la taille N du bloc paramétriques soit minimale et $\forall \psi \in \Theta, \quad M(\psi) = F_u(P, \Theta)$

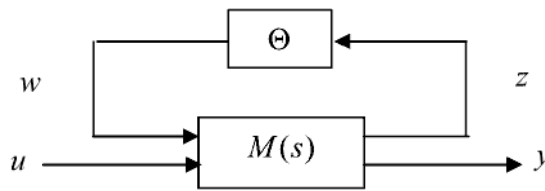


Figure 3.19 représentation LFT

On utilisant l'approche de MORTON [91] on peut avoir cette représentation, $M(\psi) = M_0 + \sum_{i=1}^p \psi_i M_i$, après décomposition de M_i en valeurs singulières, on obtient :

$$M(\psi) = M_0 + \sum_{i=1}^p \psi_i P_i Q_i \quad (3.47)$$

Avec

$$\text{rang}(P_i) = \text{rang}(Q_i) = \text{rang}(M_i) = n_i$$

La forme standard du modèle déduite en rapprochant cette expression de la définition de la LFT supérieure est la suivante :

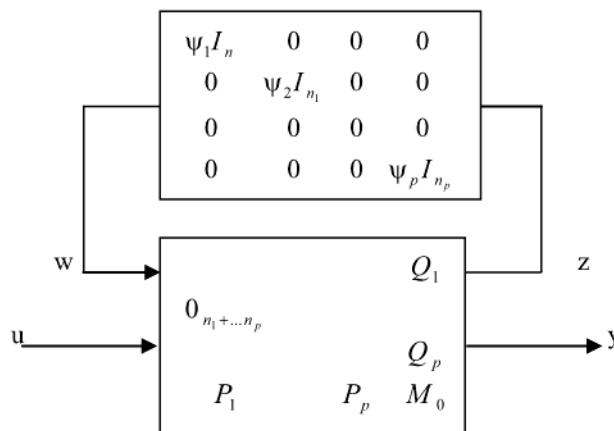


Figure.3.20 La forme standard du modèle

3.5.1.2 Représentation polytopique

Cette représentation est assez proche du modèle affine, elle est aux coordonnées barycentriques, elle est utilisée lorsque le modèle du procédé, à commander dépend linéairement des paramètres de séquençement. Le système LPV décrit dans l'équation (3.43), pour lequel on adoptera la formulation compacte.

$$M(\psi) = \begin{pmatrix} A(\psi) & B(\psi) \\ C(\psi) & D(\psi) \end{pmatrix} \quad \psi \in \Theta$$

Admet un modèle polytopique non conservatif si on peut déterminer un ensemble de matrices M_i constituant les sommets d'un polytope (d'un polyèdre convexe, compact et d'intérieur non vide [92]) défini par :

$$Co\{M_1 \ M_2 \ \dots \ M_N\} = \left\{ \sum \lambda_i M_i, \ \lambda_i(\psi) \geq 0, \ \sum_{i=1}^M \lambda_i(\psi) = 1 \right\}$$

Il est décrit par :

$$\begin{aligned} A(\psi) &= \sum_{i=1}^m \lambda_i(\psi) \tilde{A}_i, & B(\psi) &= \sum_{i=1}^m \lambda_i(\psi) \tilde{B}_i, \\ C(\psi) &= \sum_{i=1}^m \lambda_i(\psi) \tilde{C}_i \quad \text{et} \quad D(\psi) = \sum_{i=1}^m \lambda_i(\psi) \tilde{D}_i \end{aligned} \Rightarrow M(\psi) = M_0 + \sum_{i=1}^m \psi_i P_i Q_i \quad (3.48)$$

Où

$\lambda_i(\psi) \geq 0$, $\sum_{i=1}^m \lambda_i(\psi) = 1$ et $\tilde{A}_i, \tilde{B}_i, \tilde{C}_i, \tilde{D}_i$ correspondant à $A(\psi), B(\psi), C(\psi), D(\psi)$ lorsque $\psi \in Vert(\psi)$, donc $m = 2^N$.

Ce type de modèle peut admettre une définition plus générale que le modèle affine, car l'hyper-rectangle Θ peut être remplacé par un modèle polytopique non conservatif à m sommets [93].

Étapes de construction du modèle polytopique :

1. Quadriller le domaine d'évolution de ψ
2. Calculer $M(\psi)$ en chaque point du quadrillage.
3. Déterminer l'enveloppe convexe de tous les points obtenus

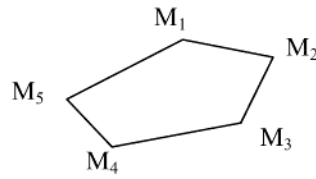


Figure 3.21 Représentation polytopique

3.5.2 Stabilité des systèmes LPV

Soit le système LPV (3.43) est stable si toutes les entrées de la matrice A sont bornées et si et seulement s'il existe un petit nombre ξ positif ($\exists \xi > 0$) tel que $\|\dot{\psi}(t)\| < \xi$, et aussi si les valeurs propres de $A(\psi(t))$ ont la partie réelle négative pour toutes les valeurs de $\psi(t)$. La preuve de cette condition peut être trouvée dans [94] [95].

3.5.2.1 Stabilité exponentielle des systèmes LPV

Le système LPV (3.44) est exponentiellement stable s'il existe deux constantes $M, \alpha > 0$ tel que $\forall t \geq \tau$ et pour tout $\psi(t) \in \Theta$ on a

$$\|\varphi_{\psi}(t, \tau)\| \leq M e^{[\alpha(t-\tau)]} \quad (3.49)$$

Où φ_{ψ} est la matrice de transition du système LPV

cette définition coïncide avec la stabilité standard de Lyapunov, s'il existe une matrice symétrique positive $Q(\psi)$ bornée ($\|Q\| < K$) tel que, $A(\psi)^T Q(\psi) + Q(\psi)A(\psi) + \dot{Q}(\psi) < 0$, pour tout $\psi \in \Theta$, le système LPV est exponentiellement stable [96].

Pour que le système LPV (3.43) soit exponentiellement stable pour toutes les trajectoires paramétriques admissibles prises une à une, il faut exiger la stabilité exponentielle de tout système local obtenu en figeant le paramètre ψ .

3.5.2.2 Stabilité quadratique :

Le système LPV (3.43) est quadratiquement stable sur Θ si la fonction $A \in \mathcal{R}^{n \times n}$ est quadratiquement stable et s'il existe une fonction de Lyapunov quadratique de la forme

$$V(x) = x^T X x, \quad X > 0$$

Tel que

$$\forall \psi \in \Theta, \quad A^T(\psi)X + XA(\psi) < 0 \quad (3.50)$$

Comme la fonction matricielle A est continue par rapport au paramètre $\psi \in \Theta$ et Θ est un ensemble compact, la condition (3.51) est uniformément définie négative.

3.5.3 Performance quadratique de type H_∞

Le système LPV est quadratiquement stable sur Θ et vérifie, pour un réel positif γ , la contrainte de performance

$$\|y\|_2 < \gamma \|u\|_2$$

s'il existe une matrice strictement positive X telle que :

$$\forall \psi \in \Theta, \begin{pmatrix} A(\psi)^T X + XA(\psi) & XB(\psi) & C(\psi)^T \\ B(\psi)^T X & -\gamma I & D(\psi)^T \\ C(\psi) & D(\psi) & -\gamma I \end{pmatrix} < 0 \quad (3.51)$$

3.5.4 Synthèse H_∞ des systèmes LPV polytopiques

Soit le système LPV polytopique en boucle fermée représentée à la figure (3.22)

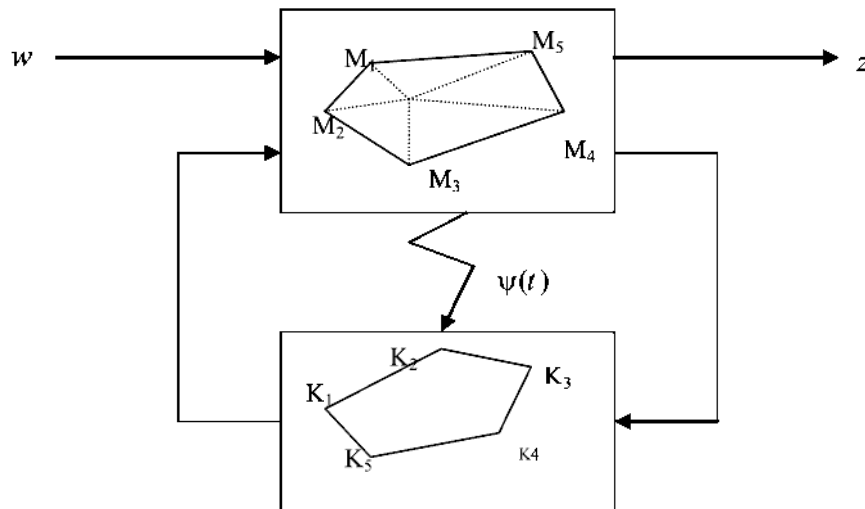


Figure 3.22. Système LPV polytopique

Avec

$$\begin{aligned} M(\psi) &= \sum_{i=1}^{i=n} k_i(\psi) M_i \\ K(\psi) &= \sum_{i=1}^{i=n} k_i(\psi) K_i \\ \psi &= \sum_{i=1}^{i=n} k_i(\psi) \psi_i, \quad k_i(\psi) \geq 0, \quad \sum_{i=1}^{i=n} k_i(\psi) = 1 \end{aligned} \quad (3.52)$$

Les sommets M_i et K_i du système $M(\psi)$ et du correcteur $K(\psi)$ sont respectivement donnés par des matrices correspondantes aux éléments de leurs représentations d'état comme suit

$$M_i = \begin{pmatrix} A_i & B_{1i} & B_2 \\ C_{1i} & D_{11i} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{pmatrix} \text{ et } K_i = \begin{pmatrix} A_{K_i} & B_{K_i} \\ C_{K_i} & D_{K_i} \end{pmatrix} \quad (3.53)$$

La représentation d'état du système $M_i(\psi)$ rebouclé par le correcteur $K_i(\psi)$ est donnée par

$$S_{bf_i} = \begin{pmatrix} A_{bf_i} & B_{bf_i} \\ C_{bf_i} & D_{bf_i} \end{pmatrix} \quad (3.54)$$

$$\begin{aligned} A_{bf_i} &= \begin{pmatrix} A_i + B_2 D_{K_i} C_2 & B_2 C_{K_i} \\ B_{K_i} C_2 & A_{K_i} \end{pmatrix}, & B_{bf_i} &= \begin{pmatrix} B_{1i} + B_2 D_{K_i} D_{21} \\ B_{K_i} D_{21} \end{pmatrix}, \\ C_{bf_i} &= (C_{1i} + D_{12} D_{K_i} D_{21} \quad D_{12} D_{12} D_{K_i} K_i), & D_{bf_i} &= D_{11i} + D_{12} D_{K_i} D_{21} \end{aligned} \quad (3.55)$$

Ce que l'on peut écrire sous la forme suivante

$$S_{bf_i} = \begin{pmatrix} A_i & B_{1i} \\ C_{1i} & D_{1i} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{pmatrix} K_i (C_2 \quad D_{21})$$

Où

$$\begin{aligned} A_i &= \begin{pmatrix} A_i & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & B_{1i} &= \begin{pmatrix} B_{1i} \\ 0 \end{pmatrix} & B_2 &= \begin{pmatrix} 0 & B_2 \\ I_{n_K} & 0 \end{pmatrix} & C_{1i} &= (C_{1i} \quad 0) & D_{12} &= (0 \quad D_{12}) \\ C_2 &= \begin{pmatrix} 0 & I_{n_K} \\ C_2 & 0 \end{pmatrix} & D_{21} &= \begin{pmatrix} 0 \\ D_{21} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

On posant

$$M_i = \begin{pmatrix} A_i & B_{1i} & B_2 \\ C_{1i} & D_{11i} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{pmatrix} \text{ Avec } D_{12} \text{ supposé nul}$$

Le système en boucle fermée est représenté par la LFT suivante :

$$S_{bf_i} = F_l(M_i, K_i)$$

On peut écrire

$$S_{bf}(\psi) = F_l \left(\sum_{i=1}^N \alpha_i(\psi) M_i, \sum_{i=1}^N \alpha_i(\psi) K_i \right) = \sum_{i=1}^N \alpha_i(\psi) F_l(M_i, K_i)$$

On conclut que le système en boucle fermée représentée a la figure 3.23. Est bien décrit par un modèle polytopique formé des N sommets S_{bf_i}

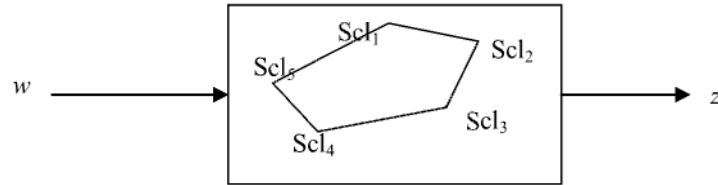


Figure.3.23 représentation polytopique

Il existe un correcteur LPV qui satisfait les conditions de robustesse si et seulement s'il existe une matrice X , définie positive, et un ensemble quelconque K_i telles que :

$$\Psi_i(X, K_i) = \begin{pmatrix} A_{bf_i}^T X + X A_{bf_i} & X B_{bf_i} & C_{bf_i}^T \\ B_{bf_i}^T X & -\gamma I & D_{bf_i}^T \\ C_{bf_i} & D_{bf_i} & -\gamma I \end{pmatrix} < 0, \quad i = 1, \dots, N \quad (3.56)$$

Ces inégalités sont bilinéaires par rapport à X et K_i , d'où le problème d'optimisation associée n'est pas convexe, pour restaurer la convexité on applique à l'inégalité le lemme d'élimination, qui nous permet d'éliminer les variables de K_i .

On a

$$P = \begin{pmatrix} B_2^T & 0 & D_{12}^T \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad Q = \begin{pmatrix} C_2 & D_{21} & 0 \end{pmatrix}$$

L'inégalité devient

$$\Psi_i(x, 0) + \left(P \begin{pmatrix} X & & \\ & I & \\ & & I \end{pmatrix} \right)^T K_i Q + Q^T K_i^T \left(P \begin{pmatrix} X & & \\ & I & \\ & & I \end{pmatrix} \right) < 0, \quad i = 1, \dots, N \quad (3.57)$$

D'après le lemme de projection cette inégalité devient

$$\begin{aligned} N_{PX}^T \Psi_i(X, 0) N_{PX} &< 0, \quad i = 1, \dots, N \\ N_Q^T \Psi_i(X, 0) N_Q &< 0, \quad i = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (3.58)$$

Où N_{P_X} et N_Q sont les noyaux respectifs des matrices P_X et Q

Et que

$$N_{P_X} = \text{blocdiag} \left(X^{-1} \quad I \quad I \right) N_P \quad \text{avec} \quad N_P = \text{Ker}(P)$$

En obtient :

$$N_P^T \left(\begin{array}{cc|c} X^{-1}A_i^T + A_iX^{-1} & B_{li} & X^{-1}C_{li}^T \\ \hline B_{li}^T & -\gamma I & D_{1li}^T \\ C_{li}X^{-1} & D_{1li} & -\gamma I \end{array} \right) N_P < 0, \quad i = 1, \dots, N$$

$$N_Q^T \left(\begin{array}{cc|c} A_i^T X + XA_i & XB_{li} & C_{li}^T \\ \hline B_{li}^T X & -\gamma I & D_{1li}^T \\ C_{li} & D_{1li} & -\gamma I \end{array} \right) N_Q < 0, \quad i = 1, \dots, N$$
(3.59)

Les noyaux N_P et N_Q sont de la forme

$$N_P = \begin{pmatrix} N_{R1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & I \\ N_{R2} & 0 \end{pmatrix}, \quad N_Q = \begin{pmatrix} N_{S1} & 0 \\ 0 & 0 \\ N_{S2} & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}$$

Avec

$$N_R = \begin{pmatrix} N_{R1} \\ N_{R2} \end{pmatrix} = \text{ker} \begin{pmatrix} B_2^T & D_{12}^T \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad N_S = \begin{pmatrix} N_{S1} \\ N_{S2} \end{pmatrix} = \text{ker} \begin{pmatrix} C_2 & D_{21} \end{pmatrix}$$

On introduisant pour X et X^{-1} , les partitions suivantes

$$X = \begin{pmatrix} S & N \\ N^T & F \end{pmatrix} > 0 \quad \text{et} \quad X^{-1} = \begin{pmatrix} R & M \\ M^T & E \end{pmatrix} > 0$$

On obtient les inégalités suivantes :

$$N_R^T \left(\begin{array}{ccc} A_i R + R A_i^T & B_{li} & R C_{li}^T \\ \hline B_{li}^T & -\gamma I & D_{1li}^T \\ C_{li} R & D_{1li}^T & -\gamma I \end{array} \right) N_R < 0, \quad i = 1, \dots, N$$

$$N_S^T \left(\begin{array}{ccc} A_i^T S + S A_i & S B_{li} & C_{li}^T \\ \hline B_{li}^T S & -\gamma I & D_{1li}^T \\ C_{li} & D_{1li} & -\gamma I \end{array} \right) N_S < 0, \quad i = 1, \dots, N$$
(3.60)

Le choix des matrices se fait on satisfaisant les contraintes convexes suivantes

$$R > 0, \quad S > 0, \quad \lambda_{\min}(RS) \geq 1$$

Une contrainte supplémentaire est rajoutée dans le but de réduire l'ordre du correcteur obtenu.

$$\text{rang}(I - RS) = n_r \leq n$$

La détermination des variables de K_i du correcteur, à partir de R et S se fait en deux étapes :

◆ Calcul de X

- ✓ Décomposer $I - RS$ en valeurs singulières pour obtenir les matrices M et N telles que :

$$I - RS = U \Sigma V^T = \left(U \Sigma^{\frac{1}{2}} \right) \left(V \Sigma^{\frac{1}{2}} \right)^T = MN^T$$

- ✓ alors que X peut être déterminée comme l'unique solution du système linéaire :

$$\begin{pmatrix} I & 0 \\ R & M \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} S & N \\ I & 0 \end{pmatrix}$$

◆ Calcul de K : On connaissant X , il ne reste qu'à résoudre les N inégalités indépendantes :

$$\Psi_i(X, 0) + (PX)^T K_i Q + Q^T K_i PX < 0, \quad i = 1, \dots, N$$

L'objectif de cette synthèse est de chercher un régulateur HLPV robuste aux variations paramétriques

Dans ce chapitre on a présenté les méthodes de synthèse des lois de commande de : PID optimisée, GSFPID, H_∞ , HGA, et la commande H_∞ des systèmes linéaire à paramètre variant.

Dans la première partie de ce chapitre, des méthodes d'optimisation des paramètres PID ont été présentées pour augmenter davantage les performances de contrôle.

Une approche d'hybridation de la commande robuste H_∞ et l'algorithme génétique pour la détermination des fonctions de pondération optimale ont été présentés.

La dernière partie de chapitre présente le correcteur H_∞ pour les systèmes linéaires à paramètres variant dans le temps, ou « LPV » (Linear Parameter-Varying).

Ces techniques seront utilisées par la suite pour les appliquer sur le simulateur de vol d'hélicoptère.

CHAPITRE 4

Resultats de Simulation
et de l'expérimentation

Les résultats de simulation et d'implémentation du simulateur de vol d'hélicoptère avec les différents correcteurs ; obtenu par les méthodes classiques, robuste et hybride est l'objet de ce chapitre. Ces simulations sont réalisées pour comparer ces régulateurs en termes de poursuite de trajectoire, sensibilité aux perturbations et robustesse vis-à-vis bruits de mesure et bruits sur la commande ainsi que la variation des paramètres du système.

1.1. Simulation PID Optimisée :

Dans cette section, nous présentons les résultats obtenus en simulation du PID optimisée. Nous vérifierons, le long de ces simulations, si le correcteur synthétisé répond aux cahiers de Charges imposés.

La conception d'un contrôleur de type PID exige la spécification de trois paramètres : gain proportionnel (K_p), le gain intégral (K_i) et dérivé (K_d). De grands efforts ont été fournis pour développer de nouvelles méthodes pour réduire le temps de calcul dû à l'optimisation des paramètres du contrôleur. En effet, il existe plusieurs techniques pour la détermination de ses paramètres.

Les plus répandues sont :

- méthode de Ziegler Nichols ;
- méthode de Kitamori ;
- méthode basée sur le lieu de racines.

Dans ces cas, les paramètres du PID sont obtenus pour un point de fonctionnement où le modèle peut être considéré linéaire. Ce qui implique qu'il y a un réglage sous optimal lorsque le système fonctionne hors de la zone valide du modèle linéaire.

Pour résoudre ce problème, plusieurs approches ont été proposées, à savoir la méthode qui consiste à obtenir un modèle pour différentes zones de fonctionnement, puis on y règle les paramètres du contrôleur PID pour chacune d'elles et on établit un mécanisme de changement d'une valeur à une autre.

Le schéma de principe de l'optimisation du contrôleur PID utilisons le Bloc « Signal Constraint » de « Design Optimization » de Simulink est illustré dans la figure (4.1). On spécifie les contraintes de conception et lance l'optimisation.

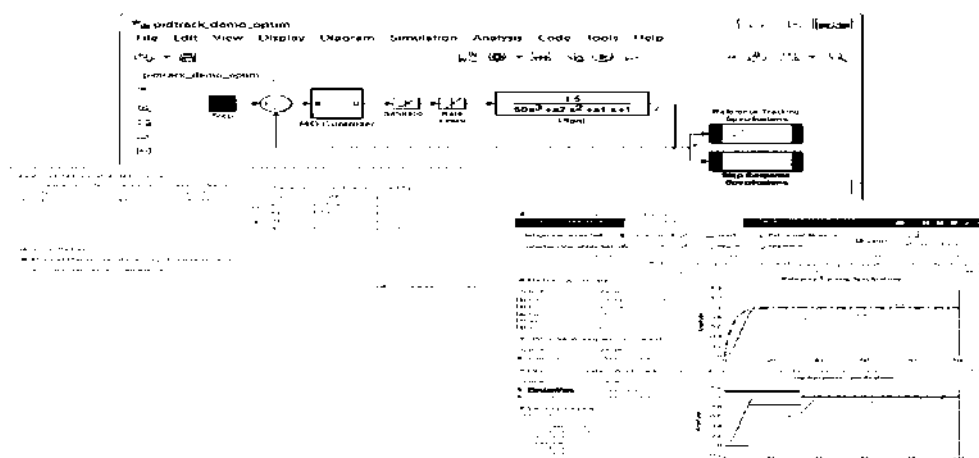


Figure 4.1 Auto-optimisation Simulink du contrôleur PID

Pour obtenir les valeurs optimales des paramètres de contrôleur PID on suit les étapes suivantes :

1. Appeler le modèle simulink (figure 3.4)
2. Ouvrir le bloc de PID,
3. Simulation
- 4. Changer les paramètres du contrôleur PID selon l'algorithme de Gradient descent.
5. Observation de la valeur critère Q
6. Si cette valeur est minimale alors fin d'algorithme.
7. Sinon retourner à 4.

Le tableau 4.1 représente les gains des PID obtenus par la fonction d'optimisation de Simulink (Signal Constrain) autour du point $\alpha_v = 0^\circ$ et $\alpha_h = 0^\circ$.

	<i>Vertical</i>	<i>Horizontal</i>
K_p	0.4712	1.3097
K_i	1.9349	0.021
K_d	2.881	0.2451

Tableau 4.1 : les paramètres des régulateurs.

La figure (4.2) représente le schéma Simulink du contrôle du mouvement vertical et horizontal du simulateur de vol.

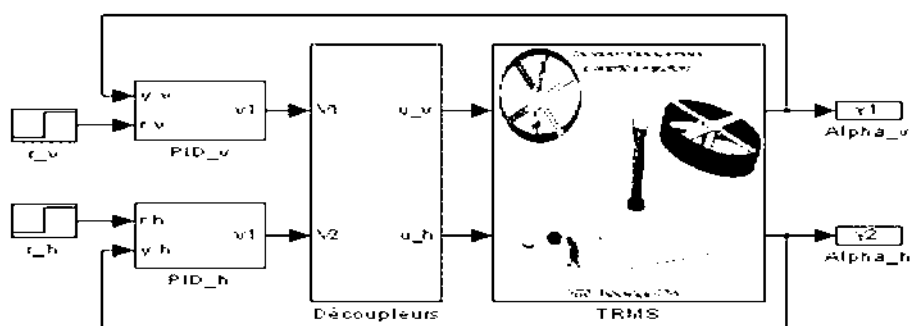


Figure 4.2 : Schémas Simulink du système avec un contrôleur et un découpleur.

Nous avons testé cette commande pour des problèmes de stabilisation et de poursuite de trajectoire et l'effet de découpleurs.

Les figures suivantes montrent les réponses du système pour des références (Stabilisation à la position $\alpha_v = 30^\circ$, $\alpha_h = 30^\circ$) avec les positions initiales de la tige qui sont $\alpha_{v0} = -28^\circ$, $\alpha_{h0} = 0^\circ$. À l'instant $t = 50s$, on a rejeté une perturbation en sortie de -10°

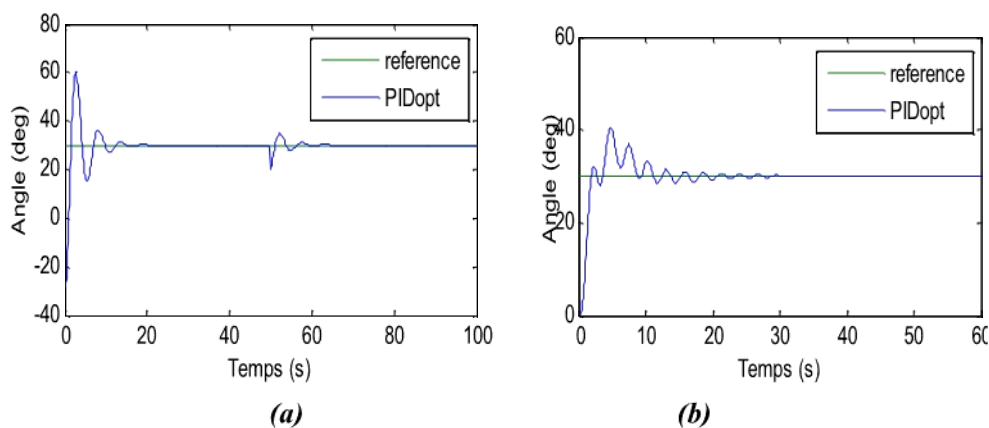


Figure 4.3 : Réponses du sous-système vertical (a) et horizontal (b) avec perturbation.

Sur les figures (3.4, a et b) on voit bien que l'erreur statique est nulle avec dynamique désirée obtenue.

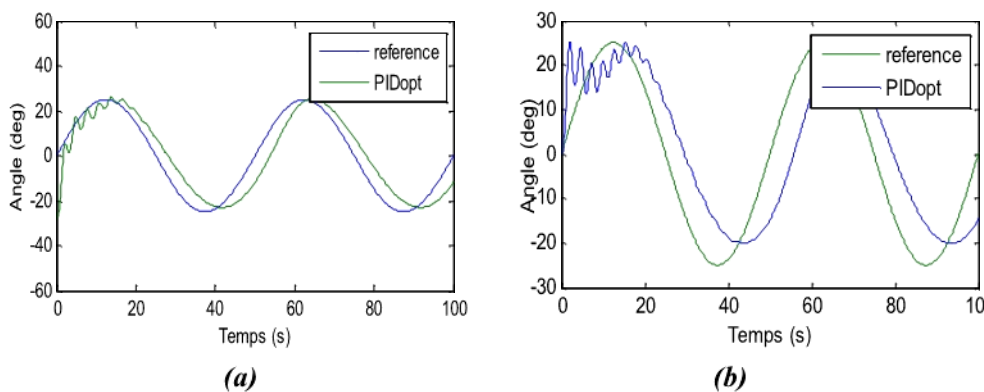


Figure 4.4 : Réponses du sous-système vertical (a) et horizontal (b).

Le suivi de trajectoire sinusoïdal est illustré sur les figures (4.4- (a) et (b)). On note que pour le signal sinusoïdal ; l'amplitude est de 25^0 et fréquence 0,02Hz.

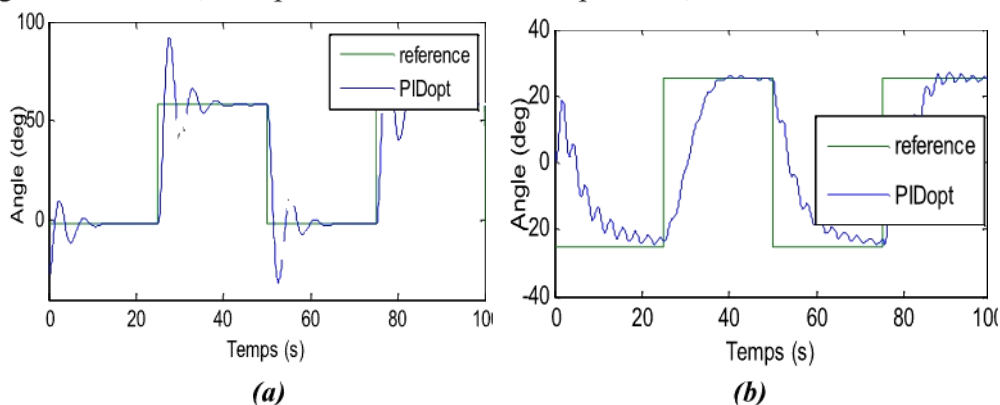


Figure 4.5 : Réponses du sous-système vertical (a) et horizontal (b).

L'absence de gravité dans le mouvement horizontal rend celui-ci difficile à stabiliser à cause des oscillations non compensées. Contrairement au mouvement azimutal, le mouvement

vertical est bien amorti grâce à l'effet de la pesanteur. Celle-ci contribue à l'atténuation des oscillations.

La figure (4.4) illustre le comportement du système en réponse au changement des références, avec les positions initiales de la tige qui sont $\alpha_{v0} = -28^\circ$, $\alpha_{h0} = 0^\circ$.

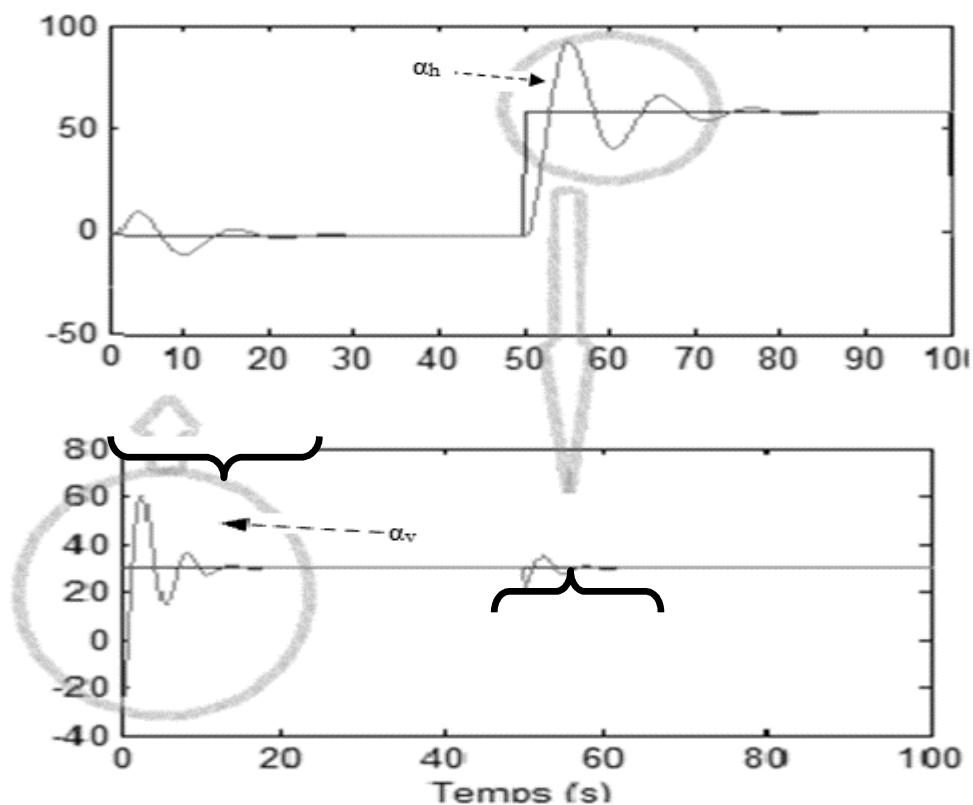


Figure 4.6 : L'effet du dé-coupleur sur les réponses.

Les flèches sur le graphe ont été utilisées pour attirer l'attention sur l'effet du couplage. En effet, la position horizontale α_h est changée sans que la référence change. Ceci est lié au changement de la référence d'élévation. Et aussi la dynamique d'azimut influe sur la réponse verticale.

L'influence de la vitesse de rotation du moteur principal sur le mouvement horizontale est plus importante que celle de la vitesse du moteur secondaire sur le mouvement verticale.

Il y a une bonne poursuite de sinusoïde pour l'angle d'élévation, contrairement à l'angle d'azimut qui présente beaucoup d'oscillations et une erreur de suivi très significative.

Le régulateur PID est très sensible aux perturbations externes surtout lorsque le système est en position horizontale.

La lenteur de la réponse du tangage se fait sentir dans la poursuite du signal en créneaux, de plus celle-ci est oscillatoire. Pour l'horizontal, la réponse est plus rapide, mais l'erreur statique disparaît après un temps assez grand.

Le PID optimisé par la méthode de l'intégrale de l'erreur absolue (IAER) ne présente pas de bonnes réponses pour cela nous proposeront, l'optimisation par la logique floue dans la section suivante.

1.2. Résultats du contrôleur gain scheduling flou PID (GSFPID) :

Dans cette section, nous allons introduire le formalisme flou au mécanisme d'optimisation, qui apporte une plus grande flexibilité à la base de règles en codant les actions de réglage des paramètres du régulateur PID. En effet, les ensembles flous permettent de modéliser des concepts subjectifs, vagues, imprécis et incertains comme cela se fait dans le langage humain. La logique floue apporte donc principalement une facilité de codage et d'utilisation d'information vague [75].

Figure (4.7) présente les Fonctions d'appartenance de $e(t)$, $de(t)$, K_p , K_i et K_d

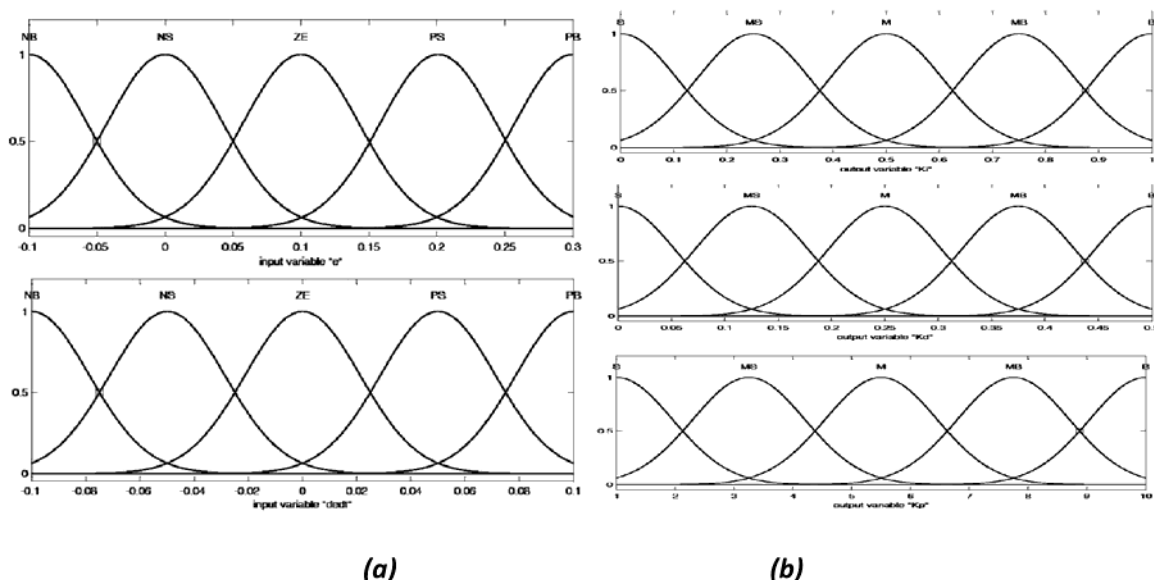


Figure 4.7 : les Fonctions d'appartenance de $e(t)$ et $de(t)$ (a) K_p , K_i et K_d (b)

Ces fonctions sont choisies suivant les caractéristiques et de la spécification du simulateur de vol d'hélicoptère. La figure 4.7a, montre les intervalles de ces entrées sont -0.1 à 0.1 et -0.1 à 0.3, qui est obtenu de la valeur absolue de l'erreur de système et sa dérivée par les gains.

La figure 4.7b montre les intervalles de sorties K_p , K_i et K_d où les gammes de 1 à 10, 0 à 1 et 0 à 0.5.

Le tableau 4.2 représente les gains des PID obtenus par la méthode du gain scheduling flou (GSFPID).

		<i>Vertical</i>	<i>Horizontal</i>
K_p	<i>IAER</i>	0.4712	1.3097
	<i>GS-FPID</i>	0.3170	0.6182
K_i	<i>IAER</i>	1.9349	0.021
	<i>GS-FPID</i>	1.262	0.054
K_d	<i>IAER</i>	2.881	0.2451
	<i>GS-FPID</i>	1.521	0.0385

Tableau 4.2 : les paramètres optimisés par les deux méthodes.

Les courbes de réponse du système sont montrées dans la figure (4.8 à 4.10). Il peut montrer que la commande GS-FPID a un temps de réponse et de dépassement plus court, et une meilleure stabilité.

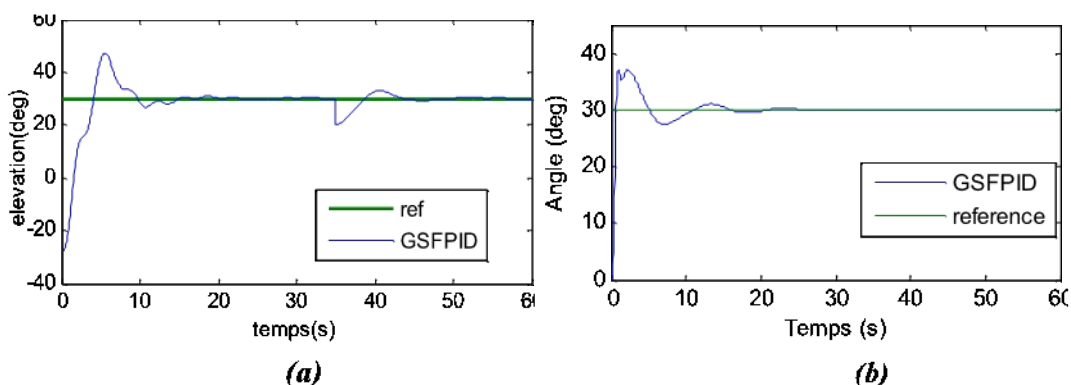


Figure 4.8 : Réponses d'échelon du sous-système vertical (a) horizontal (b).

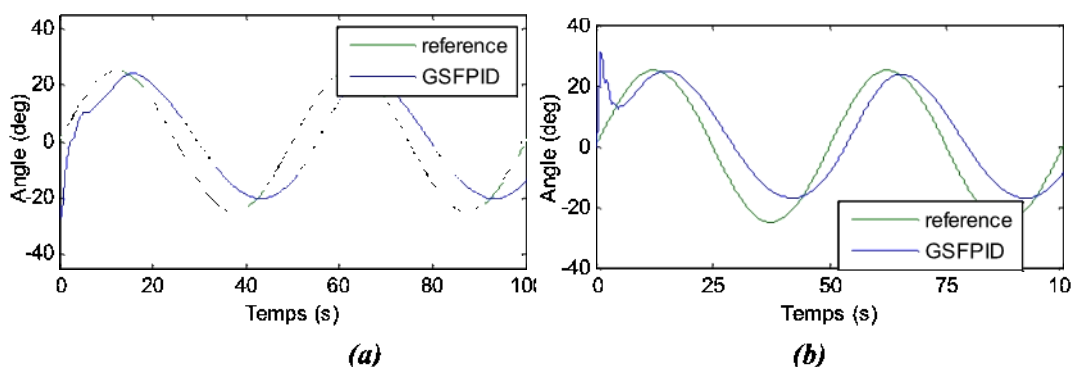


Figure 4.9 : Réponses de la poursuite d'une trajectoire de sous-système vertical (a) horizontal(b)

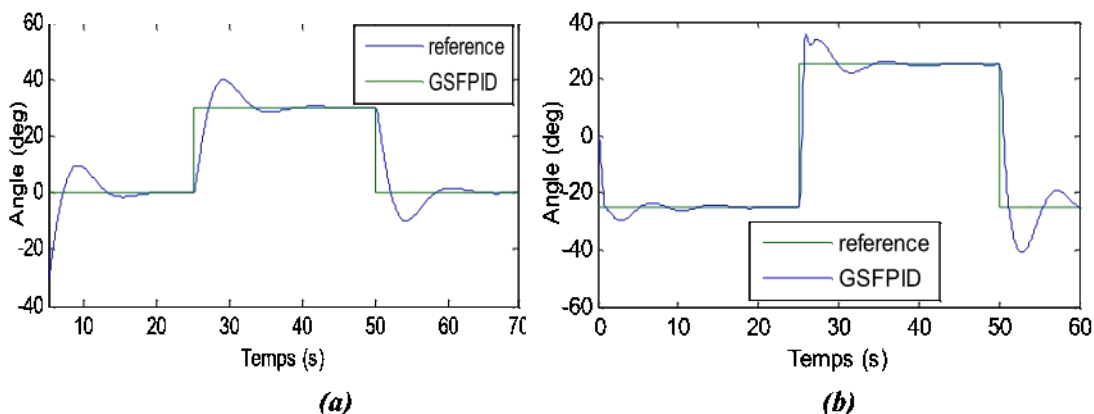


Figure 4.10 : Réponses du sous-système vertical (a)horizontal(b)

L'utilisation de la GS-FPID économise l'énergie et améliore le temps de l'établissement. Un autre fait important du contrôleur il est plus stable que le PID conventionnel.

Les résultats de simulation montrent l'efficacité du contrôleur GS-FPID par rapport au PID optimisé par les méthodes classiques.

Dans cette partie on a proposé un contrôleur de gain scheduling flou pid (GS_FPID). Le contrôleur proposé estime bien les gains K_p K_i K_d du correcteur PID. Le contrôleur GS_FPID n'exige aucune information de la dynamique du système. Les conditions de fonctionnement pour le contrôleur GS_FPID simplement viennent des mesures de l'erreur $e(\cdot)$ et dérivée d'erreur $\Delta e(\cdot)$. La section suivante est dédiée à la commande robuste H_∞ pour traite les lacunes des contrôleurs présentés en point de vue de la robustesse et performance.

1.3. Résultats de simulation de la commande H_∞ :

Dans cette section, la commande H_∞ pour le système de simulateur de vol d'hélicoptère a été conçue afin d'améliorer les performances du système.

Modélisation d'un système incertain de la dynamique verticale :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_{11}x_1 + a_{12}(1 \pm P_1\delta_1)x_2 + a_{13}(1 \pm P_2\delta_2)x_3 + u \\ \dot{x}_2 = x_1 \\ \dot{x}_3 = x_2 \\ y = c_3(1 \pm P_3\delta_3)x_3 \end{cases} \quad (4.3)$$

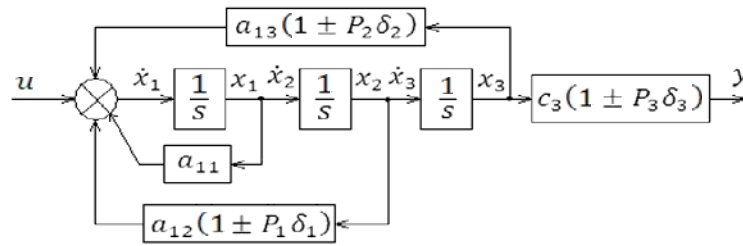


Figure 4.11 : Schéma fonctionnel du sous-système vertical

Nous notons que α_{12} , α_{13} , c_3 peut être représentée comme transformation fractionnelle linéaire (LFT) avec δ_1 , δ_2 , δ_3 . Figure (4.11).

Avec :

$$M_1 = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} \\ P_1 & a_{12} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} 0 & a_{13} \\ P_2 & a_{13} \end{bmatrix}; \quad (4.5)$$

$$M_3 = \begin{bmatrix} 0 & c_3 \\ P_3 & c_3 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Et :

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} \\ P_1 & a_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ x_2 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} y_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a_{13} \\ P_2 & a_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ x_3 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} y_3 \\ v_3 = y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & c_3 \\ P_3 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_3 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$$

Avec :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; B_1 = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; B_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; C_1 = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & 0 \\ 0 & 0 & a_{13} \\ 0 & 0 & c_3 \end{bmatrix}; C_2 = [0 \quad 0 \quad c_3]$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; D_{21} = [0 \quad 0 \quad P_3]; D_{22} = [0]$$

Choix des fonctions de pondération :

$W_1(s)$ S'écrit sous la forme :

$$W_1(s) = \frac{1}{\varepsilon_u} \frac{s + \omega_h / M_u}{s + \omega_h / \varepsilon_u} \quad (4.10)$$

Le choix de ε_u faible nous assure l'atténuation de KS aux hautes fréquences et par suite le rejet des erreurs de mesure et la limitation de l'énergie de commande. La pulsation ω_h limite la plage d'amplification des bruits de mesure. Cette pulsation doit être choisie suffisamment éloignée de la pulsation propre désirée pour l'asservissement en boucle fermée.

La valeur de M_u limite le maximum de $\bar{\sigma}(KS(j\omega))$.

$W_2(s)$ S'écrit sous la forme :

$$W_2(s) = \frac{1}{M_s} \frac{s + \omega_b M_s}{s + \omega_b \varepsilon} \quad (4.11)$$

Pour respecter les hypothèses restrictives de résolution du problème H_∞ , nous fixons ε à une valeur faible, mais non nulle. Ce choix donne naissance à une action presque intégrale au sein du correcteur assurant ainsi un gain élevé en basses fréquences, ce qui implique une minimisation de S dans cette bande donc une bonne précision en régime permanent.

La pulsation ω_b sera choisie proche de la bande passante minimale souhaitée pour le système corrigé en boucle ouverte.

La valeur de M_s limite le maximum de $\bar{\sigma}(S(j\omega))$ en hautes fréquences. Ce choix a un effet direct sur le maximum des valeurs singulières structurées.

Nous choisissons pour la boucle de vitesse les fonctions de pondération suivantes :

$$W_1 = 1.0526 \frac{s + 0.002093}{s + 0.06611}$$

$$W_2 = 2.5 \frac{s + 0.16}{s + 0.01}$$

Les figures suivant illustrent le comportement du système avec un échelon pour l'angle d'élévation (Figure.4.14-(a)) avec perturbation a l'instant $t=30s$, pour l'angle d'azimut nous avons appliqué un échelon de 15^0 (figure 4.14-(b)).

La figure (4.15) montrent les réponses de la poursuite d'une trajectoire et changement des références (Figure (4.16)). Les positions initiales de la tige qui sont : $\alpha_{v0} = -28^0$, $\alpha_{h0} = 0^0$.

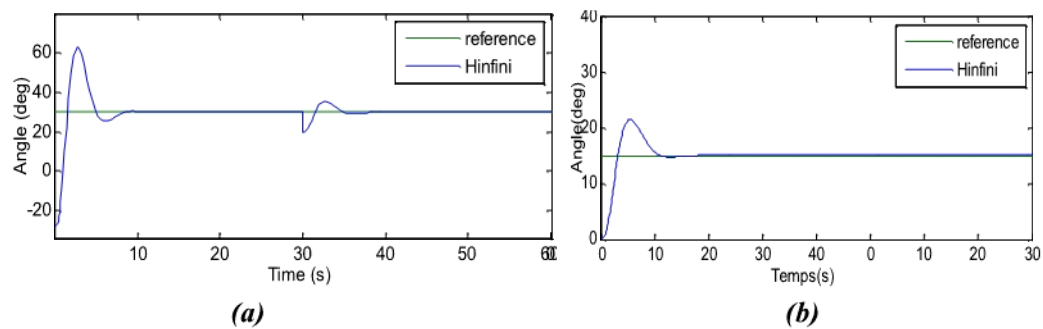


Figure 4.14 : Réponses du sous-système vertical (a) horizontal (b) avec perturbation.

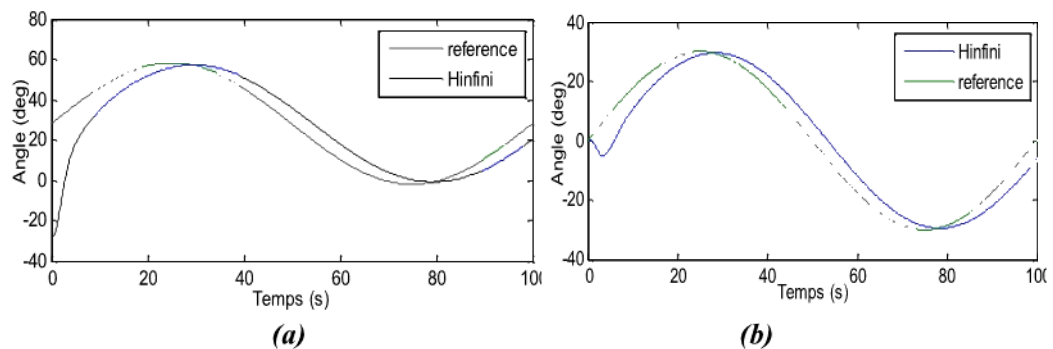


Figure.4.15 : Réponses de la poursuite d'une trajectoire de sous-système vertical (a) horizontal(b)

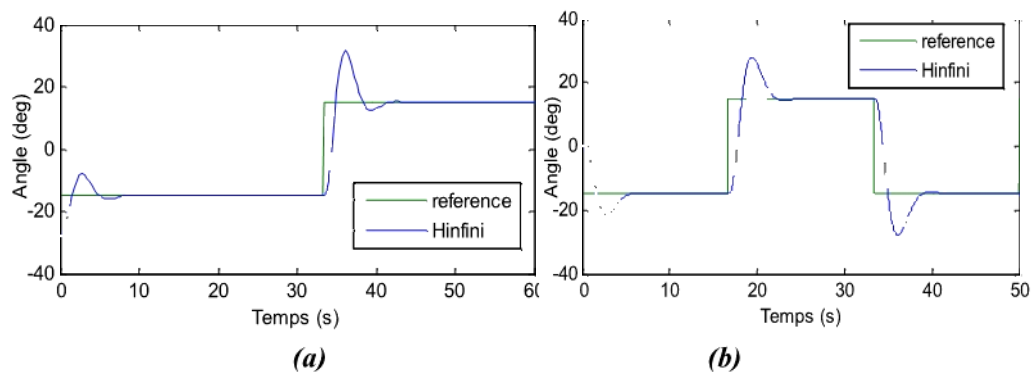


Figure. 4.16 : Réponses du sous-système vertical (a) et horizontal(b) avec changement de consigne.

Les réponses du correcteur H^∞ présentent un meilleur temps de réponse ainsi qu'un meilleur rejet de perturbation en sortie par rapport au correcteur classique.

Le contrôle optimal H^∞ est une technique puissante pour concevoir un contrôle robuste pour le système de simulateur de vol d'hélicoptère avec l'incertitude et des perturbations.

1.4. Résultats de simulation de la commande HGA :

Dans cette section, les performances de la technique présentée comparait par rapport à la norme H^∞ standard en termes de stabilisation et robustesse du système et nous présentons les résultats obtenus.

Le modèle augmenté de simulateur d'hélicoptère peut être utilisé pour la synthèse de contrôleur. Le contrôle doit être conçu de façon robuste qu'il gère le couplage très efficace.

Nous choisissons ε inférieure à la valeur optimale on obtient la commande H^∞ , une stabilité optimale marge ε_{opt} être 0,5893.

Pour le processus d'optimisation, les chromosomes ont été générés avec une longueur de $N_T = 40$. Chaque gène du chromosome a été généré à l'intérieur de leurs limites minimales et maximales. Finalement, les fonctions de pondération optimales ont été obtenues à partir du meilleur chromosome.

Les paramètres de l'algorithme génétique choisis sont :

Population initiale =100

Probabilité de croisement =0.8

Probabilité de mutation =0.1

Nombre maximal de générations = 100

Résultats d'optimisation :

Avec les paramètres suscités de l'AG, l'optimisation du contrôleur H^∞ par l'AG nous a permis d'avoir les valeurs optimales des fonctions de pondération.

W_1 est une fonction de pondération d'une action intégrale, et petit pôle positif, pour mener une erreur de statique zéro. W_2 est choisie comme identité parce que le bruit du capteur est supposé être négligeable. Après 723 générations, W_1, W_2 a été obtenu comme suit :

$$W_1 = \begin{bmatrix} \frac{214.6s^2 + 394.5s + 505.2}{s^2 + 2.801s + 1} & 0 \\ 0 & \frac{57.88s^2 + 199s + 155.8}{s^2 + 1.014s + 1} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$W_2 = I$$

Pour montrer l'efficacité de la méthode proposée nous avons livré un échelon de 30° pour l'angle d'élévation (Figure.4.17-(a)), pour l'angle d'azimut nous avons appliqué un échelon de 15° (figure 4.17-(b)).

Une perturbation externe de 10^0 est ajoutée à l'angle d'élévation à $t = 30s$. Comme la montre la figure. 4.17-a, on peut voir que le système avec l'HGA est plus robuste vis-à-vis de perturbations extérieures.

Le contrôleur proposé avec $\gamma_{\min} = 2.6$, conçu à l'aide des fonctions de pondération optimisée par l'algorithme génétique comme dans (4.12) donne des résultats présentés dans les figure.4.17-18-19. On peut voir que le système est stable à environ 5s pour l'élévation et 4s pour l'azimut. Mais pour le H_{∞} standard, le système prend beaucoup de temps avec 9s en élévation et en 6s pour l'azimut pour devenir stable, le couplage est également notable pour peu de temps au début de la simulation.

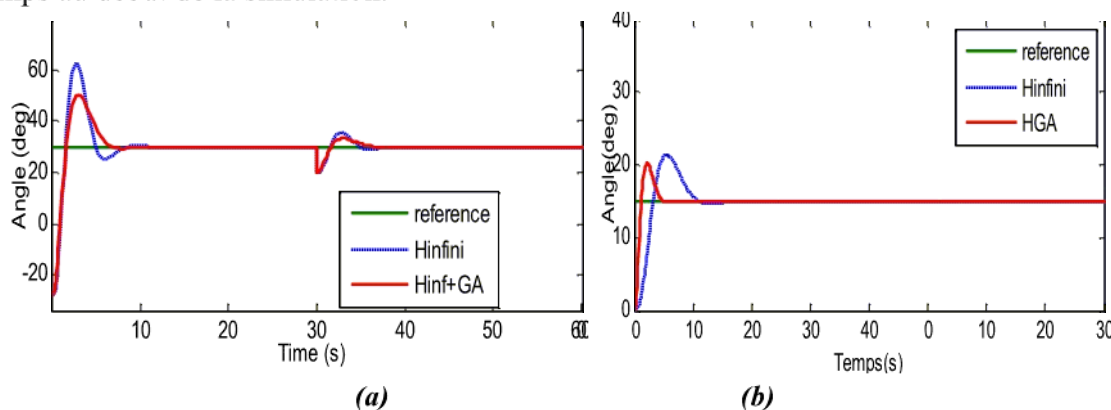


Figure 4.17 : Réponses d'échelon du système. (a) angle d'élévation (b) Angle d'azimut.

Les résultats de simulation de la technique présentée illustrent que l'angle d'élévation et d'azimut est stabilisé dans un temps plus court par rapport à la technique classique. Le rejet de perturbation est assuré par les deux correcteurs.

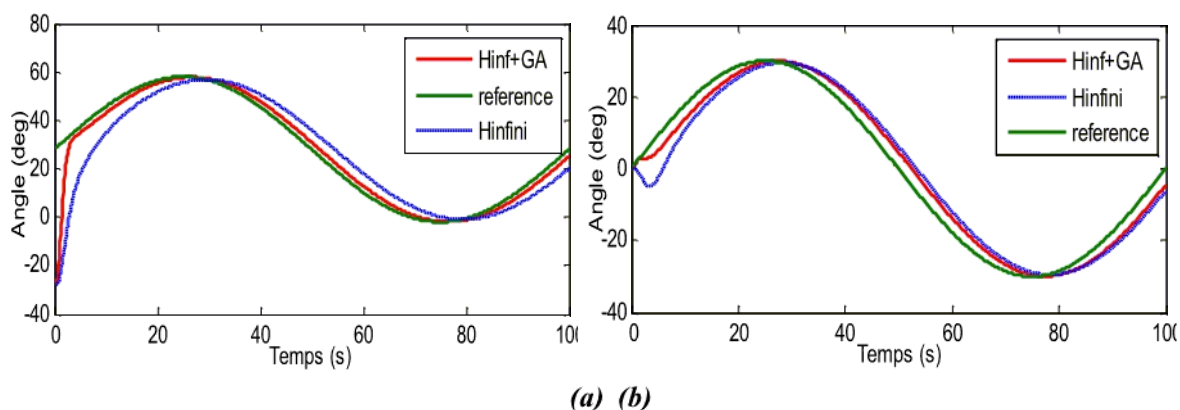


Figure 4.18 : Réponses de la poursuite d'une trajectoire de sous-système vertical (a) horizontal (b).

Les résultats obtenus prouvent l'efficacité en termes de suivi de la trajectoire de cette technique et de sa robustesse contre le couplage entre les variables.

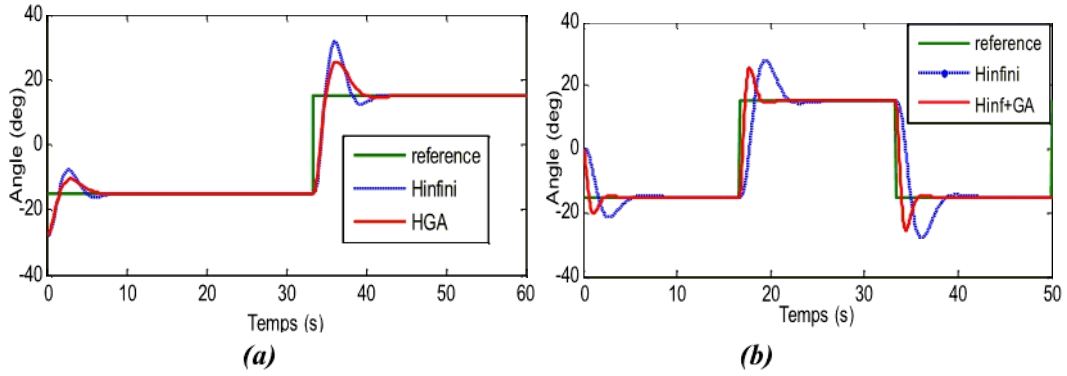


Figure 4.19 : Les réponses du système avec changement de consigne. Angle d'élévation(a) Angle d'azimut (b).

La commande hybride H^∞ conçu avec l'optimisation des pondérations avec génétique algorithme (GA) en respectant la norme de H^∞ mène à la solution de problème de couplage durant le suivi des références et améliore de manière significative la performance et la robustesse du système.

L'utilisation de la méthode HGA a simplifié la procédure de conception pour obtenir le contrôleur robuste optimal, qui réalise le contrôle du système de simulateur de vol d'hélicoptère.

1.5. Résultats de simulation du H^∞ /LPV :

Dans cette section, nous appliquerons la méthode LPV qui est synthétisée dans le chapitre 3 sur le modèle du simulateur de vol d'hélicoptère.

Les systèmes linéaires à paramètres variant (LPV) désignent des modèles linéaires dont les paramètres sont susceptibles de varier dans le temps et dont les éléments de la représentation d'état du modèle dépendent explicitement du paramètre variable ψ_t ,

Leur représentation d'état est donnée comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(\psi_t)x(t) + B(\psi_t)u(t) \\ y(t) &= C(\psi_t)x(t) + D(\psi_t)u(t) \end{aligned} \quad (4.13)$$

Où :

$x(t) \in \mathbb{R}^{n_x}$ est le vecteur d'état du système, $u(t) \in \mathbb{R}^{m_u}$ est le vecteur d'entrées de commande, $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ est le vecteur de sorties mesurées,

$(A, B, C, D): \mathbb{R}^N \rightarrow (\mathbb{R}^{n \times n}, \mathbb{R}^{n \times m}, \mathbb{R}^{p \times n}, \mathbb{R}^{p \times m})$ est la représentation d'état du système.

ψ_t est le vecteur des paramètres variant

Pour modéliser les non linéarités du modèle d'état, on a utilisé une représentation quasi-LPV des paramètres physiques aux paramètres Polytopiques.

Les relations non linéaires fi entre la vitesse et les effets de couplage du rotor de la dynamique horizontal / vertical, peuvent être estimés par les fonctions :

$$\begin{aligned}
f_1(\omega_h) &= \text{sign}(\omega_h) k_{ih} \omega_h^2 \\
f_2(\omega_h) &= \begin{cases} k_{fhp} \omega_h^2 & \text{if } \omega_h \geq 0 \\ -k_{fhn} \omega_h^2 & \text{if } \omega_h < 0 \end{cases} \\
f_3(\alpha_h) &= \begin{cases} k_{chp} \alpha_h & \text{if } \alpha_h \geq 0 \\ k_{chn} \alpha_h & \text{if } \alpha_h < 0 \end{cases} \\
f_4(\omega_v) &= \text{sign}(\omega_v) k_{iv} \omega_v^2 \\
f_5(\omega_v) &= \begin{cases} k_{fvp} \omega_v^2 & \text{if } \omega_v \geq 0 \\ -k_{fvn} \omega_v^2 & \text{if } \omega_v < 0 \end{cases} \\
f_6(\alpha_v) &= \begin{cases} k_{cvp} (\alpha_v - \alpha_v^0)^2 & \text{if } \alpha_v \geq \alpha_v^0 \\ k_{cvn} (\alpha_v - \alpha_v^0)^2 & \text{if } \alpha_v < \alpha_v^0 \end{cases}
\end{aligned}$$

On a :

$K_{fh/v/n/p}$: la force aérodynamique, h pour horizontal v pour le vertical, p positive ω et n négative ω .

$K_{th/v/n/p}$ le coefficient de frottement, h pour rotor de queue v pour le rotor principal p positive et n négative de w.

$K_{c vn/p}$: coefficients de couplage n quand $\alpha_v < \alpha_v^0$ et p $\alpha_v \geq \alpha_v^0$

$K_{c h n/p}$: coefficients de couplage p positif α_h et n négatif α_h

Le modèle peut être exprimé sous une forme LPV en introduisant l'ensemble suivant de paramètres variables dans le temps.

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_h(t) \\ \dot{\Omega}_h(t) \\ \dot{\alpha}_h(t) \\ \dot{\omega}_v(t) \\ \dot{\Omega}_v(t) \\ \dot{\alpha}_v(t) \end{bmatrix} = A(\psi_t) \begin{bmatrix} \omega_h(t) \\ \Omega_h(t) \\ \alpha_h(t) \\ \omega_v(t) \\ \Omega_v(t) \\ \alpha_v(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{22}(p_t) \\ 0 & 0 \\ 0 & b_{42} \\ b_{51} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_h(t) \\ u_v(t) \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Où :

$$A(\psi_t) = \begin{bmatrix} a_{11}(p_t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}(p_t) & a_{22}(p_t) & a_{23}(p_t) & a_{24}(p_t) & a_{25}(p_t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44}(p_t) & 0 & 0 \\ a_{51}(p_t) & a_{52}(p_t) & 0 & a_{54}(p_t) & a_{55}(p_t) & a_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Le vecteur d'états : $x = [\omega_h, \Omega_h, \alpha_h, \omega_v, \Omega_v, \alpha_v]^T$ Et le vecteur d'entrées $u = [u_h, u_v]^T$

Les variables d'adaptation dans le modèle (4.14) sont :

$$p_t = [\alpha_h \quad \alpha_v \quad \omega_h \quad \Omega_h \quad \omega_v \quad \Omega_v]^T \quad (4.16)$$

$$\Psi_r = [a_{11} \ a_{21} \ a_{22} \ a_{23} \ a_{24} \ a_{25} \ a_{51} \ a_{52} \ a_{54} \ a_{55} \ a_{56} \ b_{22}]^T$$

Ils sont des signaux exogènes, indépendants de l'état $x(t)$, évoluant indépendamment les uns des autres de manière continue par rapport aux temps.

Avec :

$$a_{11}(p_t) = -\frac{k_{ch}^2 \Phi_h^2 / R_{ch} + B_{tr} + f_1(\omega_h) / \omega_h}{J_{tr}}$$

$$a_{21}(p_t) = \frac{l_t \cos \alpha_v f_2(\omega_h) / \omega_h}{D \cos^2 \alpha_v + E \sin^2 \alpha_v + F}$$

$$a_{22}(p_t) = -\frac{k_{0h}}{D \cos^2 \alpha_v + E \sin^2 \alpha_v + F}$$

$$a_{23}(p_t) = -\frac{f_3(\alpha_h) / \alpha_h}{D \cos^2 \alpha_v + E \sin^2 \alpha_v + F}$$

$$a_{24}(p_t) = -\frac{k_m (B_{mr} + k_{av}^2 \Phi_v^2 / R_{av} + f_4(\omega_v) / \omega_v) \cos \alpha_v}{(D \cos^2 \alpha_v + E \sin^2 \alpha_v + F) J_{mr}}$$

$$a_{25}(p_t) = \frac{k_m \omega_v \sin \alpha_v (D \cos^2 \alpha_v - E \sin^2 \alpha_v - F - 2E \cos^2 \alpha_v)}{(D \cos^2 \alpha_v + E \sin^2 \alpha_v + F)^2}$$

$$a_{44}(p_t) = -\frac{k_{av}^2 \Phi_v^2 / R_{av} + B_{mr} + f_4(\omega_v) / \omega_v}{J_{mr}}$$

$$a_{51}(p_t) = -\frac{k_t (B_{tr} + f_1(\omega_h) / \omega_h + k_{ch}^2 / R_{ch})}{J_v J_{tr}}$$

$$a_{52}(p_t) = -\frac{k_g \cos \alpha_v f_5(\omega_v) / \omega_v - 0.5 \Omega_h H \sin 2\alpha_v}{J_v}$$

$$a_{54}(p_t) = \frac{l_m f_5(\omega_v) / \omega_v}{J_v}$$

$$a_{55} = -\frac{k_{0v}}{J_v}$$

$$a_{56}(p_t) = \frac{g ((A - B) \cos \alpha_v - C \sin \alpha_v)}{J_v \alpha_v}$$

$$b_{11} = \frac{k_{ch} \Phi_h k_1}{J_{tr} R_{ch}}$$

$$b_{22}(p_t) = \frac{k_m \cos \alpha_v k_{av} \Phi_v k_2}{(D \cos^2 \alpha_v + E \sin^2 \alpha_v + F) R_{av} J_{mr}}$$

$$b_{42} = \frac{k_{av} \Phi_v k_2}{J_{mr} R_{av}}$$

$$b_{51} = \frac{k_{ch} \Phi_h k_1 k_t}{J_v J_{tr} R_{ch}}$$

Le modèle LPV pour le système peut être obtenu grâce à une transformation état (4.14) en prenant en compte :

$$x_1 = [\alpha_h \quad \alpha_v]^T ; x_2 = [\omega_h \quad \Omega_h \quad \omega_v \quad \Omega_v]^T \quad (4.17)$$

En définissant de nouveau les États et les entrées du modèle LPV de simulateur de vol d'hélicoptère :

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\omega}}_h(t) \\ \dot{\hat{\Omega}}_h(t) \\ \dot{\hat{\alpha}}_h(t) \\ \dot{\hat{\omega}}_v(t) \\ \dot{\hat{\Omega}}_v(t) \\ \dot{\hat{\alpha}}_v(t) \end{bmatrix} = \tilde{A}_{abs}(\psi_t) \begin{bmatrix} \hat{\omega}_h(t) \\ \hat{\Omega}_h(t) \\ \alpha_h(t) \\ \hat{\omega}_v(t) \\ \hat{\Omega}_v(t) \\ \alpha_v(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{22}(p_t) \\ 0 & 0 \\ 0 & b_{42} \\ b_{51} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{u}_h(t) \\ \hat{u}_v(t) \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

$$\tilde{A}_{abs}(\psi_t) = \begin{bmatrix} a_{11} & -\frac{d\omega_h^{eq}}{d\alpha_h} & 0 & 0 & -\frac{d\omega_h^{eq}}{d\alpha_v} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & a_{24} & a_{25} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & -\frac{d\omega_v^{eq}}{d\alpha_v} & 0 \\ a_{51} & a_{52} & 0 & a_{54} & a_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Avec :

$$\hat{\omega}_{h/v}(t) = \omega_{h/v}(t) - \omega_{h/v}^{eq}(t), \hat{u}_{h/v}(t)$$

$$= u_{h/v}(t) - u_{h/v}^{eq}(t)$$

$$\omega_h^{eq} = \frac{f_3(\alpha_h)}{l_t \cos(\alpha_v) f_2(\omega_h)}$$

$$\omega_h^{eq} = \frac{g \omega_v [C \sin(\alpha_v) + (B - A) \cos(\alpha_v)]}{l_m f_5(\omega_v)}$$

$$u_{h/v}^{eq}(t) = \frac{k_{ah/v} \Phi_{h/v}}{k_{1/2}} +$$

$$\frac{R_{ah/v} (B_{tr/mr} + f_{1/4}(\omega_{h/v}) / \omega_{h/v}) / (k_{ah/v} \Phi_{h/v})}{k_{1/2}} \omega_{h/v}^{eq}$$

$$\frac{d\omega_h^{eq}}{d\alpha_h} = \begin{cases} \frac{k_{chn} \omega_h}{l_t \cos \alpha_v f_2(\omega_h)} & \text{if } \alpha_h \geq 0 \\ \frac{k_{chp} \omega_h}{l_t \cos \alpha_v f_2(\omega_h)} & \text{if } \alpha_h < 0 \end{cases} \quad (4.20)$$

$$\frac{d\omega_h^{eq}}{d\alpha_h} = \frac{f_3(\alpha_h) \omega_h \sin \alpha_v}{l_t f_2(\omega_h) \cos^2 \alpha_v} \quad (4.21)$$

$$\frac{d\omega_v^{eq}}{d\alpha_v} = \frac{g\omega_v [C \cos \alpha_v + (A-B) \sin \alpha_v]}{l_m f_s(\omega_v)} \quad (4.22)$$

Pour concevoir un contrôleur pour le système LPV (4.14) est à approximer le système LPV polytopique correspondent à ceux dont le vecteur paramètre varie dans un polytope [96].

Les matrices de l'espace d'état vont dans un polytope de matrices définies comme l'enveloppe convexe d'un nombre fini de matrices n. chaque sommet de polytope correspond à une valeur particulière de la variable d'adaptation :

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{cc} A(\psi_k) & B(\psi_k) \\ C(\psi_k) & D(\psi_k) \end{array} \right) &\in Co \left\{ \left(\begin{array}{cc} A_j & B_j \\ C_j & D_j \end{array} \right), j=1..N \right\} \\ &= \sum_{j=1}^N \alpha_k^j(\psi_k) \left(\begin{array}{cc} A_j & B_j \\ C_j & D_j \end{array} \right) \end{aligned} \quad (4.23)$$

Avec

$$\alpha_k^j(\psi_k) \geq 0 \text{ et } \sum_{j=1}^N \alpha_k^j(\psi_k) = 1$$

Où j de chaque modèle est appelé un sommet de système, ce type de systèmes est LPV polytopique. L'approximation polytopique envisager la limitation de chaque paramètre LPV par un intervalle « bounding box approach » et se dirige à un intervalle de modèle LPV, l'enveloppe convexe qui les contient est obtenue en utilisant l'algorithme rapide de l'enveloppe. [64]

Le système LPV polytopique (4.23) peut être exprimé comme suit :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \sum_{j=1}^N \alpha_k^j(\psi_k) [A_j x(k) + B_j u(k)] \\ y(k) &= \sum_{j=1}^N \alpha_k^j(\psi_k) C_j x(k) \end{aligned} \quad (4.24)$$

Avec $x(k) \in \mathfrak{R}^{n_x}$ est le vecteur d'état,

$u(k) \in \mathfrak{R}^{n_u}$ est le vecteur d'entrées,

$y(k) \in \mathfrak{R}^{n_y}$ est le vecteur de sorties.

$(A_j, B_j, C_j) : \mathfrak{R}^N \rightarrow (\mathfrak{R}^{n_x \times n_x}, \mathfrak{R}^{n_x \times n_u}, \mathfrak{R}^{n_y \times n_x})$ Sont des matrices invariantes dans le temps défini pour le j modèle.

Le système polytopique est prévu avec les fonctions :

$\alpha_k^j(\psi_k), \forall j \in [1, \dots, N]$ Qui sont situés dans un convexe :

$$\Omega = \left\{ \alpha_k^j(\psi_k) \in \mathfrak{R}^N, \alpha_k^j(\psi_k) = [\alpha_k^1(\psi_k), \dots, \alpha_k^N(\psi_k)]^T \quad \alpha_k^j(\psi_k) \geq 0, \forall j, \sum_{j=1}^N \alpha_k^j(\psi_k) = 1 \right\}$$

Le problème de commande H_∞ / LPV : Trouver un régulateur LPV tel que le système bouclé soit stable et, que pour :

$$\gamma_\infty > 0, \sup \frac{\|z\|_2}{\|w\|_2} < \gamma_\infty$$

Problème résolu pour chaque sommet d'un polytope (optimisation convexe)

$$K(\psi) = \sum_{k=1}^{2^i} \alpha_k(\psi) \begin{bmatrix} A_{ck} & B_{ck} \\ C_{ck} & D_{ck} \end{bmatrix}, \sum_{k=1}^{2^i} \alpha_k(\psi) = 1, \alpha_k(\psi) > 0 \quad (4.25)$$

Pour le régulateur K on doit résoudre l'ensemble de LMIs sur chaque sommet d'un polytope formé par les valeurs extrêmes de chaque paramètre variant :

$$\begin{pmatrix} A(\psi)^T K + KA(\psi) & KB_{\infty}(\psi) & C_{\infty}(\psi)^T \\ B_{\infty}(\psi)^T K & -\gamma_{\infty}^2 I & D_{\infty}(\psi)^T \\ C_{\infty}(\psi) & D_{\infty}(\psi) & -I \end{pmatrix} < 0 \quad (4.26)$$

Le HPLV proposé est appliqué au modèle de la plate-forme du simulateur obtenue pour contrôler la trajectoire d'élévation et d'azimut du système.

Utilisant le LMI Toolbox MATLAB [78], nous obtenons le contrôleur du système, le contrôle conçu devrait être robuste et gère le couplage en manière efficace.

Nous avons obtenu pour le choix de la pondération indiquée ci-dessus, un niveau de performance $\gamma = 0.6125$ et un régulateur LPV de forme similaire à celle du système. On vérifie que les contraintes imposées par les fonctions de pondérations sur les différentes normes des fonctions de transfert sont respectées pour toutes les trajectoires admissibles des paramètres du système LPV.

Les résultats suivants obtenus en fournissant un échelon de 30° pour l'élévation, pour azimut nous avons appliqué un échelon de 30° (figure 4.20). on introduit une perturbation a l'instant $t=50s$.

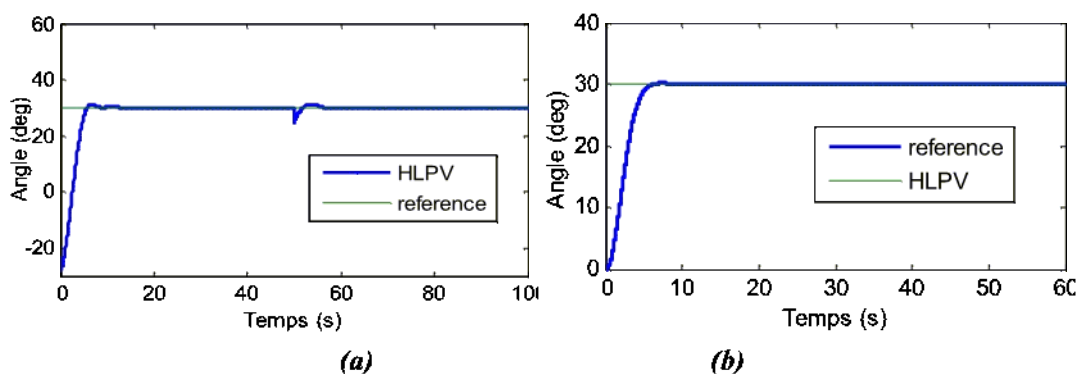


Figure 4.20 : Réponses d'échelon du système (a) Angle d'élévation (b) Angle d'azimut.

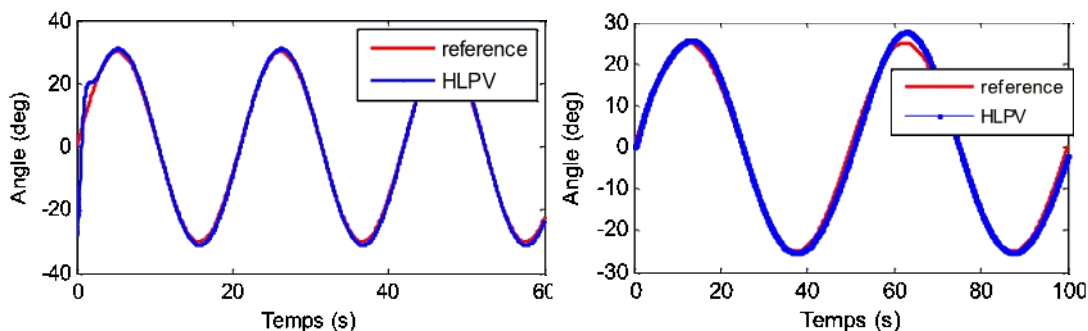


Figure 4.21 : Réponses sinusoïdales du système (a) Angle d'élévation (b) Angle d'azimut.

Une référence carrée en élévation et en azimut en simulation en boucle fermée, avec un changement de consigne à l'instant $t=50s$, les conditions initiales sont :

$$\alpha_h(0)=0, \alpha_v(0)=-28^\circ \text{ (Figure 4.22 (a et b))}$$

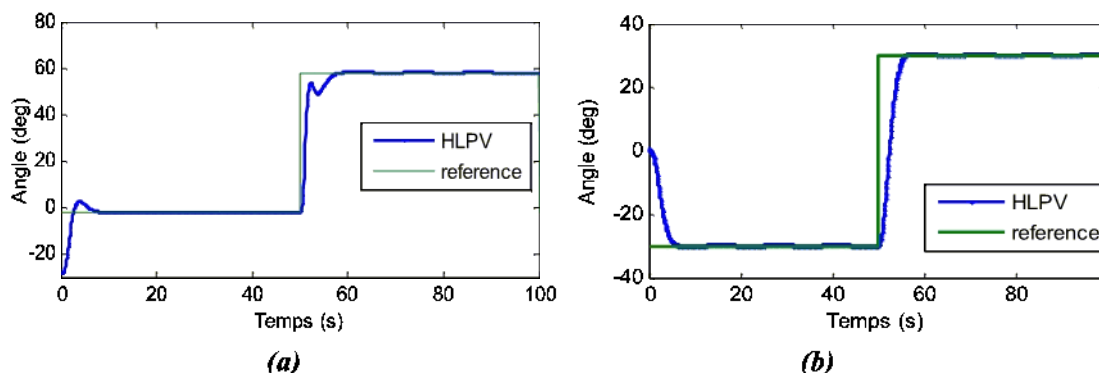


Figure 4.22 : Les réponses du système avec changement de consigne. Angle d'élévation(a) Angle d'azimut (b).

Figure (4.21) et (4.22) montrent le comportement d'élévation et d'azimut avec le contrôleur H_∞ /LPV.

Le contrôleur proposé gère efficacement les perturbations et l'effet du couplage, et améliore également le comportement transitoire.

Dans cette section ; le modèle LPV du simulateur de vol d'hélicoptère approximé d'une manière polytopique est développé, ensuite ; un H_∞ /LPV basé sur la résolution d'un problème LMI sous-contrainte structurelles pour améliorer les performances et la robustesse du système en présence de perturbation et de variation de paramètres dans le temps sont présentés. Les résultats de simulation montrent l'efficacité et la performance du contrôleur proposé.

1.6. Implémentation pratique au simulateur de vol d'hélicoptère

Dans cette partie, nous présentons l'implémentation des commandes synthétisées à la plate-forme réelle du simulateur de vol d'hélicoptère, afin de tester la stabilité et la robustesse des commandes appliquées.

Par ailleurs, en impulsant la position de la poutre le système subit une perturbation (au niveau du contre poids). Ces tests sont effectués dans le but de vérifier ses performances vis-à-vis du rejet de perturbation. Ensuite, nous présentons tous les résultats pratiques obtenus.

Le simulateur d'hélicoptère (Twin Rotor MIMO System) est disponible en (laboratoire d'automatique et contrôle des systèmes), tous les tests pratiques présentés dans cette thèse ont été réalisés au niveau de ce laboratoire.

La figure (4.23) ci-dessous illustre la structure de la boucle de régulation en Simulink, lors de l'implémentation en pratique :

En vert : blocs de communications avec la carte d'acquisition, à gauche les encodeurs et à droite des sorties analogiques (tension de commande).

En rouge : blocs de protection des moteurs, car la tension max est de $\pm 2.5V$.

En gris : blocs de conversion, car les encodeurs incrémentaux donnent le nombre d'impulsions qu'il faut convertir en radian.

En bleu : est la partie essentielle qui est le bloc de notre régulateur. Ce bloc peut être écrit par n'importe quel langage, on peut même importer un régulateur déjà écrit et l'implémenté, grâce à l'architecture ouverte de cette approche.

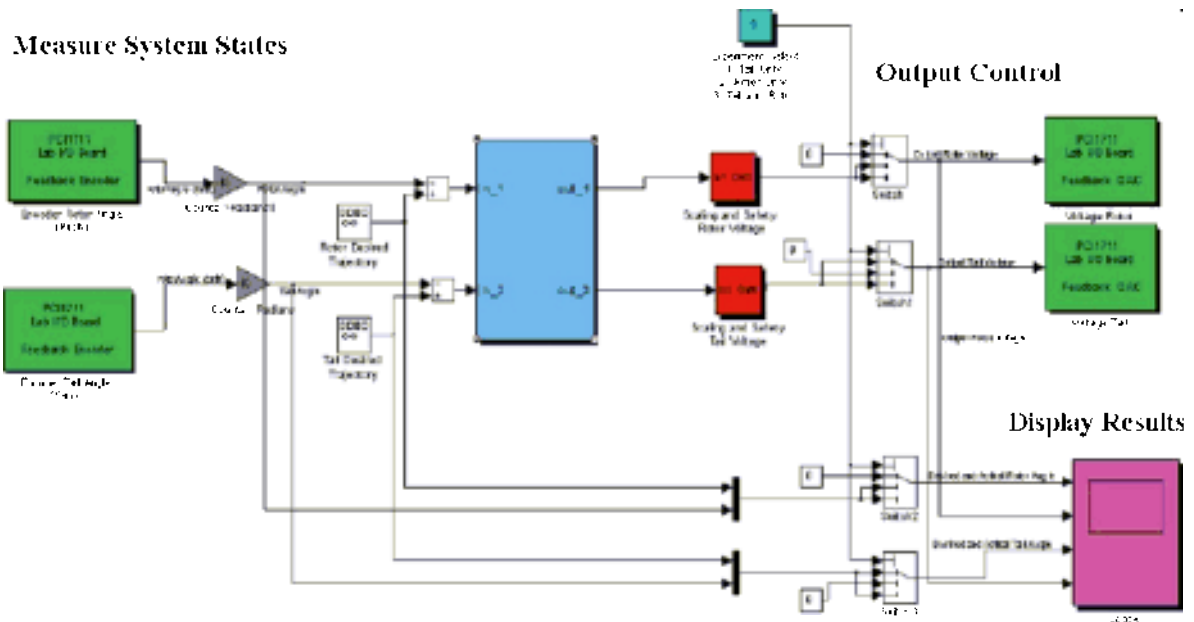


Figure 4.23 : schéma bloc de l'implémentation d'un contrôleur sur la plate-forme.

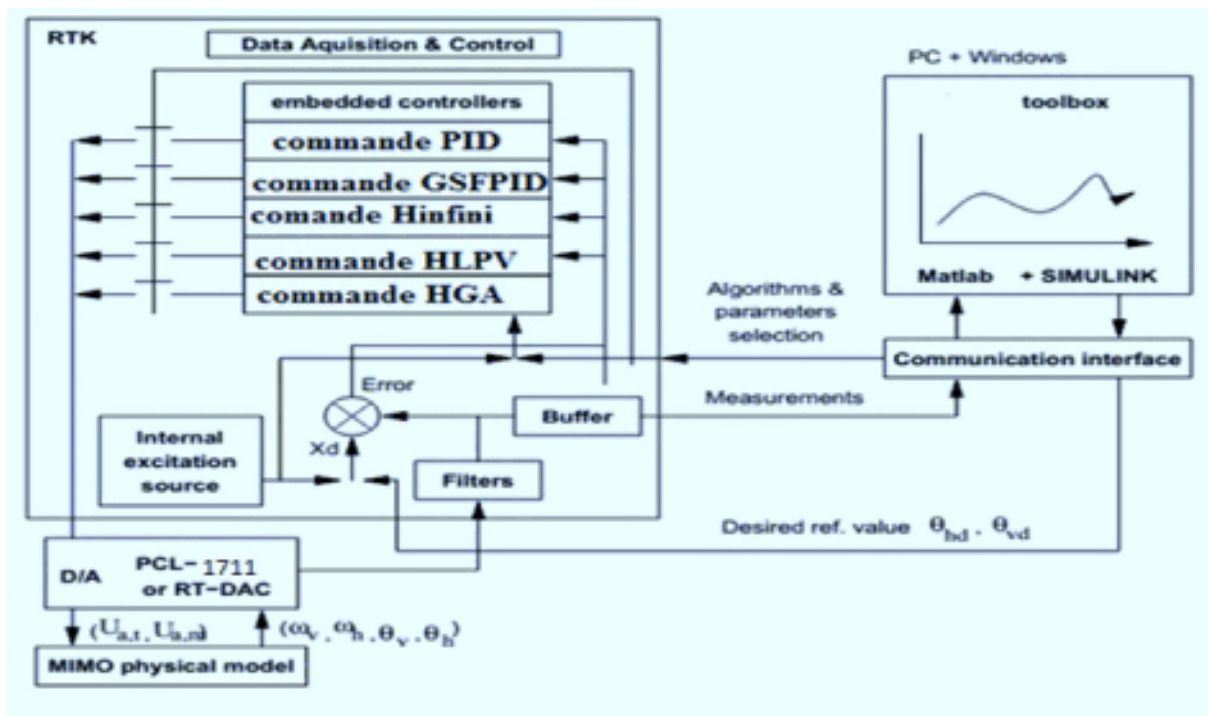


Figure 4.24 : Différentes cibles d'implémentation

Dans le cas d'un environnement, « WINDOWS », le petit noyau (KERNEL), est essentiel. Son rôle est primordial, il assure le temps réel pour notre régulateur, car WINDOWS est un OS événementiel, de ce fait, il ne permet pas l'exécution en temps réel. Il s'exécute comme un service réside dans le niveau zéro (mode noyau) et intercepte les interruptions matérielles avant WINDOWS. Ensuite, il communique avec l'exécutable du régulateur et joue le rôle d'interface avec le système physique à travers la carte d'acquisition. Il contrôle, donc, le flux de données et de signaux du modèle (maintenant exécutable) vers le système physique et vice-versa ; après compilation du programme, il sera indépendant de MATLAB et SIMULINK. Néanmoins, on peut utiliser juste SIMULINK comme interface homme-machine, pour visualiser et récupérer les signaux.

On a besoin, également, des bibliothèques, et pilotes de la carte d'acquisition, pour les intégrer dans notre programme, ci-dessous, un schéma (figure 4.24) qui illustre les différentes cibles (TARGETS) et les différentes manières dont on peut implémenter nos régulateurs.

Les figure (4.25-26) présentent les résultats de l'expérimental effectués sur le simulateur de vol d'hélicoptère.

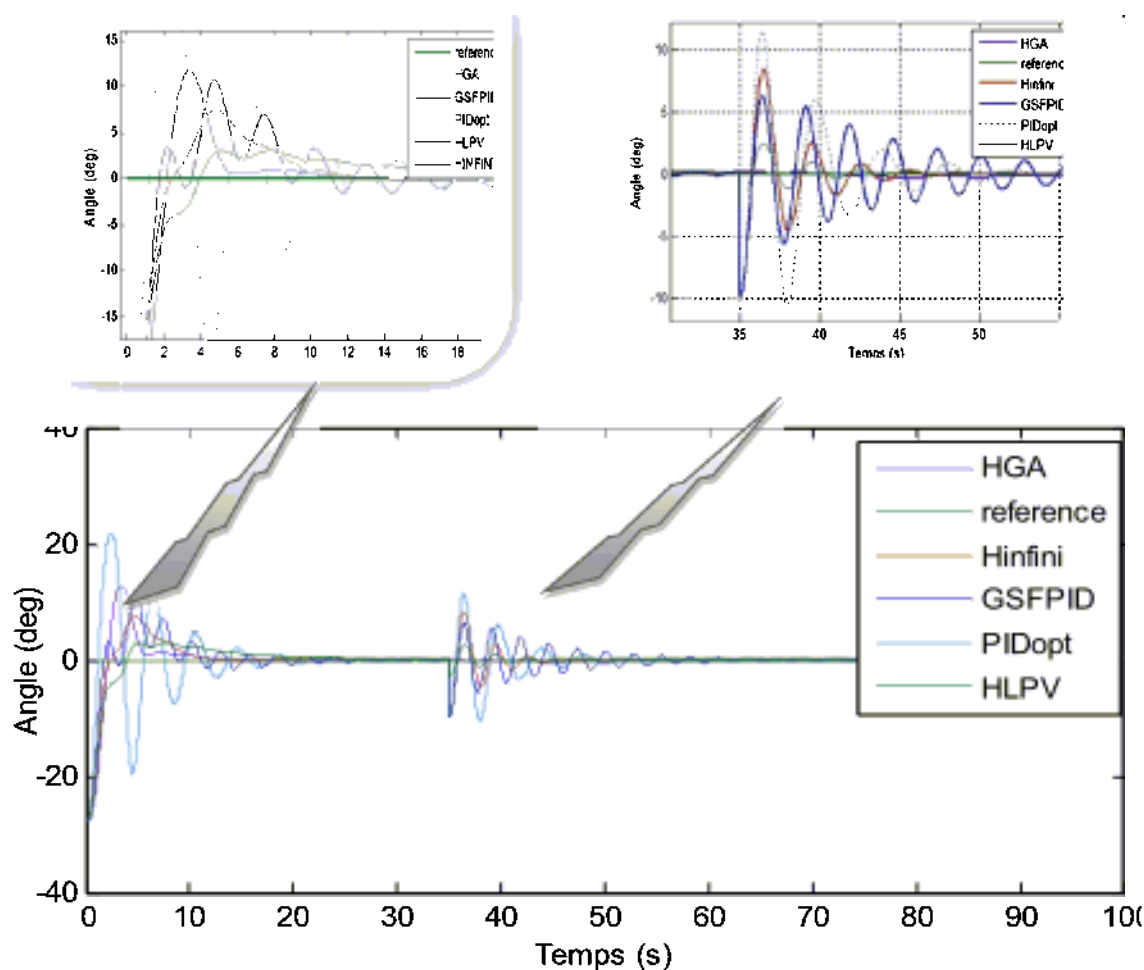


Figure 4.25 Réponse verticale du simulateur de vol d'hélicoptère pour les correcteurs avec rejet de perturbation.

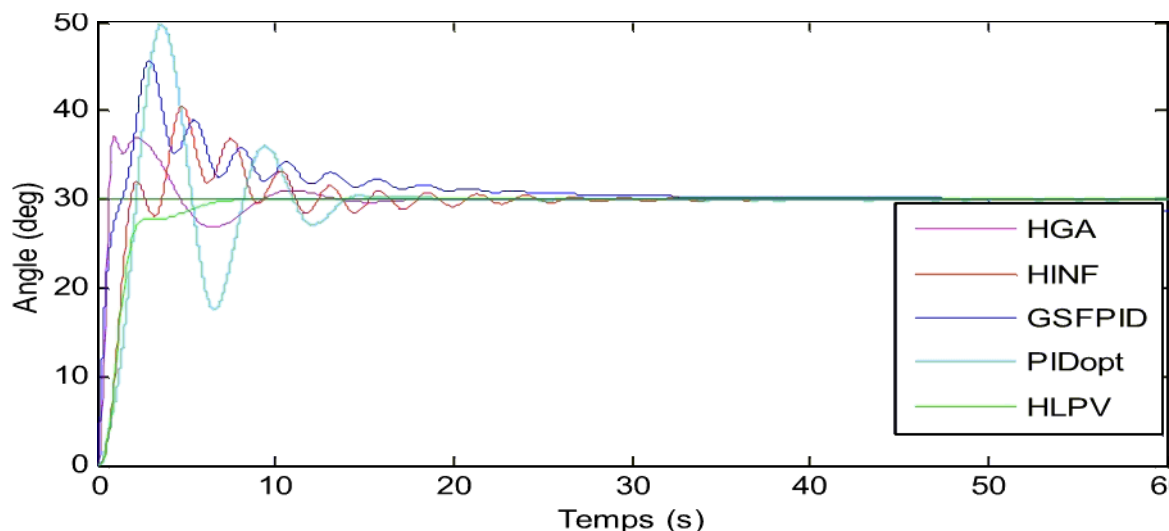


Figure 4.26 Réponse horizontale du simulateur de vol d'hélicoptère pour les correcteurs avec rejet de perturbation.

Étude comparative :

Afin de faciliter la comparaison entre les différentes lois de commandes, nous avons quantifié les résultats obtenus précédemment dans le tableau suivant :

		Commande PID optimisée	Commande GSFPID	Commande H_∞	Commande HGA	Commande HLPV
Temps de réponse (sec)	Vertical	6.593	7.485	7.270	6.265	6.452
	Horizontal	12.420	9.320	8.315	7.377	4.154
L'erreur de poursuite ($^\circ$)	Vertical	12.256	10.125	4.120	3.849	2.920
	Horizontal	15.130	10.800	6.573	5.452	4.148
Énergie de commande (v^2)	Vertical	178.175	178.172	178.141	178.133	177.17
	Horizontal	46.600	46.200	29.416	28.392	24.392
Temps de rejet de perturbation (sec)	Vertical	15.8	13.74	7.850	6.850	5.137

Tableau 4.3 : la comparaison entre les différentes lois de commandes

Si l'on prend comme critère le temps de réponse du système, on constate que la commande HGA présente la meilleure réponse.

Cependant, pour la poursuite, la meilleure commande (parmi celles qui sont étudiées) par rapport à ce dernier critère est HLPV, qui est non seulement minimisée l'erreur de poursuite (maximum à son intégral), mais aussi consomme relativement peu d'énergie. Comparé au H_∞ et HGA qui perd de ses performances en présence de variations paramétriques, mais garde pratiquement les mêmes performances. Cela dû à la robustesse de ses contrôleurs.

Le rejet de perturbation est assuré par toutes les commandes utilisées en un temps proportionnel à son intensité et au temps de réponse du système.

Dans ce chapitre, nous avons présenté les résultats de simulation et expérimentaux des différentes lois de commandes (PID optimisée, GSFPID, H_∞ , HGA, HLPV).

Nous avons vu que les commandes classiques présentent un temps de réponse court, mais ils n'ont pas un bon suivi de consignes variables, la commande robuste présente de bonnes performances, mais elles diminuent en variation paramétrique. La commande hybride H^∞ des systèmes à paramètre variable n'est pas la plus rapide, mais assure plus de performance et bonne robustesse. L'hybridation des lois de commande a amélioré les performances des commandes classiques. Toutefois, elle a permis d'augmenter la robustesse et gère le couplage en manière efficace.

Les résultats de l'expérimental effectués sur le simulateur de vol d'hélicoptère ont montré l'avantage du correcteur hybride choisi par rapport aux correcteurs classique.

Les techniques de commande LPV comme celui utilisé ici offrent une garantie de la performance en boucle fermée. Cependant, en comparaison avec les méthodes traditionnelles, les méthodes LPV sont moins intuitives pour la conception et le plus souvent entraîner une structure de commande plus complexe.

CONCLUSION GENERALE

Pendant la réalisation de ce travail, nous avons acquis une expérience très enrichissante dans le plan théorique de la commande robuste des systèmes aérodynamique. Dans le cadre de ce travail, plusieurs techniques de commandes avancées et des hybridations entre ces techniques de commande sont synthétisées.

Afin de valider notre travail, l'implémentation pratique a été effectuée sur le simulateur de vol d'hélicoptère. Les résultats expérimentaux montrent l'efficacité des commandes hybride pour la stabilisation en dépit de la présence de phénomènes non modélisés, comme la force de torsion des câbles et les paramètres incertains tels que les forces aérodynamiques des hélices et le couplage entre états du système ceci montre la robustesse de ces lois de commande.

Nos contributions portent sur l'obtention :

- D'un modèle général non linéaire à 7-DDL destiné à être appliqué au vol libre autonome d'un hélicoptère de type modèle réduit VARIO Benzin-Trainer (système sous actionnés) et un modèle de simulateur de vol d'hélicoptère (Twin MIMO Rotor System) représentant le cas particulier de l'hélicoptère monté sur une plateforme ont été aussi présentés.
- Pour le modèle du simulateur de vol d'hélicoptère : une comparaison des performances entre les différentes stratégies de commande PID optimisée, GSFPID, H_∞ , HGA, H_∞ /LPV.
- Des études de robustesse pour le rejet de perturbations.
- Des expérimentations sur le simulateur de vol d'hélicoptère afin de valider le modèle et de tester les lois de commande proposées.

Le premier chapitre a fait l'objet d'une brève présentation du principe de fonctionnement d'un hélicoptère ainsi que les éléments qui le constituent. Cette partie nous a permis aussi de tracer un chemin précis pour le reste du projet.

Par la suite, dans le chapitre 2, présente un modèle mathématique non linéaire de la dynamique du mouvement longitudinal et latéral du simulateur de vol d'hélicoptère qui représente un modèle d'ordre réduit d'un hélicoptère. Ce modèle a été élaboré pour permettre d'implémenter les contrôleurs conçus.

Les chapitres 3 et 4 illustrent les limites des synthèses classiques appliquées à un système non linéaire et fortement couplé. Au fur et à mesure qu'on essaye de développer un contrôleur plus performant pour atteindre des performances meilleures, le contrôleur devient de plus en plus complexe et l'ajustement de ses paramètres devient difficile. Ces méthodes de commande classiques présentent quelques inconvénients pour un hélicoptère, l'importante quantité de points d'opération demande des méthodes numériques complexes pour calculer les gains et les faire varier selon les conditions de vol.

Des lois de commande hybride ont été conçues pour atteindre de meilleures performances dans le processus de contrôle en tenant la présence des incertitudes de modélisation. Les résultats obtenus ont été nettement supérieurs à ceux obtenus par les méthodes classiques. Toutefois, le couplage entre les deux rotors existe toujours quoique son effet ait été nettement minimisé grâce aux contrôleurs utilisés. On peut conclure que les algorithmes de commandes hybridées produisent des performances dynamiques approuvables.

Cependant, on considère que les résultats obtenus dans cette thèse montrent une bonne poursuite tout en assurant la stabilité et la robustesse de la structure de commande développée et constituent une nette amélioration par rapport aux approches de commande de simulateur existantes dans la littérature.

Au cours de ce travail, on a eu l'occasion de découvrir la richesse des problèmes posés à l'automaticien pour le contrôle des hélicoptères : leur instabilité naturelle, leur caractère fortement non linéaire, et notamment la présence d'une dynamique fortement couplée.

Perspectives

Un certain nombre de perspectives sont envisageables pour poursuivre ce travail :

- Dans le cadre des structures de lois de commandes développées dans cette thèse, la synthèse H_∞ peut être améliorée pour satisfaire des contraintes de découplage et de performance.
- L'approche LPV (Linear Parameter-Varying) a été proposée comme une extension de l'approche H-infini dans le contexte des systèmes à paramètres variant dans le temps voire des systèmes linéaires. De façon plus spécifique, il a aussi été montré que le cadre LPV constitue un cadre théorique attractif et bien posé pour traiter les problèmes de commande abordés par les chercheurs à l'aide de méthodes adaptatives se référant au séquençement de gains. Néanmoins, l'utilisation de ces approches dans le cadre de la commande des systèmes non linéaires complexes (LPV) reste aujourd'hui limitée. En effet, au-delà même de certaines limites théoriques (liées à la complexité intrinsèque de la commande robuste des systèmes non linéaires).
- L'implémentation des algorithmes de commande proposée dans cette thèse (par exemple, HGA et HLPV), au modèle général (hybride) d'hélicoptère.

ANNEXES

Paramètres du modèle :

Pour simuler les modèles précédents, on doit d'abord déterminer les paramètres du Modèle, qu'on peut les diviser en trois catégories :

- Caractéristiques non linéaires,
- Paramètres physiques,
- Constantes de temps et gains statiques

caractéristique	Description	Expression
$F_v(\omega_m)$	Exprime la dépendance de la force aérodynamique de la vitesse angulaire du rotor principal.	$0.072183 \cdot \omega_v^3$ $-0.0027708 \cdot \omega_v^2$ $+ 0.19151 \cdot \omega_v$
$F_h(\omega_t)$	Exprime la dépendance de la force aérodynamique de la vitesse angulaire du rotor secondaire.	$0.07254 \cdot \omega_h^3$ $-0.075899 \cdot \omega_h^2$ $+ 0.037587 \cdot \omega_h$
$P_v(U_{vv})$	Exprime la dépendance de la vitesse angulaire du rotor principal de la tension U_{vv} .	$\arctan(3 \cdot u_{vv})$
$P_h(U_{hh})$	Exprime la dépendance de la vitesse angulaire du rotor secondaire de la tension U_{hh} .	$\arctan(3 \cdot u_{hh})$

Tableau 1: Caractéristiques non linéaires dans le modèle du système

Paramètres physiques

Le tableau suivant donne tous les paramètres physiques du système, avec leurs valeurs numériques :

paramètre	Description	Valeur numérique
m_{tr}	masse du rotor secondaire	0.206 [Kg]
m_{mr}	masse du rotor principal	0.228 [Kg]
m_{cb}	masse du contrepoids	0.068 [Kg]
m_t	masse de la partie secondaire de la tige	0.0155 [Kg]
m_m	masse de la partie principale de la tige	0.0145 [Kg]
m_b	masse de la tige du contrepoids	0.022 [Kg]
m_{ts}	masse de l'hélice secondaire	0.165 [Kg]
m_{ms}	masse de l'hélice principale	0.225 [Kg]
l_t	longueur de la partie secondaire de la tige	0.25 [m]
l_m	longueur de la partie principale de la tige	0.24 [m]
l_b	longueur de la tige du contrepoids	0.26 [m]
l_{cb}	distance entre le contrepoids et l'articulation	0.13 [m]
r_{ms}	rayon de l'hélice principale	0.155 [m]
r_{ts}	rayon de l'hélice secondaire	0.10 [m]

Tableau 2 : Paramètres physiques du système

Paramètres physiques déterminés par une identification

Il existe quelques paramètres physiques qui sont déterminés par une identification paramétrique, le tableau suivant illustre ces paramètres ainsi que ses valeurs numériques :

Paramètre	Description	Valeur numérique
K_v	Constante	0.003
K_h	Constante	0.015

Tableau 3: Constantes de frottement

Constantes de temps et gains statiques

Paramètre	Description	Valeur numérique
T_{mr}	Constante du temps du moteur principal	1.432
T_{tr}	Constante du temps du moteur secondaire	0.3842
K_{mr}	Gain statique du moteur principal	1
K_{tr}	Gain statique du moteur secondaire	1

Tableau 4 : Constantes de temps et gains statiques du système

a. Linéarisation et découplage des systèmes:

a. Points d'équilibre de variable d'état :

Considérons un système décrit par les équations non linéaires :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n, u) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n, u) \\ \vdots \\ \dot{x}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u) \\ y = h(x_1, x_2, \dots, x_n, u) \end{cases} \quad (\text{b.1})$$

Ou' :

x : Le vecteur d'état du système.

u : L'entrée de commande.

y : La sortie du système.

La forme standard est :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x, u) \end{cases} \quad \text{Avec : } f(x, u) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n, u) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n, u) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u) \end{bmatrix} \quad (\text{b.2})$$

Ou' :

$f(x, u), h(x, u)$: Sont des fonctions non linéaires.

On considère un système sous forme d'état (b.1). Supposant que $u = u^*$ tel que u^* est constant donc x^* est un point d'équilibre de l'équation (b.1). Alors $f(x^*, u^*) = [0 \ 0 \ \dots \ 0]^T$.

b. Linéarisation :

Linéariser un système consiste à chercher un modèle qui localement vérifie la propriété de linéarité :

si $u_1^*(t)$ donne $y_1^*(t)$ et $u_2^*(t)$ donne $y_2^*(t)$ Alors: si $\lambda u_1^*(t) + \mu u_2^*(t)$ donne $\lambda y_1^*(t) + \mu y_2^*(t)$.

Pour y parvenir, nous allons considérer le système autour d'un équilibre, qui peut être constant ou pas. Dans le premier cas il s'agira d'un point de fonctionnement et dans le deuxième, nous envisagerons une trajectoire. Mais ce qui est important, c'est que nous allons considérer des variations autour de cet équilibre. Le modèle linéaire obtenu ne sera donc pas entre les variables initiales mais entre les écarts de ces variables.

Soit $y = f(x, u)$ une fonction algébrique non linéaire autour du point d'équilibre (u^*, x^*, y^*) est défini par :

$$y^* = f(x^*, u^*) \quad (\text{b.3})$$

On a la série de Taylor :

$$\dot{x} - \dot{x}^* = f(x^*, u^*) + \left[\frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right]_{x^*, u^*} (x - x^*) + \left[\frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \right]_{x^*, u^*} (u - u^*) + \dots \quad (\text{b.4})$$

Ou' :

$$\Delta x = x - x^* \quad / \quad \Delta x = \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 - x_1^* \\ \vdots \\ x_n - x_n^* \end{bmatrix}$$

$$\Delta u = u - u^*$$

$$\Delta y = y - y^* = y - h(x^*, u^*)$$

Puisque (x^*, u^*) est un point d'équilibre [$f(x^*, u^*) = 0$] et en négligeant les termes d'ordre supérieurs à 1, on peut obtenir une approximation linéaire du modèle au premier ordre en considérant les variables d'écart :

$$\Delta \dot{x} = \left[\frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right]_{x^*, u^*} \Delta x + \left[\frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \right]_{x^*, u^*} \Delta u.$$

Comme, $\Delta \dot{x} = d\Delta x/dt$ lorsque $[\partial f(x, u)/\partial x]_E$ et $[\partial f(x, u)/\partial u]_E$ sont régulières, on obtient l'équation linéarisée autour du point de fonctionnement :

$$\begin{cases} \Delta \dot{x} = A \Delta x + B \Delta u \\ \Delta y = C \Delta x + D \Delta u \end{cases}$$

Avec :

$$A = \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right]_{x^*, u^*} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(x_1^*, \dots, x_n^*, u^*) & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(x_1^*, \dots, x_n^*, u^*) \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(x_1^*, \dots, x_n^*, u^*) & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(x_1^*, \dots, x_n^*, u^*) \end{bmatrix};$$

$$B = \left[\frac{\partial f}{\partial u} \right]_{x^*, u^*} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u}(x_1^*, \dots, x_n^*, u^*) \\ \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u}(x_1^*, \dots, x_n^*, u^*) \end{bmatrix};$$

$$C = \left[\frac{\partial h}{\partial x} \right]_{x^*, u^*} = \left[\frac{\partial h}{\partial x_1}(x_1^*, \dots, x_n^*, u^*) \quad \dots \quad \frac{\partial h}{\partial x_n}(x_1^*, \dots, x_n^*, u^*) \right]; \quad D = \left[\frac{\partial h}{\partial u} \right]_{x^*, u^*}$$

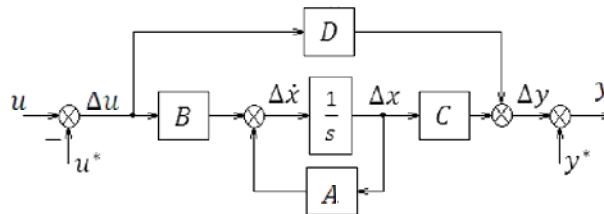


Figure b.1 : Le système linéarisé.

b. Découplage du système:

Dans cette méthode, le découplage se fait au niveau des sorties de système $G(s)$ et les entrées de dé-coupleurs $D(s)$ sans aucun retour du système. Elle consiste à trouver la matrice de découplage $D(s)$ de manière à ce que le système soit représenté par une matrice de transfert diagonale. La figure b.2 présente l'ensemble bloc découplage.

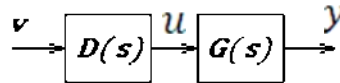


Figure b.2 : l'ensemble bloc découplage.

- Le système couplé :

Soit le système couplé caractérisé par deux entrées et deux sorties (figure b.3)

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

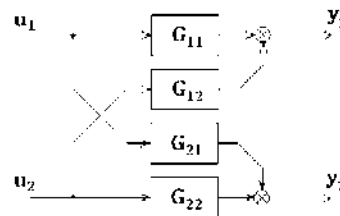


Figure b.3 : Le système couplé.

- Dé coupleurs : (b. 4)

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & D_2 \\ D_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

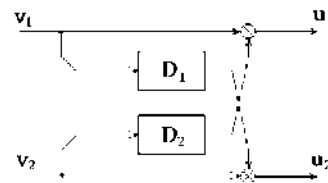


Figure b.4 : Dé coupleurs.

- Le système découplé :

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & D_2 \\ D_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} + G_{12}D_1 & G_{11}D_2 + G_{12} \\ G_{21} + G_{22}D_1 & G_{21}D_2 + G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Sys_v & 0 \\ 0 & Sys_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (b.5)$$

Alors :

$$\begin{aligned} G_{11}D_2 + G_{12} &= 0 & \Rightarrow & D_2 = -\frac{G_{12}}{G_{11}} \\ G_{21} + G_{22}D_1 &= 0 & \Rightarrow & D_1 = -\frac{G_{21}}{G_{22}} \end{aligned}$$

On fin les systèmes découplé pour la synthèse sont :

$$Sys_{d1} = \frac{y_1}{u_1} = G_{11} - \frac{G_{12} G_{21}}{G_{22}} = \frac{G_{11} G_{22} - G_{12} G_{21}}{G_{22}}$$

$$Sys_{d2} = \frac{y_2}{u_2} = G_{22} - \frac{G_{12} G_{21}}{G_{11}} = \frac{G_{22} G_{11} - G_{12} G_{21}}{G_{11}}$$

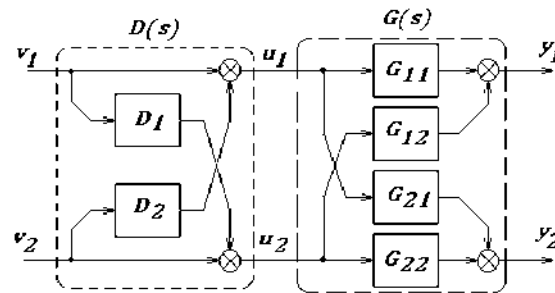


Figure b.5 : Schéma bloc du système couplé avec découpleurs.

c. Linéarisation et découplage du TRMS :

a. Linéarisation :

Les vecteurs choisis sont :

$$\text{Vecteur d'état : } x = [\alpha_v \quad \alpha_h \quad \omega_v \quad u_{vv} \quad \omega_h \quad u_{hh} \quad M_{vh}]^T;$$

$$\text{Vecteur d'entrées : } [u_v \quad u_h]^T;$$

$$\text{Vecteur des sorties : } [\alpha_v \quad \alpha_h]^T;$$

On a choisi 3 points d'équilibres pour l'angle d'élévation qui sont $\alpha_v = -30^\circ, 0^\circ, 30^\circ$ et d'autre 3 points d'équilibres pour l'angle d'azimut qui sont $\alpha_h = -30^\circ, 0^\circ, 30^\circ$.

Par la commande « **trim** » sous MatLab on trouve ses résultats illustrées sur le tableau b.1

$\alpha_v \backslash \alpha_h$	$-\pi/6$	0	$\pi/6$
$\pi/6$	$[-0.1119 \quad 0.0309]^T$	$[1.2335 \quad -0.4341]^T$	$[2.0165 \quad -0.8125]^T$
0	$[-0.1119 \quad 0.0309]^T$	$[1.2335 \quad -0.4341]^T$	$[2.0165 \quad -0.8125]^T$
$-\pi/6$	$[-0.1119 \quad 0.0309]^T$	$[1.2335 \quad -0.4341]^T$	$[2.0165 \quad -0.8125]^T$

Tableau b.1 : Les points de fonctionnement choisis pour la linéarisation.

On peut trouver l'ensemble des systèmes linéarisés de ces points à l'aide de la commande « **Linmode** » sous Matlab.

On prend le point d'équilibre N°1, le système linéarisé est écrit comme suite :

$$\begin{cases} \Delta \dot{x} = A_1 \Delta x + B_1 \Delta u \\ \Delta y = C_1 \Delta x + D_1 \Delta u \end{cases} \quad (\text{b.6})$$

Le système non Linéaire déjà linéarisé a la point d'équilibre $y_1^* = [\alpha_v^* \ \alpha_h^*]^T = [-30^\circ \ 30^\circ]$, telle que $u_1^* = [u_v^* \ u_h^*]^T = [-0.1119 \ 0.0309]$.

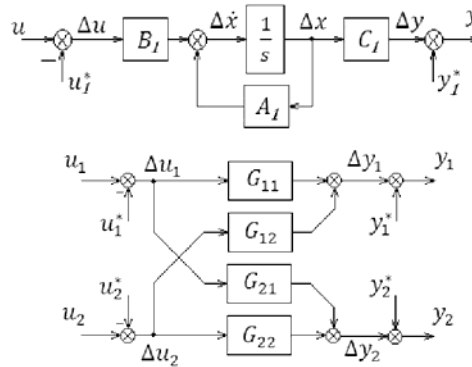


Figure b.6 : Représentation d'un système linéarisé.

La fonction de transfert d'un système MIMO couplé :

$$\begin{bmatrix} \Delta y_1 \\ \Delta y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \end{bmatrix} \quad (\text{b.7})$$

Avec :

$$G_{11} = \frac{1.201 s^2 + 6.616 s + 3.005}{s^5 + 6.422 s^4 + 12.35 s^3 + 32.49 s^2 + 33.5 s + 9.798}$$

$$G_{12} = \frac{0.02971}{s^4 + 6.088 s^3 + 10.23 s^2 + 28.66 s + 23.52} \quad (\text{b.8})$$

$$G_{21} = \frac{1.429 s + 0.4083}{s^4 + 6.333 s^3 + 7.083 s^2 + 2.083 s}$$

$$G_{22} = \frac{3.62}{s^3 + 6 s^2 + 5 s}$$

d. Synthèse Bloc du découplage et les systèmes découplé :

Par la méthode étudiée on a trouvé les deux fonctions de découpleurs D_1 et D_2 :

$$D_1 = -\frac{G_{21}}{G_{22}} = \frac{-0.3947 s^2 - 0.5077 s - 0.1129}{s^2 + 1.333 s + 0.4167} \quad (\text{b.9})$$

$$D_2 = -\frac{G_{12}}{G_{11}} = \frac{-0.02472 s^2 - 0.03296 s - 0.0103}{s^3 + 6.51 s^2 + 8.013 s + 2.503} \quad (\text{b.10})$$

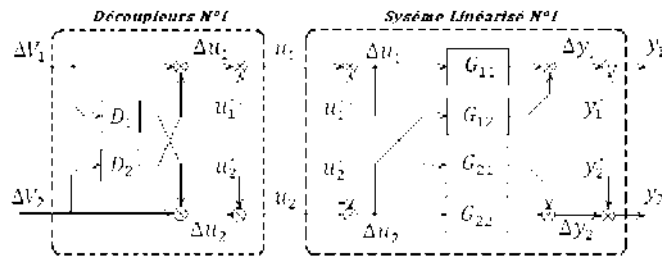


Figure b.7 : Représentation d'un système linéarisé.

En remplaçant les fonctions de transfert D_1, D_2 du découpleurs dans l'équation (b.9), (b.10), on a obtenu les deux sous systèmes sys_v, sys_h

$$sys_v = \frac{\Delta y_1}{\Delta v_1} = \frac{G_{11} G_{22} - G_{12} G_{21}}{G_{22}} = \frac{1.201}{s^3 + 0.9215 s^2 + 4.776 s + 3.919} \quad (b.10)$$

$$sys_h = \frac{\Delta y_2}{\Delta v_2} = \frac{G_{11} G_{22} - G_{12} G_{21}}{G_{11}} = \frac{3.62 s + 1.81}{s^4 + 6.51 s^3 + 8.013 s^2 + 2.503 s} \quad (b.11)$$

Fonctions MATLAB correspond aux problèmes d'analyse

L'objet de cette annexe est de rappeler quelques notions fondamentales justifier les méthodes de mises en œuvre dans cette thèse.

a. Méthodes d'analyse et de synthèse comme des problèmes d'optimisation LMI

Le tableau suivant décrit les fonctions pour calculer une borne supérieure sur le L_2 gain d'un système LPV. Toutes ces fonctions sont codées sous MATLAB et requièrent la LMI Toolbox. Les fonctions LyapL2LPVInf et LyapL2LPV nécessitent aussi la LFR Toolbox.

Nom de la fonction	Structure de la matrice de Lyapunov	Implementation	Documentation
LyapL2LPVInf	A. Goelzer et G. Scorletti	A. Goelzer et G. Scorletti	[88]
LyapL2LPV	M. Dinh et G. Scorletti	M. Dinh et G. Scorletti	[87]
LyapL2LPVPpoly	S. de Hillerin	S. de Hillerin	Problème d'optimisation

b. Fonctions implémentées sous Matlab correspondant aux méthodes de synthèse

Le tableau suivant décrit les fonctions utilisées pour la synthèse de correcteurs LPV assurant à la boucle fermée la stabilité et minimisant son L_2 gain. Toutes ces fonctions sont codées sous MATLAB et requièrent la LMI Toolbox. Les fonctions L2gainLPVPct et L2gainLPVPtheta nécessitent aussi la LFR Toolbox.

Nom de la fonction	Structure de la matrice de Lyapunov	Implémentation	Documentation
L2gainLPVPct	Constante	A. Goelzer et G. Scorletti	[86]
L2gainLPVPtheta	Fraction rationnelle	M. Dinh et G. Scorletti	[87]
L2gainLPVPctApG	Constante	S. de Hillerin	[13]
L2gainLPVPctRed	Constante	S. de Hillerin	

PCI-1711

Carte bus PCI, acquisition de données Multifonctions 100KS/s, résolution 12 bits, sans sortie analogique

Caractéristiques

- Carte bus PCI
- 16 entrées analogiques asymétriques
- Convertisseur A/N 12 bits, vitesse d'échantillonnage jusqu'à 100 kHz
- Gain programmable
- Balayage automatique voies / gain
- Mémoire FIFO embarquée (4096 échantillons)
- 16 entrées TOR et 16 sorties TOR
- Compteur programmable embarqué

Carte d'acquisition : ADVANTECH PCI 1711

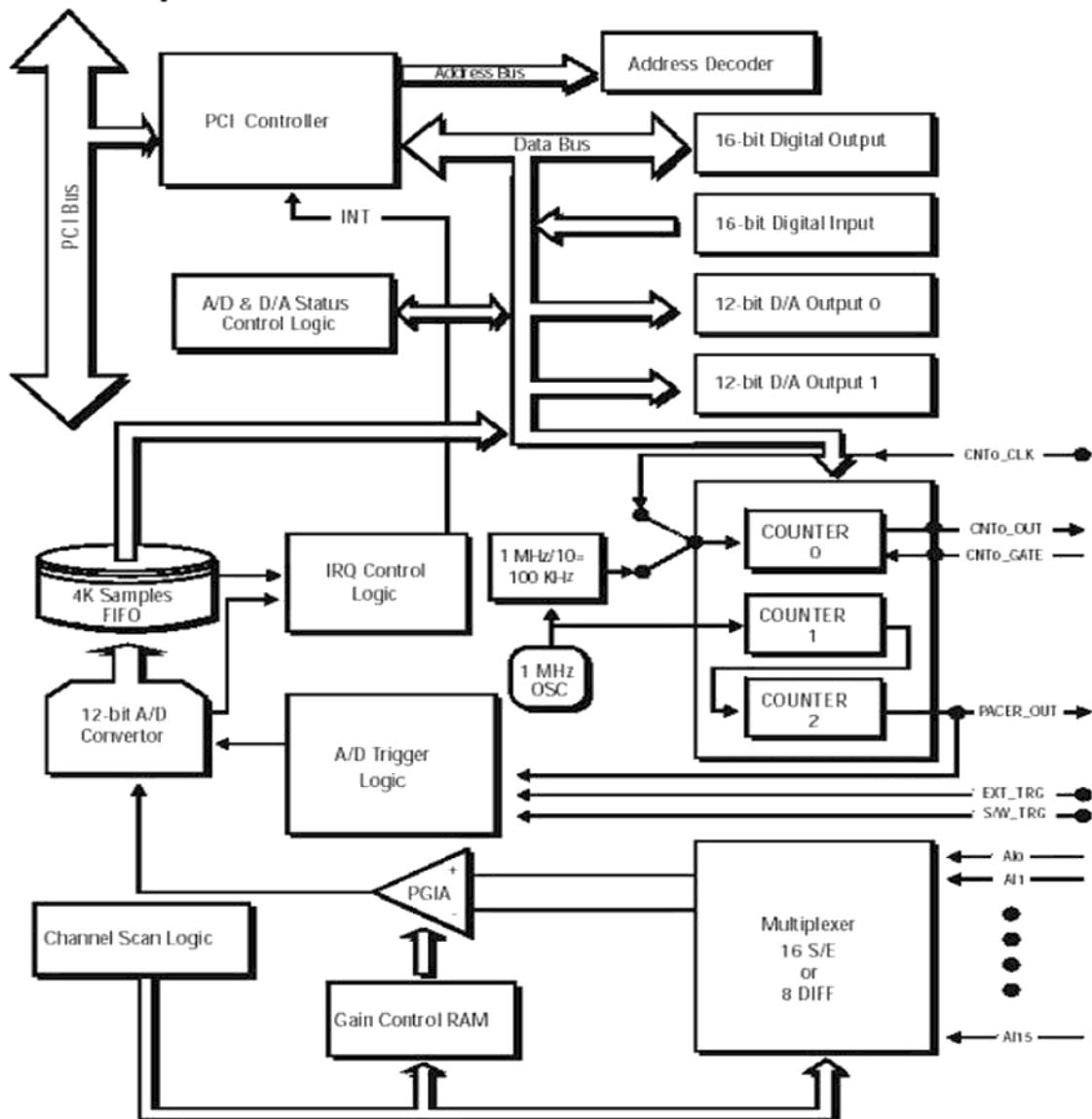


Figure : Diagramme block du PCI 1711.

Les paramètres de l'hélicoptère :[32]

Paramètre	Description
$m = 7,5 \text{ kg}$	Masse de l'hélicoptère
$m_M = 0,2 \text{ kg}$	Masse d'une pale rotor principal
$m_T = 0,02 \text{ kg}$	Masse d'une pale rotor de queue
$\rho = 1,225 \text{ kg} / \text{m}^3$	Masse volumique de l'air
$R_M = 0,15 \text{ m}$	Rayon du rotor principal
$R_T = 0,15 \text{ m}$	Rayon du rotor de queue
$r_\gamma = -4,14$	Rapport de vitesse de rotation des rotors
$a = 5,73 \text{ rad}^{-1}$	Gradient de portance
$A = 2,544 \text{ m}^2$	Aire du disque rotor
$b = 0,15 \text{ m}$	Longueur d'une pale du rotor de queue
$b_{l_M} = 0,03 \text{ m}$	Bras de levier des pales du rotor principal
$b_{l_T} = 0,01 \text{ m}$	Bras de levier des pales du rotor de queue
$c_M = 0,06 \text{ m}$	Corde des pales du rotor principal
$c_T = 0,015 \text{ m}$	Corde des pales du rotor de queue
$d = 0,9 \text{ m}$	Longueur d'une pale du rotor principal
$p_M = 2$	Nombre de pales du rotor principal
$p_t = 2$	Nombre de pales du rotor de queue
$v_h = 3,52 \text{ m} / \text{s}$	Vitesse induite en vol stationnaire
$K_{mot} = 1 \times 10^5 \text{ N}$	Gain du moteur
$K = 75,13 \text{ N.m} / \text{rad}$	Raideur des pales du rotor principal
$g = 9,81 \text{ m} / \text{s}^2$	Accélération de la pesanteur

Les constantes du modèle générale :

$I_{xxM} = 0,00676 + 0,108 \sin^2 \gamma_M$	Moment d'inertie rotor principal axe x
$I_{yyM} = 0,00676 + 0,108 \cos^2 \gamma_M$	Moment d'inertie rotor principal axe y
$I_{zzM} = 0,108 \text{ kg.m}^2$	Moment d'inertie rotor principal axe z
$I_{xyM} = -0,108 \sin \gamma_M \cos \gamma_M$	Produit d'inertie rotor principal axe xy
$I_{xzM} = 0$	Produit d'inertie rotor principal axe xz
$I_{yzM} = 0$	Produit d'inertie rotor principal axe yz
$I_{xxT} = 0,003 \sin^2 \gamma_T$	Moment d'inertie rotor de queue axe x
$I_{yyT} = 0,0228 \text{ kg.m}^2$	Moment d'inertie rotor de queue axe y
$I_{zzT} = 0,0225 + 0,0003 \cos^2 \gamma_T$	Moment d'inertie rotor de queue axe z
$I_{xyT} = 0$	Produit d'inertie rotor de queue axe xy
$I_{xzT} = -0,0003 \sin \gamma_T \cos \gamma_T$	Produit d'inertie rotor de queue axe xz

$I_{yz} = 0$	Produit d'inertie rotor de queue axe yz
$I_{xxF} = 0,02kg.m^2$	Moment d'inertie fuselage axe E1
$I_{yyF} = 0,3kg.m^2$	Moment d'inertie fuselage axe E2
$I_{zzF} = 0,3kg.m^2$	Moment d'inertie fuselage axe E3

Et le tableau suivant présente les constantes du modèle :

$c_0 = m$	$c_1 = 2m_M z_M^2 + 2m_T y_T^2 + I_{xxF}$
$c_2 = \frac{2}{3} m_M d^2$	$c_3 = \frac{2}{3} m_T b^2$
$c_4 = r_y$	$c_5 = -2m_T x_T y_T$
$c_6 = 2m_M z_M^2 + 2m_T x_T^2 + \frac{2}{3} m_T b^2 + I_{yyf}$	$c_7 = 2m_T (x_T^2 + y_T^2) + \frac{2}{3} m_M d^2 + I_{zzF}$
$c_8 = -2r_y m_T x_T y_T$	$c_9 = r_y \left(\frac{2}{3} m_T b^2 + 2m_M x_T^2 \right)$
$c_{10} = \frac{2}{3} m_M d^2 + r_y^2 \left(\frac{2}{3} m_T b^2 + 2m_T x_T^2 \right)$	$c_{11} = -2mg$
$c_{12} = 2ka_0 a_{1s}$	$c_{13} = -ka_0 b_{1s}$
$c_{14} = 2k(b_{1s}^2 - a_{1s}^2)$	$c_{15} = 2kb_{1s} a_{1s}$
$c_{16} = \frac{\rho p_M c_M a R_M}{4b_{1M}}$	$c_{17} = \frac{\rho p_M c_M a R_M^3}{6b_{1M}}$
$c_{18} = -\frac{\rho p_M c_M a R_M^2}{4}$	$c_{19} = -\frac{\rho p_M c_M a R_M^2}{4} \left(\frac{a_{1s}}{2} + \alpha_s \right)$
$c_{20} = \frac{\rho p_T c_T a R_T}{4b_{1T}}$	$c_{21} = \frac{\rho p_T c_T a R_T^3}{6b_{1T}}$
$c_{22} = 0 mg$	$c_{23} = kb_{1s}$
$c_{24} = -c_{16} z_M$	$c_{25} = -c_{17} z_M$
$c_{26} = -c_{18} z_M$	$c_{27} = -c_{19} z_M$
$c_{28} = ka_{1s}$	$c_{29} = -\frac{\rho p_T c_T c_{dT} R_T^2}{8}$
$c_{30} = c_{29} R_T^2 r_y^2$	$c_{31} = c_{20} x_T$
$c_{32} = c_{21} x_T$	$c_{33} = K_{mol}$
$c_{34} = -\frac{\rho p_M c_M a R_M^2}{6b_{1M}} (a_{1s} + \alpha_s)$	$c_{35} = \frac{\rho p_M c_M a R_M^2}{8} \left(\frac{a_{1s}}{4} + \alpha_s \right)$
$c_{36} = c_{18} / 2$	$c_{37} = -c_{18} R_M^2 a_{1s} / 4$
$c_{38} = c_{18} R_M / 4$	$c_{39} = c_{18} R_M^2 b_{1s} / 4$
$c_{40} = c_{18} R_M a_0 / 3$	$c_{41} = -c_{18} b_{1s} / 8$

$c_{42} = -c_{18}R_M^2 \left(\frac{c_d}{2a} + \frac{a_{1s}^2}{4} + \frac{b_{1s}^2}{4} \right)$	$c_{43} = -\frac{5}{4}c_{18}$
$c_{44} = -c_{18}R_M^2 \left(\frac{c_d}{2a} + \frac{a_0^2}{2} + a_{1s}\alpha_s + \frac{3a_{1s}^2}{8} + \frac{b_{1s}^2}{8} + \alpha_s^2 \right)$	$c_{45} = -c_{18} \left(-2\alpha_s + \frac{2a_0}{3} - a_{1s} \right)$
$c_{46} = -c_{18}R_M^2 b_{1s} / 2$	$c_{47} = -\frac{2}{3}c_{18}R_M a_0 b_{1s}$

$$\begin{aligned}
C_{44} &= [c_1 s_\theta c_\theta + c_2 [s_\theta c_\theta (s_\gamma^2 - s_\psi^2 c_\gamma^2) + s_\psi s_\gamma c_\gamma (s_\theta^2 - c_\theta^2)]] \\
&+ c_3 [s_\theta c_\theta (s_{c_4\gamma}^2 - c_\psi^2 c_{c_4\gamma}^2) + c_\psi s_{c_4\gamma} c_{c_4\gamma} (s_\theta^2 - c_\theta^2)] + c_5 (s_\theta^2 - c_\theta^2) s_\psi + c_6 s_\theta c_\theta s_\psi^2 - c_7 s_\theta c_\theta c_\psi^2 \Big] \dot{\theta} \\
&+ [c_2 (c_\theta^2 s_\psi c_\psi c_\gamma^2 - s_\theta c_\theta c_\psi s_\gamma c_\gamma) + c_3 (s_\theta c_\theta s_\psi s_{c_4\gamma} c_{c_4\gamma} - c_\theta^2 s_\psi c_\psi c_{c_4\gamma}^2) \\
&- c_5 s_\theta c_\theta c_\psi + (c_6 - c_7) c_\theta^2 s_\psi c_\psi] \psi + [c_2 [(s_\theta^2 - c_\theta^2 s_\psi^2) s_\gamma c_\gamma + s_\theta c_\theta s_\psi (s_\gamma^2 - c_\gamma^2)] \\
&+ c_3 c_4 [s_\theta c_\theta c_\psi (s_{c_4\gamma}^2 - c_{c_4\gamma}^2) + (s_\theta^2 - c_\theta^2 s_\psi^2) s_{c_4\gamma} c_{c_4\gamma}]] \dot{\gamma} \\
C_{45} &= [c_1 s_\theta c_\theta + c_2 [s_\theta c_\theta (s_\gamma^2 - s_\psi^2 c_\gamma^2) + s_\psi s_\gamma c_\gamma (s_\theta^2 - c_\theta^2)] + c_3 [s_\theta c_\theta (s_{c_4\gamma}^2 - c_\psi^2 c_{c_4\gamma}^2) + c_\psi s_{c_4\gamma} c_{c_4\gamma} (s_\theta^2 - c_\theta^2)] + c_5 (s_\theta^2 - c_\theta^2) s_\psi + c_6 s_\theta c_\theta s_\psi^2 - c_7 s_\theta c_\theta c_\psi^2] \dot{\phi} + \\
&[-c_2 (c_\theta c_\psi s_\gamma c_\gamma + s_\theta s_\psi c_\psi c_\gamma^2) + c_3 (c_\theta s_\psi s_{c_4\gamma} c_{c_4\gamma} + s_\theta s_\psi c_\psi c_{c_4\gamma}^2) - c_5 c_\theta c_\psi - (c_6 - c_7) s_\theta s_\psi c_\psi] \dot{\theta} \\
&+ \frac{1}{2} [c_2 (c_\theta^2 c_\psi^2 c_\gamma^2 - c_\theta s_\gamma^2 - c_\theta s_\psi^2 c_\gamma^2) + c_3 (c_\theta s_\psi^2 c_{c_4\gamma}^2 - c_\theta s_{c_4\gamma}^2 - c_\theta c_{c_4\gamma}^2) + (c_6 - c_7) c_\theta (c_\psi^2 - s_\psi^2)] \psi \\
&+ \frac{1}{2} [-2c_2 (s_\theta c_\psi c_\gamma^2 + c_\theta s_\psi c_\psi s_\gamma c_\gamma) - c_3 c_4 [s_\theta s_\psi (s_{c_4\gamma}^2 - c_{c_4\gamma}^2) - 2c_\theta s_\psi c_\psi s_{c_4\gamma} c_{c_4\gamma}] - c_8 c_\theta - c_9 s_\theta s_\psi] \dot{\gamma} \\
C_{46} &= [c_2 (c_\theta^2 s_\psi c_\psi c_\gamma^2 - s_\theta c_\theta c_\psi s_\gamma c_\gamma) + c_3 (s_\theta c_\theta s_\psi s_{c_4\gamma} c_{c_4\gamma} - c_\theta^2 s_\psi c_\psi c_{c_4\gamma}^2) \\
&- c_5 s_\theta c_\theta c_\psi + (c_6 - c_7) c_\theta^2 s_\psi c_\psi] \dot{\phi} \\
&+ \frac{1}{2} [c_2 (c_\theta c_\psi^2 c_\gamma^2 - c_\theta s_\gamma^2 - c_\theta s_\psi^2 c_\gamma^2) \dot{\theta} + c_3 (c_\theta s_\psi^2 c_{c_4\gamma}^2 - c_\theta s_{c_4\gamma}^2 - c_\theta c_{c_4\gamma}^2) + (c_6 - c_7) c_\theta (c_\psi^2 - s_\psi^2)] \dot{\theta} \\
&[c_2 c_\theta c_\psi s_\gamma c_\gamma - c_3 c_\theta s_\psi s_{c_4\gamma} + c_5 c_\theta c_\psi] \psi + \frac{1}{2} [-2c_2 (c_\theta s_\psi s_\gamma^2 + s_\theta s_\gamma c_\gamma) + c_3 c_4 [c_\theta c_\psi (c_{c_4\gamma}^2 - s_{c_4\gamma}^2) - 2s_\theta s_{c_4\gamma} c_{c_4\gamma}] + c_9 c_\theta c_\psi] \dot{\gamma} \\
M_{44} &= c_1 s_\theta^2 + c_2 (s_\theta^2 s_\gamma^2 + c_\theta^2 s_\psi^2 c_\gamma^2 - 2s_\theta c_\theta s_\psi s_\gamma c_\gamma) + c_3 (s_\theta^2 s_{c_4\gamma}^2 - 2s_\theta c_\theta c_\psi s_{c_4\gamma} c_{c_4\gamma}) - 2c_5 s_\theta c_\theta s_\psi + c_6 c_\theta^2 s_\psi^2 + c_7 c_\theta^2 c_\psi^2 \\
M_{45} &= c_2 (-s_\theta c_\psi s_\gamma c_\gamma + c_\theta s_\psi c_\psi c_\gamma^2) + c_3 (s_\theta s_\psi s_{c_4\gamma} c_{c_4\gamma} - c_\theta s_\psi c_\psi c_{c_4\gamma}^2) - c_5 s_\theta c_\psi + (c_6 - c_7) c_\theta s_\psi c_\psi \\
M_{46} &= -c_1 s_\theta + c_2 (-s_\theta s_\gamma^2 + c_\theta s_\psi s_\gamma c_\gamma) + c_3 (-s_\theta s_{c_4\gamma}^2 + c_\theta c_\psi s_{c_4\gamma} c_{c_4\gamma}) + c_5 c_\theta s_\psi \\
M_{47} &= c_2 c_\theta c_\psi + c_9 c_\theta s_\psi - c_8 s_\theta \\
M_{55} &= c_2 c_\psi^2 c_\gamma^2 + c_3 s_\psi^2 c_{c_4\gamma}^2 + c_6 c_\psi^2 + c_7 s_\psi^2 \\
M_{57} &= -c_2 s_\psi + c_9 c_\psi \\
M_{66} &= c_1 + c_2 s_\gamma^2 + c_3 s_{c_4\gamma}^2 \\
M_{67} &= c_8 \\
M_{77} &= c_{10}
\end{aligned}$$

Robust Control of Twin rotor system with Parameter Dependent Performance

Sadek. Nekrouf¹, Mohamed. Bouhamida²

^{1,2}Automatic department, University of Sciences and Technologies, Oran, Algeria

Abstract: This paper presents a robust Hinfinitiy control with parameter dependent performance of a highly nonlinear multi-input multi-output and strongly coupled dynamics system which is the twin rotor system for the purpose to stabilize the system in elevation and azimuth angles, improve tracking performance, disturbance rejection and handles the coupling problem. Simulation results showed that the controllers exhibit good performance.

Keywords: Gain scheduling, Hinfinitiy, LPV, MIMO System, Robust Control.

Nomenclature

$\theta_{h/v}$:is the azimuth/pitch angle of beam (horizontal/vertical plane)	$\Omega_{h/v}$:is the angular velocity around the vertical/horizontal axis.
$\omega_{h/v}$:is the rotational velocity of the tail/main rotor.	m_m, m_t :are the masses of the main and the tail parts of the beam.
$u_{h/v}$:is the input voltage of the tail/main motor.	m_{cb}, l_{cb} :represent the mass of the counter-weight and the distance between the counter-weight and the joint.
$J_{tr/mr}$: is the moment of inertia in motor tail/main propeller subsystem.	m_{mr}, m_{tr} :are the masses of the main and the tail DC-motor with main and tail rotor.
$k_{ch/v}, \varphi_{h/v}$:is the torque constant of the tail/main motor.	m_b, l_b :are the mass and the length of the counter-weight beam.
J_v :is the moment of inertia about the horizontal axis.	m_{ms}, m_{ts} :are the masses of the main and tail shields.
r_{ms}, r_{ts} :are the radius of the main and tail shield.	

Introduction

The prime control objective in this work is to balance the twin rotor system in coupled condition and to make the beam to follow the desired trajectory to achieve desired positions in 2DOF accurately and quickly. Many theoretical techniques were already proposed to solve these problems. The article [1] presents the techniques of the modal control, and in [2],[3] and [4], we find the Gaussian quadratic linear LQG/LTR control, the control by fuzzy logic and a non linear H_∞ approach for handling the coupling taken as a disturbance that should be rejected. In [7], it is considered a sliding mode control by defining a sliding surface that allows dealing with cross-coupling inherent in the twin rotor dynamics. The concept of system linear with variable parameters in time (LPV) was introduced for the first time into [8], [9]. This kind of systems constitutes a class of model make it possible to describe processes which can be represented by linear models, but whose dynamic characteristics change according to the operating conditions [15]. In recent years the interest for gain scheduling methods has increased. Gain scheduling is a collection of methods that try to tackle the challenging problem of nonlinear control in a divide and conquer manner. This control design methodology allows designing an H_∞ gain-scheduling controller that is able to adapt the control gains with the operating point using a scheduling function and scheduling variables [10]. This article is arranged as follows. In section 2 we present the formulation of the polytopic LPV model of the Twin rotor system. In section 3, a synthesis of the LPV/ H_∞ controller is detailed. Section 4, details the results obtained when applying the presented controller to the system to prove its effectiveness and performance. Finally, we will close the paper with some concluding remarks.

Twin Rotor MIMO System Model

An accurate dynamic model of the system, that take into account the high non-linearity and cross-coupling between its two axes, an accurate dynamic model of the system is thus required to achieve control objectives satisfactorily. Several work was realized of which the goal to develop and identify the Twin rotor system fig. 1 model [2], [11], and [12].

A. Derivation of the Nonlinear Model

To develop the dynamic model we used a direct method based on the calculation of the forces acting on the body of the simulator [14].

The non-linear model results in a set of six non-linear differential equations [13].

$$\frac{di_{ah/v}}{dt} = -\frac{R_{ah/v}}{L_{ah/v}} i_{ah/v} - \frac{k_{ah/v} \varphi_{h/v}}{L_{ah/v}} \omega_{h/v} + \frac{k_{1/2}}{L_{ah/v}} u_{h/v} \tag{1}$$

$$\frac{d\omega_{ah/v}}{dt} = -\frac{k_{ah/v} \varphi_{h/v}}{J_{tr/mr}} i_{ah/v} - \frac{B_{tr/mr}}{J_{tr/mr}} \omega_{h/v} - \frac{f_{1/4}(\omega_{h/v})}{J_{tr/mr}} \tag{2}$$

$$\frac{d\Omega_h}{dt} = \frac{l_v f_2(\omega_h) \cos \theta_v - k_{oh} \Omega_h - f_3(\theta_h)}{D \cos^2 \theta_v + E \sin^2 \theta_v + F} + \frac{k_m \omega_v \sin \theta_v \Omega_v (D \cos^2 \theta_v - E \sin^2 \theta_v - F - 2E \cos^2 \theta_v)}{(D \cos^2 \theta_v + E \sin^2 \theta_v + F)^2} + \frac{k_m \cos \theta_v (k_{av} \varphi_v i_{av} - B_{mr} \omega_v - f_4(\omega_v))}{(D \cos^2 \theta_v + E \sin^2 \theta_v + F) J_{mr}} \tag{3}$$

$$\frac{d\theta_h}{dt} = \Omega_h \tag{4}$$

$$\frac{d\Omega_v}{dt} = \frac{l_m f_5(\omega_v) + k_g \Omega_h f_3(\omega_v) \cos \theta_v - k_{ov} \Omega_v}{J_v} + \frac{g((A-B) \cos \theta_v - C \sin \theta_v) - 0.5 \Omega_h^2 H \sin 2\theta_v}{J_v} + \frac{k_v (k_{ah} \varphi_h i_{ah} - B_{vr} \omega_h - f_1(\omega_h))}{J_v J_{tr}} \tag{5}$$

$$\frac{d\theta_v}{dt} = \Omega_v \tag{6}$$

The nonlinear functions f_i into account the frictions and coupling effects between horizontal/vertical dynamics, are defined as follows:

$$f_1(\omega_h) = \text{sign}(\omega_h) k_{th} \omega_h^2 \tag{7.1}$$

$$f_2(\omega_h) = \begin{cases} k_{fhp} \omega_h^2 & \text{if } \omega_h \geq 0 \\ -k_{fhm} \omega_h^2 & \text{if } \omega_h < 0 \end{cases} \tag{7.2}$$

$$f_3(\theta_h) = \begin{cases} k_{chp} \theta_h & \text{if } \theta_h \geq 0 \\ k_{chn} \theta_h & \text{if } \theta_h < 0 \end{cases} \tag{7.3}$$

$$f_4(\omega_v) = \text{sign}(\omega_v) k_{tv} \omega_v^2 \tag{7.4}$$

$$f_5(\omega_v) = \begin{cases} k_{fvp} \omega_v^2 & \text{if } \omega_v \geq 0 \\ -k_{fvn} \omega_v^2 & \text{if } \omega_v < 0 \end{cases} \tag{7.5}$$

$$f_6(\theta_v) = \begin{cases} k_{cvp} (\theta_v - \theta_v^0)^2 & \text{if } \theta_v \geq \theta_v^0 \\ k_{cvn} (\theta_v - \theta_v^0)^2 & \text{if } \theta_v < \theta_v^0 \end{cases} \tag{7.6}$$

Where the input vector is $u = [u_h, u_v]^T$ and state vector is $x = [\omega_h, \Omega_h, \theta_h, \omega_v, \Omega_v, \theta_v]^T$

The constants of the non-linear model are defined as:

$$l_1 = \left(\frac{m_t}{2} + m_{tr} + m_{ts} \right) l_t \tag{8.1}$$

$$l_2 = \left(\frac{m_m}{2} + m_{mr} + m_{ms} \right) l_m \tag{8.2}$$

$$l_3 = \left(\frac{m_b}{2} l_b + m_{cb} l_{cb} \right) \tag{8.3}$$

$$l_4 = \frac{m_b}{3} l_b^2 + m_{cb} l_{cb}^2 \tag{8.4}$$

$$l_5 = \left(\frac{m_m}{3} + m_{mr} + m_{ms} \right) l_m^2 + \left(\frac{m_t}{3} + m_{tr} + m_{ts} \right) l_t^2 \tag{8.5}$$

$$l_6 = m_{ms} r_{ms}^2 + \frac{m_{ts}}{2} r_{ts}^2 \tag{8.6}$$

$$l_7 = A l_t + B l_m + \frac{m_b}{2} l_b^2 + m_{cb} l_{cb}^2 \tag{8.7}$$

B. Derivation of the LPV Model

For the purpose to define the linear time varying model whose state-space matrices are fixed functions of some vector of varying parameters ψ_t . [13,16]

They can be described by time state-space equations of the form:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(\psi_t)x(t) + B(\psi_t)u(t) \\ y(t) &= C(\psi_t)x(t) + D(\psi_t)u(t) \end{aligned} \tag{9}$$

Where $x(t) \in \mathbb{R}^{n_x}$: The state vector. $u(t) \in \mathbb{R}^{m_u}$: The control inputs
 $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$: The sensor outputs. $(A, B, C, D) : \mathbb{R}^N \rightarrow (\mathbb{R}^{n_x \times n_x}, \mathbb{R}^{n_x \times m_u}, \mathbb{R}^{n_y \times n_x}, \mathbb{R}^{n_y \times m_u})$

Matrices scheduled by ψ_t of varying parameters :

$$\psi_t = [a_{11} \ a_{21} \ a_{22} \ a_{23} \ a_{24} \ a_{25} \ a_{51} \ a_{52} \ a_{54} \ a_{55} \ a_{56} \ b_{22}]$$

The model can be expressed in an LPV form by introducing the following set of time varying parameters

As follows:

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_h(t) \\ \dot{\Omega}_h(t) \\ \dot{\theta}_h(t) \\ \dot{\omega}_v(t) \\ \dot{\Omega}_v(t) \\ \dot{\theta}_v(t) \end{bmatrix} = A(\psi_t) \begin{bmatrix} \omega_h(t) \\ \Omega_h(t) \\ \theta_h(t) \\ \omega_v(t) \\ \Omega_v(t) \\ \theta_v(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{22}(p_t) \\ 0 & 0 \\ 0 & b_{42} \\ b_{51} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_h(t) \\ u_v(t) \end{bmatrix} \tag{10}$$

Where:

$$A_{(\psi_t)} = \begin{bmatrix} a_{11}(p_t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}(p_t) & a_{22}(p_t) & a_{23}(p_t) & a_{24}(p_t) & a_{25}(p_t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44}(p_t) & 0 & 0 \\ a_{51}(p_t) & a_{52}(p_t) & 0 & a_{54}(p_t) & a_{55}(p_t) & a_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{11}$$

With:

The elements a_{ij} of the matrix $A_{(\psi_t)}$ are:

$$\begin{aligned} a_{11}(p_t) &= -\frac{k_{ah}^2 \varphi_h^2 / R_{ah} + B_{tr} + f_1(\omega_h) / \omega_h}{J_{tr}} & a_{22}(p_t) &= -\frac{k_{0h}}{D \cos^2 \theta_v + E \sin^2 \theta_v + F} \\ a_{21}(p_t) &= \frac{l_l \cos \theta_v f_2(\omega_h) / \omega_h}{D \cos^2 \theta_v + E \sin^2 \theta_v + F} & a_{23}(p_t) &= -\frac{f_3(\theta_h) / \theta_h}{D \cos^2 \theta_v + E \sin^2 \theta_v + F} \\ a_{24}(p_t) &= -\frac{k_m (B_{mr} + k_{av}^2 \varphi_v^2 / R_{av} + f_4(\omega_v) / \omega_v) \cos \theta_v}{(D \cos^2 \theta_v + E \sin^2 \theta_v + F) J_{mr}} & a_{44}(p_t) &= -\frac{k_{av}^2 \varphi_v^2 / R_{av} + B_{mr} + f_4(\omega_v) / \omega_v}{J_{mr}} \\ a_{25}(p_t) &= \frac{k_m \omega_v \sin \theta_v (D \cos^2 \theta_v - E \sin^2 \theta_v - F - 2E \cos^2 \theta_v)}{(D \cos^2 \theta_v + E \sin^2 \theta_v + F)^2} & a_{51}(p_t) &= -\frac{k_t (B_{tr} + f_1(\omega_h) / \omega_h + k_{ah}^2 / R_{ah})}{J_v J_{tr}} \\ a_{52}(p_t) &= -\frac{k_g \cos \theta_v f_5(\omega_v) / \omega_v - 0.5 \Omega_h H \sin 2\theta_v}{J_v} & a_{55} &= -\frac{k_{0v}}{J_v} \\ a_{54}(p_t) &= \frac{l_m f_5(\omega_v) / \omega_v}{J_v} & a_{56}(p_t) &= \frac{g((A-B) \cos \theta_v - C \sin \theta_v)}{J_v \theta_v} \\ b_{11} &= \frac{k_{ah} \varphi_h k_1}{J_{tr} R_{ah}} & b_{42} &= \frac{k_{av} \varphi_v k_2}{J_{mr} R_{av}} \\ b_{22}(p_t) &= \frac{k_m \cos \theta_v k_{av} \varphi_v k_2}{(D \cos^2 \theta_v + E \sin^2 \theta_v + F) R_{av} J_{mr}} & b_{51} &= \frac{k_{ah} \varphi_h k_1 k_t}{J_v J_{tr} R_{ah}} \end{aligned}$$

The scheduling variables in the model (10) are

$$p_t = [\theta_h \quad \theta_v \quad \omega_h \quad \Omega_h \quad \omega_v \quad \Omega_v]^T \tag{12}$$

An LPV model for the system can be obtained by means of state transformation from (10) by considering:

$$x_1 = [\theta_h \quad \theta_v]^T ; x_2 = [\omega_h \quad \Omega_h \quad \omega_v \quad \Omega_v]^T \tag{13}$$

By defining new states and inputs, a new LPV model of the twin rotor simulator can be obtained:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\omega}}_h(t) \\ \dot{\hat{\Omega}}_h(t) \\ \dot{\hat{\theta}}_h(t) \\ \dot{\hat{\omega}}_v(t) \\ \dot{\hat{\Omega}}_v(t) \\ \dot{\hat{\theta}}_v(t) \end{bmatrix} = \hat{A}_{abs}(\psi_t) \begin{bmatrix} \hat{\omega}_h(t) \\ \hat{\Omega}_h(t) \\ \hat{\theta}_h(t) \\ \hat{\omega}_v(t) \\ \hat{\Omega}_v(t) \\ \hat{\theta}_v(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{22}(p_t) \\ 0 & 0 \\ 0 & b_{42} \\ b_{51} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{u}_h(t) \\ \hat{u}_v(t) \end{bmatrix} \tag{14}$$

$$\bar{A}_{abs(\psi_k)} = \begin{bmatrix} a_{11} & -\frac{d\omega_h^{eq}}{d\theta_h} & 0 & 0 & -\frac{d\omega_h^{eq}}{d\theta_v} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & a_{24} & a_{25} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & -\frac{d\omega_v^{eq}}{d\theta_v} & 0 \\ a_{51} & a_{52} & 0 & a_{54} & a_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Where

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_{h/v}(t) &= \omega_{h/v}(t) - \omega_{h/v}^{eq}(t), \hat{u}_{h/v}(t) \\ &= u_{h/v}(t) - u_{h/v}^{eq}(t) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\omega_h^{eq} = \frac{f_3(\theta_h)}{l_t \cos(\theta_v) f_2(\omega_h)} \quad (17)$$

$$\omega_h^{eq} = \frac{g \omega_v [C \sin(\theta_v) + (B - A) \cos(\theta_v)]}{l_m f_5(\omega_v)}$$

$$u_{h/v}^{eq}(t) = \frac{k_{ah/v} \phi_{h/v}}{k_{1/2}} + \quad (18)$$

$$\frac{R_{ah/v} (B_{1/mv} + f_{1/4}(\omega_{h/v}) / \omega_{h/v}) / (k_{ah/v} \phi_{h/v})}{k_{1/2}} \omega_{h/v}^{eq}$$

$$\frac{d\omega_h^{eq}}{d\theta_h} = \begin{cases} \frac{k_{clm} \omega_h}{l_t \cos \theta_v f_2(\omega_h)} & \text{if } \theta_h \geq 0 \\ \frac{k_{clp} \omega_h}{l_t \cos \theta_v f_2(\omega_h)} & \text{if } \theta_h < 0 \end{cases} \quad (19)$$

$$\frac{d\omega_h^{eq}}{d\theta_h} = \frac{f_3(\theta_h) \omega_h \sin \theta_v}{l_t f_2(\omega_h) \cos^2 \theta_v} \quad (20)$$

$$\frac{d\omega_h^{eq}}{d\theta_v} = \frac{g \omega_v [C \cos \theta_v + (A - B) \sin \theta_v]}{l_m f_5(\omega_v)} \quad (21)$$

To design a controller for an LPV system (9) is to approximate it by a polytopic LPV system corresponds to those whose parameter vector varies within a polytope. The state space matrices range in a polytope of matrices defined as the convex hull of a finite number of matrices N. Each polytope vertex corresponds to a particular value of scheduling variable:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} A(\psi_k) & B(\psi_k) \\ C(\psi_k) & D(\psi_k) \end{pmatrix} &\in Co \left\{ \begin{pmatrix} A_j & B_j \\ C_j & D_j \end{pmatrix}, j=1..N \right\} \\ &= \sum_{j=1}^N \alpha_k^j(\psi_k) \begin{pmatrix} A_j & B_j \\ C_j & D_j \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (22)$$

With

$$\alpha_k^j(\psi_k) \geq 0 \text{ And } \sum_{j=1}^N \alpha_k^j(\psi_k) = 1$$

Where j each model is called a vertex system, this type of LPV systems is polytopic.

The polytopic approximation consider on the limitation of every parameter LPV by an interval "bounding box approach" and its conduct to an interval LPV model, the convex hull that contains them is obtained using the quick hull algorithm. [17].

The polytopic LPV system (22) can be expressed as follows:

$$x(k+1) = \sum_{j=1}^N \alpha_k^j(\psi_k) [A_j x(k) + B_j u(k)] \tag{23}$$

$$y(k) = \sum_{j=1}^N \alpha_k^j(\psi_k) C_j x(k) \tag{24}$$

Where $x(k) \in \mathbb{R}^{n_x}$ The state vector, $u(k) \in \mathbb{R}^{n_u}$ The control inputs, $y(k) \in \mathbb{R}^{y_u}$ The outputs.

$(A_j, B_j, C_j) : \mathbb{R}^N \rightarrow (\mathbb{R}^{n_x \times n_x}, \mathbb{R}^{n_x \times n_u}, \mathbb{R}^{n_y \times n_x})$ Are time invariant matrices defined for j model.

The polytopic system is scheduled with functions:

$\alpha_k^j(\psi_k), \forall j \in [1, \dots, N]$ Which are situated in a convex:

$$\Omega = \left\{ \alpha_k^j(\psi_k) \in \mathbb{R}^N, \alpha_k^j(\psi_k) = [\alpha_k^1(\psi_k), \dots, \alpha_k^N(\psi_k)]^T \quad \alpha_k^j(\psi_k) \geq 0, \forall j, \sum_{j=1}^N \alpha_k^j(\psi_k) = 1 \right\} \tag{25}$$

Controller Design

In this section, we seek to find a parameter dependent controller that in a closed loop with the LPV system (14) attains the norm bound for all possible trajectories of the scheduling variable specified by the bounds of the vertices.

A. LMI Constraints

Parameterized LMIs are convex, but of infinite dimension as they may be represented by a range of LMIs in the parameters. Therefore, a scheme for reducing the infinite to a finite problem is necessary for treatable computation of the parameterized LMIs. [15,13]. As in LTI H_∞ design is also used in H_∞ LPV synthesis. This will result in system (9),

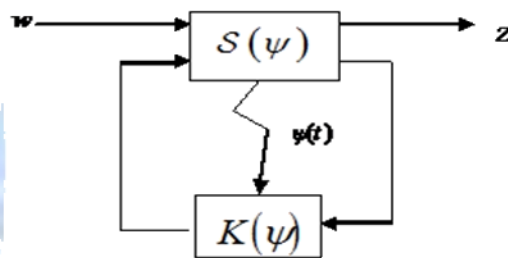


Figure 1. closed loop design

The LPV system (9) has a quadratic H_∞ performance γ if and only if:

The system is quadratically stable on Θ , and the L_2 gain of the input/output is bounded by γ .

That is: $\|y\|_2 < \gamma \|u\|_2$ Along all possible parameter trajectories $\psi(t)$ in Θ .

For all $\psi(t) \in \Theta$, there exists a single symmetric positive definite matrix X solution of the Linear Matrix Inequality (LMI):

$$\begin{pmatrix} A(\psi)^T X + XA(\psi) & XB(\psi) & C(\psi)^T \\ B(\psi)^T X & -\gamma I & D(\psi)^T \\ C(\psi) & D(\psi) & -\gamma I \end{pmatrix} < 0 \tag{26}$$

specifying that if θ is frozen, the quadratic H_∞ performance γ is reduced to the standard H_∞ norm, secondly if the plant has polytopic representation becomes for all $i=1,2,\dots,N$ there exists a single symmetric positive definite matrix X solution of the Linear Matrix Inequality

$$\begin{pmatrix} A_i^T X + XA_i & XB(\psi) & C_i^T \\ B_i^T X & -\gamma I & D_i^T \\ C_i & D_i & -\gamma I \end{pmatrix} < 0 \tag{27}$$

The LMI must holds at each summit of the convex polytope.

B. Controller formulas

The simplest form to find an LPV controller guarantees robust stability of the closed loop system which, over all trajectories $\psi(t) \in \Theta$

- Stabilizes quadratically the closed loop system depends on the parameter T_{zw} .
- Minimizes the H_∞ quadratic performance γ
- Places the closed loop poles in the left half plane $\text{Re}(s) < -\alpha$ ($\alpha > 0$).

The polytopic structure for controller is:

$$K(\psi) = \sum_{i=1}^{i=N} \alpha_i(\psi) K_i; \alpha_i(\psi) \geq 0; \sum_{i=1}^{i=N} \alpha_i(\psi) = 1 \tag{28}$$

With

$$K_i = \begin{pmatrix} A_{ci} & B_{ci} \\ C_{ci} & 0 \end{pmatrix}$$

The closed loop system is:

$$S_e : \begin{cases} \dot{X}(t) = A_e(\psi)X(t) + B_e(\psi)w \\ Z(t) = C_e(\psi)X(t) \end{cases} \tag{29}$$

With

$$A_e(\psi) = \begin{pmatrix} A(\psi) & B_2(\psi)C_c(\psi) \\ B_c(\psi)C_2(\psi) & A_c(\psi) \end{pmatrix} \tag{30.1}$$

$$B_e(\psi) = \begin{pmatrix} B_1(\psi) \\ B_c(\psi)D_{21}(\psi) \end{pmatrix} \tag{30.2}$$

$$C_e(\psi) = (C_1(\psi) \quad D_{12}(\psi)C_c(\psi)) \tag{30.3}$$

To perform the quadratic approach linearity is necessary, two options are available.

The first is to limit the class of LPV systems assuming that the matrices of input and output are invariant; [1], [18]:

$$B_2(\psi) = B_2, C_2(\psi) = C_2 \tag{31}$$

The second is looking for a controller with a linear time varying dynamic matrix and input and output constant matrices. [16]

Following a theorem that gives a sufficient condition of quadratic stabilizability with H_∞ performance γ when ψ is time varying:

If exist a symmetric positive definite matrices $X, Y \in \mathbb{R}^{n \times n}$ and matrices $L \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $F \in \mathbb{R}^{n \times q}$ and $\forall i = 1, 2, \dots, N$ $M_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ solutions of the matrix inequalities:

$$\begin{pmatrix} Y & 1 \\ 1 & X \end{pmatrix} > 0 \tag{32}$$

$$\begin{pmatrix} H_i & Z_i + M_i & B_1 & L^T D_{12}^T + y C_1^T \\ (*) & G_i & XB_1 + FD_{21} & C_1^T \\ (*) & (*) & -\gamma I & 0 \\ (*) & (*) & (*) & -\gamma I \end{pmatrix} < 0 \tag{33}$$

$$\begin{aligned}
 H_i &= A_i Y + Y_i A_i^T + B_{2i} L + L^T B_{2i}^T \\
 G_i &= X A_i + A_i^T X + F C_{2i} + C_{2i}^T F^T \\
 Z_i &= A_i + Y A_i^T X + L^T B_{2i}^T X + Y C_{2i}^T F^T \\
 (\bullet) &\text{ stands for the symmetric transpose}
 \end{aligned}$$

Then the system (14) is quadratically stabilizable in the form (28) and: $\|T_{zw}(s)\|_\infty < \gamma \quad \forall \psi \in \Theta$

The closed loop system is stable and $\|T_{zw}(s)\|_\infty < \gamma$ if and only if there exists a positive definite symmetric matrix $X_e \in \mathfrak{R}^{2n \times 2n}$ such that:

$$\begin{pmatrix} A_{ei}^T X_e + X_e A_{ei} & X_e B_{ei} & C_{ei}^T \\ B_{2i}^T X_e & -\gamma I & 0 \\ C_{ei} & 0 & -\gamma I \end{pmatrix} < 0 \quad \forall i = 1, \dots, N \tag{34}$$

X_e and X_e^{-1} partitioned depending on :

$$X_e = \begin{bmatrix} X & U \\ U^T & \hat{X} \end{bmatrix}$$

$$X_e^{-1} = \begin{bmatrix} Y & V \\ V^T & \hat{Y} \end{bmatrix}$$

$$Y = (X - U \hat{X}^{-1} U^T)^{-1} > X^{-1}$$

This results the first inequality (33). To prove (33) the regular matrix T_e can be set as follows:

$$T_e = \begin{bmatrix} Y & 1 & 0 & 0 \\ V^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{35}$$

We can obtain (33) by pre and post multiplying (34) by T_e and T_e^T respectively and doing the variable changes

$$\begin{aligned}
 L &= C_C V^T, F = U B_C, M_i = V A_{ci}^T U^T \\
 \forall i &= 1, 2, \dots, N
 \end{aligned}$$

It is evident that (33) is bilinear in terms of (Y,X,L,F). In order to obtain linear matrix inequality LMI, we can do the variable change $\hat{M}_i = Z_i + M_i$ this result to the following convex problem with linear constraints:

$$\min \gamma \quad \begin{cases} \begin{pmatrix} Y & 1 \\ 1 & X \end{pmatrix} > 0 \end{cases} \tag{36}$$

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} H_i & M_i & B_i & L^T D_{12}^T + Y C_i^T \\ (*) & G_i & X B_{1i} + F D_{21} & C_i^T \\ (*) & (*) & -\gamma I & 0 \\ (*) & (*) & (*) & -\gamma I \end{pmatrix} < 0 \end{cases} \tag{37}$$

After the matrices X, Y, L, F and M_i were found, the controller realization matrices (A_{ci}, B_c, C_c) relative to the ith summit can be easily derived from the expression of L, F and M_i.

The controller transfer function is:

$$H_i(s) = C_c (sI - A_{ci})^{-1} B_c = L (V^T)^{-1} (sI - U^{-1} M_i^T (V^T)^{-1})^{-1} U^{-1} F$$

$$= L (sUV^T - M^T) F \tag{38}$$

With $XY + UV^T = 1$ it becomes: $H_i(s) = L (s(1 - XY) - M_i^T) F$

This corresponds to the state space realization

$$\begin{cases} \dot{x}_c = A_{ci} x_c + B_c y \\ u = C_c x \end{cases} \tag{39}$$

$$A_{ci} = (1 - XY)^{-1} M_i^T; B_c = (1 - XY)^{-1} F; C_c = L$$

Gain scheduling provides a reasonable compromise between performance and robustness, yet at the expense of higher complexity and delicate stability in the switching zone.

The system (9) is quadratically stabilizable by output feedback and the poles of the system lies in the left half plane $Re(s) < -\alpha (\alpha > 0) \quad \forall \psi \in \Theta$

If there a symmetric definite positive matrix X_e such that:

$$A_e X_e + X_e A_e^T + 2\alpha X_e < 0$$

By pre and post multiplying by adequate matrices as done with (34), we obtain the new constraint expressed in the LMI form: [16,19]

$$\begin{pmatrix} H_i & (\bullet) \\ M_i^T + Z_i^T & G_i \end{pmatrix} + 2\alpha \begin{pmatrix} Y & (\bullet) \\ 1 & X \end{pmatrix} < 0 \tag{40}$$

Simulation Results

The H_∞ Linear Parameters Variant (HLPV) is applied to the LPV model of the Twin rotor platform obtained as shown in section 2, to control the elevation and azimuth trajectory.

By using the LMI Toolbox (MATLAB), we get the controller as in (38), the designed control should be robust and handles the coupling very efficiently, the H_∞ performance obtained is $\gamma = 2.6650$.

The following results obtained by delivering a step of 0.45rad for elevation, for azimuth we applied a step of 0.6rad.

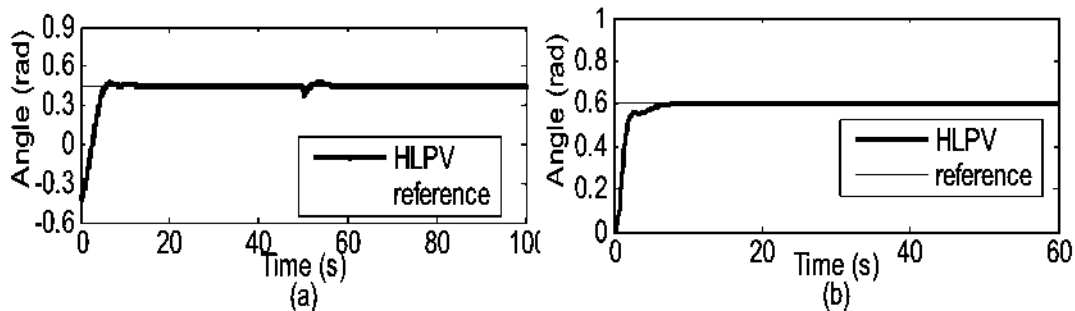


Figure 2. Step elevation and Azimuth simulations of closed loop performance, (a) elevation response (b) Azimuth response initial values $\theta_h(0) = 0$ and $\theta_v(0) = -0.48$ and a disturbance to the control input $u(t)$ at $t = 50s$.

Fig. (2 a, b) show the elevation and azimuth behavior with the above mentioned controller, respectively. It is easy to see that the closed-loop nonlinear system is stable and has zero steady-state error even in the presence of disturbance with the proposed robust LPV/H_∞ controller also improves the transient behavior.

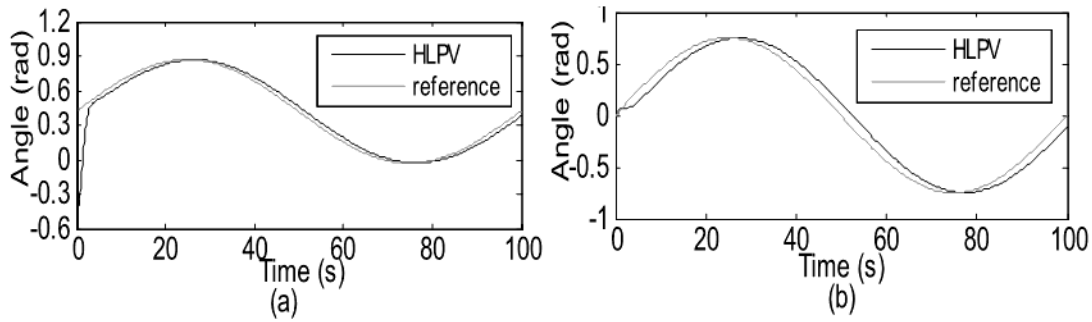


Figure 3. Sinusoidal simulations of closed loop performance (a) elevation response (b) Azimuth response. initial values $\theta_h(0) = 0$ and $\theta_v(0) = -0.48$.

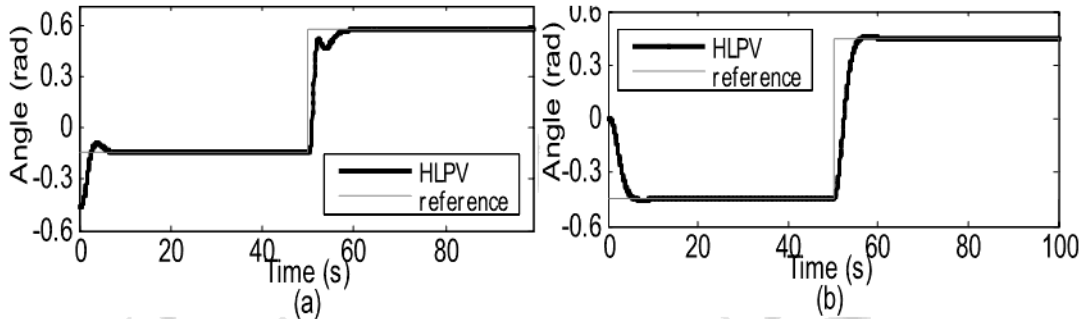


Figure 4. Square elevation and Azimuth simulations of closed loop performance, (a) elevation (b) Azimuth. initial values $\theta_h(0) = 0$ and $\theta_v(0) = -0.48$.

It should be noted that the controller presented here stabilize the system to a change of reference fig. 4, improves the performance for tracking signals in elevation and azimuth fig. 3, and improve system performance and robustness in the presence of the disturbance and time-varying uncertainty fig.2. The system output performance has been significantly improved.

LPV Gain Scheduling techniques, such as the one used here, offers a guarantee of the closed loop performance. However, in comparison with more traditional methods, the LPV methods are less intuitive to design and most often result in a more complex controller structure.

Conclusion

In this paper an Hinfinity gain scheduled has been applied to design the control of a non-linear model of the twin rotor MIMO system transformed into an LPV system and approximated in a polytopic way, the stability of the system is based on the resolution of an LMI problem under structural constraints. Simulation results not only confirmed the effectiveness of the proposed control but also showed that it has strong robustness, fast convergence, and good flexibility and can more effectively deal with disturbances, nonlinearity, and uncertainties of dynamics.

References

- [1]. P. Apkarian, C.Champetier and J.F.Magni. Design of a helicopter output feedback control law using modal and structured-robustness techniques. Int. J. Control, , Vol.50, No.4, 1195-1215. 1989
- [2]. Mammari S. Robust multivariable control by the LQG/LTR and H_∞ Application to a helicopter. Thesis. University of Southern Paris centers of Orsay 1990.
- [3]. McLean D and H Matsuda. Helicopter station keeping: comparing LQR, fuzzy-logic and neural net controllers. Engineering Application of Artificial Intelligence 11 411-418. 1998
- [4]. Edgar N. Sanchez a, Hector M. Becerra a, Carlos M. Velez: Combining fuzzy, PID and regulation control for an autonomous mini-helicopter, Information Sciences 177 1999-2022, 2007
- [5]. Postlethwaite I, E.Prempain, E.Turkoglu, M.C. Turner, K Ellis and A.W. Gubbels: Design and flight of various H_∞ controllers for the Bell 205 helicopter Control Engineering practice. Vol 13, No 3383-398. 2005
- [6]. Jih-Gau Juang , Ren-Wei Lin, Wen-Kai Li: Comparison of classical control and intelligent control for a MIMO system Applied Mathematics and Computation 205 2008
- [7]. H. C. Lu: Grey Prediction Approach for Designing Grey Sliding Mode Controller” Proceedings of the IEEE Conference on Systems, man and Cybernetics, pp. 403-408, 2004.
- [8]. A. Packard: Gain scheduling via linear fractional transformations, Sys. Control Lett., vol. 22, pp. 79-92, 1994.

- [9]. J. Shamma, J. and Athans: M. Analysis of nonlinear gain-scheduled control systems, IEEE Transactions on Automatic Control 35: 898–907, 1990.
- [10]. A. Farag and T. Chunying: Design of LPV controllers using linear matrix inequalities,” Institute of Control Systems, Technical report, 2005.
- [11]. Luo C.C, R.F Liu, C.D Yang and Y.H Chang: Helicopter H^∞ control design with robust flying quality, Aerospace Science and Technology 7 159–169,2003.
- [12]. Feedback Instruments Ltd: Twin Rotor MIMO System Advanced Technique Manual, Crowborough, U.K., 33-007-4M5, 1997
- [13]. AP.S. Ramalakshmi, P.S. Manoharan Non-linear Modeling and PID Control of Twin Rotor MIMO System IEEE International Conference on Advanced Communication Control and Computing Technologies (ICACCCT) 2012
- [14]. J. Michael Spack Linear parameter varying controller for a small turboshaft engine, Thesis. Northeastern University January 01, 2011
- [15]. D. Petersson, J. Löfberg, Robust Generation of LPV State-Space Models Using a Regularized H_2 -Cost, IEEE International Symposium on Computer-Aided Control System Design Yokohama, Japan, September 8-10, 2010
- [16]. M. Madjid ZERAR, Contribution à la caractérisation LPV d'une classe de systèmes non linéaires pour la synthèse de lois de poursuite robuste, Thesis. University of Bordeaux I, Avril 2006
- [17]. S. Montes deOca, V. Puig, Reliable Fault-Tolerant Control Design for LPV Systems using Admissible Model Matching, Preprints of the 18th IFAC World Congress Milano (Italy) August 28 - September 2, 2011
- [18]. R. Toth, Modeling and identification of linear parameter-varying systems, an orthonormal basis function approach,” Ph.D. dissertation, Delft University of Technology, 2008
- [19]. A. Safaei, M. Shams-Javi, A New Time-Domain H_2 -Norm Robust Fault Detection Filter for a Drum Boiler System through an LMI Approach, International Review of Automatic Control (IREACO), December 2011
- [20]. Somayeh Rahimi, Amin Farmanbordar, Fariba Forouzesh, Mixed H_2/H^∞ Controller Design with Pole Placement Constraints for Double Pendulum Via LMI Approach, International Review of Automatic Control (IREACO), March 2012
- [21]. A. Roushandel, A. Khosravi, A. Alfi, A Robust LMI-Based Stabilizing Control Method for Bilateral Teleoperation Systems, International Review of Automatic Control, Vol. 6 N.2, March 2013
- [22]. M Bouhamida, B. Bachir, A. Mansouri, M. Chenafa, Observer-based input-output linearization control of a multivariable continuous chemical reactor, J. Korean Math. Soc. 49 2012

