

République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche scientifique
UNIVERSITE D'ORAN DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE USTO-MB



Faculté de Physique
Département de Génie Physique

Spécialité : Physique

Option : Rayonnement et matière

Thèse

Présentée par

Mr AHMED BACHA Mohammed Reda

Pour l'obtention du diplôme de Doctorat en Sciences en physique
Thème

**ONEE
ANNER**

Soutenue le 11/06/2015 Devant la commission d'examen composée de:

<u>Qualité</u>	<u>Non et prénoms</u>	<u>Grade</u>	<u>Établissement</u>
Président	BENABADJI Nouredine	Pr	USTO
Rapporteur	OUKEBDANNE Abdelaziz	Pr	USTO
Examineur	HASSINI Abdelatif	MCA	Université d'Oran
Examineur	MOHAMED Si Mohamed Arezki	Directeur De Recherche	Centre de Développement des satellites
Examineur	ABIDRI Boualem	Pr	Université de Sidi-Bel-Abbès
Examineur	BELKAID M.Nouredin	Pr	USTO
Invité	BELBACHIR A.Hafid	Pr	USTO

Année universitaire: 2014/2015

Résumé

Ce travail propose un nouvel algorithme dont l'objet est d'améliorer la qualité de la reconstruction tomographique d'une géométrie d'acquisition parallèle éventail, ou l'idée directrice consiste à augmenter virtuellement et sensiblement la résolution angulaire de l'ensemble des projections acquises que se soit par atténuation des rayons X comme dans le cas des scanners CT, ou comptage des photons GAMMA dans le mode tomographique d'une gamma camera à capteur plan rotatif.

La méthode proposée est basée sur un calcul estimatif de projections virtuelles par l'exploitation de la propriété du zero-padding ZP de la transformée de fourrier discrète 2D des projections disposées dans un sinogramme 2D pour aboutir, finalement, à un sinogramme augmenté de haute résolution angulaire.

Abstract

This work aims to suggest a new algorithm that improves the tomographic reconstruction quality of a parallel acquisition geometry throughout a virtual yet substantial increase in the angular resolution of the measuring physical device responsible for acquiring set of projections either by X-rays attenuation, as in the case of CT scanners, or by photon-counting Gamma in a tomographic mode of a gamma camera with a rotating flat panel detector.

The suggested method is based on an estimated calculation of virtual projection using the zero padding property of a 2D discrete Fourier Transform tabulated in a 2D sonogram that is a sonogram of higher angular resolution.

Table des matières

Remerciement	
Résumé	
Abstract	
Introduction générale	I

CHAPITRE I SYSTEMES D'ACQUISITION TOMOGRAPHIQUE

1.2 Qu'est-ce que la tomographie ?	05
1.3 Tomographie de transmission	07
1.3.1 Scanner	07
Principes physiques	07
Génération de scanners	09
Qualité des images : artefacts et performances	12
Conclusion	14
1.3.2 IRM	15
Principes physiques	15
Appareil	16
Images et artefacts	16
Conclusion	18
1.3.3 Ultrasons	19
Principes physiques	19
Appareil	20
Forme des données	21
Conclusion	22
1.4 Tomographie d'émission	22
1.4.1 Tomographie par émission de positons (TEP)	23
Principes physiques	23
Appareil	25
Données - artefacts et performances	26
Forme des données	26
Facteurs de dégradation de l'image Pour la modalité TEP	29
Conclusion	31
1.4.2 TEPS	31
Principes physiques	32
Appareil	32
Données et erreurs	34
Conclusion	34
1.5 Nouvelles voies de la tomographie	34
1.5.1 Tomosynthèse (Radiologie tridimensionnelle)	34

Appareil	35
Acquisition et images	35
Conclusion	37
Appareillages multi modalités	37
1.6 Conclusion	38

CHAPITRE II GEOMETRIE D'ACQUISITION

2.1 Introduction	39
2.2 Géométrie d'acquisition 2D	40
2.2.1 Géométrie parallèle	41
2.2.2 Géométrie en éventail (Fan Beam)	42
2.3 Géométrie d'acquisition 3D	47
2.3.1 Géométrie parallèle	47
2.3.2 Géométrie Cone-Beam	48
2.3.3 Géométrie hélicoïdale	51
2.4 Conclusion	51

CHAPITRE III MATHEMATIQUES EN TOMOGRAPHIE

3.1 La reconstruction tomographique : un problème inverse	53
3.2 Méthodes fondées sur une représentation continue de l'espace	54
3.2.1 Le théorème de la tranche centrale	54
3.2.2 Problème en 2 dimensions	54
3.2.3 Problème en 3 dimensions	57
3.3 Transformation de Fourier	58
3.4 Rétroprojection Filtrée (FBP : Filtered Backprojection)	59
3.5 Algorithme	62
3.6 Le filtre rampe	63
3.7 Conclusion	64

CHAPITRE IV TOMOGRAPHIE ET GEOMETRIE DISCRETE

4.1 Numérisation de la méthode FBP	66
4.2 Simulation numérique de la projection	67
4.3 Influence de la discrétisation du plan spatial sur la simulation de la projection	68
4.4 Algorithme de calcul de la transformée de radon :	71
4.5 Analyse du bruit sur l'image reconstruite (rôle du filtrage)	73
4.5.1 Filtre de Shepp-Logan :	77

4.5.2	Filtre de hanning	78
4.5.3	Filtre cosine	79
4.6	Simulation de la rétroprojection	80
4.7.	Application de la méthode FBP sur une image de coupe	83
4.7.1.	Calcul de la transformée de Fourier	85
4.7.2.	Construction du filtre	85
4.7.3.	Le filtrage	86
4.7.4.	La transformée de Fourier inverse	86
4.7.5.	La rétro-projection	87
4.8.	Etude des Paramètres de l'algorithme de la rétro-projection	89
4.8.1.	Le nombre de projections	89
4.8.2.	Influence des paramètres du filtrage	90
4.9.	Conclusion	93

CHAPITRE V

RECONSTRUCTION AUGMENTEE PAR ZERO-PADDING

5.1	Introduction	95
5.2	Troncature d'un signal discrétisé	95
5.3	Analyse spectrale par TFD	97
5.4	Zéro-Padding ou bourrage en zéros	99
5.5	Propriété de l'interpolation par zéro-padding	100
5.6	Zéro-padding des signaux images 2D	101
5.7	Estimation des projections de radon pour augmenter virtuellement la résolution angulaire d'un système d'acquisition tomographique	103
5.7.1	Implémentation Du ZP dans la reconstruction tomographique à projection parallèles	103
5.7.2	Estimation des projections par Zero padding	104
5.7.3	Application du Zp en projection parallèles	106
5.7.4	Tomo-Reconstruction par FBP sur le sinogramme estimé	120
5.7.5	Évaluation de l'apport d'interpolation par zéro-padding	109
5.7.6	Interprétation	113
5.8	Contribution du Zp comparativement à d'autre méthode d'interpolation	116
5.8.1	Mesure de la stabilité des niveaux de gris des régions	120
5.9	Etude de l'interpolation ZP sur la reconstruction des profils d'acquisition en éventail	122
5.9.1	Mesure de la stabilité des niveaux de gris des régions	126
5.10	Problème d'irrégularité du pas de projection	127
5.10.1	Détections d'arc dans un scanner CT	128
5.10.2	Simulation d'une situation d'arc électrique de source a rayons X	129
5.10.3	Implémentation de l'interpolation par zéro padding pour la compensation de projections perdues	131

5.10.4	Evaluation et comparaison avec la méthode linéaire	137
5.10.5.	Calcul de l'erreur NRMSE	139
5.10.6.	Calcul comparatif de l'écart type d'une région homogène	139
5.11	Conclusion	141

Conclusion générale et perspectives VI 142

Liste de figures

Liste de tableaux

Bibliographie

Introduction

Explorer l'intérieur du corps humain, directement ou indirectement est recherché par l'humanité depuis des siècles. L'imagerie médicale, depuis la mise en œuvre de l'imagerie par rayons X par W.C. Roentgen en 1895 permet à l'homme de voir, de manière non invasive, dans le corps humain. Cette découverte a ouvert la voie vers une nouvelle ère qui a permis la mise en œuvre de nombreuses théories et comprendre d'avenage les techniques pour voir mieux l'intérieur et le fonctionnement du corps humain.

Pour étudier l'anatomie du corps, différentes modalités d'imagerie médicale ont été mises au point. Ces modalités ayant chacune une spécificité particulière. Elles répondent à des besoins spécifiques et se répartissent en trois catégories : l'imagerie tomographique qui représente une coupe du corps, l'image par projection qui exploite l'interaction de radiations selon des directions connues dans le corps humain et l'imagerie tomographique métabolique qui est une image de la distribution spatiale de l'interaction locale des radiations avec des tissus dans une coupe fine du corps humain.

Dans les années 70, la mise au point du scanner (tomodensitomètre) constitua une avancée fondamentale de l'imagerie médicale. Il permet de mesurer les propriétés des tissus en tout point du corps. Dans les années 80, l'imagerie par résonance magnétique nucléaire est mise au point. Elle permet de mesurer les propriétés magnétiques des tissus. D'autres modalités ne vont pas tarder à voir le jour comme les ultra-sons, la tomographie par émission de positons (TEP ou PET : Positon Emission Tomography) ou la tomographie par émission de photons simples (TEPS ou SPECT : Single Photon Emission Computed Tomography).

La géométrie d'acquisition des projections a évolué avec les générations d'appareils. Une des principales préoccupations était d'acquérir les projections le plus vite possible. Les premiers scanners ne possédaient que des capteurs linéiques qui devaient être animés à la fois d'un mouvement de translation et de rotation. L'acquisition était lente et les artefacts dus aux

INTRODUCTION

mouvements du patient étaient nombreux. Les générations suivantes modifièrent la géométrie d'acquisition pour arriver à une géométrie conique puis hélicoïdale.

De nombreux travaux se sont intéressés à l'amélioration de la qualité de la reconstruction tomographique sur le plan technologique par l'optimisation des dispositifs d'acquisition, de mesure et de traitement du signal par les étages électroniques des détecteurs et numériseur, alors que pour d'autres c'est le procédé de reconstruction tomographique qui a fait objet de développement par de puissants outils numériques [52].

L'augmentation de la puissance de calcul a permis aux algorithmes numériques de remplacer certaines fonctionnalités technologiques sur les imageurs tomographiques actuels, comme l'inclinaison robotisée du rotor dans les anciennes générations de scanners, une fonction remplacée par extrapolation numérique dans les appareils de dernière génération.

Si l'évolution des imageurs tomographiques était principalement orientée vers la diminution des temps d'acquisitions pour réduire la dose d'exposition du sujet au rayonnement ionisant, la résolution quant à elle se trouvait limitée ou réduite de part le temps mort nécessaire à la réaction des étages électroniques du traitement des signaux, bien que le nombre de données injectées dans un processus de synthèse tomographique constitue le paramètre déterminant de la résolution de l'image finale. De nombreux travaux se sont penchés sur la question, tels les travaux de Patrick[100], qui a réalisé une étude comparative des techniques d'interpolation spatiales localisées par approche statistique sur les procédés de reconstructions tomographiques. L'idée étant d'injecter des mesures obtenues par interpolation de projection virtuelles afin d'augmenter la résolution d'acquisition, alors que les travaux de M. Bertram et J. Wiegert,[101] suggèrent un usage plus raffiné de l'interpolation par l'injection de projections entières sur les lignes directionnelles de reconstruction dans le cas du problème de la tomographie à faible nombre de projections. D'autres travaux s'intéressent aux compléments de données pour enrichir une reconstruction en volume 3D ou bien 4D comme le cas des travaux de M. Endo et S. Mori [98].

La non consistance des données en projection pour une bonne reconstruction n'est pas seulement un problème modélisable et prédictible de l'architecture de la chaîne de mesure du dispositif d'acquisition, mais peut parfois être le résultat d'une défaillance inévitable et aléatoire du système d'acquisition comme la détection d'arcs dans la source de rayons-X du tomographe, causant une perte des données à des intervalles irréguliers. Ce problème est étudié dans les travaux de Rajwadea et Millerb [102] qui proposent une alternative combinée pour la compensation partielle des pertes en projections[52].

C'est dans dans cette optique, que l'on peut formuler le sujet de notre étude l'idée d'adapter la technique d'interpolation spectrale par zero-padding [97] à la reconstruction tomographique afin d'augmenter virtuellement la résolution angulaire dans un processus de reconstruction par rétroprojection filtrée dans un domaine de Fourier bidimensionnelle.

Notre approche, se présente sous forme d'étages de traitement informatique des données brutes du sinogramme, facilement intégrable dans n'importe quel système de reconstruction tomographique a cause de la linéarité de la méthode de reconstruction par rétroprojection filtrée. Cette méthode exploite la propriété de la transformée de Fourier discrète 2D et sont inverse pour opérer sur les projections disposées dans un sinogramme 2D ainsi bien dans le domaine spatial que fréquentiel pour aboutir à un sinogramme de haute résolution angulaire.

En résumé cette thèse compte cinq chapitres. Dans le premier chapitre est présenté un aperçu sur les systèmes d'imagerie médicale disponibles sur le marché. Le chapitre 2 décrit les différentes géométries d'acquisition et les chapitre 03 et 04 exposent les fondements analytiques et numériques du processus de reconstruction de la synthèse de ces images pour deux types de géométries.

Le chapitre 05, présente une étude exhaustive sur le potentiel de la méthode du Zéro-padding, où on a mis à l'épreuve notre algorithme contre les problèmes de reconstruction à faible nombre de projections. La validation des résultats fait appel à une étude statistique où l'on compare notre technique avec la méthode linéaire localisée, largement exploitée dans le milieu industriel.

INTRODUCTION

Les tests de validation sont effectués sur un phantome 256x256 en niveau de gris qui simule une coupe du corps humain avec le contraste habituel. Le développement s'est fait en matlab 6.5, A la fin du chapitre 05 on propose une méthodologie pour adapter notre approche d'interpolation spectrale au problème de perte aléatoire des projections causée par la manifestation d'arcs dans les sources de rayonnements de ces machines. Une comparaison entre notre approche et les méthodes de correction standard démontre l'intérêt de l'utilisation de notre outil numérique pour de telles situations.

Chapitre I

Systèmes d'acquisition tomographique^[52]

Il existe de très nombreuses modalités en imagerie tomographique dont quelques-unes sont listées dans la table 1.1. Ces modalités ont évolué depuis la découverte des rayons X par Roentgen en 1895. Le but de ce chapitre est de présenter certaines de ces modalités qui utilisent l'acquisition tomographique. Ces modalités se différencient par les phénomènes physiques qui sont utilisés pour obtenir les images. Les capteurs détectent des ondes acoustiques, des ondes électromagnétiques ou bien des rayonnements photoniques. Selon la modalité utilisée, le contraste dans l'image obtenue change et les régions sont mises en valeur différemment [52].

CHAPITRE I : SYSTEMES D'ACQUISITION TOMOGRAPHIQUE

Nous allons voir les principes physiques de certaines de ces modalités, les méthodes d'acquisition et leurs applications. La sortie d'un système d'imagerie tomographique fournit des images bi ou tri-dimensionnelles. Elles sont échantillonnées sur des grilles de pixels ou de voxels. Dans la suite du document, nous utiliserons le néologisme de JP. Guédon pour qualifier indépendamment de la dimension, un élément d'information par ixel (ce qui donne pixel en dimension deux et voxel en dimension trois). La taille de ces ixels définit la résolution spatiale de la modalité. Si le système d'acquisition est dynamique, on peut aussi définir une résolution temporelle du système. Les rayonnements utilisés traversent la totalité de l'objet à représenter. Ils fournissent une information globale, intégrant l'ensemble des contributions des régions traversées. Nous allons tout d'abord rappeler brièvement ce qu'est la tomographie, puis nous allons présenter des appareils d'acquisition tomographique selon deux volets principaux, la tomographie de transmission et la tomographie d'émission. Les systèmes d'acquisition tomographiques permettent l'obtention de données soit par transmission de rayon X par exemple à travers le corps humain soit directement par émission de photons à partir, par exemple, de la désintégration d'un corps radioactif dans le corps humain[52].

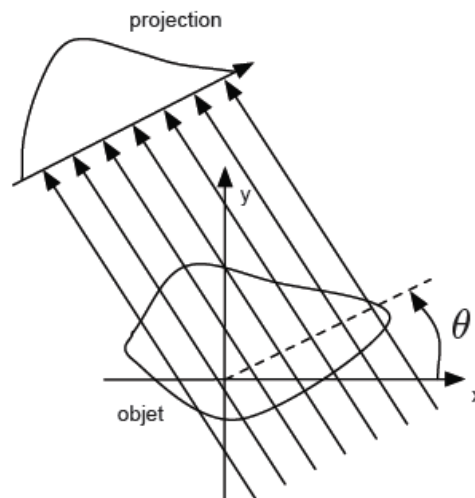


Fig. 1.1 – Projection tomographique selon un angle θ .

1.2 Qu'est-ce que la tomographie ?

La tomographie est une technique de création d'image par section. Ce mot vient de deux racines grecques : tomos « morceau coupé » et graphein « écrire ». Elle consiste à reconstruire une vision en trois dimensions d'un objet à partir d'une série d'images en deux dimensions. On

CHAPITRE I : SYSTEMES D'ACQUISITION TOMOGRAPHIQUE

peut donc avoir une vision de la structure interne d'un objet sans découper matériellement cet objet. La tomographie est utilisée en médecine, en géologie ou encore pour le contrôle de la qualité des pièces manufacturées. Un objet est reconstruit à partir de l'acquisition d'un nombre fini de projections. La figure (1.1) peut être considérée comme une figure générique donnant la projection 1D à l'angle θ de l'objet 2D. La tomographie consiste à acquérir un ensemble de projections d'angles θ_i différents puis à reconstruire une approximation de l'objet 2D [52].

Modalité d'imagerie tomographique	Contraste	Résolution spatiale	Résolution temporelle
Tomographie X médicale (appelée Tomodensitométrie)	coefficient d'atténuation, densité de matière	axiale $\approx 0,5$ mm, trans-axiale ≈ 1 à 5 mm	0,5 s à 5 s par ensemble de coupes associées à une rotation
Radiologie X tridimensionnelle	coefficient d'atténuation, densité de matière	$\approx 0,25$ mm	3 à 6 s par acquisition volumique (demi-tour)
Tomographie RMN	amplitude de l'aimantation transversale	≈ 1 mm	0,1 à 10 s
Tomographie d'émission monophotonique (TEPS)	concentration de traceur, paramètres physiologiques ou biologiques associés	10 à 20 mm	600 à 3600 s par acquisition
Tomographie d'émission par positons (TEP)	concentration de traceur, paramètres physiologiques ou biologiques associés	3 à 10 mm	300 à 600 s par acquisition
Tomographie RMN fonctionnelle	amplitude de l'aimantation transversale, concentration de l'oxydésoxyhémoglobine	≈ 1 mm	0,1 s
Tomographie en microscopie électronique en transmission	coefficient d'atténuation	10^{-6} mm	quelques 100 s en fonction de la taille de l'image
Tomographie synchrotron	coefficient d'atténuation, densité de matière	10^{-3} à 10^{-2} mm	800 à 3600 s par acquisition (demi-tour)

TAB.1.1 : Tableau comparatif de quelques modalités d'imagerie tomographiques[33]

1.3 Tomographie en transmission

Dans cette partie la (figure 1.1) est présenté de la façon suivante : les traits parallèles irradiant l'objet 2D proviennent d'une source extérieure, c'est la tomographie de transmission. Quelques types d'appareils utilisant les rayons X, la résonance magnétique nucléaire et les ultrasons sont présentés dans ce qui suit.

1.3.1 Scanner

Le scanner X ou tomodensitométrie (TDM ou Computed Tomography) est une modalité d'imagerie médicale qui permet d'obtenir un plan de coupe de la distribution des tissus humains. Ces coupes sont reconstruites à partir de la mesure de l'atténuation du faisceau de rayon X dans le volume étudié. Le premier prototype industriel a été réalisé par Allan M. Cormack et Godfrey N. Hounsfield qui ont reçu le prix Nobel de médecine pour leurs travaux en 1979 [30][52].

Principe physique

L'atténuation spatiale du faisceau de rayons X due à la traversée d'un corps absorbant permet d'obtenir la distribution de la densité du plan de coupe.



Fig. 1.2 : Scanner Sommaton Sensation de Siemens Medical [Siemens AG].

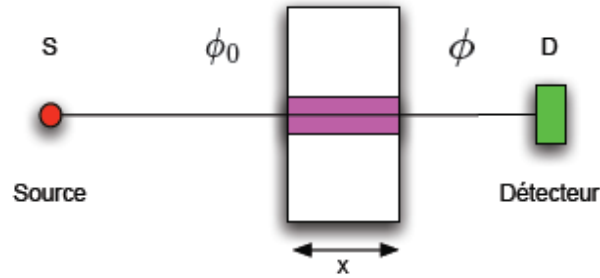


Fig. 1.3 : Traversée d'un corps d'épaisseur x par un faisceau de rayon X.

Sous l'hypothèse d'un rayonnement monochromatique d'énergie E et d'un flux incident ϕ_0 , le flux de photons X transmis ϕ est donné par la loi de Beer-Lambert :

$$\phi = \phi_0 e^{-\int_S^D \mu_E(x,y) dl}, \quad (1.1)$$

Où μ est le coefficient d'atténuation linéaire des tissus [32]. On peut obtenir un faisceau monochromatique à la sortie du tube à rayons X en utilisant des filtres. Si S est la source et D un détecteur, la mesure

$$-\ln\left(\frac{\phi}{\phi_0}\right) = \int_S^D \mu_E(x,y) dl \quad (1.2)$$

est l'intégrale du coefficient d'atténuation linéaire total à l'énergie E entre la source et le détecteur. L'ensemble des mesures intégrales pour un objet selon divers angles permet de reconstruire l'image de $\mu(x, y)$. Après reconstruction, les images sont normalisées en unités de Hounsfield :

$$H = 1000 \frac{\mu - \mu_{eau}}{\mu_{eau}}, \quad (1.3)$$

Où μ est le coefficient d'atténuation considéré et μ_{eau} celui de l'eau. Par exemple $\mu_{air} = -1000$, $\mu_{graisse} = -60$ à -120 et $\mu_{os} = 1000$.

Génération de scanners

Depuis les années 1970, les scanners ont évolué et plusieurs générations de machines se sont succédées. Généralement, l'ensemble générateur/détecteur de rayons X est solidarisé par un montage mécanique rigide qui définit un plan de coupe. L'objet à étudier est placé dans le faisceau et on mesure, à l'aide de détecteurs linéiques ou en couronne, l'atténuation du rayonnement due à l'objet traversé situé dans ce plan. La source tourne autour de l'objet pour acquérir différents plans de coupe et ensuite permettre la reconstruction figure (1.4) [52].

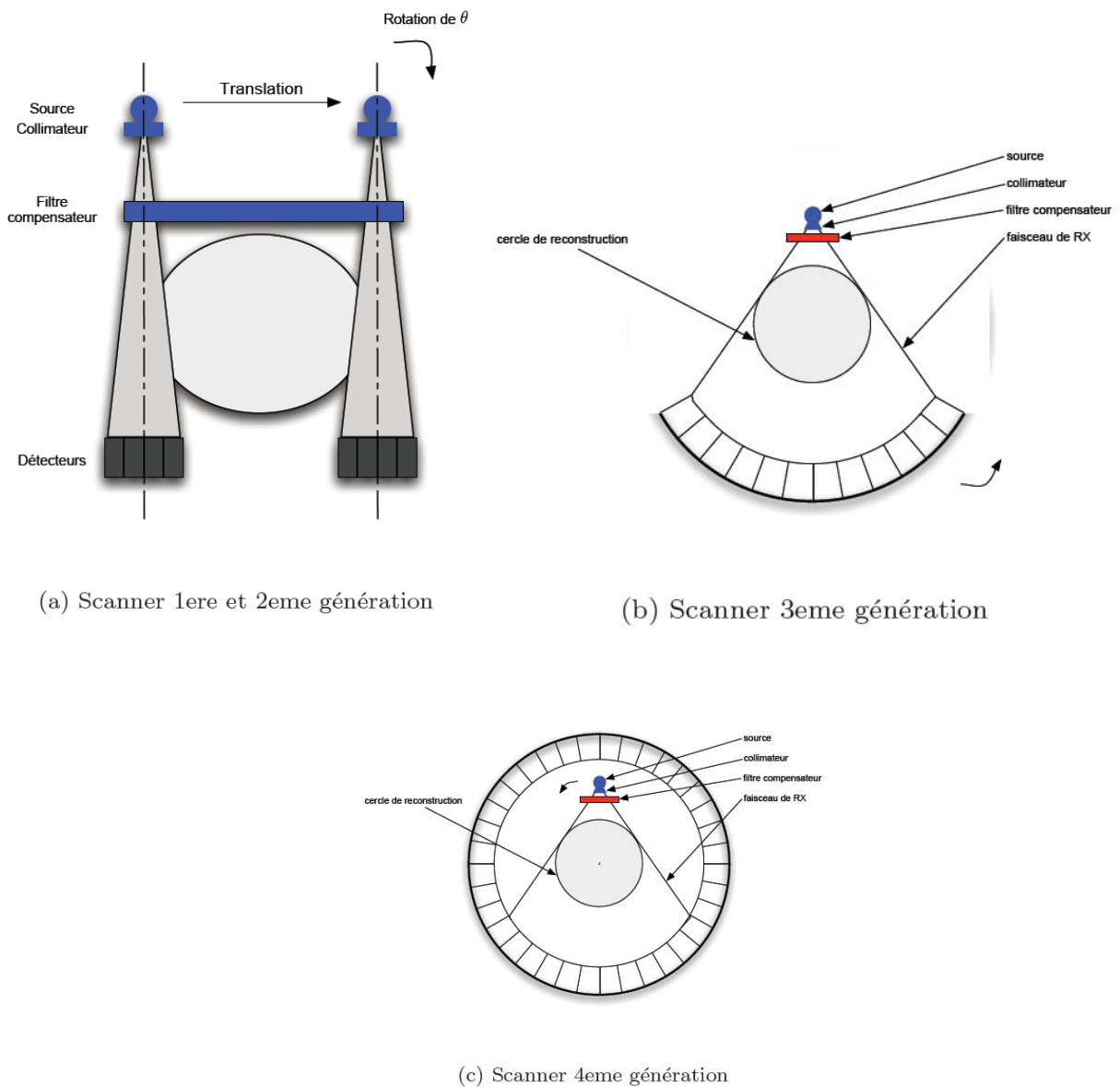


Fig 1.4 : Géométrie des différentes générations de scanners [3].

CHAPITRE I : SYSTEMES D'ACQUISITION TOMOGRAPHIQUE

Les détecteurs étant constitués de cristaux à scintillation ou de chambres d'ionisation permettant de quantifier l'atténuation du faisceau de rayons X. Actuellement, les détecteurs à semi-conducteurs (scintillateurs associés à des photodiodes) donnent une meilleure réponse et ont pris le dessus dans la technologie des détecteurs des scanners hélicoïdaux. Pour les détecteurs à semi-conducteur, plus de 90% de l'information est restituée contre 50 à 90 % pour les détecteurs à gaz (chambre d'ionisation au Xe). Les contraintes principales que doivent supporter les détecteurs des scanners sont [33] [52] :

- une bonne efficacité de détection ($> 70 \%$),
- une grande dynamique (2.10⁵),
- une décroissance rapide du signal après coupure du faisceau.

Les scanners de première et deuxième génération effectuaient des translations et des rotations de l'ensemble source/détecteurs autour de l'objet étudié figure (1.4.a). Les rotations de l'ensemble source/détecteurs étaient égales à l'angle d'ouverture du faisceau. Pour balayer tout l'objet, l'ensemble source-détecteur devait translater. La première génération ne comportait que deux détecteurs séparés permettant d'obtenir deux coupes simultanément avec un temps d'acquisition de plusieurs minutes.

Pour la troisième génération de scanner, l'objet se trouve entièrement dans le faisceau de rayons X. Les détecteurs sont placés en arc de cercle et voient toujours la source sous la même incidence figure (1.4.b). Les détecteurs sont courbes et comportent environ 1000 détecteurs unitaires. L'ensemble source/détecteurs se déplace d'un mouvement de rotation autour du patient. La quatrième génération de scanner est constituée d'une couronne de détecteurs fixes et seule la source est mobile autour du patient à l'intérieur de cette couronne figure (1.4.c). La aussi le faisceau de rayon X est là aussi divergent et irradie tout le patient comme pour les scanners de troisième génération.

La source est plus proche du patient ce qui se traduit par une résolution spatiale est dégradée. l'ouverture du faisceau doit être plus importante. Les couronnes de détecteurs doivent contenir de 2000 à 4800 détecteurs pour que l'appareil ait de bonnes performances. Les scanners de troisième et quatrième génération ont permis de réduire le temps d'acquisition des données et par la même les artefacts dus aux mouvements involontaires ou physiologiques des patients.

Au début des années 1990 sont apparus des tomographes à rotation continue. Ils permettent d'acquérir en continu des données en déplaçant uniformément le lit du patient à travers l'anneau de détecteurs tout en faisant tourner la source autour de lui. La géométrie d'acquisition devient alors hélicoïdale par rapport au patient figure (1.5).

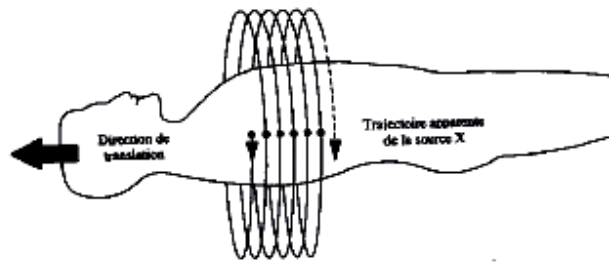


Fig. 1.5 – Géométrie hélicoïdale

Dans un temps donné, un scanner hélicoïdal peut acquérir cinq à vingt fois plus de données que les tomographes des années 1980. Une acquisition hélicoïdale de 30 secondes, avec une translation du lit du patient à 10 mm/s permet d'acquérir un volume de 300 mm de hauteur (rotation d'une seconde par tour, épaisseur de coupe de 10 mm et un pas (pitch) de 1)[34].

Les tomographes multi coupes apparaissent vers la fin des années 1990. Ils permettent d'acquérir plusieurs coupes en une seule rotation. Leurs capteurs sont des détecteurs matriciels qui peuvent

être constitués de lignes de détecteurs de hauteurs égales ou variables figure (1.6). Le rayonnement est de géométrie conique et non plus en éventail.

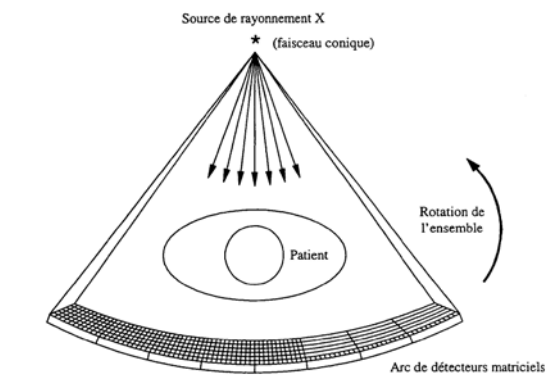


Fig. 1.6 – Tomographe multi coupes

Le temps d'acquisition est réduit et pour un temps d'acquisition égal, la zone couverte est plus importante que celle acquise avec un scanner classique. En revanche, le rayonnement traversant le patient est plus diffusé et par conséquent perturbe davantage la mesure. Le bruit sur les coupes augmente et la résolution spatiale longitudinale diminue.

Les deux paramètres principaux en tomographie hélicoïdale sont :

- la largeur de la collimation (en mm),
- la vitesse de translation du lit (en s).

Les tomographes hélicoïdaux avec acquisition en continu ont permis d'obtenir de meilleurs résultats comparés aux scanners séquentiels, notamment les images du thorax sont de meilleure qualité.

Le nombre de coupes pouvant être acquises en apnée (pour limiter les mouvements du patient) a augmenté, ce qui réduit les problèmes de recalage dûs à la respiration. De plus, la quantité de produit de contraste injecté pour détecter des tumeurs en cas d'utilisation en transmission est diminuée. Mais le mode d'acquisition hélicoïdal diminue la résolution spatiale longitudinale en raison de l'élargissement du profil de coupe et de l'augmentation du bruit dans l'image [35].

Qualité des images : artefacts et performances

L'image des coupes pour un scanner récent est représentée par une matrice variant entre 512×512 et 1024×1024 pixels [36]. Les pixels ont une taille jusqu'à 0,2 mm et l'épaisseur de coupe varie entre 1 et 10 mm selon les régions à traiter [37].

L'atténuation est déterminée par la composition du matériau traversé et par son épaisseur. Dans la gamme d'énergie utilisée pour le diagnostic, l'atténuation est principalement déterminée par l'effet photoélectrique et l'effet Compton [38].

L'effet photoélectrique a été découvert par Albert Einstein en 1905. Lors d'une interaction photoélectrique, le rayon X incident interagit avec le matériau. Il est totalement absorbé et toute son énergie est transférée à un électron figure (1.7.a) [39]. Si E_0 est l'énergie du rayon X incident, l'électron émis aura une énergie cinétique de $E_0 - E_b$. E_b est l'énergie de liaison de l'électron au noyau de l'atome.

CHAPITRE I : SYSTEMES D'ACQUISITION TOMOGRAPHIQUE

L'effet Compton est une interaction des rayons X avec un électron de la couche électronique externe de l'atome. L'électron est arraché et le rayon X dévié d'un angle α qui dépend de l'énergie perdue lors de l'interaction figure (1.7.b) [40].

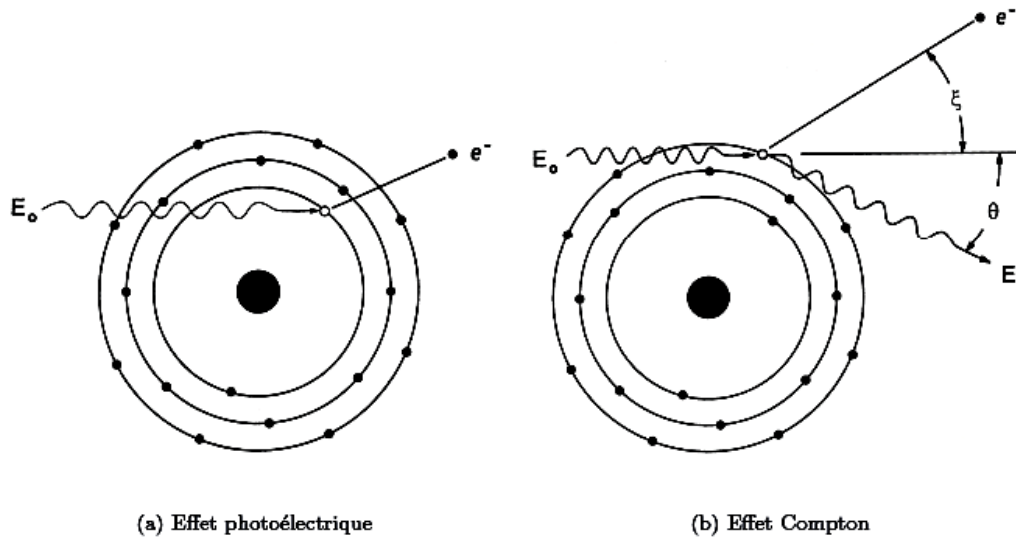


Fig. 1.7 – (a) Effet photoélectrique. (b) Effet Compton .

Il existe de nombreux autres facteurs influant sur la qualité des images acquises par un scanner, comme par exemple la dose du radio-isotope injectée au patient. La résolution spatiale de l'image va dépendre de la taille des détecteurs, de la géométrie de l'acquisition, de la taille des pixels mais aussi des algorithmes de reconstruction. L'alignement mécanique du tube à rayon X et des détecteurs, les mouvements du patient, la variation dans l'intensité des rayons X ou une instabilité des détecteurs sont sources d'artefacts à l'acquisition. La sensibilité et la finesse des coupes vont dépendre de la collimation des rayons X, de la largeur des détecteurs, du nombre de coupes, du pas entre les coupes mais aussi des méthodes de reconstruction et d'interpolation choisies [41].



Fig. 1.8 : Scanner d'un crane avec un SOMATOM 64 de Siemens [Siemens AG].

Conclusion

Les tomodensitomètres sont une des modalités d'imagerie morphologique qui permettent d'acquérir des coupes du corps humain [42]. Deux de ses caractéristiques principales sont la restitution sans distorsion de l'anatomie en coupes axiales transverses et l'étude des densités des structures traversées, exprimées sur l'échelle de Hounsfield.

La tomodensitométrie est utilisée pour des applications abdominales (foie, rein), thoraciques (poumon, bronches) et vasculaires (avec produit de contraste) mais aussi pour obtenir des images du cerveau figure (1.8). L'utilisation depuis les années 90 de scanners hélicoïdaux a représenté une avancée importante dans cette modalité d'acquisition. Il permet d'acquérir l'image d'un objet plus rapidement avec une même qualité.

1.3.2 IRM

L'IRM (Imagerie par Résonance Magnétique) est une modalité d'imagerie médicale dont l'importance s'est accrue durant ces vingt dernières années. Cette modalité est fondée sur les propriétés magnétiques du noyau atomique. Elle permet aux médecins d'obtenir des images de pathologies différentes de celles obtenues avec d'autres modalités et qui sont souvent complémentaires.

Principes physiques

A l'équilibre thermodynamique, dans un champ magnétique, il existe des moments magnétiques microscopiques associés au moment angulaire des noyaux (ou spin). La polarisation en présence d'un champ thermique est très faible et les aimantations d'origine nucléaire ne peuvent être mesurées par des méthodes directes mais par résonance du noyau conditionné par le mouvement de précession du champ magnétique statique et par l'existence du phénomène de relaxation [43].

Un moment magnétique microscopique placé dans un champ magnétique extérieur peut avoir deux niveaux d'énergies. La résonance magnétique consiste à faire passer le moment magnétique nucléaire du niveau de plus basse énergie à celui de plus grande énergie. Un noyau de l'atome considéré absorbe les rayonnements électromagnétiques d'une fréquence spécifique en présence d'un fort champ magnétique. Plus le champ magnétique appliqué est important, plus la différence d'énergie entre les deux niveaux est grande. Sachant que les atomes n'ont pas un spin nucléaire non nul. En effet les atomes de carbone 12 et d'oxygène 18 ont un spin nul. En revanche l'hydrogène n'a qu'un proton, son moment magnétique nucléaire est non nul. La résonance magnétique du proton est la plus utilisée. Dans un champ magnétique, la moitié des atomes d'hydrogène sont dans le sens du champ et l'autre moitié dans le sens opposé au champ. L'énergie amenée par une onde radio adéquate fait passer les atomes d'un niveau d'énergie à l'autre. Ce phénomène ne dure que quelques milli-secondes mais le temps de relaxation n'est pas le même selon les tissus. Lorsque les noyaux alignés reçoivent un apport d'énergie sous la forme d'une onde électromagnétique dont la fréquence est égale à la fréquence de résonance du noyau (fréquence de Larmor), ils entrent en résonance et basculent du sens parallèle au sens antiparallèle, c'est-à-dire de l'état fondamental de basse énergie au niveau de haute énergie.

A l'arrêt de l'impulsion radiofréquence, le retour à l'état d'équilibre s'accompagne d'une part de la restauration de la magnétisation longitudinale (au cours de cette remagnétisation, il y a des

CHAPITRE I : SYSTEMES D'ACQUISITION TOMOGRAPHIQUE

échanges d'énergie importants avec les molécules avoisinantes), et de la décroissance de la magnétisation transversale (qui correspond au déphasage des spins). Le temps de relaxation correspondant à la relaxation spin/milieu, c'est-à-dire le temps nécessaire à la restauration de la magnétisation longitudinale, est noté T_1 , le temps de relaxation spin/spin correspondant à la diminution de l'aimantation transversale est noté T_2 . Les temps de relaxation T_1 et T_2 caractérisent la structure chimique et la composition du matériau figure (1.10). Le temps de relaxation T_1 des tissus biologiques est environ 10 fois plus long que le temps de relaxation T_2 [52].

Appareil

L'appareil est constitué d'un aimant (généralement 3 Tesla). Les aimants de moins de 0,5 Tesla peuvent être réalisés avec des aimants permanents ; pour des aimants plus puissants des supraconducteurs sont utilisés. Selon la partie du corps à acquérir, une antenne émettrice/réceptrice de forme adaptée est placée sur le patient figure (1.11).

Images et artefacts :

Toute variation de la valeur du champ magnétique statique observée entre deux éléments de volume d'échantillon situés à des emplacements différents de l'espace se manifeste par un décalage de la phase des signaux issus de ces éléments [45]. Si on applique séquentiellement trois gradients G_x , G_y et G_z pendant les temps t_x , t_y et t_z .



Fig. 1.9 – IRM MAGNETOM Trio de Siemens, aimant de 3 Tesla [Siemens AG].

Graisse	240 ms
Muscle	730 ms
Substance blanche	680 ms
Substance grise	809 ms

(a)

Graisse	84 ms
Muscle	47 ms
Substance blanche	92 ms
Substance grise	101 ms

(b)

Fig. 1.10 – (a) Temps de relaxation T1 dans un champ magnétique de 1 Tesla, (b) temps de relaxation T2 dans un champ magnétique de 1 Tesla.

Le signal tridimensionnel recueilli apparaît comme la transformée de Fourier inverse de la densité locale d'aimantation. Une transformation de Fourier directe du signal permet de reconstruire l'image.

L'IRM est tridimensionnelle dans son principe et permet d'extraire des coupes dans toutes les orientations de l'espace. Pour reconstruire l'image, une transformée de Fourier discrète du signal acquis dans l'espace réciproque doit être faite. Si le découpage de l'espace réciproque n'est pas cartésien, les données seront interpolées. Il existe plusieurs méthodes de balayage de l'espace réciproque selon les gradients choisis figure (1.12). Les méthodes les plus rapides sont les méthodes circulaires.

Les images acquises par cette modalité peuvent comporter des artefacts. Ils peuvent provenir de mouvements involontaires du patient dans la machine qui provoquent des changements soudains et rapides dans l'intensité du signal. Une variation dans le champ magnétique peut causer un déplacement du contraste dans l'image. Les méthodes de reconstruction considèrent que le champ magnétique est homogène. Un effet de gradient est supposé être linéaire, constant dans le temps et avoir une amplitude fixée. Une modification de l'amplitude va provoquer un changement de la taille des voxels aux bord de la zone d'intérêt. Il existe d'autres sources d'artefacts au niveau de la reconstruction comme le phénomène de Gibbs, l'aliasing ou l'effet de volume partiel [46] .



Fig. 1.11 : Antenne radiofréquence placée sur le patient lors d'une acquisition d'images de la tête.

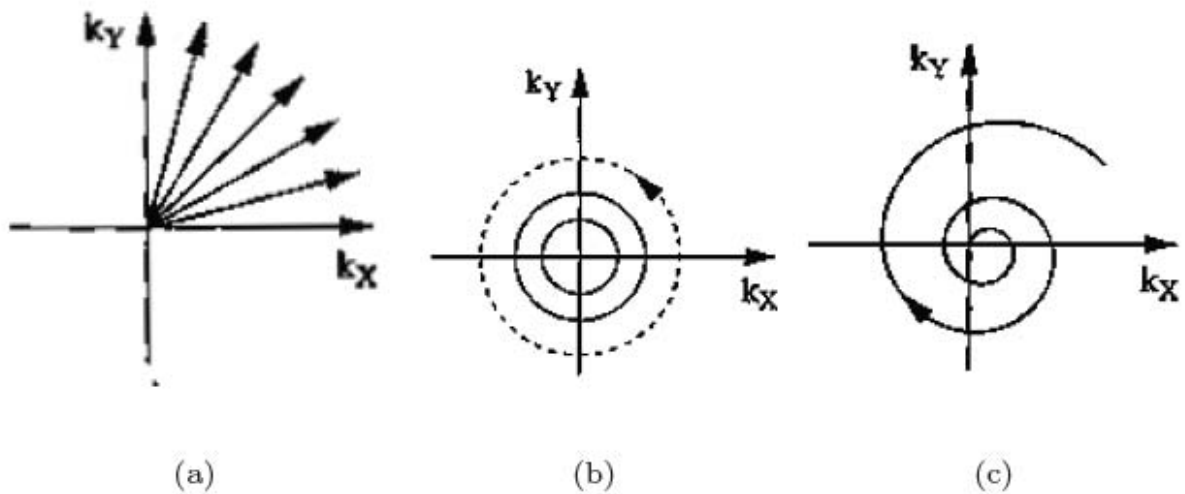


Fig. 1.12 – Balayage radial de l'espace réciproque (a) selon la direction de rayons, gradient réorienté puis maintenu fixe, (b) selon des cercles concentriques, gradient variant de façon sinusoïdale et en quadrature, (c) selon des trajectoires spirales, gradient d'amplitude croissante oscillant. k_X et k_Y sont les fréquences spatiales selon x et y [34].

Conclusion :

L'IRM permet grâce à l'excitation des atomes d'hydrogène présents dans le corps d'obtenir des images anatomiques du corps humain. Des avancées récentes en IRM fonctionnelle permettent

de distinguer les zones de l'encéphale activées par des stimuli [47]. La micro IRM (μ -IRM) permet de réaliser des biopsies virtuelles des os [48] et ainsi caractériser des maladies osseuses.

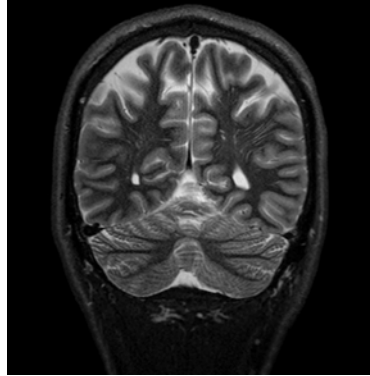


Fig. 1.13 : IRM d'un crâne avec un MAGNETOM Trio de Siemens [Head, TIRM coronal, PAT 2 TR 5980 ms, TE 47 ms, TI 180 ms, TA 2 min, SL 3 mm, slices 38, matrix 384, [Siemens AG].

1.3.3 Ultrasons

L'imagerie par ultrasons est bien plus récente que l'imagerie par rayons X. C'est une modalité d'imagerie relativement peu coûteuse. L'imagerie par ultrasons est fondée sur la vibration d'un cristal de céramique (PZT), situé dans une sonde, qui, vibre et émet des ultrasons quand il est soumis à des impulsions électriques.

Les avantages principaux de cette modalité sont :

- le capteur à ultrasons est facilement manipulable et permet la génération d'images en temps réel aux orientations et positions choisies par l'utilisateur,
- la résolution (0,2 mm à 2,0 mm) est suffisante pour montrer les détails de beaucoup de structures du corps.
- les systèmes d'imagerie par ultrasons sont peu coûteux, compacts et mobiles,
- ils peuvent donner des images en temps réel de la vitesse et de l'écoulement du sang dans les veines (en utilisant l'effet Doppler) [49][52].

Principe physique

CHAPITRE I : SYSTEMES D'ACQUISITION TOMOGRAPHIQUE

Les ultrasons se propagent à une vitesse qui sera fonction de la nature du milieu. Dans l'organisme, les ultrasons vont se propager à une vitesse proche de 1500 m/s selon la nature des organes qu'ils traversent.

La pénétration relativement aisée des ultrasons dans les tissus mous permet l'exploration de la plupart des organes à l'exception du squelette et des poumons. Des images échographiques morphologiques sont obtenues en analysant les échos réfléchis par les tissus. L'analyse des tissus en mouvement utilisant l'effet Doppler permet de réaliser une imagerie fonctionnelle de l'appareil cardiovasculaire et une évaluation des écoulements du sang dans les vaisseaux.

La résolution des images est plus fine lorsque la fréquence des ondes ultrasonores augmente. Néanmoins, plus la fréquence des ondes augmente, plus la pénétration des tissus biologiques par ces ondes décroît. Les appareils d'imagerie par ultrasons utilisent des fréquences entre 2 et 15 MHz. La réflexion et la diffusion des ultrasons par des cibles sont à l'origine de la formation de l'image échographique. Les interfaces entre les objets macroscopiques contenus dans le corps humain (organe, tumeur) sont à l'origine de la réflexion de l'onde incidente. Les inhomogénéités locales de l'objet à étudier si elles sont de petite taille par rapport à la longueur d'onde de l'onde incidente vont provoquer une diffusion du signal.

Appareil

Contrairement à d'autres méthodes d'imagerie, il n'est pas nécessaire d'entourer l'objet à inspecter avec des émetteurs et des récepteurs. La transmission et la réception sont faites du même côté à l'aide de la même sonde.

Le capteur est composé d'une barrette multi-éléments constituée d'une rangée d'éléments piézo-électrique de petite taille (typiquement 64 à 128 éléments de largeur 100 à 500 μm). Plusieurs éléments piézo-électriques de la barrette fonctionnent ensemble pour produire un front d'ondes convergent. Les éléments sont excités avec des décalages temporels qui correspondent à la courbure de l'onde que l'on désire émettre. Les éléments latéraux les plus éloignés du centre de courbure de l'onde convergente émettent les premiers, l'élément central émet le dernier. Le même principe est utilisé pour la focalisation à la réception. Une correction de retard est appliquée à chaque élément. Cette loi de retard compense les différences de temps de vol liées à

la courbure de l'onde reçue et permet de remettre en phase tous les signaux issus d'une cible à une profondeur donnée.

Forme des données

Pour les ultrasons, les erreurs sur les données mesurées proviennent principalement du fait que les ondes sonores ne traversent quasiment jamais un objet en ligne droite. Les données mesurées ont pu avoir un chemin courbe à travers l'objet. Ce chemin peut être approximé par des lignes droites pour les applications principales de cette méthode [50].

Les méthodes de focalisation des ondes US supposent que la vitesse du son dans le corps est constante. Cependant, les fluctuations de la vitesse du son observées lorsque l'on passe d'un tissu à un autre (graisse : 1450 m/s ; muscle : 1570 m/s) ou à l'intérieur d'un même organe sont responsables de distorsions du faisceau ultrasonore, appelées aberrations de phase et d'amplitude, qui dégradent la qualité de la focalisation.



Fig. 1.14 – Appareil à ultrasons ACUSON Sequoia Echo 256 Images de Siemens [Siemens AG].

L'inter-corrélation des signaux issus de deux éléments voisins de la barrette permet de déterminer le décalage temporel à appliquer pour corriger les aberrations introduites par le milieu et remettre les signaux en phase. Cependant, les aberrations associées aux ondes qui se sont propagées dans le corps humain comportent des modifications de la phase et de l'amplitude, car chaque composante spectrale des signaux subit un déphasage qui lui est propre. Les fluctuations

d'absorption dans le milieu de propagation contribuent également au phénomène d'aberration d'onde. De simples décalages temporels des signaux sont insuffisants dans le cas le plus général pour corriger totalement les défauts de la focalisation.

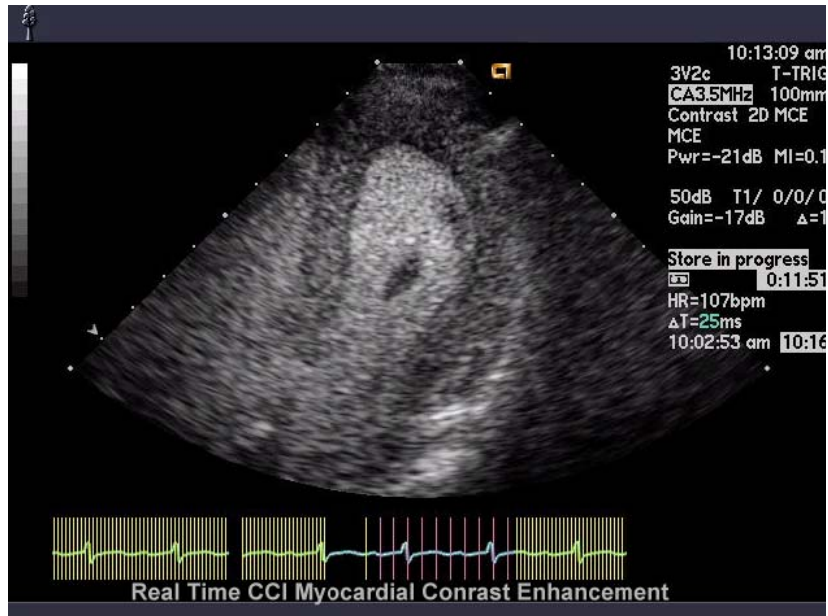


Fig. 1.15 – Image par ultrasons d'un coeur avec un ACUSON Sequoia Echo 256 Images de Siemens [Siemens AG].

Conclusion

L'imagerie ultrasonore est utilisée pour obtenir des images d'un fœtus à l'intérieur du ventre de sa mère, mais est aussi utilisée pour la détection des troubles d'organes internes. Associée à un Doppler, une information sur le flux sanguin est aussi collectée. L'imagerie ultrasonore 3D est en plein développement, par exemple pour voir un fœtus en 3D.

1.4 Tomographie d'émission

Après avoir présenté quelques modalités d'imagerie par transmission, nous allons nous intéresser à des modalités d'imagerie par émission.

Parmi ces techniques d'imagerie, on peut citer la TEP (Positron Emission Tomography Tomographie par Emission de Positons) et la TEPS (Single Photon Emission Computed Tomography -Tomographie d'émission de Photons Simples) qui sont deux modalités d'imagerie nucléaire. Le but de la médecine nucléaire, y compris pour les TEP et TEPS, est de fournir une information sur la répartition d'une molécule donnée dans le corps humain, que ce soit dans l'espace ou dans le temps [51]. Pour des molécules bien choisies, cette répartition, dans le corps entier ou dans un organe, donne des informations sur le fonctionnement de cet organe. Cela permet de détecter des déformations comme des tumeurs cancéreuses et ainsi permettre un diagnostic médical et un suivi du traitement.

L'information fonctionnelle obtenue par TEPS et TEP est essentiellement fonctionnelle et donc complémentaire de l'information anatomique obtenue par d'autres méthodes d'imagerie comme les rayons-X, le scanner ou l'imagerie par résonance magnétique.

1.4.1 Tomographie par émission de positons (TEP)

La TEP est un outil très important pour détecter les tumeurs et évaluer leur malignité. Son fonctionnement est fondé sur les différences biochimiques et métaboliques entre les tumeurs et les tissus sains environnants.

Principe physique

En médecine nucléaire, certaines molécules sont marquées avec un isotope radioactif (table 1.2). Ces isotopes se trouvent dans état excité et sont donc instables. Ils sont introduits dans le corps du patient et se désintègrent de façon aléatoire. Une des principales caractéristiques de ces isotopes est une courte demi-vie. Le résultat d'une désintégration est un nouveau corps avec un proton en moins et un neutron supplémentaire. Lors de la désintégration il y a aussi émission d'un neutrino et d'un positon :



Où e^+ est un positon et ν un neutrino.

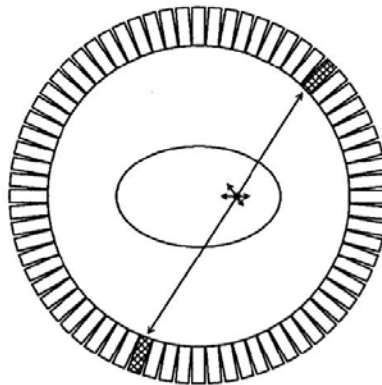


Fig. 1.16 – Coïncidence détectée dans un TEP par un anneau de détecteurs.

Isotope	Demi-vie
^{11}C	20,3 min
^{13}N	9,97 min
^{15}O	124 sec
^{18}F	110 min

Tab. 1.2 – Quelques isotopes communément utilisés pour la TEP

Après la désintégration, les positons se déplacent sur une distance moyenne d'environ 1 mm, et interagissent avec la matière environnante. Ensuite ils s'annihilent ensuite par collision avec un électron :



Cette collision provoque l'émission de deux photons d'énergie 511 keV émis à 180 degrés l'un de l'autre. Cette émission simultanée de deux photons dans des directions opposées est à la base de l'imagerie par coïncidence.

Les photons utiles sont ceux qui n'interagissent pas avec le corps humain et dont la paire est interceptée par le détecteur. Quand deux photons sont détectés quasiment au même moment, c'est-à-dire dans une fenêtre de 6-12 ns, les photons sont dits "en coïncidence" et les coordonnées

des deux photons sont enregistrées. L'hypothèse faite est que ces photons proviennent d'une désintégration sur la ligne de coïncidence qui est appelée ligne of response (LOR) figure (1.16). Le lieu d'annihilation du positon avec l'électron et le lieu d'émission des photons ne sont pas confondus. Ceci limite la résolution spatiale intrinsèque de la méthode d'imagerie TEP [52].

Appareil



Fig. 1.17 – TEP ACCEL de Siemens [Siemens AG].

Les systèmes d'acquisition TEP peuvent être 2D ou 3D. Pour les TEP 2D, un collimateur annulaire est souvent placé entre les anneaux de détecteurs pour réduire la diffusion inter-plan des photons. Ces collimateurs, d'épaisseur environ 1 mm, sont en plomb ou en tungstène. Le diamètre des anneaux du TEP est d'environ 80-100 cm pour une épaisseur par anneau de 10-20 cm. Le diamètre extérieur des collimateurs est égal au diamètre de l'anneau de détecteur du TEP et la différence entre les diamètres intérieurs et extérieurs du collimateur varie de 7 à 10 cm [53]. L'utilisation de collimateurs annulaires réduit le nombre de photons diffusés de 30-40 % à 10-15%. En revanche, si on n'utilise pas les collimateurs, la sensibilité du TEP est augmentée d'un facteur 4 à 6 et la méthode de reconstruction doit être purement 3D [53]. L'utilisation de plusieurs anneaux de détecteurs augmente le champ de vue axial tout en conservant la résolution axiale figure (1.18).

Les détecteurs sont composés de cristaux d'iodure de sodium couplés à des tubes photomultiplicateurs. Quand un photon interagit avec le cristal, il cède soit une partie de son énergie par une ou plusieurs interactions Compton, soit toute son énergie par interaction photoélectrique ou par une succession d'interactions d'effets Compton avec les électrons du cristal [60]. Les électrons sont déplacés d'une couche d'énergie à une autre. Quand ils reviennent à un état stable, ils émettent de la lumière. Les TEPs les plus courants utilisent des cristaux de bismuth-germanate qui génèrent environ 2500 photons de lumière pour un photon à 511keV reçu. De tels cristaux sont de taille 3,3 mm dans le plan transversal, 6,25 mm dans la dimension axiale et 30 mm de profondeur [61]. Les tubes photomultiplicateurs collectent les photons de scintillation et déterminent quel détecteur a détecté l'événement [62][52].

Données - artefacts et performances

Forme des données

Pour un anneau de n détecteurs, il y a $n/2$ manières d'appairer les détecteurs représentant autant de différentes LOR détectables. Le système pendant l'acquisition compte le nombre de photons détectés en coïncidence par des paires de détecteurs [63]. Les données acquises sont représentées sous forme de sinogramme qui permet de grouper les LOR figure (1.19).

Dans un sinogramme, sont représentées cote à cote les projections parallèles équivalentes aux données acquises pour un nombre de bins (échantillonnage sur la projection) fixé pour tous les angles. Pour chaque détection en coïncidence, la LOR est déterminée et le pixel dans le sinogramme marqué.

Dans le sinogramme final, la valeur de chaque pixel représente le nombre de coïncidences détectées par la paire de détecteurs associée à cette LOR. Un sinogramme est obtenu par coupe et représente les données acquises pour cette coupe pour tous les angles de projection [64].

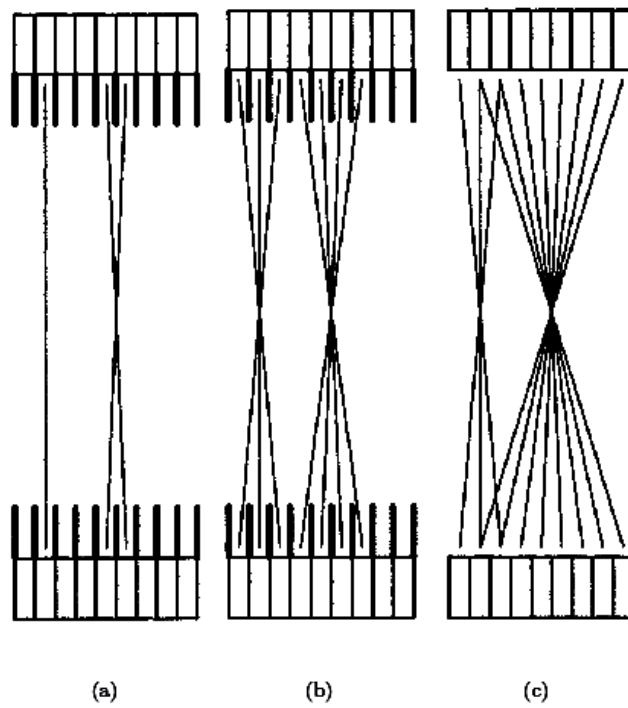


Fig. 1.18 – Différents modes d'acquisition d'un TEP multi-anneaux. (a) TEP 2D avec acquisition directe et entre anneaux voisins, (b) TEP 2D avec acquisition directe et acquisition étendue entre anneaux voisins pour augmenter l'efficacité, (c) TEP 3D. [84]

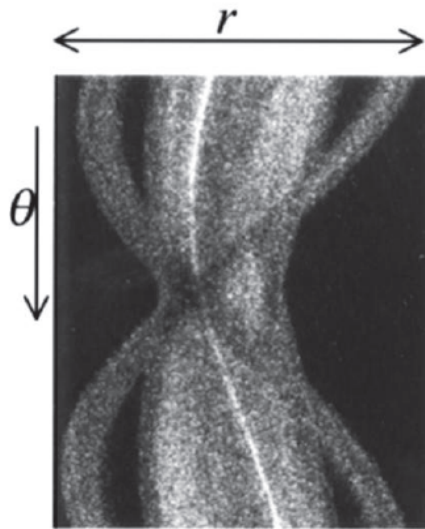


Fig. 1.19 – Sinogramme [84].

Pour augmenter l'échantillonnage axial et la sensibilité des coupes, les détecteurs peuvent être utilisés en coïncidence avec les détecteurs des anneaux voisins. L'acquisition des coïncidences directes et croisées entre anneaux de détecteurs voisins donne un échantillonnage axial qui est égal à la moitié de la largeur du détecteur. De nombreux appareils utilisent des capteurs avec des détecteurs de faible épaisseur pour obtenir un échantillonnage axial fin. Mais d'autre part, des détecteurs de faible largeur donnent une faible sensibilité intra-coupe et ainsi des images bruitées [65].

Pour la TEP 2D, les données acquises sont organisées en une série de coupes parallèles qui peuvent être reconstruites indépendamment. Les données d'un TEP 3D doivent être réarrangées en données 2D pour reconstruire les images, où un algorithme de reconstruction 3D doit être utilisé [66].

Facteurs de dégradation de l'image Pour la modalité TEP,

Il existe de nombreux facteurs responsables de la dégradation de l'image. Certains d'entre eux peuvent être corrigés. Les cas dits de "vraie coïncidence" sont les cas où les deux photons provenant de la même annihilation n'ont pas interagi avec le corps humain et sont détectés pendant la fenêtre de détection par des détecteurs alignés et opposés. Si un des photons n'est pas détecté pendant la fenêtre de détection, on ne détectera qu'un photon et ses coordonnées ne seront pas prises en compte. La même situation peut se produire pour un autre photon quasiment au même moment et cela va conduire à la détection d'une "coïncidence accidentelle" figure (1.20). Ces "accidents" de détection provoquent des erreurs dans les données. Les coïncidences fortuites ajoutent un fond à l'image [67].

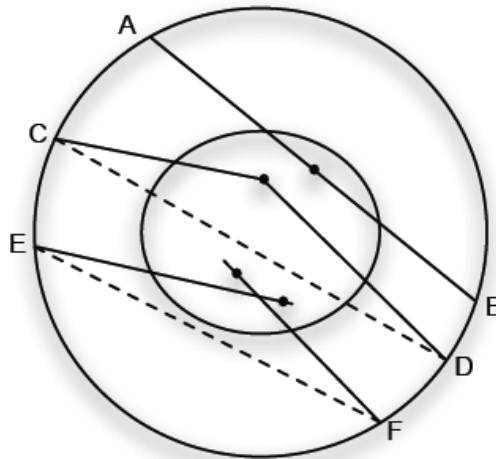


Fig. 1.20 – [AB] vraie coïncidence de deux photons à 511keV, [CD] coïncidence diffusée, [EF] coïncidence fortuite. Les lieux d'annihilation des positons sont les points • Dans le cas de fausses coïncidences, l'annihilation est localisée à tort sur les droites pointillées. D'après [22].

Une autre source d'erreur dans les données provient de l'interaction avec le corps humain de l'un ou des photons qui sont alors déviés. Cela provoque une atténuation, c'est-à-dire moins de photons comptés pour la ligne de coïncidence. Si ces photons déviés sont détectés et acceptés, on parle de coïncidence diffusée. Selon la résolution en énergie des détecteurs, le taux d'acceptation

CHAPITRE I : SYSTEMES D'ACQUISITION TOMOGRAPHIQUE

des événements diffusés change. Pour éviter aux détecteurs de recevoir des photons diffusés d'autres coupes, les anneaux de détecteurs sont munis de collimateurs annulaires (septa) entre les couronnes pour bloquer les photons dont l'origine est à l'extérieur de la zone étudiée (field of view).

L'atténuation est la perte de vraies coïncidences due à la diffusion et à l'absorption. Un des deux photons produits par la désintégration est perdu. Les effets de l'atténuation sont plus gênants en TEP qu'en TEPS. En effet, en TEP, les deux photons en coïncidence doivent être détectés pour être comptés. En TEPS, un seul photon est détecté et la probabilité qu'il soit atténué est plus faible [68] [52].

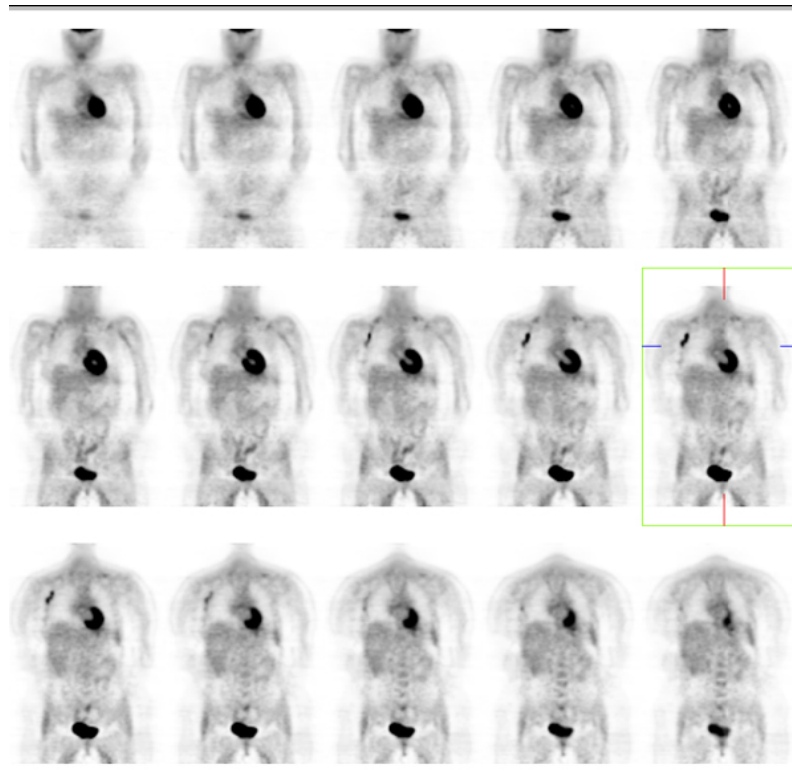


Fig. 1.21 – Examen TEP d'une femme de 31 ans avec un cancer du sein [Siemens AG].

L'atténuation, du fait du nombre de paires de photons comptés, augmente le bruit et diminue la précision avec laquelle on détermine la répartition de la radioactivité dans le corps. Ce dernier effet devrait être compensé par une correction de l'atténuation. La correction de l'atténuation peut être soit calculée, soit mesurée. Pour calculer la correction de l'atténuation, le contour

extérieur du corps doit être connu et les propriétés d'atténuation à l'intérieur de ce contour sont considérées comme constantes. La correction d'atténuation mesurée est obtenue à l'aide d'une acquisition supplémentaire. Une acquisition de référence (blanche) est faite sans le patient puis à nouveau avec le patient. Le ratio entre le nombre de coups avec et sans patient donne un facteur de correction pour chaque LOR [69].

Un autre problème vient des détecteurs eux-mêmes. Après une détection, il existe un temps mort pendant lequel le détecteur ne détecte pas d'autres événements. Il peut y avoir des événements manqués. Ces pertes sont minimisées dans des systèmes avec de nombreux détecteurs indépendants ou avec des scintillateurs rapides.

En médecine nucléaire le bruit est un facteur important. Lorsqu'il est présent dans les images, le bruit diminue avec un nombre de coups plus important. Pour acquérir plus de coups, le temps d'acquisition doit être plus long autrement on doit administrer au patient plus de traceurs radioactifs ou encore augmenter la sensibilité du scanner à détecter les événements.

Conclusion

La TEP est la technique d'imagerie clinique in vivo utilisée chez l'homme au sein des organes pour obtenir la cartographie tridimensionnelle d'un paramètre physiologique comme le métabolisme du glucose, le débit sanguin, ou la densité de récepteurs d'un système de transmission neuronale. L'application clinique la plus importante aujourd'hui se situe en oncologie [70]. Une nouvelle application d'imagerie in-vivo de l'expression des gènes est en train de voir le jour [53].

1.4.2 TEPS

La TEPS peut être utilisée pour étudier le débit sanguin dans les parois musculaires du cœur mais aussi pour obtenir des images du cerveau, des reins ou de la squelette en cas de tumeur. En TEPS, les images tomographiques sont reconstruites à partir de l'acquisition de multiples projections par une gamma-caméra en rotation autour du patient.

Principe physique

Les traceurs radioactifs utilisés en TEPS sont des émetteurs de photons gamma. Leurs énergies sont comprises entre 80 keV pour le thallium-201 et 360 keV pour l'iode-131. Le marqueur le plus utilisé est le technétium-99m. Il émet des photons gamma d'énergie 140 keV bien adapté à la détection par les gamma-caméras [53].

Appareil

Le détecteur utilisé en TEPS est une gamma-caméra composée d'une ou plusieurs têtes de détections fixées à un portique figure (1.22). Les gamma-caméras sont caractérisées par leur résolution spatiale, leur sensibilité et leur résolution en énergie.

Les détecteurs plans TEPS sont composés d'un cristal scintillant d'iodure de sodium dopé au thallium d'environ 1 cm d'épaisseur. La dimension de ce cristal détermine la taille du champ de vue de la caméra, généralement 60×40 cm. Des tubes photomultiplicateurs sont disposés derrière le cristal.

Comme pour la TEP, la détection par scintillation se fait en deux étapes. Tout d'abord une conversion des photons gamma en lumière visible et suivie par une conversion de la lumière visible en signal électrique.

Chaque élément du détecteur reçoit des photons d'un cône étroit défini par l'ouverture du collimateur. L'angle solide défini par le collimateur autour d'une direction donnée est très limité. Les collimateurs sont constitués d'un réseau de canaux d'environ 4 cm de long et de faible diamètre (1 à 2 mm), séparés par une fine paroi de plomb. Les collimateurs peuvent être parallèles, en éventail ou coniques figure (1.23).

Pour extraire les photons provenant d'une interaction Compton, une fenêtre d'énergie centrée sur la valeur théorique d'énergie d'émission du photon est mise en place.



Fig. 1.22 – TEPS e.cam Fixed 180 de Siemens [Siemens AG].

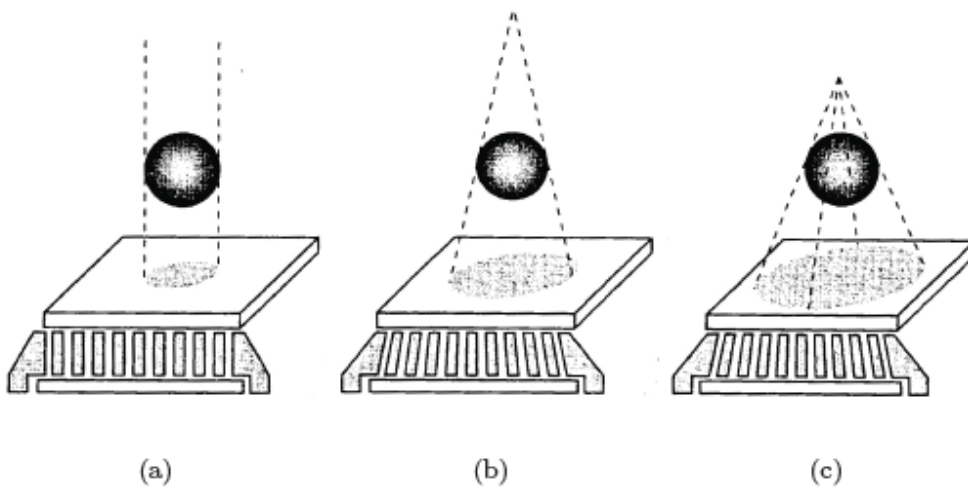


Fig. 1.23 – Collimateurs (a) parallèle (b) en éventail (c) conique.

Données et erreurs

En TEPS comme en TEP, le système de détection accumule des coups pour des lignes de l'espace. Les problèmes principaux en TEPS affectant les données sont le bruit de comptage, les phénomènes d'atténuation, de diffusion et de résolution spatiale variable du détecteur [71]. A part ces sources d'erreur, le total des coups par ligne indique le nombre total de désintégrations sur cette ligne mais pas la localisation de ces désintégrations sur la ligne. La reconstruction d'image permet à partir de ce comptage imparfait d'un grand nombre de données (millions de lignes et millions de photons détectés) de reconstruire une image montrant la répartition spatiale des atomes marqués[52].

Conclusion

La dose en TEPS est très faiblement ionisante pour le patient. Cette modalité nous permet d'avoir accès à une information fonctionnelle cruciale plus facilement qu'en TEP, mais la résolution des images n'est pas très bonne.

1.5 Nouvelles voies de la tomographie

De nouvelles voies sont explorées pour obtenir des images du corps humain, soit en cherchant à mettre au point de nouvelles modalités d'imagerie, soit en combinant des modalités existantes.

1.5.1 Tomosynthèse (Radiologie tridimensionnelle)

La tomosynthèse est une nouvelle modalité de l'imagerie médicale, encore à l'état de prototype. Elle s'appuie sur les mêmes principes physiques que l'imagerie par scanner. Mais contrairement au scanner il n'y a pas de rotation de la source et des capteurs autour du patient mais simplement une translation de l'un par rapport à l'autre. C'est une technique d'acquisition qui permet de reconstruire un volume 3D à partir d'une table de radiologie classique. Les premières acquisitions étaient faites sur film mais actuellement des capteurs numériques sont utilisés. Les images obtenues donnent la densité des tissus traversés par les rayons X[52].

Appareil

Le système d'acquisition est constitué d'une source de rayons X et d'un détecteur plan. Contrairement au scanner, la coupe à reconstruire ne se trouve pas sur la trajectoire de l'ensemble source/détecteur. Une autre différence avec la modalité décrite précédemment est la forme des détecteurs. En effet, les détecteurs utilisés en radiographie tridimensionnelle sont plans et non pas linéiques figure (1.24). Les détecteurs sont des tubes intensificateurs d'imagerie radiologique [72]. La résolution de ces détecteurs est plus grande que celle des détecteurs de scanner. Le champ d'acquisition est plus large et la résolution spatiale meilleure. Mais la vitesse de rotation du système d'acquisition est plus faible donc la précision en densité des volumes reconstruits n'est pas très bonne.

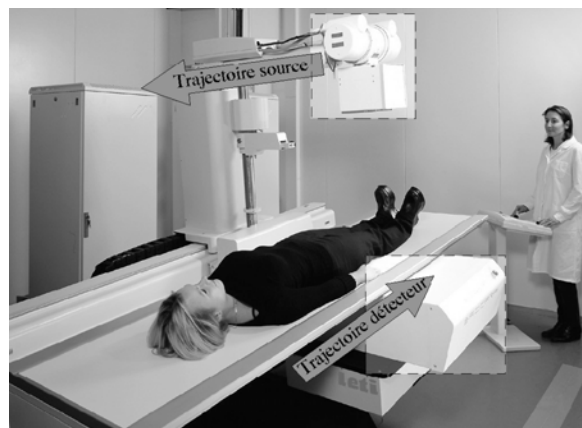


Fig. 1.24 – Vue d'ensemble du système d'acquisition table BACCARA + capteur PALADIO.

Acquisition et images

Selon le déplacement de la source, on peut distinguer la tomosynthèse linéaire figure (1.25.a) ou la tomosynthèse circulaire figure (1.25.b) [73] [52].

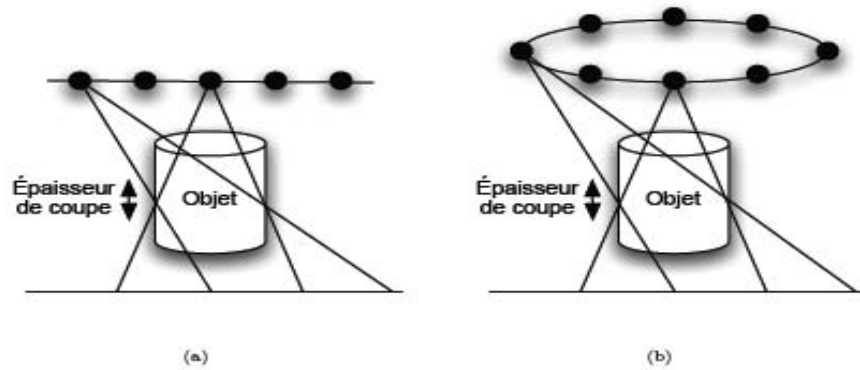


Fig.1.25 –(a) Tomosynthèse linéaire, (b) Tomosynthèse circulaire.

Pour chaque acquisition, la source est décentrée par rapport au détecteur sur un secteur angulaire limité. En combinant les projections acquises avec différents angles de vue, le volume projeté peut être reconstruit en 3D. La région de reconstruction 3D correspond au volume défini par l'intersection de toutes les projections acquises. Plus l'angle de vue est grand, plus la zone de reconstruction sera petite[52].

La dose délivrée au patient ne doit pas être plus importante que celle délivrée pour une radiographie classique. Pour N projections, la dose sera $1/N$ fois celle d'une radiographie classique.



Fig. 1.26 – Image reconstruite à partir d'un algorithme M-ART après acquisition par tomosynthèse

Différents artefacts existent sur les images, dus à la méthode d'acquisition. Les données peuvent être tronquées à cause d'une acquisition suivant l'axe principal de l'objet. Avec un grand angle de projection, certains rayons peuvent se projeter hors du détecteur et créent des artefacts lors de la reconstruction. Pour corriger ces artefacts, des solutions existent comme le prolongement des projections [73]. Les corps métalliques, comme les prothèses dentaires ou orthopédiques, génèrent des artefacts très importants car peu de photons traversent le métal.

Conclusion

Cette modalité est utilisée pour des applications où les images ont un fort contraste comme en imagerie osseuse ou en angiographie. Elle est peu adaptée à la reconstruction de tissus mous. La tomosynthèse peut aussi être utilisée en chirurgie assistée par ordinateur.

1.5.2 Appareillages multi-modalités

Il est parfois difficile de détecter exactement une anomalie avec une seule modalité. Par exemple la TEP donne une information sur la présence d'une tumeur mais sa localisation précise reste problématique. En combinant un TEP avec une modalité d'imagerie avec une bonne résolution anatomique comme un scanner, le problème de localisation est résolu, sous réserve d'avoir une bonne mise en correspondance des deux modalités. Cette étape est simplifiée si les deux modalités sont regroupées dans le même appareil avec la possibilité d'acquérir les deux types d'images pendant la même session. Le premier prototype de scanner/TEP date de 6 ans [74].

Le "PET-scan" est un autre exemple d'appareil multi modalité. C'est une gamma-caméra couplée avec une source gamma externe pour que le détecteur soit utilisé à la fois en émission et en transmission. Il est utilisé lors des protocoles cliniques en oncologie[52].

1.6 Conclusion

Nous venons de parcourir les caractéristiques de quelques modalités d'imagerie médicale. Quelle que soit la modalité considérée, l'acquisition des données s'effectue toujours à l'aide de capteurs discrets. Ces données correspondent à des intégrales le long de lignes de réponse. Il existe des angles où ces données sont manquantes et elles sont entachées de bruit de diverses sources. Le contraste, la résolution et le bruit sur les images dépendent de la modalité utilisée. Elles sont toutes caractérisées par leur géométrie d'acquisition que nous allons étudier plus en détail dans le chapitre suivant [52].

CHAPITRE II

GEOMETRIE D'ACQUISITION_[52]

2.1 Introduction

Les systèmes d'acquisition décrits précédemment sont caractérisés en premier lieu par leur géométrie d'acquisition des données. Ces géométries peuvent être diverses cependant l'obtention des données passe toujours par la transformée de Radon. En 1917, Johann Radon définit la transformée qui porte son nom [69]. Elle décrit la projection d'un objet selon des lignes intégrales. La transformée inverse décrit en principe la reconstruction de cet objet à partir d'un nombre infini de projections. Cette transformation est fondamentale en tomographie et peut être formulée dans plusieurs géométries d'acquisition. Nous allons tout d'abord présenter la transformation de Radon en deux dimensions avec des géométries d'acquisition parallèles puis en éventail. Nous verrons ensuite une version 3D de la transformée de Radon. Les géométries d'acquisition en trois dimensions sont encore plus diverses, telle la géométrie parallèle, la géométrie conique qui étendent celles qui existent en 2D au cas 3D et la géométrie hélicoïdale[52].

2.2 Géométrie d'acquisition 2D

La transformation de Radon en deux dimensions projette sur une ligne un objet qui s'étale sur un plan délimité dans l'espace par un contour. A chaque point de la ligne est associée la valeur $\text{proj}(\theta, t)$ qui représente l'intégrale de la distribution $f(x, y)$ caractérisant l'objet selon la ligne t et la direction θ . Selon que la source soit ponctuelle ou distribuée, les rayons peuvent être parallèles ou divergents en éventail

2.2.1 Géométrie parallèle

La projection de radon se fait selon la direction ss' définie par la figure (2.1), les lignes d'intégrales sont décrites par les équations suivantes

$$t = x \cos \theta + y \sin \theta. \quad (2.1)$$

La ligne intégrale se définit alors selon l'équation de la transformée de Radon par :

$$\text{proj}(t, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - t) dx dy, \quad (2.2)$$

Où $0 < \theta < \pi$ est l'angle de la projection avec l'axe x , t est la coordonnée curviligne sur la projection prise par rapport à la projection de l'origine du repère, $\text{proj}(t, \theta)$ est la transformée de Radon de la fonction $f(x, y)$. L'équation 2.2 peut se réécrire sous forme d'opérateur :

$$\text{proj}(t, \theta) = R_2(f(x, y)), \quad (2.3)$$

Où R_2 est la transformée de Radon 2D. Une projection parallèle est formée d'un ensemble de lignes intégrales. L'équation 2.2 peut s'écrire plus généralement :

$$\text{proj}(t, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\vec{r}) \delta(\vec{r} \cdot \vec{n} - t) d^2 \vec{r}, \quad (2.4)$$

Où $\vec{r} \cdot \vec{n} = t$ est l'équation de la ligne intégrale avec \vec{n} un vecteur unitaire faisant un angle θ avec l'axe $\vec{o}\vec{x}$ et \vec{r} un vecteur 2D en coordonnées cartésiennes.

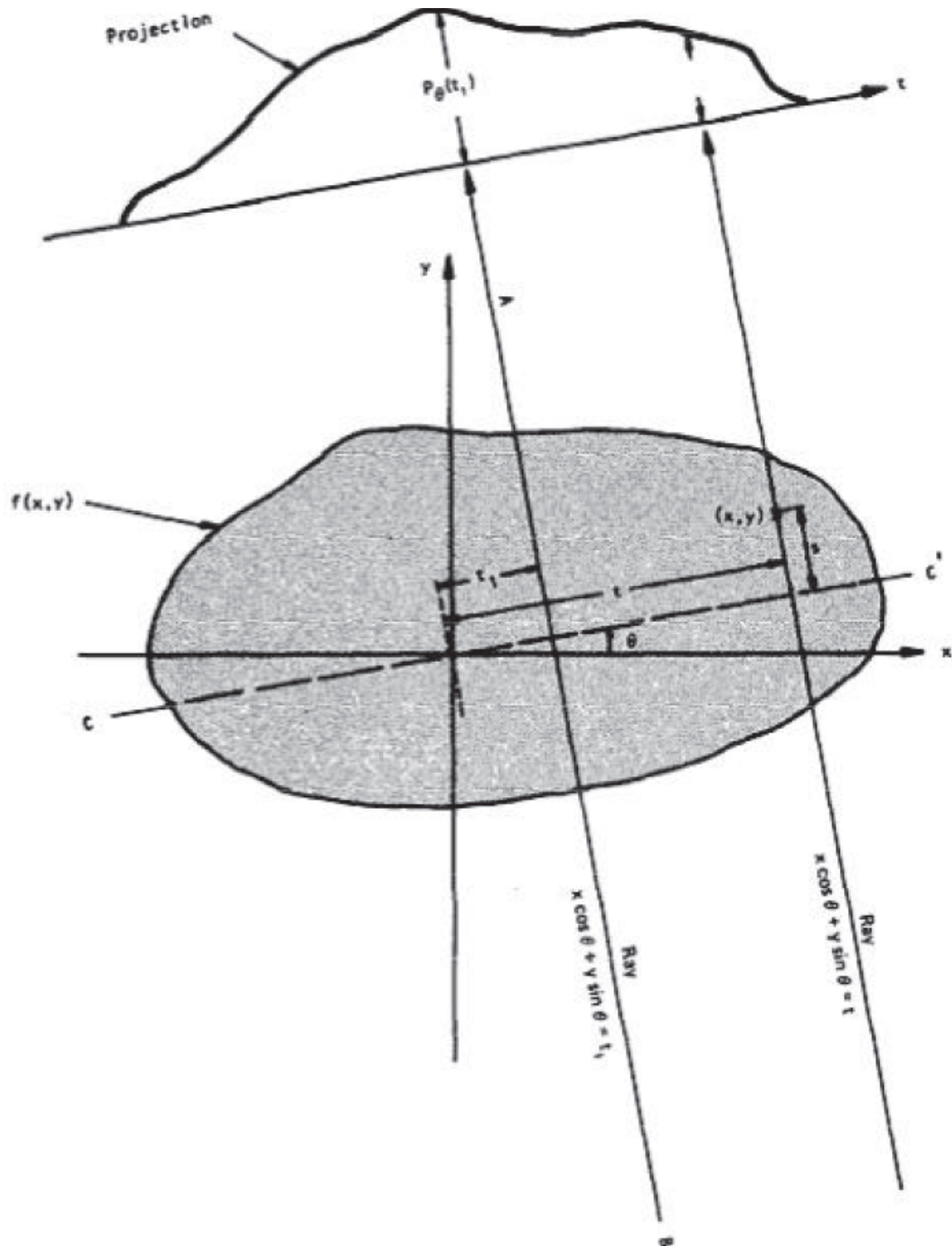


Fig 2.1 - Projection de radon de l'image $f(x,y)$ selon la direction $t = x \cos \theta + y \sin \theta$ [50]

La transformation de Radon est une transformation linéaire et invariante par translation. Les méthodes de reconstruction des objets à partir de leurs projections en géométrie parallèle seront développées dans le chapitre III. Cette géométrie permet un calcul simple des objets à reconstruire à l'aide de la transformation de Radon[52].

2.2.2 Géométrie en éventail (*Fan Beam*)

Une autre géométrie de projection est la géométrie en éventail ou « fan beam ». Une source unique est placée dans une position fixe par rapport à un détecteur ligne. Cette géométrie permet une acquisition plus rapide des données [47]. En effet, pour générer directement des projections parallèles pour les scanners de 1^{ère} et 2^{ème} générations l'ensemble source-détecteur devait parcourir la totalité de la longueur de la projection puis être tourné d'un angle fixé et recommencer l'acquisition pour chaque projection. Cette méthode d'acquisition est lente, cependant, l'acquisition en éventail permet de faire l'économie du déplacement linéaire de l'ensemble source-détecteur pour ne garder que le déplacement angulaire (3^{ème} et 4^{ème} générations de scanner).

Il existe deux types de projections en éventail : les projections sont soit échantillonnées selon des angles réguliers ce qui se traduit par un espacement irrégulier entre les détecteurs figure(2.2.a) , soit elles sont échantillonnées avec un pas constant sur la droite de projection figure (2.2.b).

Pour les projections échantillonnées selon des angles réguliers, la reconstruction de l'objet $f(x, y)$ s'écrit en coordonnées polaires [47] :

$$f(r, \phi) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_{-\gamma_m}^{\gamma_m} R_\beta(\gamma) h(r \cos(\beta + \gamma - \phi) - D \sin \gamma) D \cos \gamma d\gamma d\beta, \quad (2.5)$$

$R_\beta(\gamma)$ étant la projection en éventail comme cela est décrit par la figure (2.3). β est l'angle que fait un rayon de la source S avec l'axe de référence Y, l'angle entre un rayon quelconque et le rayon passant par l'origine, θ : l'angle de la projection parallèle associée à une ligne intégrale donnée, D la distance de la source à l'origine. La fonction h est la transformée de Fourier inverse du filtre rampe qui sera défini dans le chapitre IV. Pour des projections échantillonnées selon

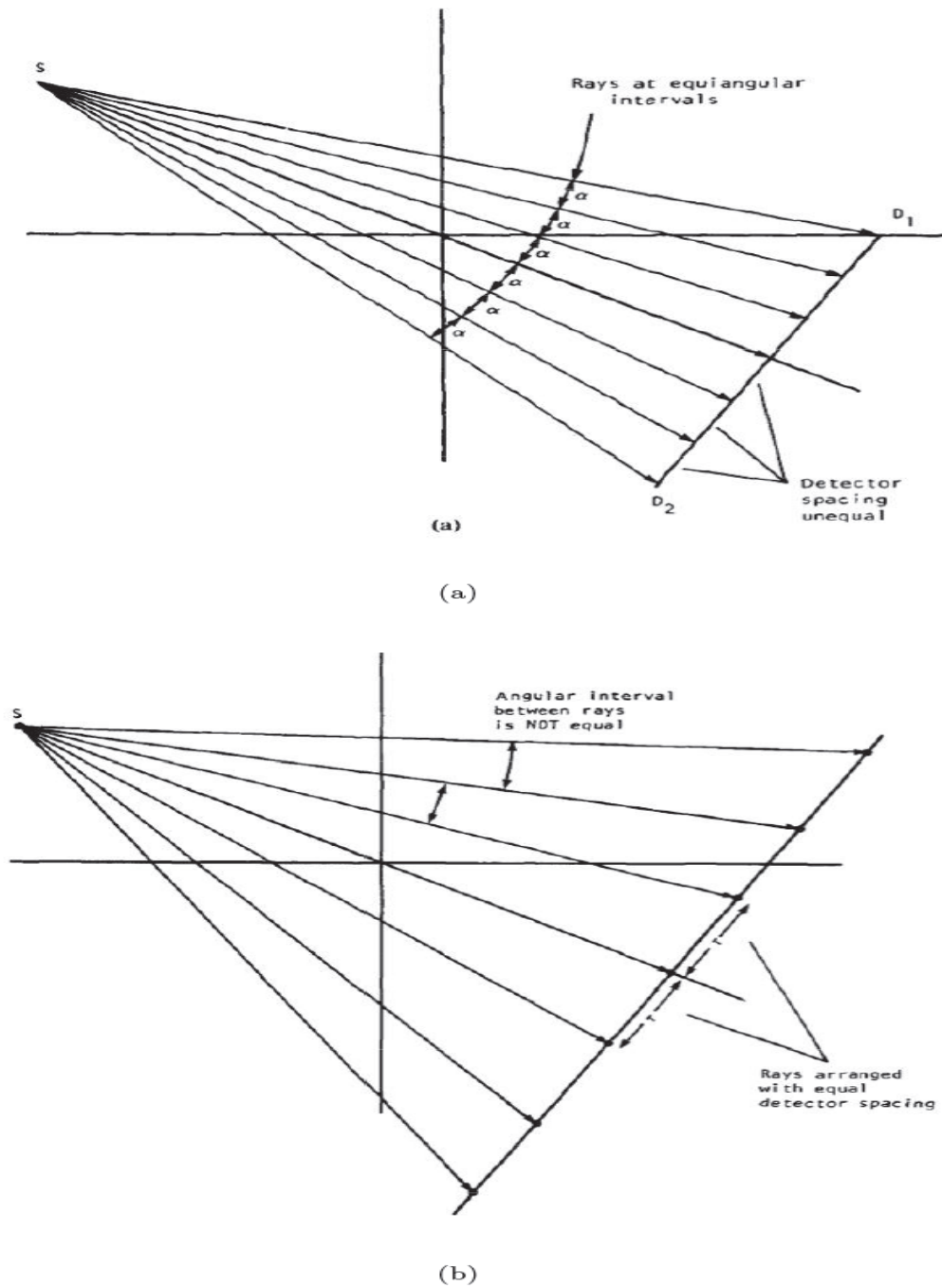


Fig. 2.2 – Exemple de projection en éventail : (a) l'angle entre les lignes intégrales est constant mais les détecteur ne sont pas équirépartis, (b) Les détecteur sont équirépartis mais l'angle entre chaque projection n'est plus constant [47].

un pas régulier, la reconstruction de l'objet $f(x, y)$ s'écrit en coordonnées polaires [47] :

$$f(r, \phi) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_{-S_m}^{S_m} R_\beta(s) h\left(r \cos\left(\beta + \tan^{-1} \frac{s}{D} - \phi\right) - \frac{Ds}{\sqrt{D^2 + s^2}}\right) \frac{D^3}{(D^2 + s^2)^{3/2}} ds d\beta, \quad (2.6)$$

Ou $R_\beta(s)$ est une projection comme défini par la figure (2.4), s est la coordonnée curviligne sur la projection avec comme origine correspondante à la ligne intégrale passant par l'origine, S_m est la coordonnée maximale sur la projection.

Pour une géométrie en éventail la reconstruction peut être effectuée de manière directe par l'équation 2.5 où les données peuvent être réarrangées en géométrie parallèle. Pour rééchantillonner les projections en éventail en géométrie parallèle, chaque rayon de la projection en éventail est considéré comme un rayon d'une projection parallèle. La projection parallèle correspondante n'est pas échantillonnée uniformément et les données doivent être rééchantillonnées pour pouvoir ensuite utiliser des algorithmes classiques de reconstruction en géométrie parallèle.

Selon la figure 2.3, la coordonnée curviligne t sur la projection parallèle est donnée par :

$$t = D \sin \gamma, \quad (2.7)$$

Et θ l'angle de la projection parallèle équivalente est donné par :

$$\theta = \beta + \gamma. \quad (2.8)$$

Donc on peut écrire :

$$R_\beta(\gamma) = P_{\beta+\gamma}(D \sin \gamma) \quad (2.9)$$

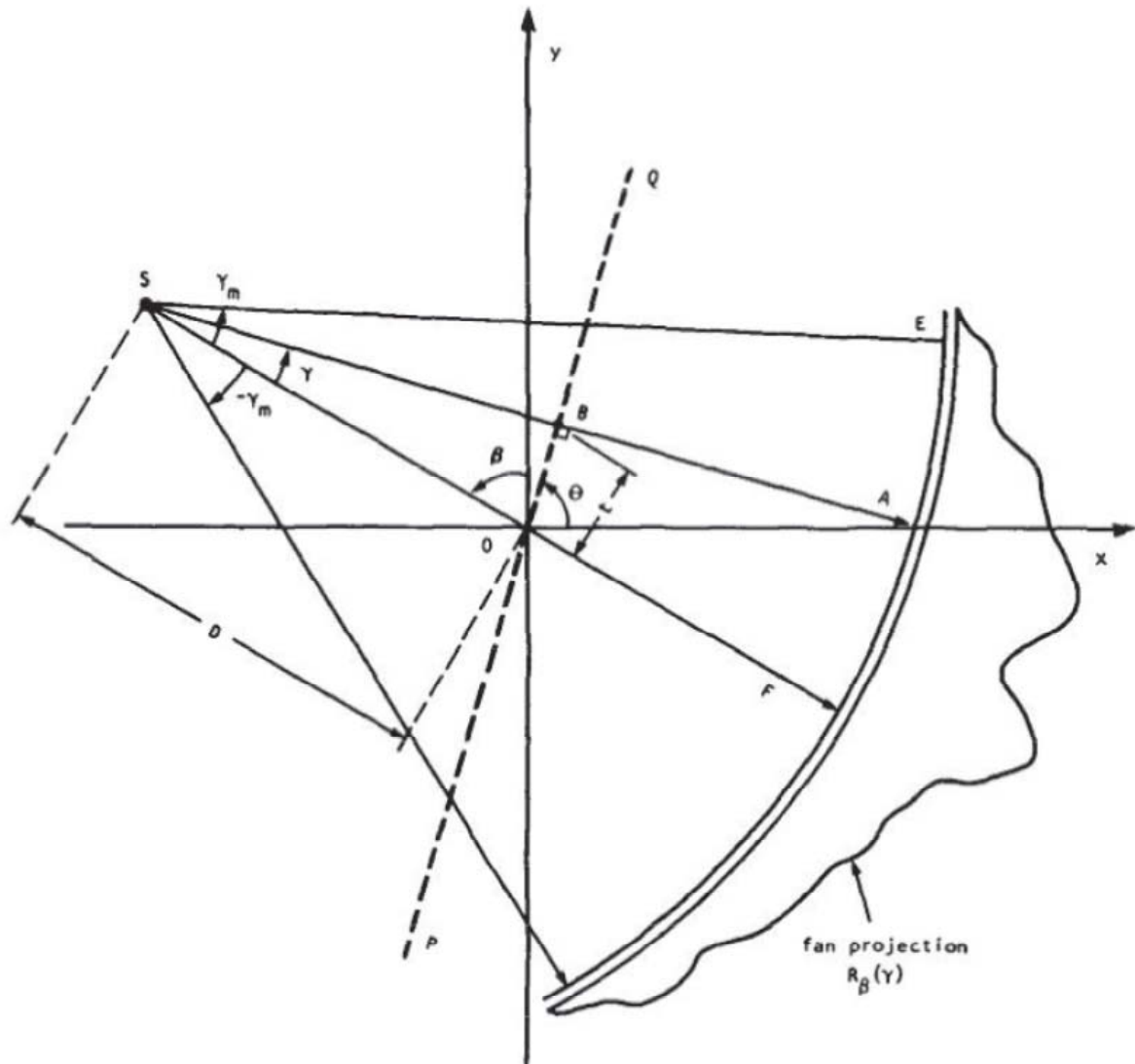


Fig. 2.3 – Géométrie en éventail pour des angles équi-répartie[80]

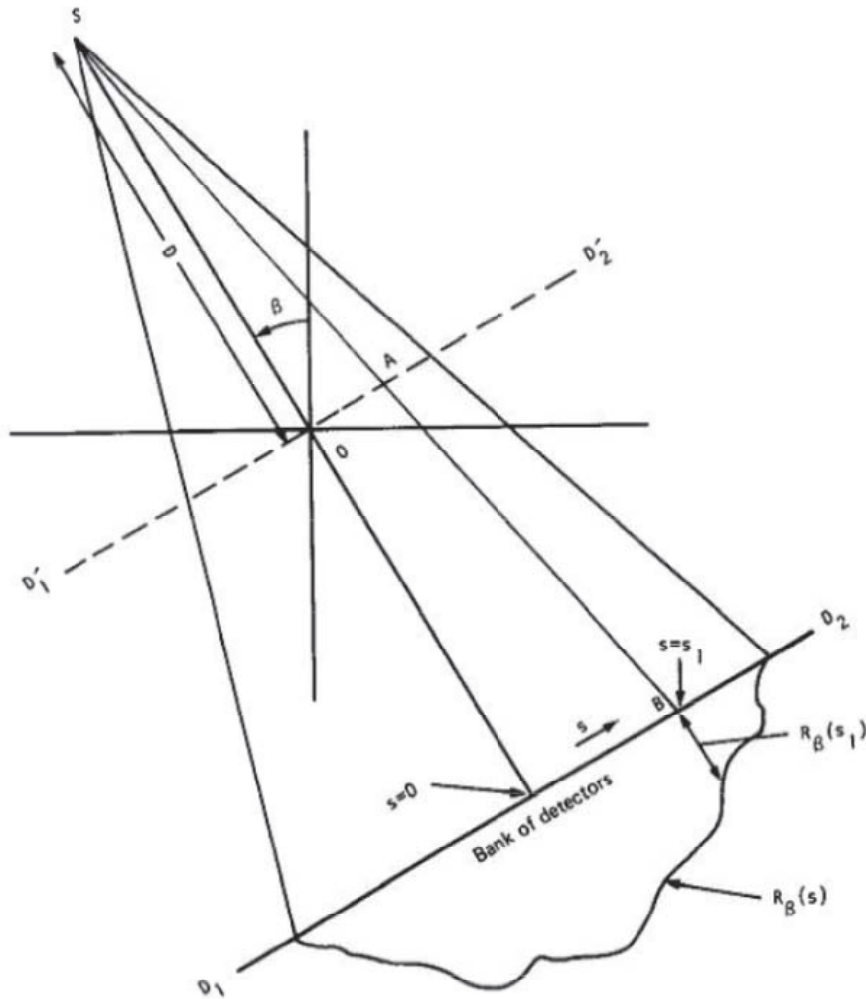


Fig.2.4 – Géométrie en éventail pour des détecteurs équi-réparties

Où $R_\beta(\gamma)$ est une projection *fan beam* prise à l'angle β et $P(\theta, t)$ une projection parallèle prise à l'angle θ . Pour reconstruire des images à partir de données acquises en géométrie *fan beam*, les données sont rééchantillonnées puis la reconstruction est effectuée en géométrie parallèle. Si l'on considère que les incréments successifs de β et de γ sont égaux à α (cas échantillonnage angulaire uniforme), on peut écrire :

$$\beta = m\alpha \text{ et } \gamma = n\alpha, \quad (2.10)$$

pour m et n entiers. L'équation 2.9 s'écrit alors :

$$R_{m\alpha}(n\alpha) = P_{(m+n)\alpha}(D \sin n\alpha). \quad (2.11)$$

L'équation (2.11) signifie que le n^{ieme} rayon de la projection *fan beam* numéro m est le rayon $(m + n)^{\text{ieme}}$ de la projection parallèle. L'échantillonnage $\sin(n\alpha)$ sur la projection parallèle n'est

pas uniforme. Les données sur les projections parallèles vont être interpolées pour donner des projections uniformes. Selon [42], on peut estimer $P_{v\gamma}(uh)$ à partir de $P_{\theta_{n,m}}(ln)$ avec $0 < v < V - 1$ et $V\gamma = \pi$, $-U < u < U$ et h la distance entre deux détecteurs. Considérons une projection composée de $2U + 1$ bins, $\theta_{n,m} = (m+n).a$ et $ln = \sin n.a$. Ce réarrangement de données s'effectue en deux étapes :

- Pour chaque n , $-N < n < N$, considérons n fixé et estimons $P_{v\gamma}(uh)$ à partir de $P_{v\gamma}(ln)$. Cette étape peut être faite par exemple par interpolation linéaire et donne des rayons parallèles irrégulièrement espacés.
- Ensuite pour chaque v , $0 < v < V - 1$, considérons v fixé et estimons $P_{v\gamma}(uh)$ à partir des valeurs de $P_{v\gamma}(ln)$. Cette étape peut être faite par interpolation linéaire sur ln et donne des rayons parallèles régulièrement espacés.

2.3 Géométrie d'acquisition 3D

Une manière d'obtenir des données 3D est de concaténer des coupes 2D. Mais les données peuvent être acquises directement en 3D. Nous avons vu que les systèmes d'acquisition actuels faisaient l'acquisition des données directement en 3D (PET 3D, Tomosynthèse, SPECT). La géométrie d'acquisition 3D permet une acquisition plus rapide des données, mais la reconstruction est plus complexe car l'objet ne peut plus forcément être séparé en coupes 2D. D'autre part, les photons diffusés augmentent le bruit de fond.

2.3.1 Géométrie parallèle

La transformation de Radon peut se généraliser en dimension n . A partir de l'équation (2.4), on peut écrire :

$$[\mathbf{R}_n \mathbf{f}](t, \vec{n}) = \int_{\infty} f(\mathbf{r}) \delta(\vec{r}\vec{n} - t) d^n \vec{r}, \quad (2.12)$$

où $t = \vec{r}\vec{n}$ est l'équation générale d'un hyperplan de dimension $(n-1)$ dans un espace de dimension n . En 3D la transformée de Radon peut s'interpréter comme l'intégrale d'une fonction 1D sur des plans 2D [7].

2.3.2 Géométrie *Cone Beam*

Une autre géométrie d'acquisition 3D est une généralisation de l'approche *fan beam*. Au lieu d'acquérir uniquement une coupe de l'objet à reconstruire, tout l'objet est acquis en utilisant une source ponctuelle de rayons X et un détecteur plan [21]. Cette géométrie est appelée *cone beam*. Les données projetées $R_{\beta}(t, r)$ sont maintenant fonction de l'angle de la source β et des positions horizontales t et verticales r sur le détecteur plan [25]. Une ligne intégrale dans une projection 3D est décrite par l'intersection de deux plans :

$$t = x \cos \theta + y \sin \theta \tag{2.13}$$

Et

$$r = -(-x \sin \theta + y \cos \theta) \sin \gamma + z \cos \gamma. \tag{2.14}$$

Un nouveau système de coordonnées (t, s, r) est donné par deux rotations de la base (x, y, z) . La première d'angle θ est faite autour de l'axe z et donne la base (t, s, z) , la seconde d'angle γ est faite autour de l'axe t figure (2.5).

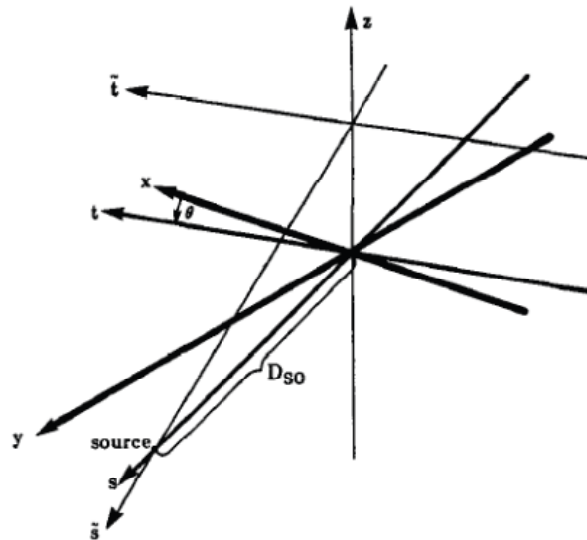


Fig . 2.5- Reconstruction en géométrie conique le système de coordonnées est tourné selon l'angle de la source pour donner les axes s et t

CHAPITRE II : GEOMETRIE D'ACQUISITION

Quatre variables sont utilisées pour préciser la position d'une ligne intégrale, (t, θ) spécifie la distance et l'angle dans le plan $x - y$ et (r, γ) dans le plan $s - z$ [47]. Dans un système à géométrie conique, la source est tournée d'un angle β (figure 2.6) Les lignes intégrales sont mesurées par le détecteur plan. Les projections vont être décrite par $R_\beta(p', \zeta')$.

Pour trouver la projection parallèle, nous définissons d'abord :

$$p = \frac{p' D_{SO}}{D_{SO} + D_{DE}} \text{ et } \zeta = \frac{\zeta' D_{SO}}{D_{SO} + D_{DE}} \quad (2.15)$$

Où D_{SO} indique la distance du centre de rotation à la source et D_{DE} indique la distance du centre de rotation au détecteur. Pour un rayon en géométrie conique $R(p, \zeta)$, lui correspond en géométrie parallèle un rayon spécifié par :

$$t = p \frac{D_{SO}}{\sqrt{D_{SO}^2 + p^2}} \quad (2.16)$$

Et

$$\theta = \beta + \tan^{-1}(p/D_{SO}). \quad (2.17)$$

Où t et θ localise une ligne intégrale dans un plan incliné. De même :

$$r = \gamma \frac{D_{SO}}{\sqrt{D_{SO}^2 + \gamma^2}} \quad (2.18)$$

Et

$$\gamma = \tan^{-1}(\gamma/D_{SO}) \quad (2.19)$$

où r et γ précisent la position de ce plan incliné [47].

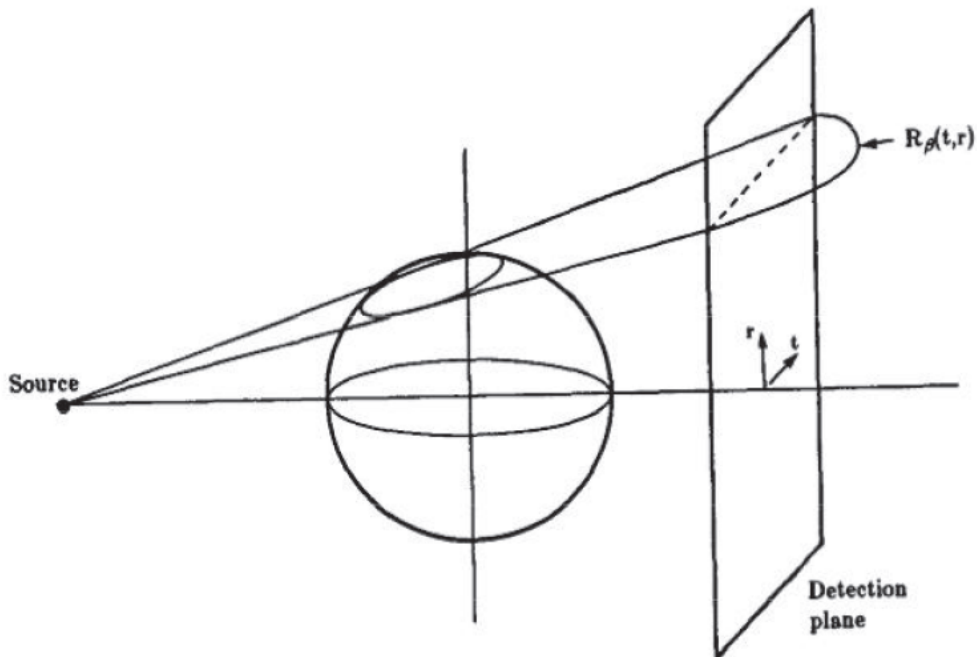


Fig.2.6- Géométrie cone beam

Les données en géométrie conique peuvent être reconstruites directement si la condition de Tuy sur la trajectoire de la source est respectée : "Tout plan coupant l'objet à reconstruire doit couper en au moins un point la trajectoire de la source" [12]. Pour reconstruire des images à partir de ces données, l'algorithme de Feldkamp est souvent utilisé. Le principe fondamental de l'algorithme de Feldkamp [24] est d'étendre, à la géométrie conique, l'algorithme fondamental de filtrage-rétroprojection utilisée pour la géométrie en éventail [53]. Les projections 2D de différents angles sont filtrées et rétro projetées sur les voxels selon la direction de projection. La valeur finale de chaque voxel est la somme de toutes les contributions des projections fan beam inclinées passant à travers le voxel. Les algorithmes de reconstruction existants en géométrie conique peuvent être groupés en deux classes : analytiques et algébriques. Les méthodes algébriques nécessitent plus de ressources que les méthodes analytiques. La rapidité de calcul est recherchée ce qui fait que les algorithmes analytiques sont préférés en pratique [87]. Vu l'augmentation de la puissance de calcul, les algorithmes algébriques sont de plus en plus utilisés actuellement[52].

2.3.3 Géométrie hélicoïdale

La géométrie hélicoïdale a été introduite pour les scanners en 1989 comme méthode d'acquisition continue [29]. Pendant l'acquisition, le point focal décrit une hélice par rapport au patient. Dans un scanner hélicoïdal, la distance entre la source et le détecteur est généralement d'un mètre. L'épaisseur des coupes est de 1 mm. Les coupes peuvent être considérées comme parallèles entre elles pour des détecteurs qui font l'acquisition jusqu'à quatre coupes simultanément. Là les outils 2D peuvent être utilisés [29]. Les scanners hélicoïdaux actuels peuvent acquérir jusqu'à 16 coupes simultanément. L'approximation de coupes parallèles ne peut plus être faite. Pour reconstruire une coupe en 2D il est nécessaire de connaître la distribution intégrale de l'objet selon toutes les lignes intégrales qui passent par le point à reconstruire. En 3D ce sont tous les plans 2D qui doivent être connus. La mesure de toutes les données de façon analogue au cas 2D n'est pas possible. Pour faire face à ce problème, des études récentes utilisent des combinaisons de données pour synthétiser les projections tronquées et calculer les projections de Radon complètes. Une méthode exacte de reconstruction a été proposée [48]. Les projections nécessaires à la reconstruction peuvent aussi être obtenues par interpolation linéaire sur 360 degrés [34]. Les projections sur 360 degrés sont générées à partir de projections mesurées sur 720 degrés. Une estimée de la projection choisie à l'angle θ est obtenue à partir d'une combinaison linéaire entre les deux projections les plus proches de même angle. Utiliser des données acquises sur un temps plus long pour reconstruire une coupe réduit le bruit dans l'image mais réduit aussi la résolution longitudinale [34][52].

2.4 Conclusion

Les objets explorés peuvent être reconstruits soit en 2D, soit en 3D par concaténation de coupes 2D. Les acquisitions 3D vont donner des projections 2D qui sont reconstruites à l'aide d'algorithmes intégrant la géométrie 3D. Que la géométrie d'acquisition soit hélicoïdale, conique ou en 2D fan beam, elles sont toujours ramenées à une géométrie parallèle. Ces géométries se ramènent à une reconstruction à l'aide de la transformée de Radon en rayons parallèles. Nous allons maintenant décrire quelques algorithmes utilisés pour reconstruire un objet à partir de ses projections[52].

Chapitre III

Mathématiques en Tomographie^[52]

La reconstruction tomographique fait partie de la classe des problèmes inverses. La reconstruction d'image fait partie des problèmes inverses mal posés au sens d'Hadamard. Nous voulons reconstruire des sections ou des volumes du corps humain. Cette reconstruction revient à calculer la distribution d'isotope radioactif dans le corps humain. Pour la tomographie en émission, cela revient à obtenir la distribution de la densité d'éléments radio-isotopes dans le plan de coupe. Sachant que les isotopes radioactifs émettent des photons gammas par désintégration, leur concentration évolue avec le temps à cause de la désintégration et des phénomènes bio-chimiques du corps. Il est donc impératif que l'acquisition des données soit rapide comparée à la période de désintégration des marqueurs radioactifs. Pour la tomographie en transmission, la dose de rayons X délivrée au patient doit être la plus faible possible. La tomographie par rayons X permet aussi de faire de l'imagerie fonctionnelle à l'instar de la tomographie en émission. En effet, en utilisant des images acquises à des temps différents, pour la même section du corps humain, on peut déterminer l'état fonctionnel de différents organes. Dans une situation idéale, les valeurs des données sur les projections sont les intégrales de données traversées selon des lignes droites qui traversent l'objet et qui interceptent un détecteur. Un des outils les plus importants de la reconstruction tomographique est le théorème de la tranche centrale. Celui-ci fait le lien entre les projections mesurées et la transformée de Fourier 2D de la section à reconstruire.

Lors de l'acquisition, les images numérisées sont de taille $N \times N$. La taille N est un compromis entre la résolution choisie et la statistique de comptage (bruit de Poisson). Sur 360 degrés on choisit un nombre de projections N identique à la taille de la matrice pour que la résolution angulaire soit égale à la résolution spatiale^[52].

3.1 La reconstruction tomographique : un problème inverse

Dans un problème de reconstruction tomographique, on cherche à reconstruire l'objet représenté par une distribution $f(x,y)$, à partir des données acquises. En se fondant sur la physique, on suppose $f(x,y)$ à support borné et infiniment différentiable. f et les projections $p(t,\theta)$ sont considérées comme continus.

Si les pixels, éléments de base de discrétisation de l'objet à reconstruire [37] sont les inconnues du problème et les projections sont les mesures, l'ensemble des mesures réalisées constitue le problème direct reliant les inconnues aux données. Obtenir une image revient à résoudre un système d'équations, c'est-à-dire mettre en œuvre le problème inverse. Les mesures fournissent des équations intégrales sur les inconnues. Les opérations de reconstruction mettent souvent en œuvre des opérations de différenciation instables numériquement [35].

La reconstruction tomographique est donc un problème inverse mal posé, c'est-à-dire qu'il possède l'une des propriétés suivantes :

- il ne possède pas de solution,
- sa solution n'est pas unique,
- sa solution ne dépend pas continument des données.

Un problème est dit bien posé si pour tout ensemble de données, il existe une solution unique qui dépend continument des données [36]. Dans ce cas une erreur faible de mesure sur les données doit produire une erreur faible sur la solution reconstruite. Au contraire, dans le cas où la solution ne dépend pas continument des données, un bruit superposé à une projection rend instable la solution, ce qui rend difficile la possibilité d'approcher de manière satisfaisante la solution du problème inverse. Le système d'acquisition peut être complet ou incomplet selon que les mesures couvrent tout le domaine support de la transformée modélisant le système [35].

Les problèmes de reconstruction tomographique n'ont souvent que des solutions approchées à cause du bruit. La non existence d'une solution unique nous amène à effectuer un choix parmi les solutions possibles, autrement dit un choix basé sur la disponibilité d'une information à priori.

La résolution de ces problèmes inverses nécessite une régularisation en imposant par exemple des contraintes sur la solution. Les techniques de régularisation cherchent un compromis entre adéquation aux données et contraintes sur la solution. Cela implique une relation d'incertitude

entre la localisation et la quantification sur les images. Les principales techniques de régularisation sont [35] :

- réduire le nombre d'inconnues (par exemple en utilisant un ixel plus grossier pour la reconstruction), – introduire des contraintes de régularité sur l'image reconstruite,
- éliminer de l'opérateur inverse les faibles valeurs du spectre ou de la décomposition en valeur singulière de l'opérateur direct.

Les méthodes de reconstruction tomographique, en usage, appartiennent soit aux méthodes déterministes, ou bien aux méthodes probabilistes. Parmi les méthodes déterministes, on distingue les approches analytiques (ou directes) et les approches itératives (ou discrètes) [52].

3.2 Méthodes fondées sur une représentation continue de l'espace

Le problème direct est décrit par un opérateur sur un ensemble de fonctions. Les projections sont liées aux données par une convolution ou par une transformée de Fourier ou bien par une transformée de Radon. Des formules explicites permettent de calculer l'objet directement. Le problème est régularisé par lissage (des projections ou de l'image), sans connaissance a priori de la solution [33]. Bracewell en 1956 a démontré un théorème reliant la transformée de Radon à celle de Fourier et de Hankel.

3.2.1 Le théorème de la tranche centrale

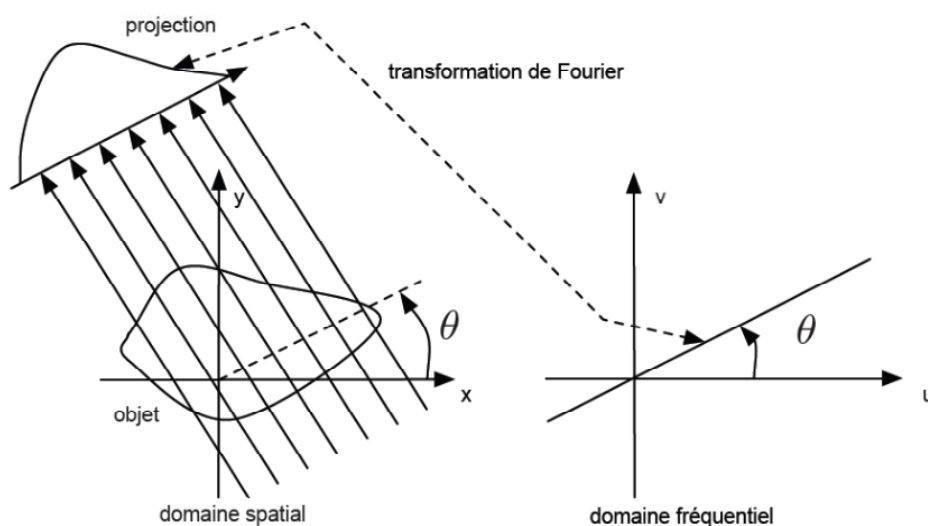


Fig.3.1 -Représentation du théorème de la tranche centrale

Problème en deux dimensions :

Pour obtenir le théorème de la tranche centrale, il faut remarquer que la transformée de Fourier à une dimension d'une projection parallèle est égale à une tranche de la transformée de Fourier à deux dimensions de l'objet de départ (figure 3.1). Cela signifie qu'avec un ensemble de projections parallèles, on peut estimer l'objet de départ par transformation de Fourier inverse 2D. Soit $p(t, \theta)$ une projection de la fonction $f(x,y)$ définie pour t de R et $0 < \theta < \pi$ par :

$$\text{proj}(t, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - t) dx dy. \quad (3.1)$$

L'équation (3.1) peut être reformulée en utilisant les coordonnées polaires :

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi, \end{cases} \quad (3.2)$$

Dans le plan de la fonction :

$$\begin{aligned} p(t, \theta) &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} f(r, \varphi) \delta(r \cos \varphi \cos \theta + r \sin \varphi \sin \theta - t) |r| d\varphi dr \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} f(r, \varphi) \delta(r \cos(\varphi - \theta) - t) |r| d\varphi dr. \end{aligned} \quad (3.3)$$

La transformée de Fourier 1D de l'équation (3.3) par rapport à la variable t donne :

$$\begin{aligned} P(\nu, \theta) &= \mathcal{F}(p(t, \theta)) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} p(t, \theta) e^{-2i\pi\nu t} dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} f(r, \varphi) \delta(t + r \cos(\varphi - \theta)) r e^{-2i\pi\nu t} d\varphi dr dt \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} f(r, \varphi) |r| e^{-2i\pi\nu r \cos(\varphi - \theta)} d\varphi dr. \end{aligned} \quad (3.4)$$

CHAPITRE III : MATHÉMATIQUES EN TOMOGRAPHIE

Le théorème de la tranche centrale est obtenu en écrivant la transformée de Fourier 2D de la fonction de départ $f(x,y)$ dans un repère cartésien :

$$\begin{aligned}
 F(U, V) &= \mathcal{F}(f(x, y)) \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-2i\pi(xU+yV)} dx dy.
 \end{aligned}
 \tag{3.5}$$

Le passage en coordonnées polaires à la fois dans le domaine spatial et dans le domaine de Fourier nous permet d'écrire :

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \end{cases} \text{ et } \begin{cases} U = \nu \cos \psi \\ V = \nu \sin \psi \end{cases},
 \tag{3.6}$$

L'équation 3.5 devient alors :

$$\begin{aligned}
 F(U, V) &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} f(r, \varphi) e^{-2i\pi r \nu (\cos \varphi \cos \psi - \sin \varphi \sin \psi)} |r| dr d\varphi \\
 &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} f(r, \varphi) e^{-2i\pi r \nu \cos(\varphi - \psi)} |r| dr d\varphi.
 \end{aligned}
 \tag{3.7}$$

On obtient alors :

$$\mathcal{F}_{1D}(p(t, \theta)) = \mathcal{F}_{2D}(f(r, \psi))_{\psi=\theta}.
 \tag{3.8}$$

Ainsi toute reconstruction d'image qui fait valoir le théorème de la tranche centrale n'est théoriquement possible que pour une infinité de projections. En pratique, nous ne disposons que d'un nombre fini de projections. Autrement dit, la fonction $F(U, V)$ ne sera connue que le long de la ligne radiale en un nombre fini de points. Le nombre d'échantillons est donc constant quelle que soit la direction de projection. Dans le domaine de Fourier, l'échantillonnage est aussi constant quelle que soit la direction de projection. Pour pouvoir néanmoins reconstruire la fonction de départ, ces points doivent être exprimés dans un repère cartésien figure (3.2). Généralement, cette interpolation s'effectue en prenant le plus proche voisin ou en faisant une

interpolation linéaire entre les points connus. A remarquer que la densité des points dans le domaine des fréquences en coordonnées polaires décroît au fur et à mesure que l'on s'éloigne de l'origine, c'est-à-dire des basses fréquences. Donc, l'erreur d'interpolation sera plus grande pour les hautes fréquences comparée à celle des basses fréquences, ce qui dégrade les détails de l'image[52].

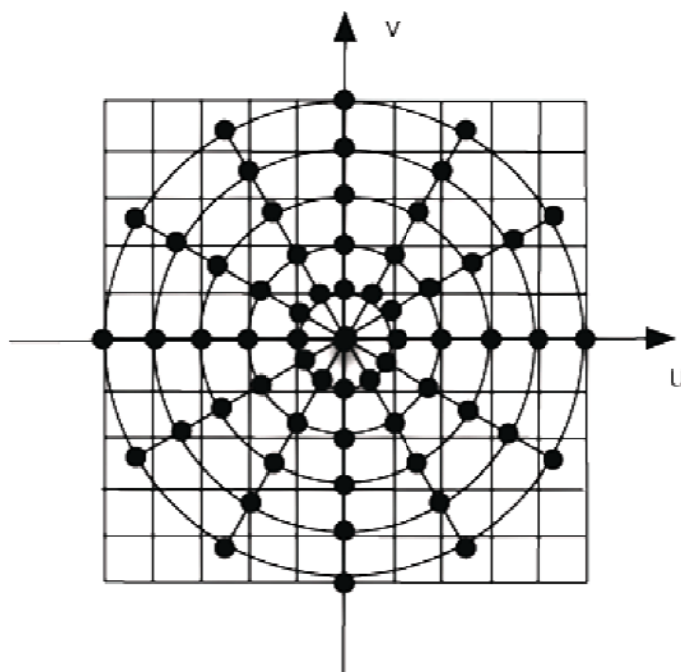


Fig 3.2 : passage d'une grille polaire à une grille cartésienne

3.2.3 Cas du problème à trois dimensions

La transformée de Radon s'écrit en dimension 3 :

$$[Rf](t, \vec{n}) = \int f(\vec{r}) \delta(\vec{r}\vec{n} - t) d^3r \quad (3.9)$$

Où $t = \vec{r} \cdot \vec{n}$ représente l'équation d'un hyperplan de dimension 2.

D'après la représentation géométrique de la projection décrite par figure (3.3), la projection de Radon 3D s'écrit

:

$$[Rf](t, \theta, \phi) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x \sin \theta \cos \phi + y \sin \theta \sin \phi + z \cos \theta - t) f(x, y, z) dx dy dz. \quad (3.10)$$

Le théorème de la tranche centrale en 3D nous permet d'écrire s'écrit alors :

$$\mathcal{F}([Rf(t, \theta, \phi)]) = \mathcal{F}(f(\xi \sin \theta \cos \phi, \xi \sin \theta \sin \phi, \xi \cos \theta)), \quad (3.11)$$

Tandis que la transformée de Fourier 3D s'écrit

$$\mathcal{F}(f(\xi_1, \xi_2, \xi_3)) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z) e^{-2i\pi(x\xi_1 + y\xi_2 + z\xi_3)} dx dy dz \quad (3.12)$$

$$\mathcal{F}([Rf(\xi, \theta, \phi)]) = \int_{-\infty}^{\infty} Rf(t, \theta, \phi) e^{2i\pi\xi t} d\xi \quad (3.13)$$

est la transformée de Fourier 1D de la transformée de Radon 2D de f par rapport à t .

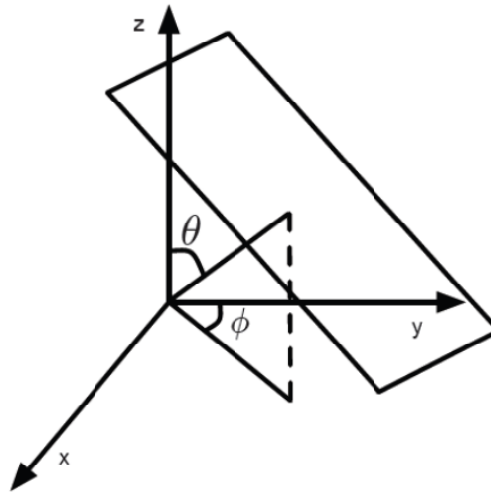


Fig.3.3- Géométrie de projection 3D

3.3 Transformation de Fourier

Le théorème de la tranche centrale constitue la base sur laquelle s'appuie toute méthode de reconstruction d'images comme cela est schématisé dans figure (3.4). Le point de départ consiste d'abord à obtenir les projections de Radon, pour lesquelles la transformée de Fourier est

calculée pour chaque angle. Un calcul d'interpolation nous permet de passer des coordonnées polaires aux coordonnées cartésiennes. Par transformée de Fourier inverse 2D, l'objet est finalement reconstruit. Il faut noter que cet algorithme n'est valable que pour un nombre infini d'angles. La reconstruction n'est pas exacte pour un nombre fini d'angle[52].

3.4 Rétroprojection Filtrée (FBP : Filtered Backprojection)

La rétroprojection filtrée est la méthode de reconstruction directe la plus utilisée. Elle est notamment implantée dans les scanners commerciaux PET et SPECT.

Pour une fonction f à décroissance rapide définie sur un support compact, infiniment dérivable, dont toutes les dérivées appartiennent au même espace, l'opérateur de Radon est exprimé comme suit:

$$P(t, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - t) dx dy. \quad (3.14)$$

On peut écrire l'objet reconstruit $g(x, y)$ à partir de la transformée de Fourier inverse de $F(\lambda, \mu)$ comme :

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\lambda, \mu) \exp(2i\pi(\lambda x + \mu y)) d\lambda d\mu \quad (3.15)$$

En utilisant le théorème de la tranche centrale on peut écrire :

$$P(\nu, \theta) = F(\lambda, \mu) \quad (3.16)$$

On obtient pour $g(x, y)$:

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} P_{\theta}(\nu) \exp(2i\pi(\lambda x + \mu y)) d\lambda d\mu \quad (3.17)$$

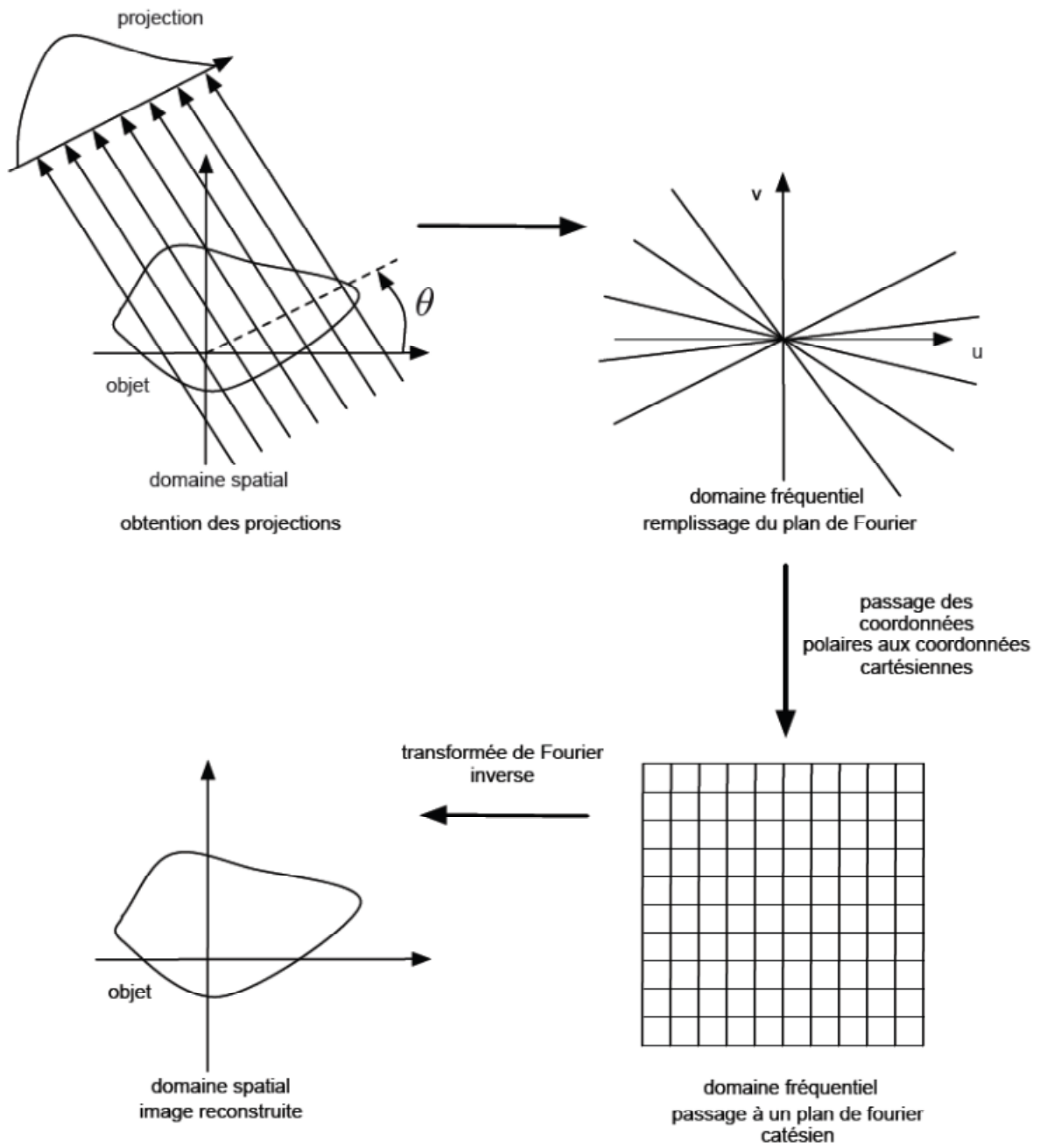


Fig.3.4-Reconstruction par transformée de Fourier

Effectuons un changement de variable pour passer dans un système de coordonnées polaires :

$$\begin{cases} \lambda = \nu \cos \theta \\ \mu = \nu \sin \theta \end{cases}, \quad (3.18)$$

Cela donne :

$$g(x, y) = \int_0^{2\pi} \int_0^{+\infty} P(\nu, \theta) \exp(2i\pi\nu(x \cos \theta + y \sin \theta)) \nu d\nu d\theta. \quad (3.19)$$

Sachant que :

$$p(t, \theta) = p(-t, \theta + \pi) = p(t, \theta + 2\pi), \quad (3.20)$$

Et en décomposant l'équation (3.19) sur $[0, \pi]$ et $[\pi, 2\pi]$, l'objet reconstruit s'écrit :

$$g(x, y) = \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} P_{\theta}(\nu) \exp(2i\pi\nu(x \cos \theta + y \sin \theta)) |\nu| d\nu d\theta. \quad (3.21)$$

En posant $t = x \cos \theta + y \sin \theta$ on obtient :

$$g(x, y) = \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} P_{\theta}(\nu) \exp(2i\pi\nu t) |\nu| d\nu d\theta. \quad (3.22)$$

Le terme $|\nu|$ dans cette intégrale est à l'origine de la notion de filtrage des projections par un filtre rampe. Si on pose :

$$Q_{\theta} = \int_{-\infty}^{+\infty} P_{\theta}(\nu) |\nu| e^{2i\pi\nu t} d\nu, \quad (3.23)$$

On obtient :

$$g(x, y) = \int_0^\pi Q_\theta(t) d\theta. \quad (3.24)$$

Lors de la rétroprojection, chaque projection est rétroprojetée sur l'image. La grandeur ν a la dimension d'une fréquence spatiale. Ainsi l'intégration dans l'équation (3.23) doit balayer toutes les fréquences. En pratique, l'énergie contenue dans la transformée de Fourier au dessus d'une certaine fréquence est négligeable. Pour des raisons pratiques les projections sont le plus souvent considérées comme étant à bande limitée[52].

Les équations (3.23) et (3.24) peuvent être vues comme deux étapes de la rétroprojection filtrée. Dans l'équation (3.23), un opérateur de filtrage est associé à chaque projection $p(t, \theta)$ et donne une projection filtrée :

$$\tilde{p}(t, \theta) = p(t, \theta) * k(t), \quad (3.25)$$

Avec

$$k(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} |\nu| \exp(2i\pi\nu t) d\nu. \quad (3.26)$$

L'équation (3.24) est l'étape de rétroprojection, opérateur dual de l'opérateur de Radon :

$$g(x, y) = R^* \tilde{p}_\theta(t) = \int_0^\pi \tilde{p}_\theta(t) d\theta. \quad (3.27)$$

3.5. Algorithme

Nous pouvons résumer ce qui a été établie auparavant en trois étapes principales :

1. projection de l'objet de départ $f(x, y)$;
2. filtrage (dans le domaine spatial ou fréquentiel) ;
3. rétroprojection des projections filtrées pour reconstruire l'image de départ $g(x, y)$.

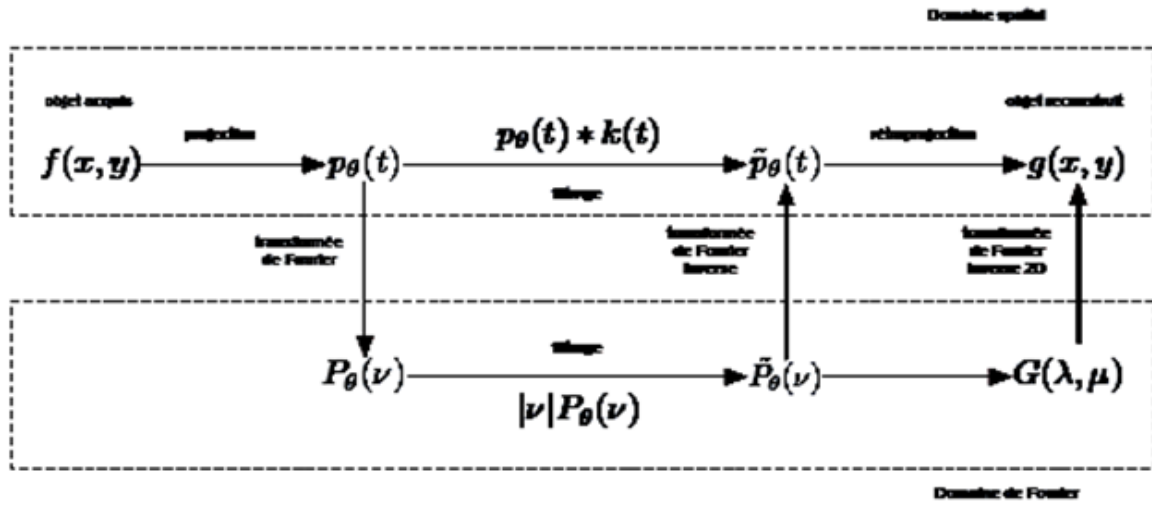


Fig 3.5 : Schéma relatif aux étapes de la rétroprojection

3.6 Le filtre rampe

Si les projections sont calculées dans le domaine de Fourier, elles sont multipliées par le filtre rampe $|\nu|$ lors de l'opération de filtrage. Ce filtre met à zéro la composante continue dans le domaine de Fourier et introduit, donc, des valeurs négatives. Le filtre rampe a un support non borné. D'une part il amplifie les hautes fréquences pour lesquelles le rapport signal à bruit est le plus faible, d'autre part, le pas d'échantillonnage τ utilisé dans une projection limite la fréquence maximale accessible à la fréquence de Nyquist $\nu_{Nyquist} = \frac{1}{2\tau}$ [33]. Le filtre rampe avec une telle contrainte s'appelle filtre de Ram-lak. Les valeurs négatives introduites autour de l'objet filtré sont présentes pour compenser les artefacts dus à la rétroprojection. La contribution des fréquences au-dessus de $\nu_{Nyquist}$ est généralement entachée d'erreurs à cause de l'aliasing et du bruit. L'utilisation d'une fenêtre de lissage comme Hanning, Hamming ou Shepp-Logan permet de supprimer les plus hautes fréquences spatiales par conséquent les artefacts. De telles fenêtres peuvent être formulées comme suit :

$$H(\nu) = \begin{cases} \alpha + (1 - \alpha) \cos \frac{\pi\nu}{\nu_{Nyquist}} & \text{pour } |\nu| < \nu_{Nyquist} \\ 0 & \text{pour } |\nu| \geq \nu_{Nyquist} \end{cases} \quad (3.28)$$

Pour $\alpha = 0,54$ on a la fenêtre de Hamming et pour $\alpha = 0,5$ on obtient la fenêtre de Hanning [58].

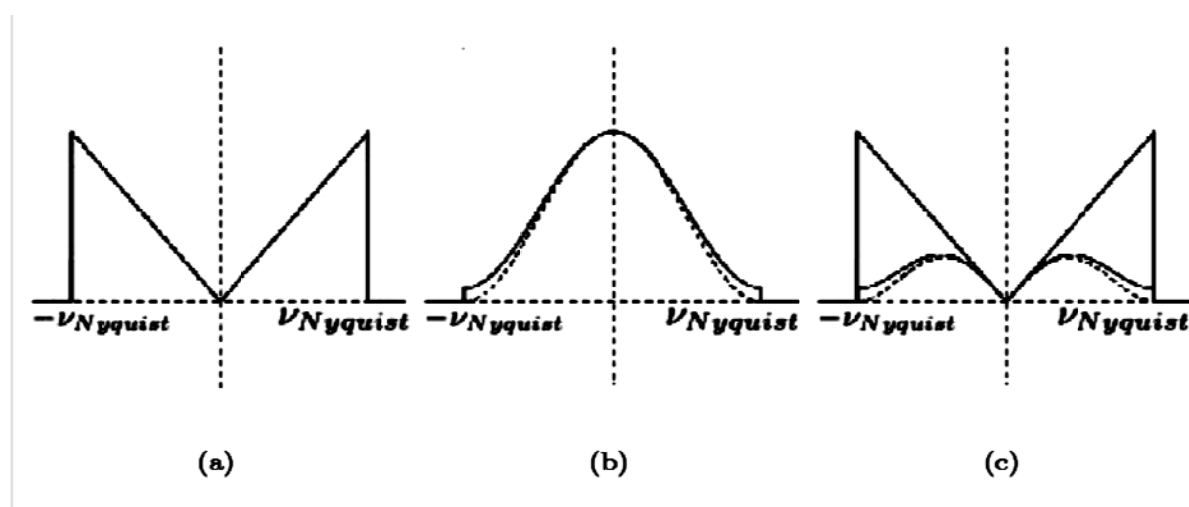


Fig.3.6- (a)filtre rampe coupé, (b)fenêtre de hamming , (c) produit d'un filtre rampe avec une fenêtre de hamming

3.7 Conclusion

La tomographie discrète reste un champ de recherche actif [41, 52, 26]. Il existe d'autres méthodes de reconstruction fondées sur la géométrie discrète ou sur la transformée de Radon discrète. Elles mettent en oeuvre des multiplications de matrices de structure bloc-circulante avec un vecteur de données. Il existe deux classes d'algorithmes pour inverser les versions discrètes de la transformée de Radon : les techniques de reconstruction algébriques et les algorithmes de rétroprojection fondés sur des discrétisations différentes de la formule d'inversion de Radon. Le problème inverse est traité comme un problème d'algèbre linéaire qui se réduit à résoudre un système d'équations linéaire avec une matrice traitée de manière itérative.

Nous venons de décrire les algorithmes généraux de la reconstruction tomographique. Ces algorithmes reposent sur une représentation continue ou discrète des données. La représentation discrète des données nous sera utile pour établir de nouveaux algorithmes de reconstruction qui mettront en oeuvre une approche totalement discrète du problème de reconstruction tomographique. Cette mise en oeuvre a des points communs avec la reconstruction décrite par Kingston et Svalbe [51]. Dans le chapitre IV, nous allons utiliser une géométrie et une représentation discrète pour revisiter les algorithmes traditionnels de la tomographie[52].

Chapitre IV

Tomographie Et Geometrie Discrete /

Methode FBP

Énormément de travaux ont été réalisés pour la mise en place d'algorithmes performants pour la reconstruction d'images et de volumes comme nous l'avons décrit dans la première partie. Il existe plusieurs géométries, plusieurs types de capteurs, plusieurs dimensions suivant lesquelles on peut aborder le problème, et autant d'algorithmes incorporant ces contraintes. Dans notre travail, nous avons focalisé sur le problème d'utilisation d'une géométrie d'acquisition angulaire particulière avec discrétisation des projections.

La transformée de Radon discrète est exacte pour un nombre infini d'angles. La présence de bruit, par manque de données, conduit au problème de qualité de reconstruction pour lequel il n'y a pas de solution évidente. Poser les fondations qui nous permettent de trouver des solutions algorithmiques tout en évitant le problème de projections insuffisantes pour la reconstruction de l'image de l'objet, constitue une tâche importante dans notre étude. Dans ce qui suit nous allons exposer l'algorithme d'une solution adaptée en augmentant le nombre d'angles discrets et qui constitue une alternative à l'interpolation classique.

Des problèmes benchmarks représentés par des fantômes numériques vont servir de problèmes tests pour ces algorithmes. Ces résultats obtenus nous permettent de juger de la qualité apportée aux images par ces algorithmes développés mais nous aident aussi à dessiner les grands traits des futures expérimentations réelles basées sur des acquisitions tomographiques véritables.

4.1 Numérisation de la méthode FBP (Filtered back projection)

Pour comprendre qualitativement le processus de rétroprojection, imaginons, comme le montre la figure (4.1), une matrice carrée de 5×5 pixels avec seulement un pixel de densité non nul. Effectuons la projection de cette image suivant deux angles de projection $\theta=0^\circ$ et $\theta=90^\circ$.

Lors du processus de projection, les densités sont sommées le long de chaque rayon de projection. Dans notre exemple, on obtient donc 2×5 valeurs de projections qui vont, ensuite, être rétroprojetées pour donner une image tomographique approchée $\hat{f}(x,y)$ de l'image initiale.

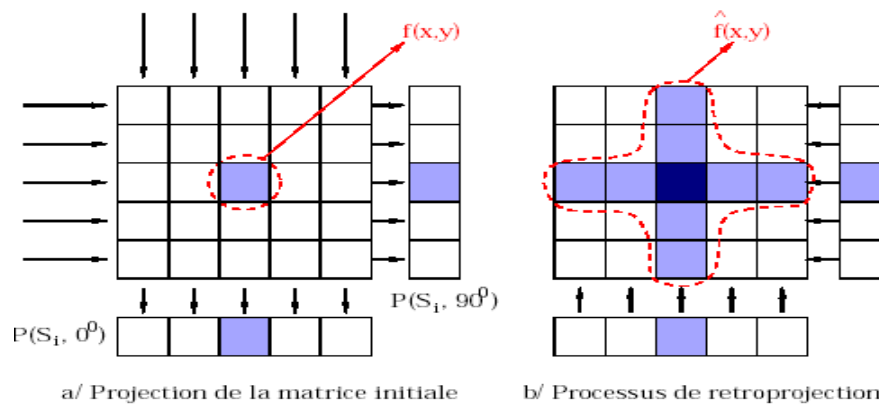


Fig.4.1: Principe de projection et rétro projection à partir de deux angles de vue.

L'exemple précédent qui est simple mais riche en informations nous permet de tirer deux conclusions :

- La rétroprojection n'est rien d'autre que la reconstruction de l'image par la distribution des mesures acquises sur la matrice de l'image reconstruite selon les orientations d'acquisitions.
- La méthode de rétroprojection génère artificiellement des pixels de densités non-nulles sur l'image reconstruite. C'est ce qu'on appelle l'artefact qui prend la forme d'une étoile lors du processus de la rétroprojection.

A ce niveau l'algorithme de la rétroprojection filtrée se pose en termes d'une problématique à deux aspects:

- Un problème de localisation géométrique d'un point de l'objet dans l'ensemble des projections.
- Un problème de débruitage de l'image causé par les artefacts en étoile qui résultent de la rétroprojection.

4.2 Simulation numérique de la projection

La projection d'un objet sur plusieurs angles est un problème purement géométrique, la formule (4.1) nous indique qu'une projection est définie par :

$$P_{\theta}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t,s) ds \quad (4.1)$$

$$t = x_i \cos(\theta) + y_i \sin(\theta) \text{ avec } (t : \text{position d'un capteur}) \quad (4.2)$$

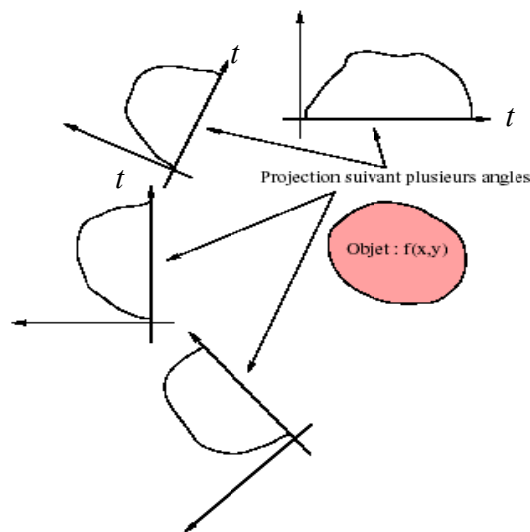


Fig.4.2 : Positionnement d'un point sur les différents profiles

Les différentes positions qu'occupent un point (x_i, y_i) sur les projections sont parfaitement localisées sur les axes des capteurs (*axe t*) telle que :

Si on stocke les différentes mesures vectorielles en fonction de l'évolution et de la résolution de l'angle de rotation à notre disposition, on obtient ce que l'on appelle le sinogramme de la mesure scannographique comme l'indique la figure (4.2). On peut considérer le sinogramme comme une matrice image, car il est la projection d'une énergie mesurée par un capteur et stockée dans un ordre spécial, pour générer une image de synthèse.

Il est alors évident que le traitement d'image appliqué sur le sinogramme est plus significatif du point de vue mesure physique que le traitement de l'image tomographique qui est le résultat d'un calcul informatique.

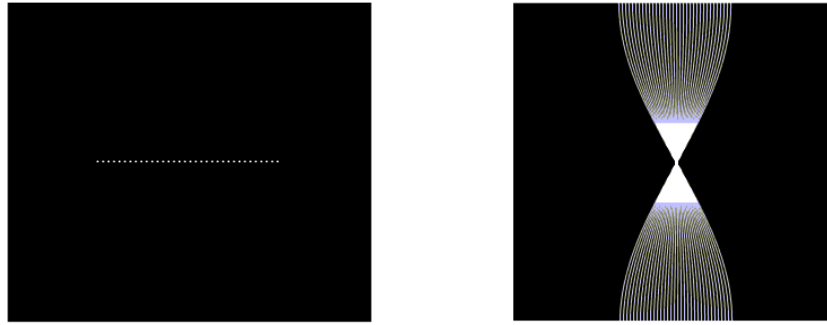


Fig.4.3: A gauche Image de segment comme objet de scanne. A droite sinogramme des projections d'un segment de points

La figure (4.3) représente un exemple de sinogramme d'une image (*points horizontaux*) obtenu par transformée de radon comme cela a été décrit précédemment.

Une des particularités du sinogramme est que chacun de ses points est une intersection de plusieurs chemins. Une intersection est l'équivalent de l'intégrale linéaire de la formule (4.01), le problème complexe de calcul des projections se trouve réduit à un problème de la détermination de l'ensemble des projections auxquelles appartient un point donné de l'objet inspecté. Voir figure (4.4), ainsi la structure de navigation sur le sinogramme va faire en sorte que tous les points qui se trouvent sur la même ligne à la limite de la résolution angulaire vont être sommés et stockés dans une seule case de la matrice du sinogramme. Il en résulte des maximums et des minimums dans le sinogramme. Ces valeurs sont exploitées dans les examens scannographiques, particulièrement ceux qui visent à établir des cartes de vaisseaux sanguins où circule un liquide de contraste fort absorbant des rayons X, ce qui correspond à des minimums sur le sinogramme.

La figure (4.4) montre bien cet aspect du sinogramme où on visualise les valeurs en trois dimensions. Comme nous allons le constater dans la rétroprojection, les intersections de la figure (4.4) sont à l'origine des artéfacts en étoile sur l'image finale :

4.3. Influence de la discrétisation du plan spatial sur la simulation de la projection

Si on veut simuler une atténuation de rayon X acquise, selon plusieurs angles, par une batterie de capteurs, nous devons discrétiser le domaine de l'objet en un réseau de points (x_i, y_i) tel que $i, j = 1, 2, 3, 4, \dots, N$, où N représente le nombre des capteurs : figure (4.5).

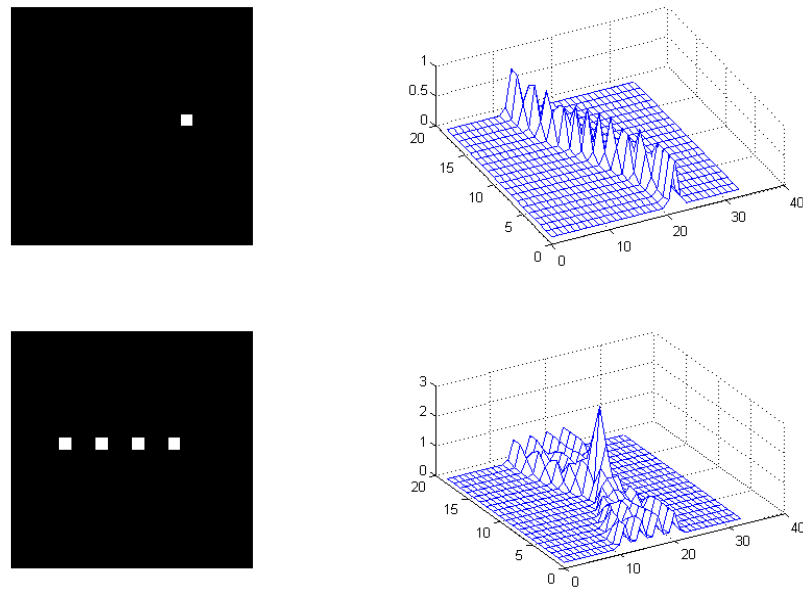


Fig.4.4: En haut : Sinogramme de projection d'un point, En bas : Sinogramme de projection d'un segment de points

La localisation d'un point (x_i, y_i) sur une projection inclinée de θ par rapport à l'horizontal est donnée par l'équation (4.2). Quel que soit θ_k , la valeur de t n'a aucune raison de coïncider avec un point (x_i, y_i) du réseau obtenu par discrétisation de l'objet. Il va donc falloir interpoler les valeurs de la projection en fonction des valeurs les plus proches de (i, j) .

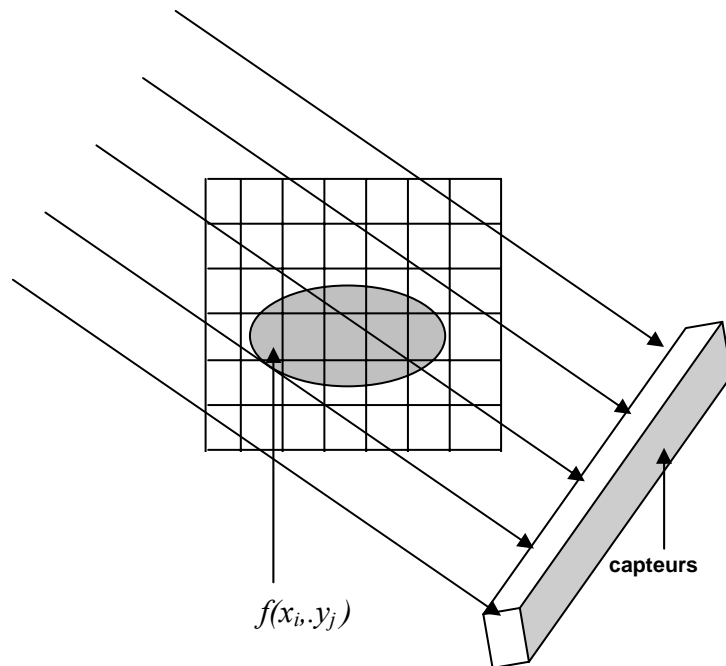


Fig.4.5: Discretisation spatiale de l'objet

Nous avons opter pour une méthode d'interpolation linéaire qui part du principe d'une distribution uniforme de la quantité de rayonnement entre deux capteurs adjacents (*on suppose les rayons X sont hautement collimatés, on rappelle que les capteurs dans notre simulateur sont des cases de la matrice sinogramme*), cela se traduit par l'utilisation de deux coefficients proportionnels à la distance d'éloignement du rayonnement par rapport au centre du capteur comme l'indique la figure (4.06). Ainsi les valeurs de la projection de $f(x,y)$ sur deux capteurs adjacents sont interpolées comme suit :

$$\begin{aligned} P_{\theta}(t_n) &= (1-\varepsilon) \cdot f(x, y) . \\ P_{\theta}(t_{n+1}) &= \varepsilon \cdot f(x,y) . \end{aligned} \quad (4.3)$$

ε : fraction de calcul de t .

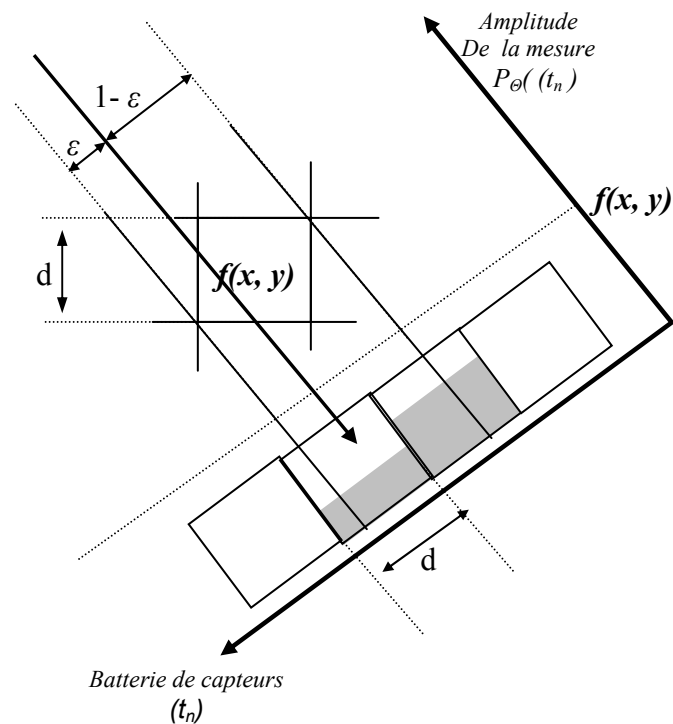


Fig.4.06 : Principe de la méthode d'interpolation linéaire

4.4. Algorithme de calcul de la transformée de radon

Pour valider la méthode du FBP, un problème test dit ‘benchmark’ a été utilisé. La solution de ce problème est évidemment connue.

En réalité, la reconstruction de l’image basée sur la FBP suppose donnée, la matrice du sinogramme dont les éléments représentent les projections d’une coupe de l’objet sur les différents capteurs et pour différents angles de rotation θ .

Dans l’algorithme qui suit, nous essayons de calculer, à partir d’une image, les différentes projections de radon en tenant compte des considérations exprimées précédemment, et par la même occasion calculer la matrice du sinogramme qui va servir de point de départ pour la reconstruction de l’image qui est connue. Ainsi on peut comparer l’image reconstruite à l’image connue. L’algorithme d’une projection est alors formulé comme suit:

Soit I une image carrée de dimension N avec un spectre complet de niveaux de gris:

- *Pour tout élément $I(i,j)$ faire :*
 - *Si l’élément $(i^2 + j^2 \leq (N^2))$ faire :*
 - *Pour tout Θ compris entre 0° à 180° pas de P° faire:*

$$t = (i - N/2) \cos(\theta) + (j - N/2) \sin(\theta).$$

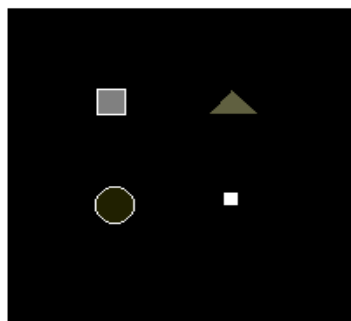
$$t = t + N/2.$$

Arrondir t et calculer ε .
Calcul du sinogramme $P_\Theta(t)$ par:

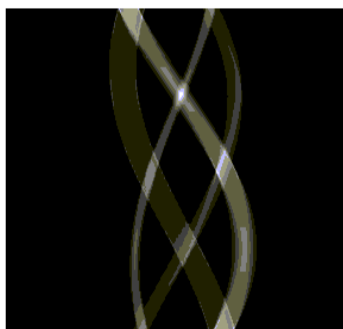
$$P_\Theta(t) = P_\Theta(t) + (1 - \varepsilon) I(i,j).$$

$$P_\Theta(t+1) = P_\Theta(t+1) + \varepsilon I(i,j).$$
 - *fin pour*
 - *fin si*
- *fin pour*

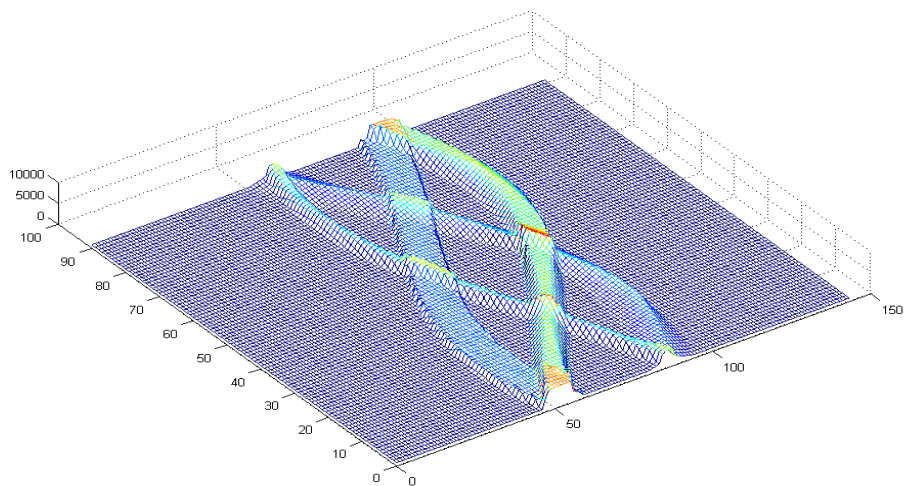
La figure (4.7) représente un exemple de sinogrammes avec son image originale :



(A)



(B)



(C)

Fig.4.7: Exemple de Sinogramme d'objet de l'image (A), (B) sinogramme de l'image et sa représentation 3D dans (C)

4.5. Analyse du bruit sur l'image reconstruite (*rôle du filtrage*)

Pour comprendre la nature du bruit engendré par la reconstruction de l'image il faut revoir les étapes de la projection. Chaque point $f(x, y)$ de l'image reconstruite est une somme sur une trajectoire de la matrice sinogramme $Q_\theta(t)$. Or comme on l'a constaté, chaque point sur ce sinogramme est une somme sur une droite des valeurs $f(x,y)$ (voire figure(4.1)). Ce qui revient à dire que notre trajectoire de reconstruction est composée essentiellement de sommes de la fonction $f(x,y)$. Ce problème est nettement visible dans la figure (4.1), où la projection et la rétroprojection sont effectuées pour deux angles seulement, et on voit apparaître le bruit de la somme induit par (4.2) et projeté sur l'image reconstruite. Il est donc évident que la rétroprojection en tant que solution géométrique ne suffit pas à elle seule pour reconstruire une image à partir de ses projections à cause du bruit généré par la dégradation de la dimension associée à l'information équation (4.2). Quantitativement chaque point de la projection scannographique parallèle $Q_\theta(t)$ (le sinogramme) est une combinaison de N valeurs de l'objet $f(x, y)$ (N est le diamètre du cercle du dispositif scannographique) dans le cas d'une simulation de projection d'une image de dimension $N \times N$ sur une ligne de N capteurs avec une résolution angulaire infinie. C'est pour cela que l'on fait appel à la transformée de Fourier dont la réversibilité est une certitude mathématique. A ce niveau, la question est de savoir comment obtenir à partir des projections $P(\theta, t)$ la transformée de Fourier bidimensionnelle de la fonction $f(x, y)$. La réponse à cette question est donnée par les formules (4.04) et (4.05) dont les formes discrétisées sont:

$$S_\theta(\omega) = \sum_{y=0}^{N-1} \sum_{x=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi\omega(x\cos(\theta)+y\sin(\theta))} \quad (4.04)$$

$$F(\mu, \nu) = \frac{1}{N} \sum_{y=0}^{N-1} \sum_{x=0}^{N-1} f(x, y) e^{-2\pi j(\mu x + \nu y)/N} \quad (4.05)$$

Il est clair que d'après les équations (4.04) et (4.05), la transformée de Fourier mono-dimensionnelle de la projection $P(\theta, t)$ n'est rien d'autre qu'une approximation de la transformée de Fourier bidimensionnelle de la fonction originale $f(x, y)$ représentée sous forme matricielle, résultat d'une discrétisation du domaine de $f(x, y)$. Il serait plus adapté d'utiliser la technique du FFT pour calculer la transformée de Fourier. Le schéma suivant illustre la succession des opérations à effectuer sur $f(x, y)$ pour aboutir à sa transformée de Fourier bidimensionnelle :

$P(\theta, t)$ Transformée de RADON de $f(x, y)$	+	$S_\theta(\omega) =$ FFT ($P_\theta(t)$)	=	$F(u, v) =$ FFT2($f(x, y)$)
---	---	---	---	----------------------------------

Une fois obtenue la transformée de Fourier bidimensionnelle de $f(x,y)$ il ne reste qu'à l'inverser pour récupérer la fonction $f(x,y)$ de départ :

$$f(x, y) = \frac{1}{N^2} \sum_{y=0}^{N-1} \sum_{x=0}^{N-1} F(\mu, \nu) e^{j2\pi(\mu x + \nu y) / N} \quad (4.06)$$

On notera que :

$$S_\theta(\omega) = F(\omega \cos(\theta), \omega \sin(\theta)) = F(\mu, \nu) \quad (4.07)$$

On remarque que la transformée mono-dimensionnelle de Fourier $S_\theta(\omega)$ de la projection $P_\theta(t)$ est définie par une représentation polaire dans un repère cartésien de fréquence de l'espace bidimensionnel Fourier (μ, ν) . La réécriture de (4.07) dans l'espace polaire (ω, θ) nous conduit dans le domaine discret à la formule (4.08) avec :

$$Q_\theta(t_i) = P_\theta(t_i) \otimes K(t_i)$$

$$K(t_i) = \sum_{\omega = -(N/2)}^{\omega = +(N/2)} |\omega| e^{(j2\pi\omega t_i) / N} \quad (4.08)$$

Où on remarque l'apparition du terme $|\omega|$ qui est multiplié par $F(\omega, \theta)$ dans l'espace fréquentiel continu, ce qui se traduit dans le domaine spatiale par une opération de convolution, de la projection $P_\theta(t_i)$ avec un filtre $K(t_i)$ dont la réponse en fréquence est une rampe conçue directement dans l'espace des fréquences comme l'indique la figure (4.8) :

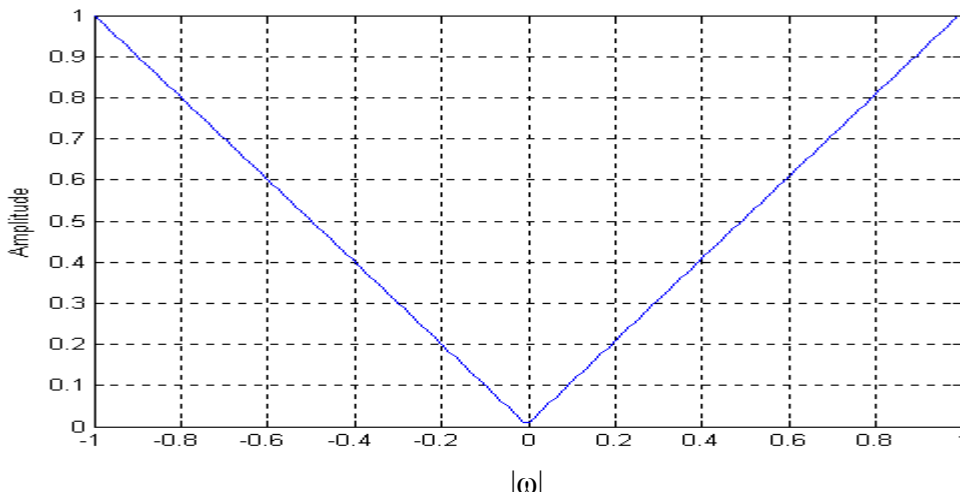


Figure.4.8: L'allure en fréquence du filtre rampe $|\omega|$

Le principe de la rétroprojection filtrée nécessite donc la multiplication de la transformée de Fourier des projections par la valeur absolue de ω appelée filtre rampe Figure (4.8). Ce filtre passe haut a pour effet :

- 1- Mettre à zéro la composante continue de la FFT2D des projections (*la composante continue représente la moyenne du signal*).
- 2- Introduire des valeurs négatives de compensation
- 3- Amplifier les composantes en hautes fréquences ayant pour effet de générer, dans le signal, des transitions rapides afin de rétablir la distribution spatiale des informations spectrales.

Dans l'espace des fréquences, l'effet du filtre consiste schématiquement à introduire une composante négative dans les projections $P_\theta(t)$, ceci permet de déconvoluer les projections de l'image reconstruite. En pratique, l'espace entre deux lignes de projection n'est pas infiniment fin du fait de la segmentation du vecteur de détection. Ceci va conduire à une limitation de la bande de fréquences accessibles. Il s'ensuit donc une fréquence maximale, plus précisément une fréquence de coupure ω_N telle que : $|\omega| < \omega_N$.

Cette fréquence de coupure est reliée au pas d'échantillonnage h d'un vecteur de détection (théorème de Shannon) :

$$\omega_N = 1 / (2 \cdot h) \quad (4.09)$$

ω_N : est appelée la fréquence de Nyquist.

Bien souvent le problème est tel que le spectre en fréquence associé à l'objet analysé s'étend au-delà de la fenêtre $[-\omega_N, \omega_N]$. Cette limitation de la bande de fréquence va introduire des fréquences parasites à la reconstruction (artéfacts d'Aliasing). Ces artefacts seront d'autant plus importants que l'objet présente un spectre étendu dans les hautes fréquences. Un second problème peut être associé au nombre fini de projections utilisées. En effet si on se place dans l'espace de Fourier (U, V) l'échantillonnage des fréquences ω , tel que pratiqué dans le repère (Ω, θ) , favorise les basses fréquences au détriment des hautes fréquences. Il suffit de comparer la densité de points au voisinage du centre et celle des points sur la périphérie figure (4.09).

La figure(4.09) nous montre que la FFT 1D de la transformée de radon revient à faire une sélection préférentielle de fréquences pour la reconstruction de l'image finale, par l'utilisation d'un repère de coordonnées polaires responsable de l'échantillonnage d'un

ensemble de fréquences dont la densité n'est pas uniforme, comme c'est le cas de l'espace cartésien des fréquences de la transformée de Fourier bidimensionnelle est uniformément distribué.

Dans l'espace de Fourier (Ω, θ) , on a tendance à favoriser les basses fréquences. Ceci est facilement illustré par le fait qu'une surface unité placée au centre du cercle va recueillir beaucoup plus de points (μ, ν) que la même surface placée vers le bord du cercle. Ainsi nous avons la certitude que l'erreur engendrée dans la zone des hautes fréquences par manque d'information est plus importante que celle induite par les basses fréquences. Il est donc nécessaire pour rétablir l'uniformité de distribution de l'information spectrale, de multiplier le filtre rampe par une fenêtre de lissage qui atténue les hautes fréquences dans l'espace de Fourier. Cette fenêtre possède un paramètre de contrôle qui agit sur le taux d'implication des hautes fréquences dans le processus de reconstruction. Ce paramètre est représenté par la fréquence de coupure de la fenêtre de lissage [52].

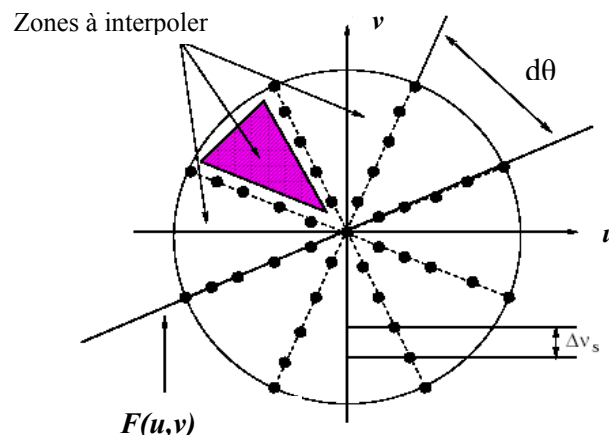


Fig.4.9: Discrétisation du plan de Fourier.

Un filtre rampe de type $|\omega|$ aurait donc tendance à amplifier le bruit haute fréquence. Pour palier à ce problème il est recommandé de baisser la contribution du spectre des hautes fréquences par l'application d'un filtre basses fréquences qui est généralement choisi parmi les filtres type fenêtre de Hamming [47] donné par (4.10).

$$H(\omega) = \begin{cases} \alpha + (1 - \alpha) \cos(\pi \omega / \omega_c) & |\omega| < \omega_c \\ 0 & |\omega| > \omega_c \end{cases} \quad (4.10)$$

Le paramètre α contrôle le lissage du filtre alors que ω_c représente la fréquence de coupure avec $\omega_c < \omega_N$ comme l'indique la figure (4.10).

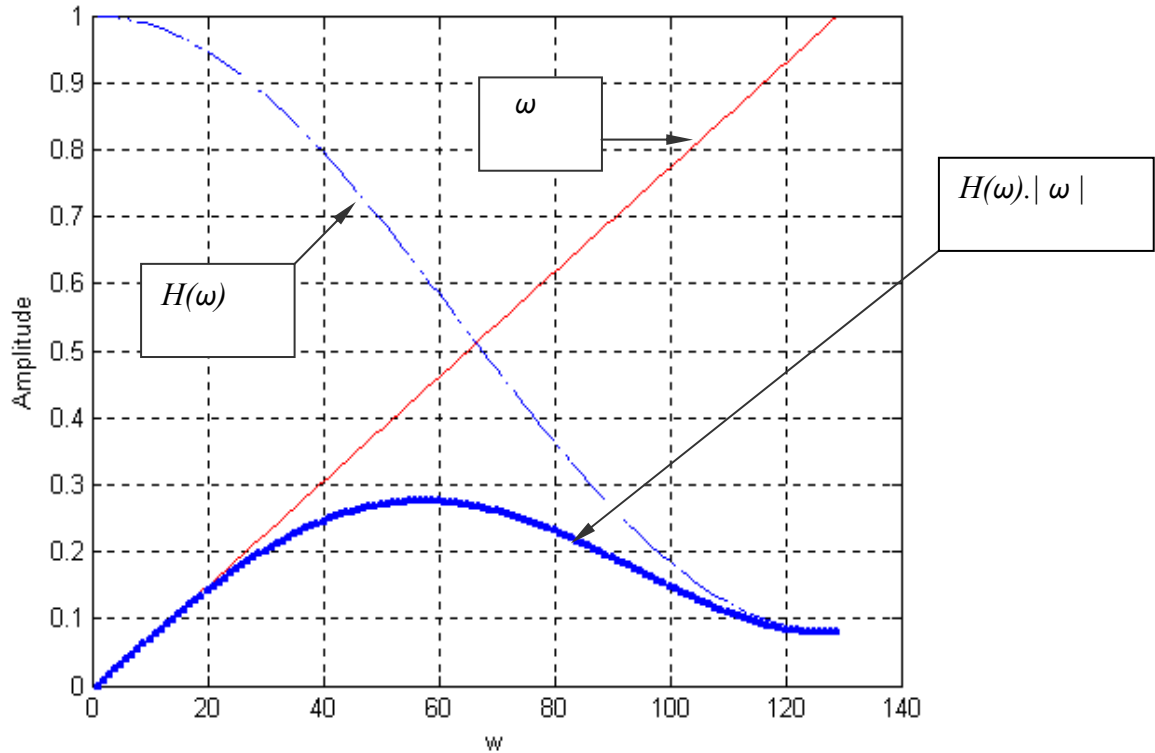


Figure.4.10. : Modification de la fonction de transfert d'un filtre rampe par application d'une fenêtre de Hamming ($\alpha=0.56$, $\omega_c=1$).

Pendant longtemps seul en usage sur les calculateurs, ce filtre permet des calculs extrêmement rapides. Cependant il a pour inconvénient d'être fortement lissant et d'atténuer les moyennes fréquences. Il y a donc une perte de détail et donc de résolution. D'autres filtres ont été utilisés comme le filtre de Hanning, Shepp-Logan, [47] et de Cosine.

4.5.1. Filtre de Shepp-Logan

Le but du filtre de Shepp-Logan est le même que celui de hamming. Il est construit directement dans l'espace des fréquences via sa formule analytique donnée par :

$$H(\omega) = \begin{cases} \sin(\omega/2\omega_c) / (\omega/2\omega_c) & |\omega| < \omega_c \\ 0 & |\omega| > \omega_c \end{cases} \quad (4.11)$$

La forme de ce filtre est représentée dans la figure (4.11)

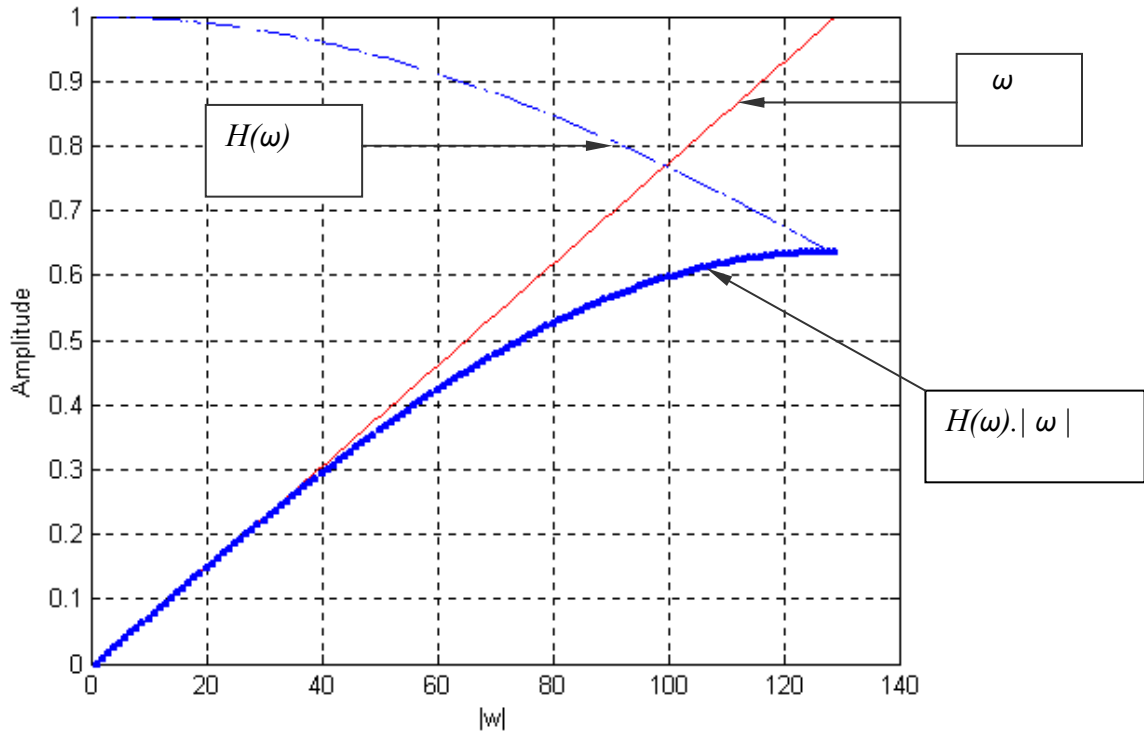


Fig.4.11: Modification de la fonction de transfert d'un filtre rampe par L'application d'une fenêtre de Shepp-Logan ($\omega_c=1$).

4.5.2 Filtre de hanning

Les filtres lissants utilisés sont toujours du type passe-bas. Ils éliminent les hautes fréquences caractéristiques du bruit. Le plus classique est le filtre de Hanning figure (4.12). Il correspond à une fonction cosinus dans l'espace fréquentiel. Sa formule est :

$$H(\omega) = \begin{cases} 1 + \cos(\omega / \omega_c) / 2 & |\omega| < \omega_c \\ 0 & |\omega| > \omega_c \end{cases} \quad (4.12)$$

D'autres filtres ont été utilisés comme le filtre de PARZEN ou de Cosine. Le filtre de BUTTERWORTH dépend de deux paramètres : la fréquence de coupure définie comme la fréquence pour laquelle la valeur du filtre est de 0,707 et l'ordre du filtre qui détermine la rapidité de décroissance dans les hautes fréquences [53]. Sa formule est la suivante :

$$F(v) = \frac{1}{\sqrt{1 + (v/v_c)^n}} \quad (4.13)$$

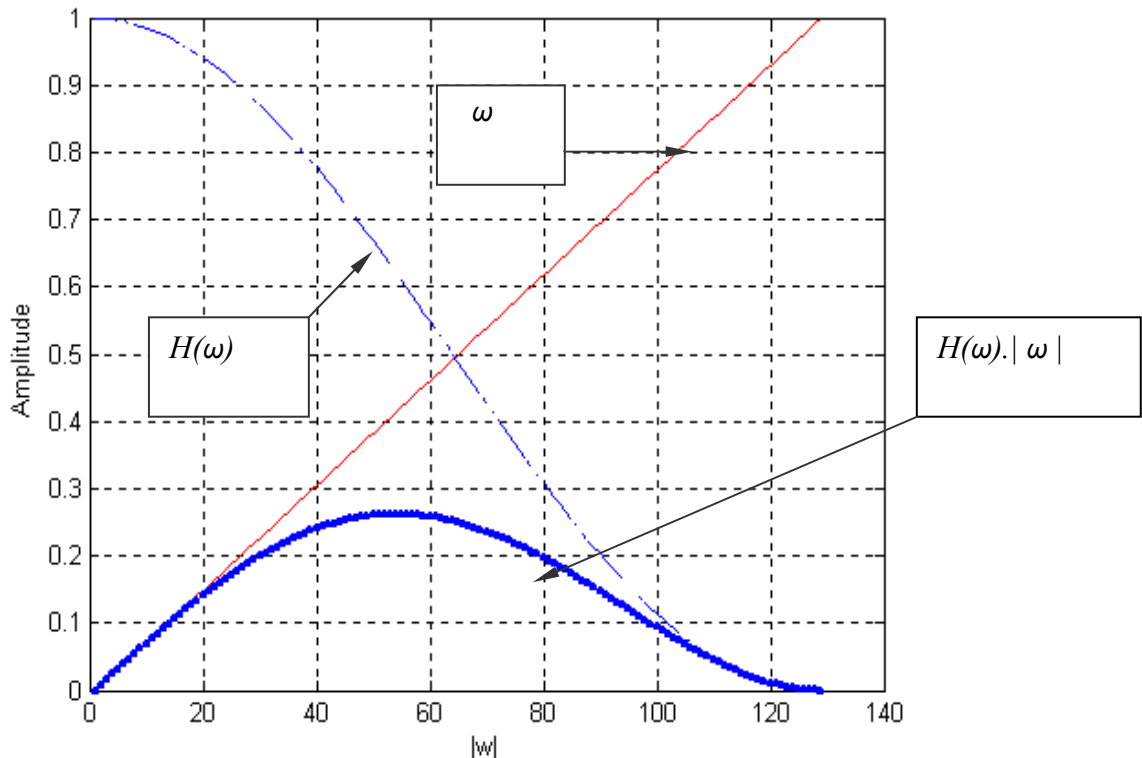


Fig.4.12 : Modification de la fonction de transfert d'un filtre rampe par L'application d'une fenêtre de Hanning ($\omega_c=1$).

4.5.3 Filtre cosin

Correctement paramétré, il préserve les moyennes fréquences et donc la résolution. C'est maintenant le filtre le plus recommandé. Sa formule est donné par l'équation (4.14) et sa réponse est représentée par la figure (4.13) :

$$H(\omega) = \begin{cases} \cos(\omega/2\omega_c) & |\omega| < \omega_c \\ 0 & |\omega| > \omega_c \end{cases} \quad (4.14)$$

Il est possible d'utiliser d'autres filtres de type contrastant qui amplifient les moyennes fréquences, comme le cas du filtre gaussien. L'amplification des moyennes fréquences peut avoir pour but de corriger la dégradation de la résolution par le système de détection. Ce genre de filtres utilise la fonction de transfert de modulation du système de détection, comme dans le cas du filtre METZ et du filtre WIENER. La fonction de transfert de modulation peut être soit mesurée, soit estimée à partir de la résolution du système. La détermination de la fréquence de coupure dépend du niveau de bruit statistique. On doit utiliser un filtre ayant une grande fréquence de coupure pour une image ayant une grande statistique de comptage. La fréquence à partir de laquelle le bruit devient dominant peut être déterminée par l'étude du spectre de puissance de l'image dans le domaine fréquentiel dans une perspective d'optimiser l'estimation automatique des paramètres de filtrage.

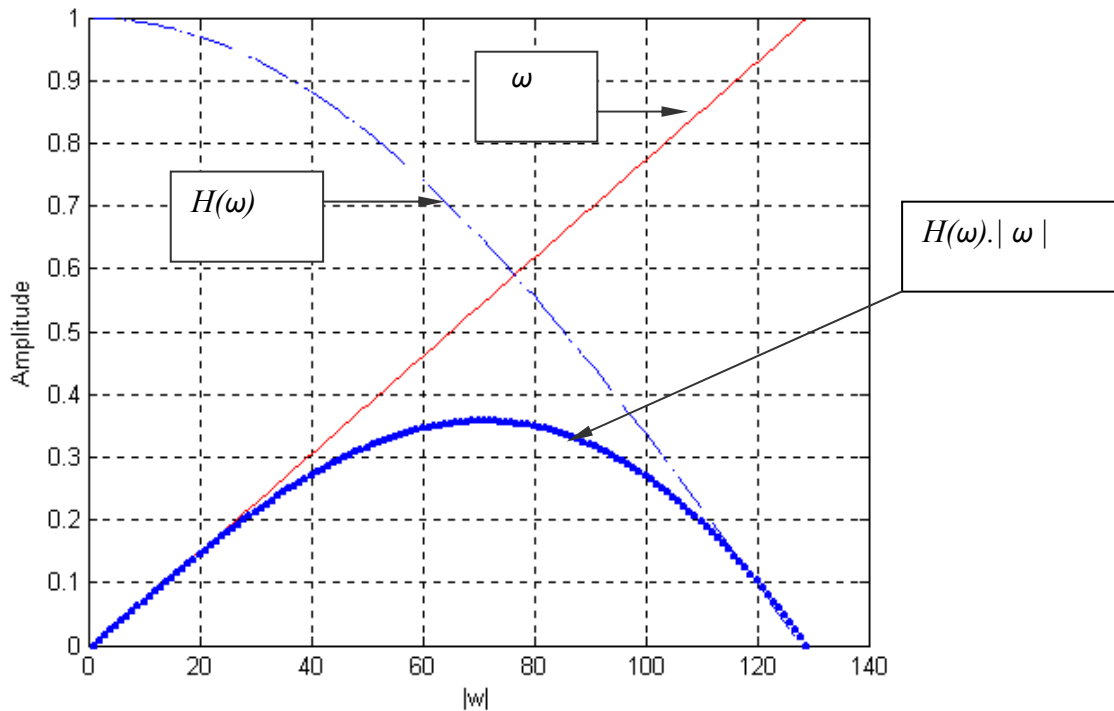


Fig.4.13: Modification de la fonction de transfert d'un filtre rampe par application d'une fenêtre $\cosine(\omega_c=1)$.

4.6 Simulation de la rétroprojection

La rétroprojection est le procédé inverse de la projection. Il en résulte que la propriété $f(x,y)$, calculée au point (x,y) , est la somme de toutes ses projections dans le sinogramme. Une fois ces dernières identifiées, une trajectoire appelée trajectoire de sommation est définie. Cette trajectoire est visible sur le sinogramme de la figure (4.04) où il n'y a qu'un seul alignement de points dont la fonction $f(x,y)$ est non nulle qui constitue l'objet lui-même dans l'image originale. La figure (4.14) nous indique la trajectoire de sommation à suivre pour calculer la valeur de la propriété du point sélectionné sur l'image qui contient des objets géométriques de synthèse espacés pour réduire les alignements sur les projections :

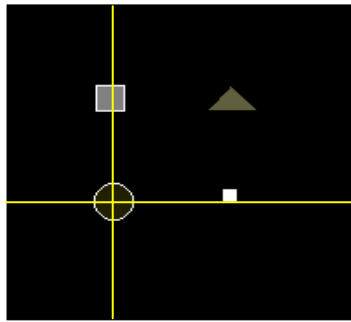
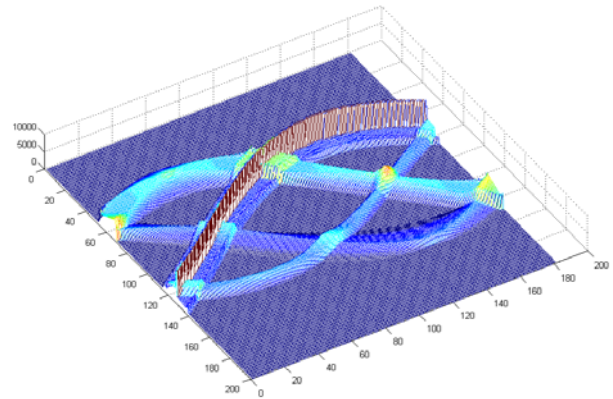


Image originale



Représentation 3D du sinogramme de l'image originale

Figure.4.14: Trajectoire de sommation sur un sinogramme associé à un point dans l'image

La rétroprojection doit respecter toutes les contraintes de la projection dans le domaine discret. Ainsi l'interpolation utilisée est linéaire et l'algorithme inverse de celui de la projection est décrit comme suit :

- Soit IR une image carrée de dimension N :
- Soit $P_{\theta}(t)$ une projection radon de l'image I :
- Pour tout élément $IR(i,j)$ faire
 - Si l'élément $(i^2 + j^2 \leq N^2)$ faire :
 - Pour tout θ compris entre 0° à 180° , pas de P° faire:

$$t = (i - N/2) \cos(\theta) + (j - N/2) \sin(\theta).$$

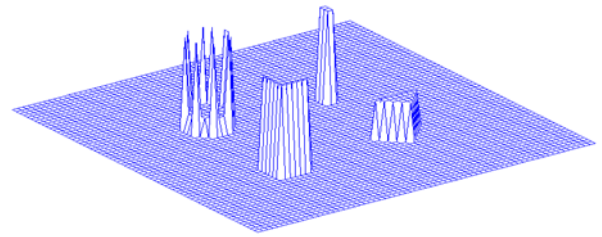
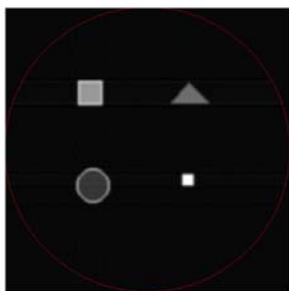
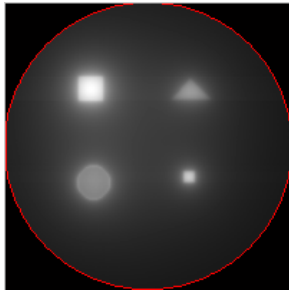
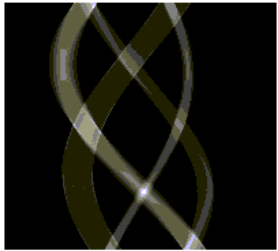
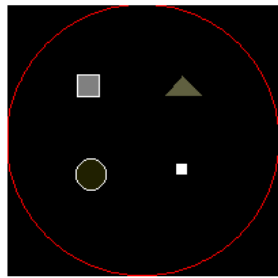
$$t = t + N/2.$$
 Arrondir t et calculer ϵ .
 calcul de $IR(i,j)$ par:

$$IR(i,j) = IR(i, j) + \epsilon P_{\theta}(t+1) + (1 - \epsilon) P_{\theta}(t).$$
 - fin pour
 - fin si
 - fin pour

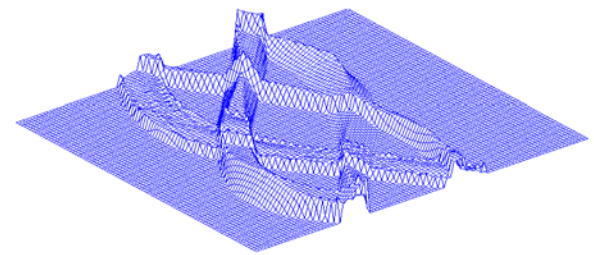
Les trois opérations successives pour simuler un procédé scanographique sont :

- La projection.
- Le filtrage.
- La rétroprojection.

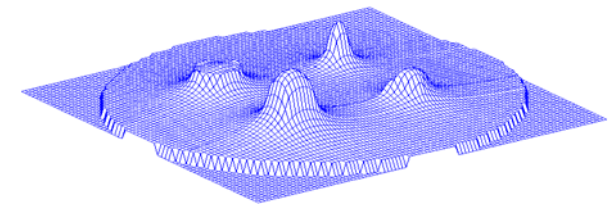
Pour bien saisir l'impact du filtre dans la reconstruction tomographique, deux scénarios de simulation sont présentés dans la figure (4.15), avec une reconstruction tomographique de 180 projections d'objet contrasté avec et sans filtrage.



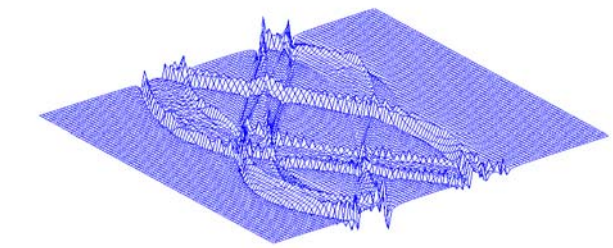
(A)



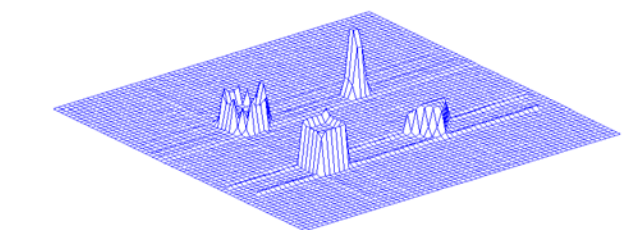
(B)



(C)



(D)



(E)

Fig.4.15 - (A) : image d'objet, (B) : sinogramme de (A) sans filtrage, (C) : Rétro-projection sans filtrage, (D) : Sinogramme de (A) avec filtrage, (E) : Rétro-projection avec filtrage

Si on néglige l'opération de filtrage du sinogramme en appliquant directement la rétroprojection sur le sinogramme de la figure (4.15.B) on **obtient** l'image de la figure (4.15.C). En appliquant un filtrage tel que présenté dans la figure (4.13) sur les données du sinogramme de la figure (4.15.B), on obtient le sinogramme filtré de la figure (4.15.D). Alors que l'application de la rétroprojection sur le sinogramme filtré donne le résultat de la figure (4.15.E).

L'image reconstruite de la figure (4.15.C) est de mauvaise qualité, à cause du **flou** induit par la rétroprojection pratiquée sur le contraste élevé de l'image originale (figure (4.15.A) qui se situe vers les hautes fréquences dans le domaine de Fourier, alors que le contraste de l'image reconstruite est assez lisse et constitué essentiellement de basses fréquences, cela est normal dans la mesure où chaque point reconstruit est une combinaison de plusieurs points du sinogramme ce qui est similaire à une opération de filtrage d'image type passe bas, la qualité de la reconstruction dans la figure (4.15.E) issue du sinogramme filtré est visiblement meilleure et ressemble nettement à l'image originale. L'algorithme de la simulation d'un procédé scannographique devient donc comme suit:

*Calcul des projections $p_{\theta}(t)$ et remplissage de la matrice du sinogramme SINO.
Extension des lignes de la matrice SINO tel que :*

*New_ligne[1 à N] = old_ligne[1 à N] et 0 ailleurs de N+1 à 2N.
Stockage des résultats dans la matrice SINOPAD.*

*FFTSINOPAD = FFT (SINO).
H = [-2.N :0 , 1 :2.N]*

*Pour i=1 jusqu'au nombre total de projections faire:
 Pour j = 1 jusqu'à la longueur des lignes de FFTSINOPAD faire:
 FSINOFILTRED = FFTSINOPAD (i, j) . H(j).
 Fin de pour
Fin de pour*

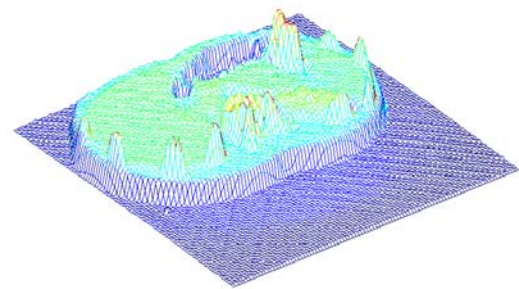
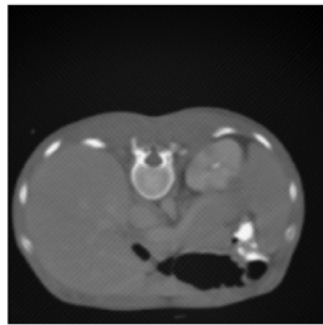
FSINOFILTRED = IFFT (FSINOFILTRED)

*Restauration de la taille de SINOPADFILTRED
CSINOFILTRED= REAL(CSINOFILTRED).*

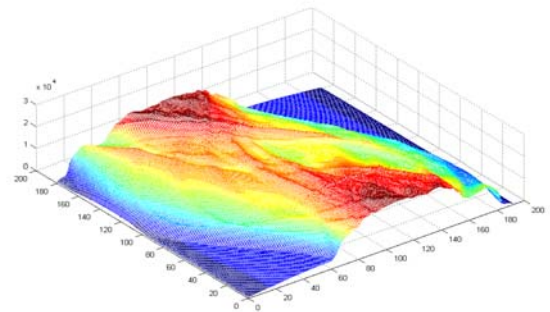
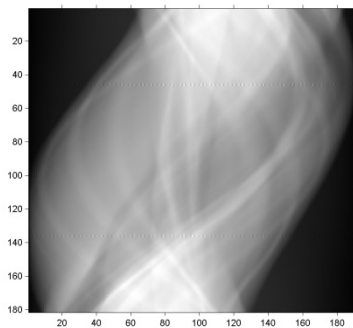
Rétro projection de la matrice sinogramme SINOFILTRED.

4.7 Application de la méthode FBP sur une image de coupe

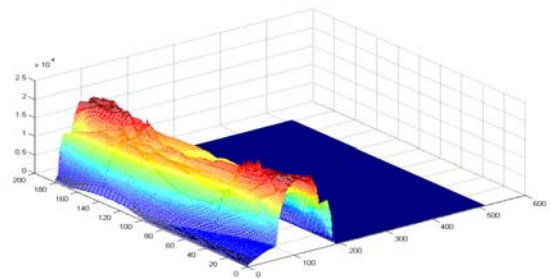
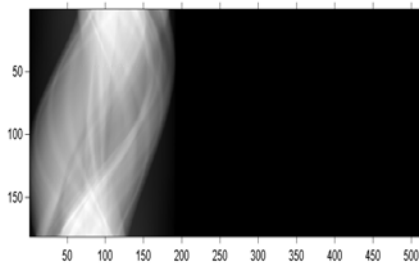
Dans ce qui suit, on présente le résultat du déroulement de l'algorithme décrit plus haut sur une image de coupe du foie figure (4.16.A) :



(A)



(B)



(C)

Fig.4.16:(A) : Image avec représentation 3D, (B) : Sinogramme de 180 projections sur l'intervalle de 0° à 180° avec représentation en 3D, (C) : Bourrage en zéros du sinogramme.

La figure (4.16.B) montre la simulation d'un sinogramme de 180 projections de l'image représentée par la figure (4.16.A) sur un profil de 0° à 180° avec une résolution simulée de 200 capteurs de la ceinture de détection.

4.7.1 Calcul de la transformée de Fourier:

Le calcul de la transformée de Fourier se fait par applications de la FFT sur toutes les projections (les lignes du sinogramme). Le résultat de cette opération est évidemment **une** grandeur complexe. La figure (4.17) nous montre la partie réelle et imaginaire de cette transformation dans le domaine des fréquences:

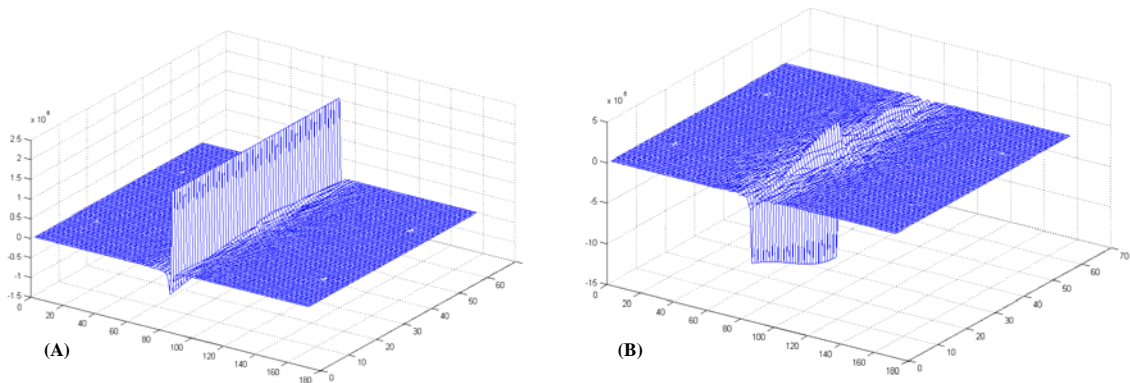


Fig.4.17: La transformée de Fourier des projections :
(A) la partie réelle, (B) la partie imaginaire

4.7.2. Construction du filtre :

La figure (4.18) nous montre la forme du filtre utilisé, il est conçu directement dans le domaine des fréquences à partir de sa formule analytique à savoir de type rampe lissé par une fenêtre de hamming :

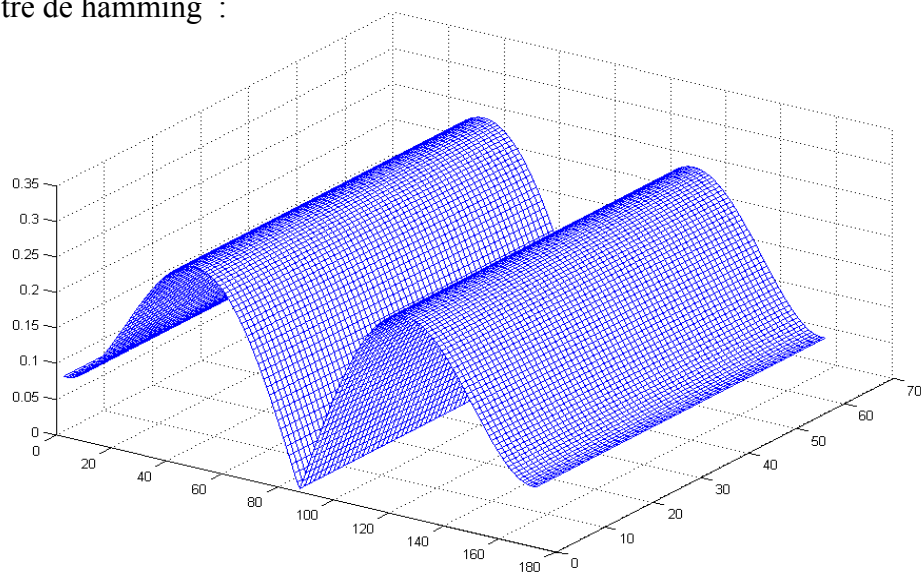


Fig.4.18 : Design du filtre utilisé (filtre rampe. fenêtre de hamming)

4.7.3. Le filtrage:

L'opération de filtrage se fait en multipliant le filtre par la transformée de Fourier des projections (le sinogramme), dans ce cas le filtre joue un rôle de coefficients d'échelle et de pondération des fréquences qui rentrent dans la construction de l'image finale par rétro projection. Les résultats de cette opération sont présentés dans la figure (4.19).

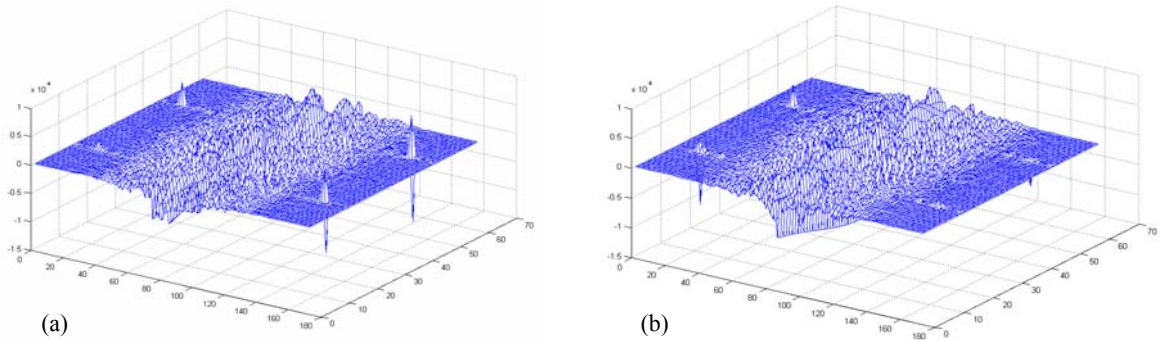


Fig.4.19: La transformée de Fourier filtrée des projections (a) partie réelle, (b) partie imaginaire

4.7.4. La transformée de Fourier inverse :

Après l'application de la transformée de Fourier inverse (IFFT) selon les lignes du sinogramme filtré, on remarque que la valeur moyenne des amplitudes du sinogramme est nulle avec l'apparition de valeurs négatives comme cela est constaté sur la figure (4.20), conséquence directe du filtre à valeur centrale nulle.

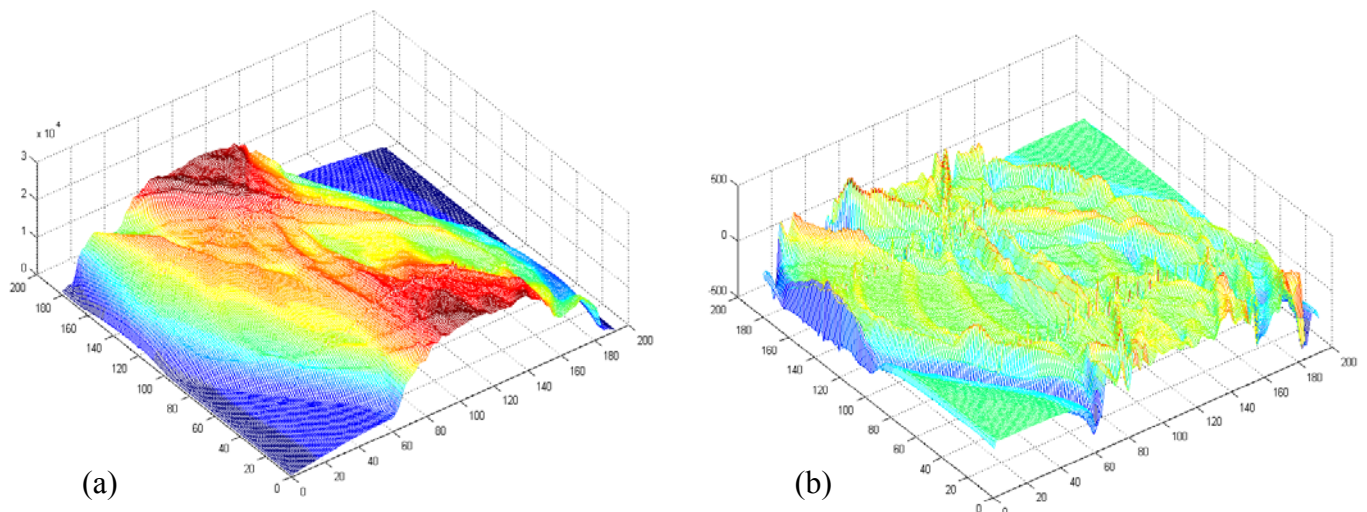


Fig.4.20: (a) le sinogramme initial, (b) Le sinogramme après filtrage.

4.7.5. La rétro-projection:

La reconstruction de l'image se fait par application de l'algorithme de la rétro-projection sur le sinogramme filtré dans le domaine spatial. Ainsi la somme sur la trajectoire propre à un élément $f(i, j)$ va comporter des valeurs positives et négatives qui vont se compenser dans toutes les directions autour du point $f(i, j)$. On assiste à des artéfacts en étoile sur l'image mais de faibles impacts visuels à cause du filtrage. Les résultats de cette opération sont présentés dans la figure (4.21).

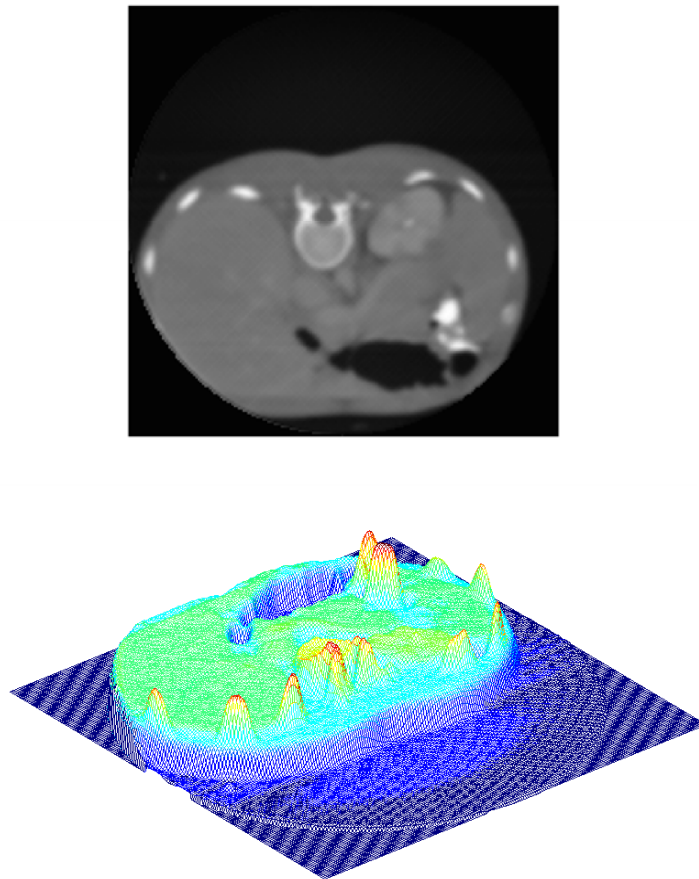
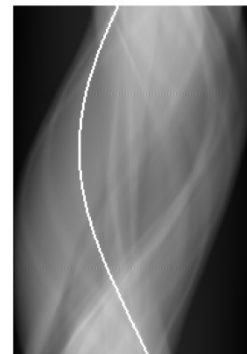
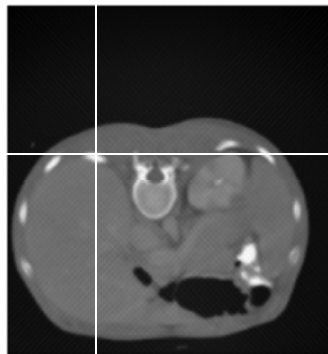
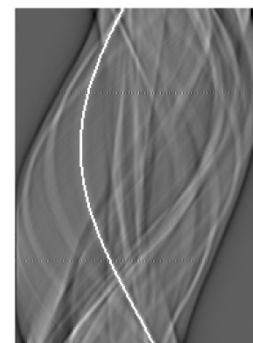
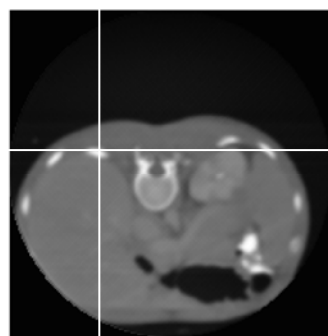


Fig.4.21: Image reconstruite et sa représentation tridimensionnelle

Pour bien comprendre l'apport du filtre dans le domaine spatial, la figure (4.22) présente une comparaison de la trajectoire de sommation sur deux sinogrammes selon le chemin associé à un point déterminé $f(i, j)$ dans le cas filtré et non filtré.



(A)



(B)

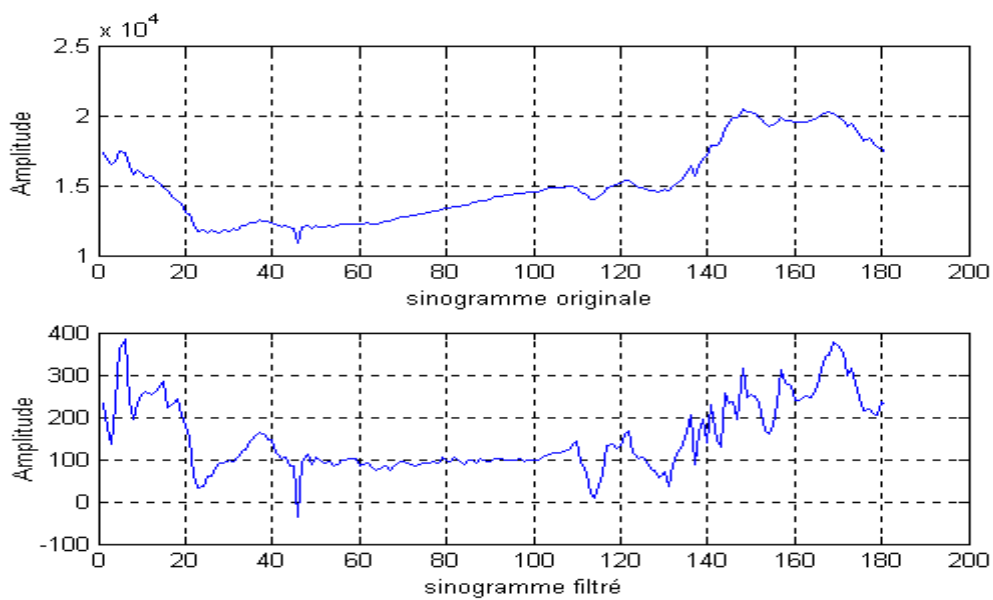


Fig.4.22: à droite série d'amplitudes sur sinogramme original d'un point de projection sélectionné sur l'image de gauche. (B) à droite série d'amplitudes sur sinogramme filtrée du même point

4.8. Etude des Paramètres de l'algorithme de la rétro-projection

Comme nous l'avons expliqué auparavant, l'algorithme de la FBP comprend trois opérations (projection, filtrage, rétro-projection), chacune de ces opérations a ses propres paramètres qui influent considérablement sur la qualité de l'image finale.

4.8.1. Le nombre de projections

Le paramètre le plus important est bien évidemment le nombre de projections qui indique la quantité d'information injectée dans l'algorithme pour aboutir à l'image tomographique. Dans la figure (4.23) on constate bien l'amélioration de l'image au fur et à mesure que le nombre de projections augmente.

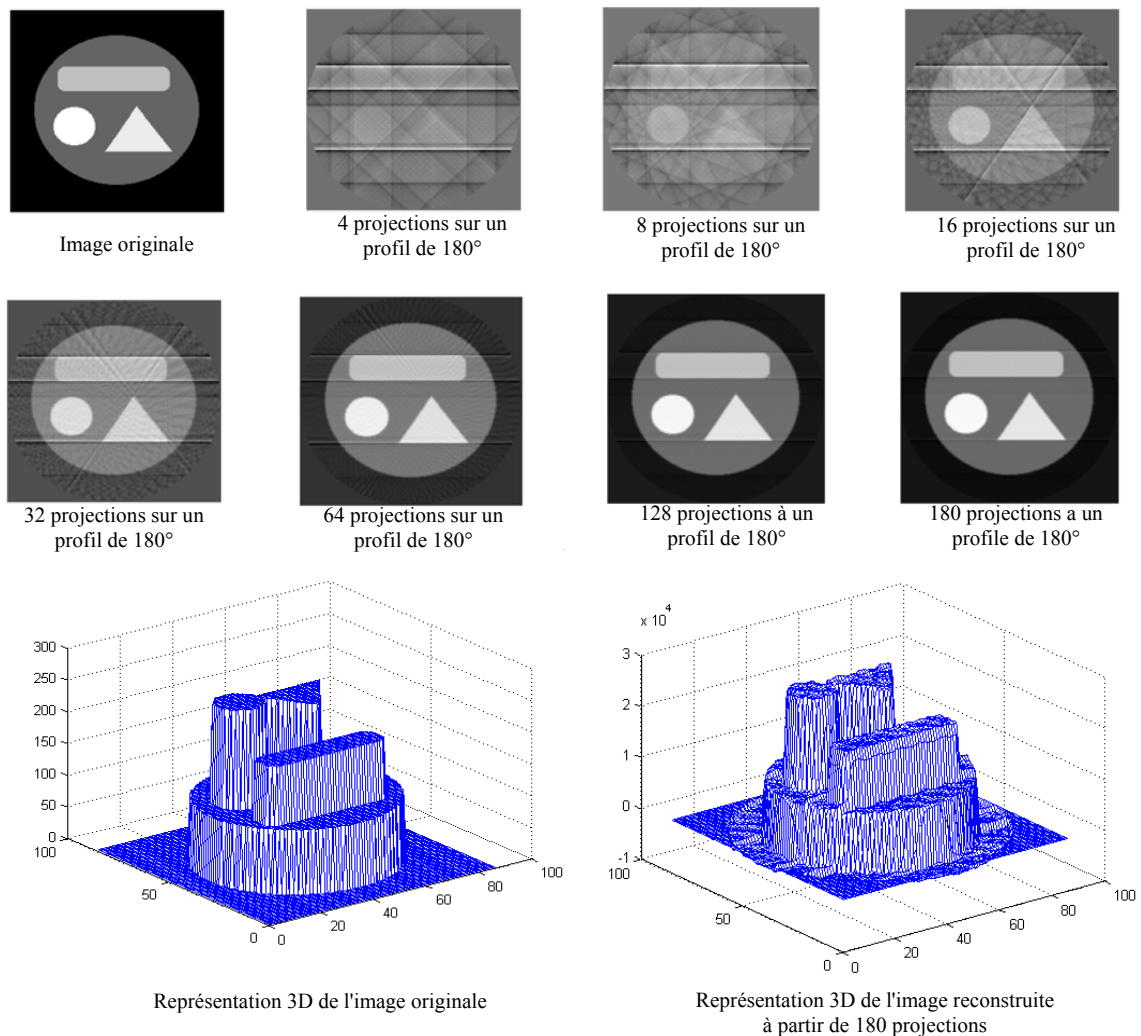


Fig.4.23:Influence du nombre de projections sur la qualité de la reconstruction

4.8.2 Influence des paramètres du filtrage

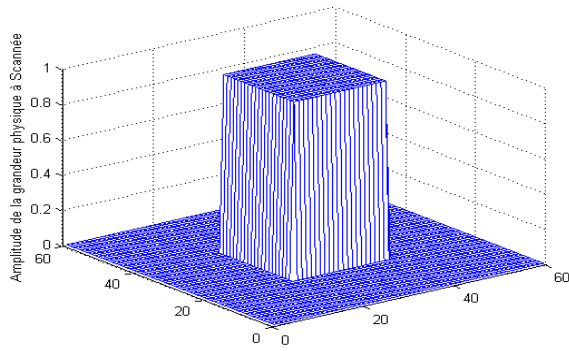
Le mécanisme de filtrage se distingue par le choix des fréquences qui rentrent dans la reconstruction de l'image rétro-projetée. Or l'étendu du spectre à filtrer est lui même fonction de l'information portée par le contraste de l'image, ce qui impose une adaptation du filtre à employer pour obtenir les meilleurs résultats de reconstruction. Parmi les paramètres d'adaptation du filtre on note :

- **Choix du filtre** : il existe plusieurs filtres qui agissent différemment sur le sinogramme. La figure (4.24) nous présente les résultats d'une reconstruction de 45 projections sur un éventail de 180° et une fréquence de coupure du filtre $\omega_c=1$, pour différents filtres.
- **Fréquence de coupure du filtre** : La fréquence de coupure du filtre détermine le seuil à partir duquel les hautes fréquences seront atténuées, d'où l'impact sur le résultat visuel de la reconstruction qui est ressenti comme un lissage de l'image qui se traduit par une certaine dépendance d'un pixel donné vis à vis de l'alignement vertical des pixels voisins sur toutes les projections.

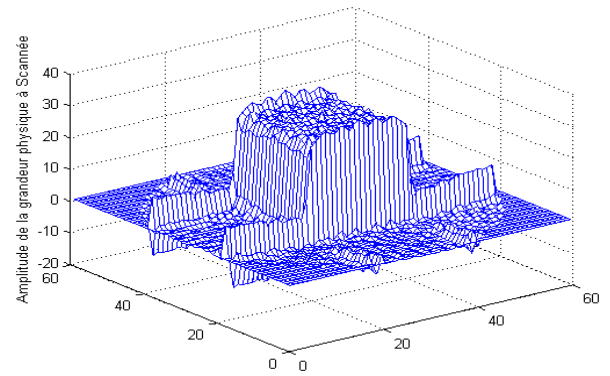
Pour bien comprendre le comportement du filtre dans la reconstruction, on a choisi d'appliquer l'algorithme du FBP doté d'un filtre type hamming figure (4.25) avec différentes fréquences de coupure appliquées à la reconstruction d'une image comportant un seul pixel à la valeur d'amplitude unitaire pour déterminer la réponse impulsionnelle du filtre.

La figure (4.25) montre le résultat de cette reconstruction où apparait clairement un effet de lissage induit par la sélection des basses fréquences, autrement dit le choix d'un petit ω_c .

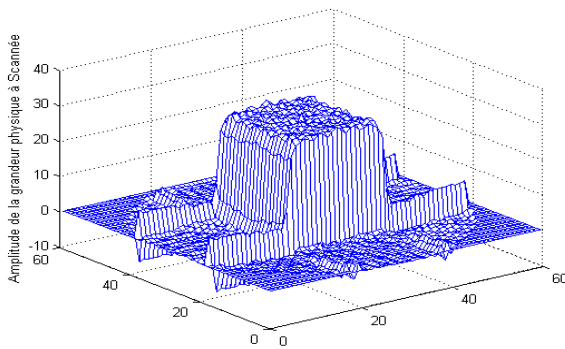
La figure (4.26) présente la qualité visuelle de la reconstruction d'une image de synthèse pour différentes valeurs de ω_c . Le flou étant engendré par les petites valeurs de la fréquence de coupure du filtre de hamming constituant un filtrage passe bas des zones de contraste élevé sur ces images.



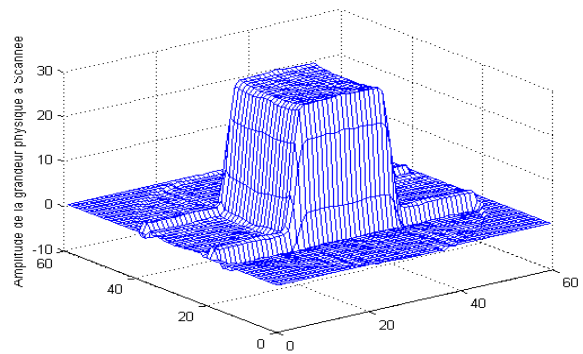
Maillage 3D de l'image d'origine



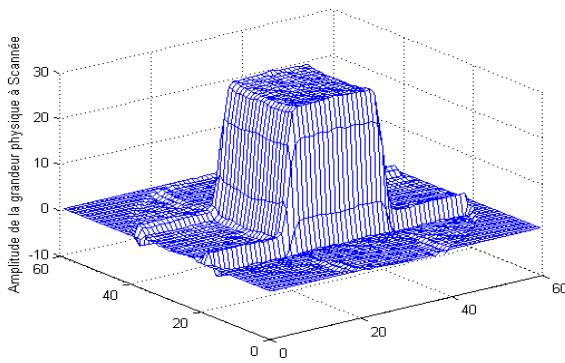
Reconstruction par filtrage type rampe



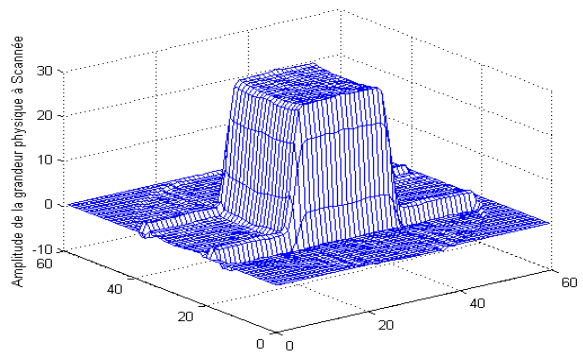
Reconstruction par filtrage type Shepp-logan



Reconstruction par filtre type cosine

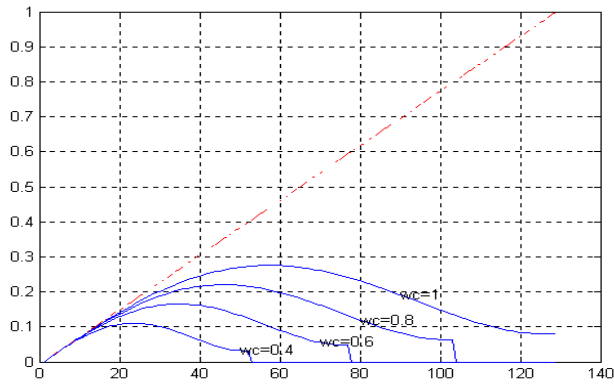


Reconstruction par filtrage type hamming

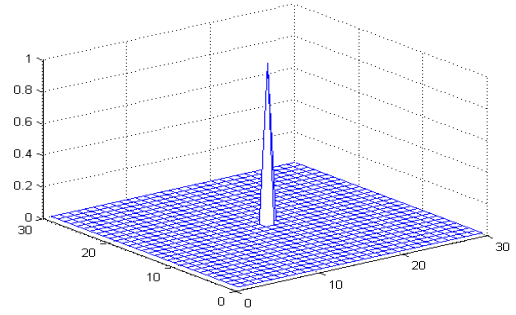


Reconstruction par filtrage type hanning

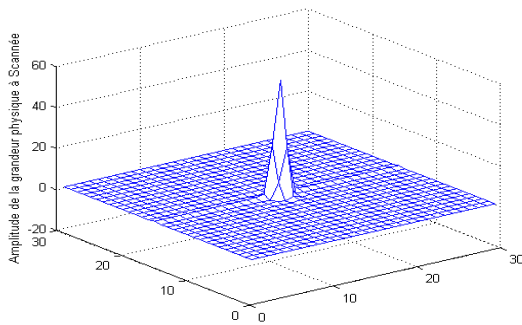
Fig.4.24: Influence du type du filtre sur la reconstruction



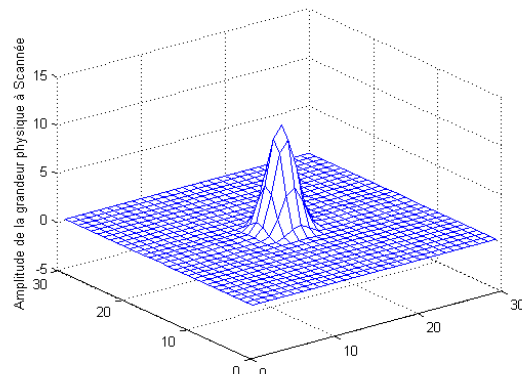
Réponse d'un filtre de hamming pour différentes fréquences de coupure



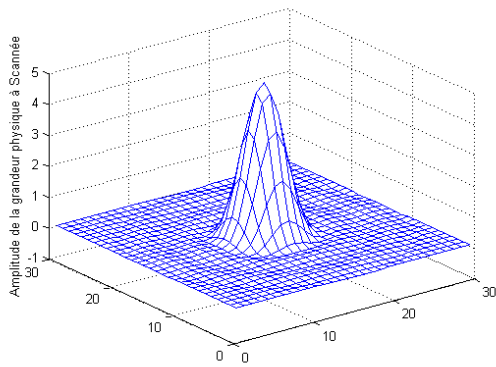
a) Maillage 3D de l'image originale (Un point)



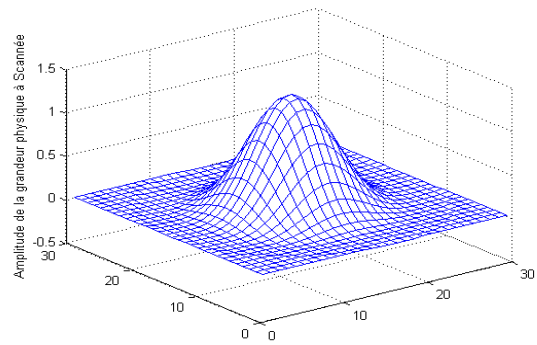
b) Reconstruction avec filtrage ($\omega_c=1$)



c) Reconstruction avec filtrage ($\omega_c=0.6$)



d) Reconstruction avec filtrage ($\omega_c=0.3$)



e) Reconstruction avec filtrage ($\omega_c=0.1$)

Fig.4.25: Influence de la fréquence de coupure d'un filtre hamming sur la reconstruction

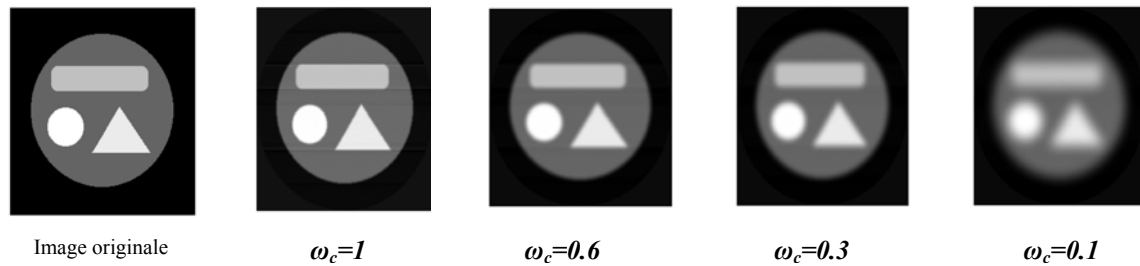


Figure 4.26: Reconstruction d'une image de synthèse pour différentes fréquences de coupure ω_c .

4.10 Conclusion :

La reconstruction des coupes tomographiques par rétro-projection filtrée reste la méthode la plus utilisée. Elle a pour principal avantage la rapidité. L'utilisation conjointe du filtre, correctement lissant du contraste permet d'avoir une bonne qualité des images. Toutefois, la méthode ne permet pas l'élimination complète d'artéfacts de reconstruction qui peuvent parfois être gênants.

Bien qu'il existe plusieurs méthodes de reconstruction des images tomographiques notre choix s'est porté sur la FBP parce que c'est l'algorithme utilisé parallèlement dans les scanners d'aujourd'hui mais avec différentes géométries de projection qui se basent toutes sur le protocole de reconstruction des projections parallèles de RADON.

Si on évalue l'avancée technologique des scanners, on constate que l'augmentation de la puissance de calcul a permis au software de remplacer certaines fonctionnalités mécaniques sur ces appareils, comme l'inclinaison du rotor qui est actuellement obtenue par interpolation dans les scanners de dernière génération.

Dans le chapitre V On propose une idée dont l'essence consiste à augmenter la résolution angulaire des projections par interpolation sur les trajectoires de sommation de la matrice sinogramme.

Chapitre V

Reconstruction augmentee par zero-padding.

Il existe de nombreuses méthodes visant à interpoler un signal : interpolation de Lagrange , l'interpolation par fonctions splines, zero-padding...etc .Quand aux applications elles sont nombreuses en théorie du signal. De telles méthodes peuvent être des outils précieux pour un traitement préalable des données comme c'est le cas dans notre exemple d'application en tomographie. Dans notre problème on s'intéresse au cas ou le signal est à spectre limité à un intervalle $[-F, F]$, échantillonné à un pas Δt inférieur ou égal au pas de Nyquist $1/2F$. Avec ces hypothèses, on sait que le signal est complètement déterminé par ses valeurs aux points d'échantillonnage, en particulier on peut théoriquement donner sa valeur sur les points multiples du pas moitié par la méthode dite zero-padding. Cette méthode est, en fait, basée sur la décomposition du signal suivant des sinus cardinaux, laquelle décomposition est donnée par le théorème d'échantillonnage. Dans ce chapitre on s'attachera à l'utilisation et l'évaluation de cette technique d'interpolation dans la reconstruction tomographique.

5.1 Introduction

Une des applications majeures utilisant la transformée de Fourier discrète (TFD) est l'analyse du contenu fréquentiel (spectre) de signaux continus. Le principe de l'analyse de Fourier numérique d'un signal analogique déterministe est représenté par la figure (5.1). La numérisation du signal continu $x_c(t)$ est effectuée de manière classique par un filtre anti-repliement suivi d'un convertisseur analogique-numérique. Le signal discret $x(n)$ est ensuite multiplié par une fonction $w(n)$ nommée *fenêtre temporelle* sur N points. Ce fenêtrage est une conséquence de la contrainte de durée finie imposée par la TFD qui ne peut s'effectuer sur un nombre infini d'échantillons. Le signal résultant $x_N(n)$, dont on pourra analyser le spectre par TFD puis par un calcul du module et éventuellement de la phase, est donc représentatif d'une observation limitée du signal d'entrée sur un horizon d'observation $T_0 = N.T$.

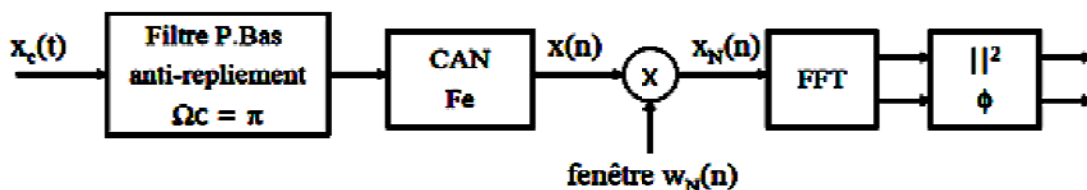


Fig.5.1 : Principe de l'analyse de Fourier numérique d'un signal analogique déterministe

5.2 Troncature d'un signal discrétisé

Soit N le nombre d'échantillons manipulables par le calculateur numérique utilisé, le signal tronqué $x_N(n)$ est le résultat de la multiplication du signal discret $x(n)$ de durée infinie par une fenêtre $w(n)$ de durée $T_0 = N.T$, appelée fenêtre d'observation. La version tronquée du signal discrétisé s'écrit donc finalement :

$$x_N(n) = x(n) \cdot w(n) \quad (05.1)$$

La fenêtre la plus intuitive est une fenêtre sans pondération, c'est à dire une fenêtre rectangulaire notée $w_r(n)$ définie par :

$$w_r(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq n \leq N - 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (05.2)$$

La version tronquée du signal discrétisé s'écrit donc finalement dans le cas de la fenêtre rectangulaire :

$$x_N(n) = x(n) \cdot w_r(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot \delta(n - k) \quad (05.3)$$

Si on se place dans le domaine domaine fréquentiel , la TF de l'équation (5.1) nous permet d'écrire :

$$\begin{aligned} X_N(\Omega) &= X(\Omega) * W(\Omega) \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\Theta) \cdot W(\Omega - \Theta) d\Theta \end{aligned} \quad (05.4)$$

Où $W(\Omega)$ est la représentation de la fenêtre dans le domaine fréquentiel. Dans le cas de la fenêtre rectangulaire, on a :

$$W(\Omega) = W_r(\Omega) = e^{-j\Omega \frac{N-1}{2}} \frac{\sin(N\Omega/2)}{\sin(\Omega/2)} \quad (05.5)$$

Une représentation de la fenêtre $w_r(n)$ ainsi que le module de sa TF est donnée par la figure (5.2). La convolution spectrale illustrée par l'équation (5.4) nous permet de faire les remarques suivantes :

- Un lissage de le représentation spectrale qui implique :
 - ✓ Une perte de finesse sur l'analyse en fréquence.
 - ✓ Un masquage des raies trop proches en fréquence.

- Des ondulations dans la réponse fréquentielle dues aux effets des lobes secondaires de $W_r(\Omega)$ entraînent du bruit et du masquage en amplitude.

5.3 Analyse spectrale par TFD

L'échantillonnage du signal sur N points n'est pas l'unique approximation qui a des conséquences sur le domaine spectral. En effet, la formule de convolution spectrale est une fonction de la variable continue Ω . Ce calcul n'est pas réalisable sur un processeur numérique et doit donc être approximé par la transformée de Fourier discrète [53].

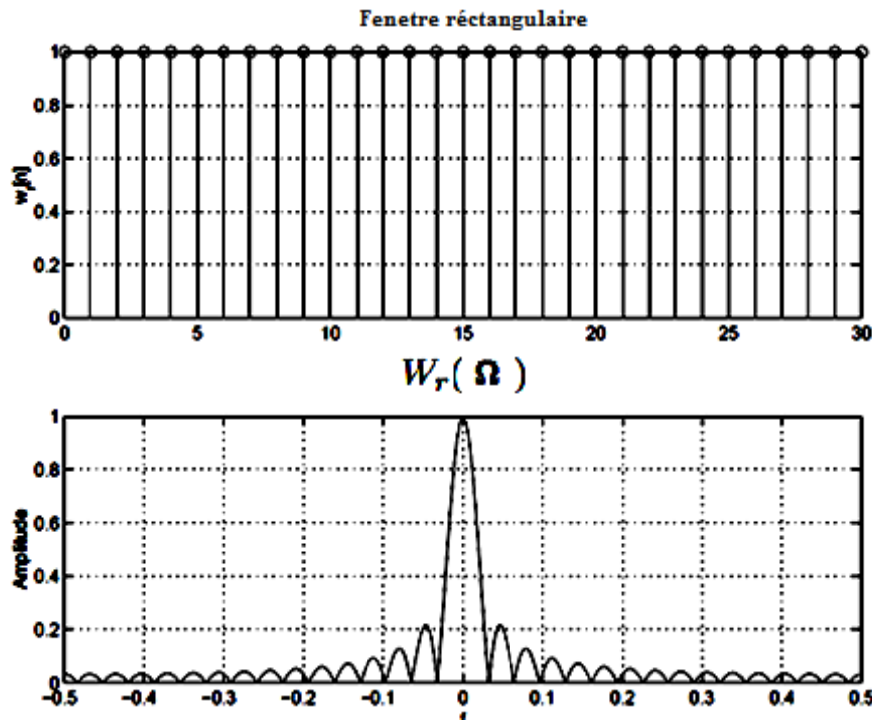


Fig.5.2 : Fenêtre rectangulaire de $N=31$ points et le module de sa transformée de Fourier

L'analyse spectrale discrète passe par le calcul de la TFD du signal fenêtré $x_N(n)$ obtenue comme suit :

$$X_N(k) = \sum_{n=0}^{L-1} x_N(n) e^{-j \frac{2\pi kn}{N}}, \quad k = 0, 1, \dots, L-1, \quad (05.6)$$

On prendra le plus souvent $L = N$, sauf dans le cas du *zero-padding* (*bourrage par zéros*) où N est inférieur ou égale à la largeur de l'intervalle sur le quel s'effectue la TFD, la TF de l'équation (5.4) s'écrit :

$$X_N(k) = X_N(\Omega) \Big|_{\Omega=2\pi k/L} \quad (05.7)$$

L'espace entre deux points fréquentiels de l'analyse vaut $2\pi/L$ et la relation entre les points d'indice k de la TFD et les fréquences continues f_k est donnée par :

$$\Omega_k = \frac{2\pi k}{L} \Leftrightarrow f_k = \frac{k}{LT} \quad (05.8)$$

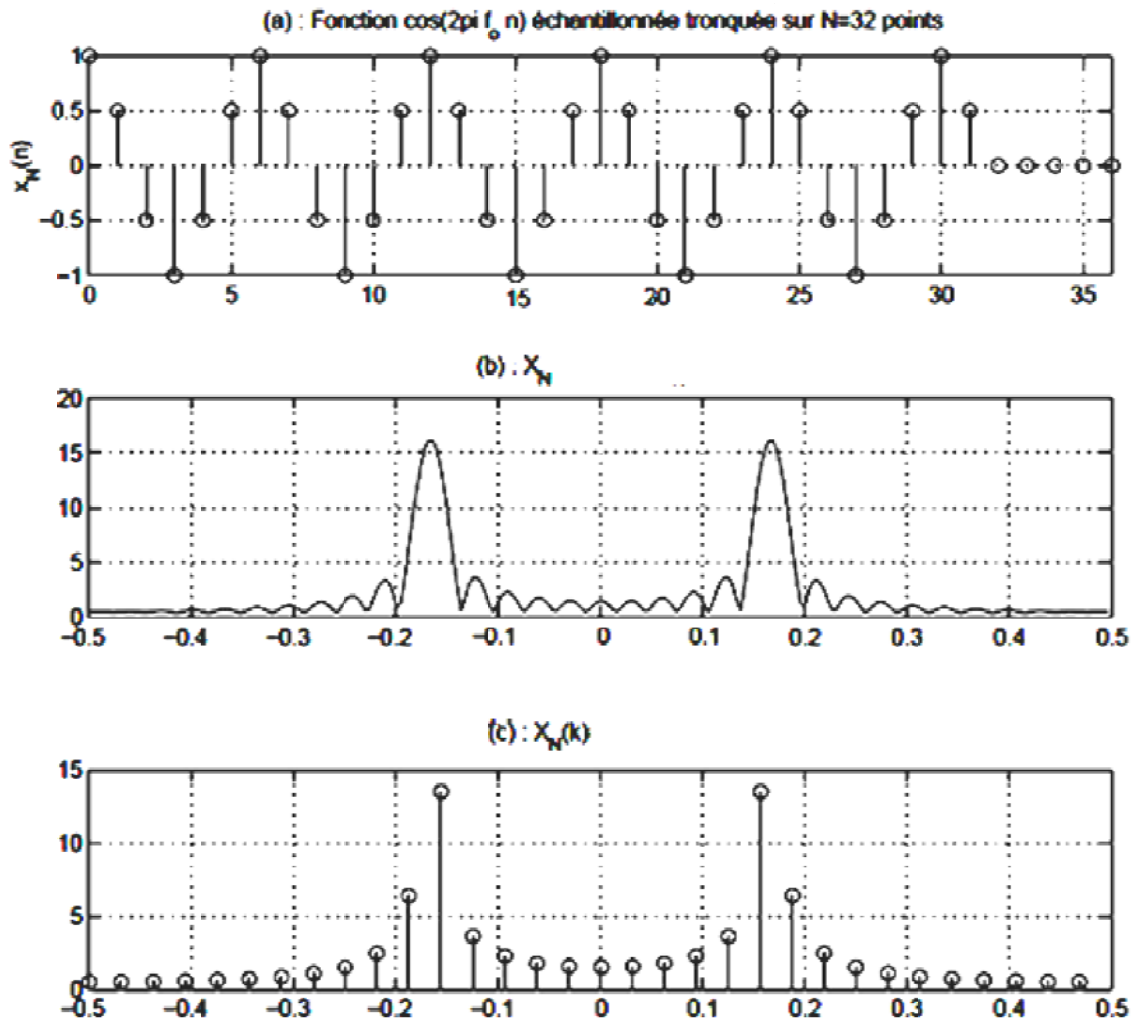


Fig.5.03 : Analyse de Fourier et TFD d'un signal sinusoïdal discret

La figure (5.03) illustre l'analyse spectrale par TFD d'un signal sinusoïdal discret. Le signal $x(t) = \cos(2\pi f_0 t)$ est tronqué puis échantillonné puis sur $N = 32$ points par une fenêtre rectangulaire figure (5.3.a). La figure (5.3.b) représente $X_M(\Omega)$ transformée de fourier de $x_M(n)$ et illustre le problème de la troncature temporelle présenté dans la section précédente. En effet, la TF d'un cosinus est composée de deux impulsions de Dirac située en f_0 et $-f_0$, alors que la TF du signal fenêtré est composée de la somme des TF de la fenêtre décalées en f_0 et $-f_0$. La figure (5.3.c) représente le résultat du calcul de la TFD sur $L = 32$ points du signal $x_M(n)$ et souligne donc l'erreur due à l'échantillonnage en fréquence effectué lors de la TFD [54].

La TFD $X_N(k)$ est une version échantillonnée de $X_N(\Omega)$, dans laquelle l'espace entre deux points successifs représente Fe/L (ici $Fe=32$). Ici une erreur est visible, c'est que plusieurs raies spectrales peuvent être distinguées après TFD, pour uniquement deux raies effectives dans le spectre théorique de $x(t) = \cos(2\pi f_0 t)$.

5.4 Zéro-Padding ou bourrage en zéros

Faire du *zéro-padding* consiste à augmenter artificiellement le nombre d'échantillons en ajoutant des zéros :

$$\{ x(0), x(1), \dots, x(N-1), 0, 0, \dots, 0 \} \quad (05.9)$$

Jusqu'à l'obtention d'un échantillon de taille L . Ainsi, si l'on opère, maintenant, par la TFD sur ces données, les calculs de $X(k)$ seront effectués en L fréquences : $f_k = k/L$. Elles seront toujours situées dans $[0, 1[$, elles seront plus rapprochées du fait qu'elles sont plus nombreuses. Cela aura pour vertu de révéler plus de détails invisibles. La figure (5.4) illustre, par exemple, quatre analyses de Fourier faites sur une fenêtre rectangle de taille initiale : $N = 8$ points. Ces quatre analyses seront effectuées successivement à l'aide de N points, $2N$ points, $4N$ Points et enfin $8N$ points.

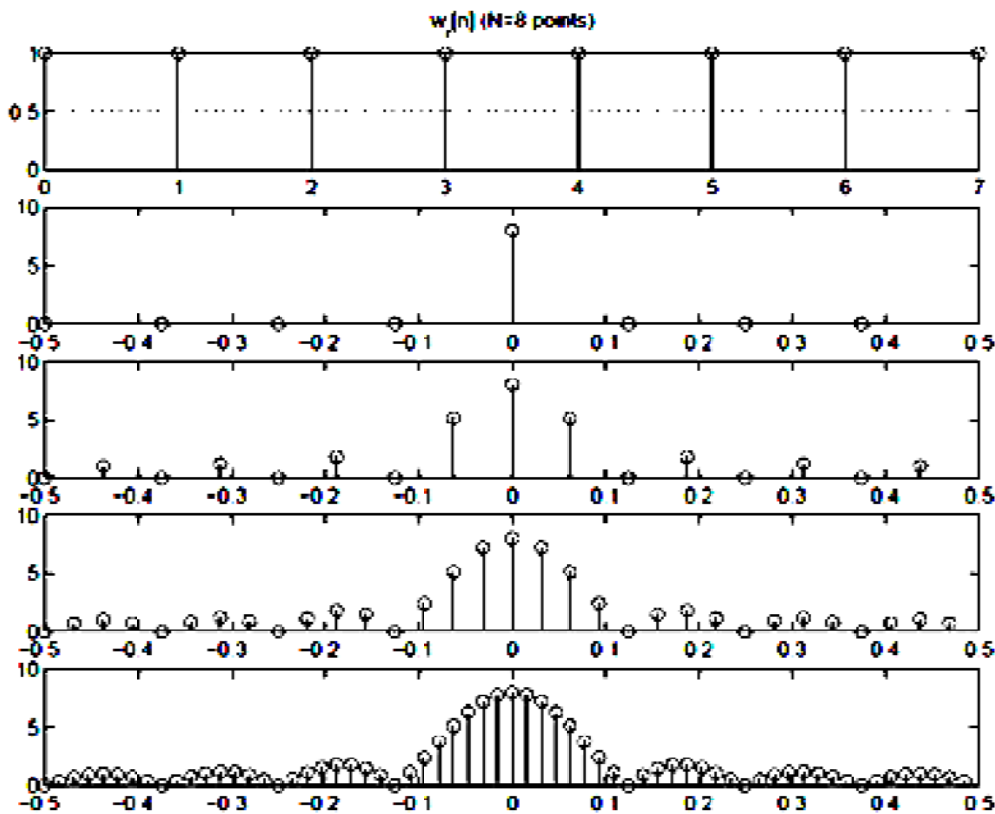


Fig.5.4 : Effet du Zéro padding sur l'analyse de Fourier d'une fenêtre rectangulaire de $N=8$ points.

5.5 Propriété de l'interpolation par zéro-padding

Une fois un signal échantillonné en respectant la condition de Shannon, N points de ce signal sont acquis. Ce nombre de points étant en général insuffisant, des points "intermédiaires" sont donc nécessaires. Pour atteindre ce but, il faut recommencer l'acquisition avec une période d'échantillonnage plus faible, cependant le signal échantillonné contient toute l'information sur le signal continu et doit suffire pour représenter tout échantillon obtenu à partir du 1^{er} en ajoutant des points intermédiaires et éviter ainsi de refaire l'expérience.

Supposons que nous disposons d'un signal continu $x_c(t)$ échantillonné à une période T_{s1} pendant un temps d'acquisition $T_0 = N.T_{s1}$ ce qui nous donne le signal $x_1(t)$. Supposons maintenant le même signal $x_c(t)$ échantillonné à la période T_{s2} pendant le même temps $T_0 = M.N.T_{s2}$. Ceci donne un autre signal $x_2(t)$ possédant M fois plus d'échantillons que $x_1(t)$. il est légitime de se demander dans quelles mesures il y a ressemblance entre les spectres de $x_1(t)$ et $x_2(t)$.

- Les deux signaux proviennent du même signal continu $x_c(t)$ et ont même durée T_0 l'intervalle entre les échantillons fréquentiels est le même dans les deux cas.
- Pour les deux la condition de Shannon est supposée respectée $T_{s2} < T_{s1} < 1/(2 f_{max})$, (f_{max} étant la plus haute fréquence du spectre de $x_c(t)$).
- La largeur de la bande de Shannon pour $x_1(t)$ est $1/T_{s1} = N/T_0$.
- La largeur de la bande de Shannon pour $x_2(t)$ est $1/T_{s2} = M.N/T_0$, soit M fois plus large que celle associée à $x_1(t)$. Le théorème de Shannon étant respecté dans les deux cas, le spectre de $x_2(t)$ est donc le même que celui de $x_1(t)$ mais sur une bande de Shannon plus large. Le spectre de $x_2(t)$ est identique au spectre de $x_1(t)$ complété par des zéros. Nous retrouvons ici l'analogie avec le "zéro padding" autrement dit, pour interpoler un signal temporel, il suffit de sur-échantillonner à la période désirée et de faire en sorte que son spectre de fréquence soit complété par des zéros.

5.6 Zéro-padding des signaux images 2D

Le sur-échantillonnage d'une image consiste à augmenter sa taille. Il s'agit d'une Opération de plus en plus utilisée, par exemple, pour adapter les anciennes vidéos à la diffusion dite « haute définition » [55], [56]. Considérons une image de taille $N \times N$, et interpolons la en image de taille $kN \times kN$ (avec k valant 2, 4, 8). Trois méthodes sont couramment utilisées :

- La première méthode consiste en la duplication des pixels. Chaque pixel original de l'image est remplacé par un bloc de $k \times k$ pixels ayant le même niveau de gris (obtenu par duplication du pixel original).
- La deuxième méthode fait appel au calcul de la transformée de Fourier de l'image originale de taille $N \times N$, suivie d'une opération qui consiste à compléter par des zéros pour former une matrice de taille $kN \times kN$, dont il faut calculer la transformée de Fourier inverse.
- La troisième méthode est identique à la 2eme , sauf qu'elle fait appel à la transformée en cosinus.

Les deux dernières méthodes sont dites méthodes par zero padding (remplissage ou bourrage par des zéros). La figure(5.5) illustre les résultats obtenues en appliquant les trois méthodes.

Le sur-échantillonnage par la première méthode n'est bien sûr pas très satisfaisant car il fait apparaître des blocs uniformes. Les méthodes par zero-padding font apparaître un effet de Gibbs le long des contours contrastés présents dans l'image, ce qui reflète le fait que les coefficients de Fourier basculent brutalement à 0 dans les hautes fréquences.

Il s'agit d'un artefact inhérent à la méthode. L'avantage du zero-padding appliqué à la TCD est l'absence de rayures sur les bords extérieurs de l'image. La TCD est en effet équivalente à la TFD sur une image symétrisée qui ne présente alors plus de transitions abruptes aux bords.



Fig.5.5 En haut : duplication de pixels. Au milieu : zero padding dans la transformée de Fourier discret. En bas : zero-padding dans la transformée en cosinus discrets. A gauche est l'image originale de taille 64 x 64. L'image du milieu a pour taille 128 x 128, et celle de droite 256 x 256.

On voit apparaître dans les images traités par zero-padding, un phénomène de rayures le long des contours présents dans l'image. Ce phénomène est, par exemple, visible sur le bord supérieur gauche des images. Les artefacts sont ici d'autant plus visibles que la résolution de l'image originale a été choisie très faible.

5.7 Augmentation virtuelle de la résolution angulaire par estimation de projections de radon

De nombreux travaux se sont intéressés à l'amélioration de la qualité de l'image reconstruite sur le plan matériel, les dispositifs d'acquisitions et mesures de rayons X, comme c'est le cas des travaux de [57] et [58], dans d'autres travaux c'est le procédé de reconstruction lui-même qui fait l'objet de développement par construction partielle comme dans les travaux de [59], ou bien par l'intégration d'outils numériques avancés comme dans les travaux de M. Li, [60]. Les travaux de X. Pan [61] ont guidé notre inspiration quand à l'intégration de la technique du zoom numérique, par zéros-padding, pour augmenter, virtuellement, la résolution angulaire dans un processus de reconstruction par rétroprojection filtrée dans le domaine 2D de Fourier, notre approche aussi simple soit elle : se présente sous forme d'une étage de traitement informatique des données du sinogramme, facilement implémentable dans n'importe quel système de reconstruction tomographique.

Pour calculer une image tomographique à partir de ses projections, plusieurs solutions algébriques ou analytiques de reconstruction sont possibles [62], [63]. Nous nous sommes intéressés particulièrement à l'algorithme (FBP), du fait qu'il est le plus utilisé dans le milieu industriel. Cet algorithme est fondé sur la discrétisation d'une solution analytique de reconstruction qui fait appel au calcul radial de la transformée de Fourier 2D par une transformée de Fourier 1D de la transformée de radon dans le domaine discret.

Il est clair que le nombre de projections injectées dans le processus de reconstruction constitue un élément déterminant quand à la qualité de l'image tomographique [63], ainsi pour une meilleure reconstruction, le dispositif d'acquisition tomographique devra fournir un nombre élevé de projections acquises avec un pas angulaire relativement réduit, contrainte pour laquelle la technologie se trouve fortement limitée, si on prend en considération le temps nécessaire aux divers modules électroniques pour réagir, mesurer et convertir l'intensité du rayonnement en données numériques exploitables par l'algorithmique de reconstruction.

Face à cette limitation technologique on se propose d'augmenter la résolution angulaire par calcul interpolateur de projections virtuelles obtenues à partir des projections mesurées réellement par le dispositif. Le nombre de projections injectées dans le processus de la reconstruction se trouve ainsi augmenté comme l'indique le schéma de la figure(5.6).

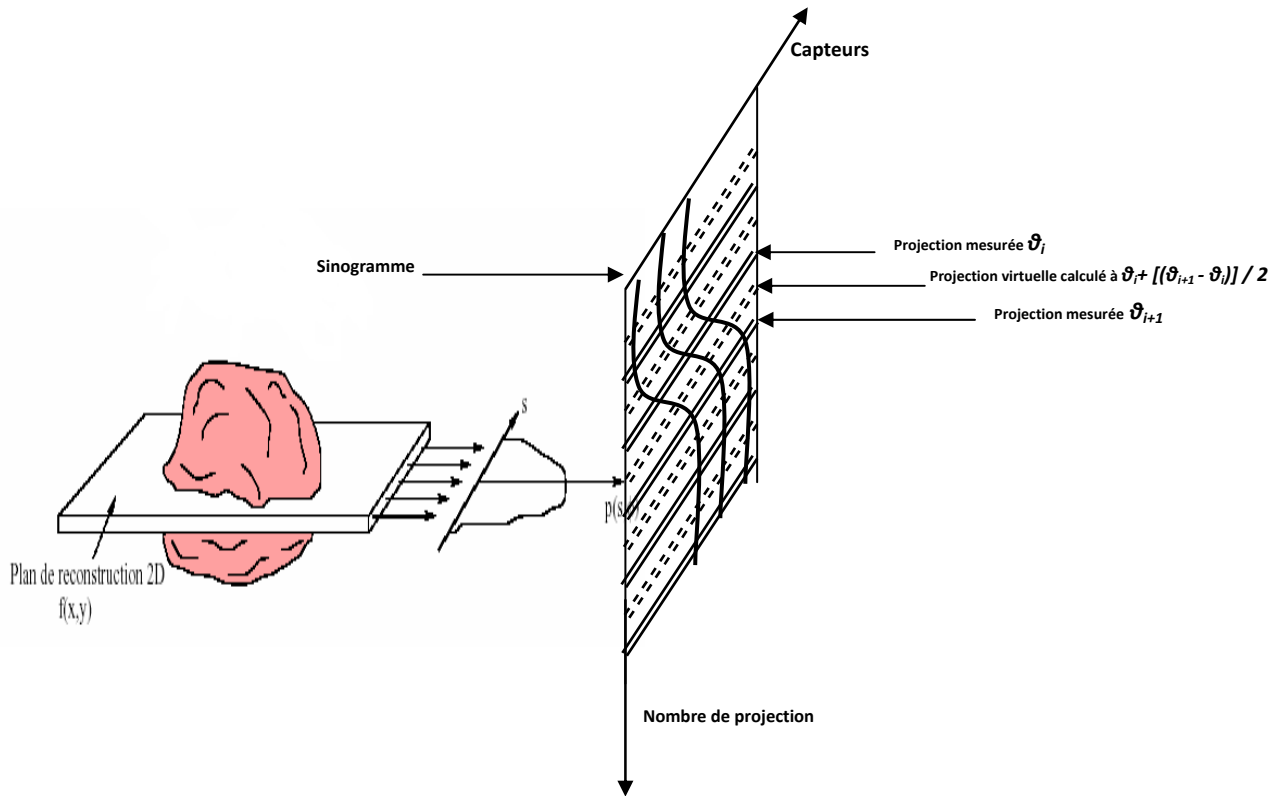


Fig.5.6 : Insertion des projections estimées dans un sinogramme

5.7.2 Estimation des projections par Zero padding

Soient (Q_{θ_i} et $Q_{\theta_{i+1}}$ deux projection mesurées, respectivement, aux angles θ_i et θ_{i+1} . Le calcul estimé d'une projection $Q_{(\theta_i + [\theta_{i+1} - \theta_i] / 2)}$ à un angle virtuel, est en fait une opération de zéro-padding qui s'effectue par injection de colonnes à valeur nulle dans le spectre résultant du calcul de la **FFT bidimensionnelle** du sinogramme sur la dimension des angles θ_i . La résolution du nouveau sinogramme calculé par la transformée inverse du spectre étendu, se trouve ainsi sensiblement augmenté. L'algorithme ci-dessous résume les étapes par lesquelles passe l'opération du zéro-padding :

- Soit Q_{θ_i} , i de 1 à N , un ensemble de N projections mesurées entre 0 et 360° qui évolue avec un pas $\Delta\theta$, les données sont stockées sous forme de matrice sinogramme :
- Soit Qf_{θ_i} la FFT2D de Q_{θ_i} pour i allant de 1 à N tel que :

$$Qf_{\theta_i} = \text{FFT2D}(Q_{\theta_i}) \quad (05.10)$$

- Soit Qfz le zero-padding de Qf définie comme suit :

$$Qfz_{\theta_i} = \begin{cases} QF_{\theta_i} & i = 0, 1, 2, \dots, N. \\ 0 & i = -nd \times \frac{N}{2}, \dots, -2, -1. \\ 0 & i = N+1, N+2, \dots, nd \times \frac{N}{2} \end{cases} \quad (05.11)$$

- $nd > 1$ définit un facteur multiplicatif entier du taux d'extension de Qf , il représente, également, le facteur d'augmentation de la résolution de base du sinogramme initial Q .

- Le passage de Qfz à Qz_{θ_i} se fait par le calcul de la transformée inverse FFT2D^{-1} de Qfz_{θ_i} après filtrage, pour i de 0 à $(nd \times N)$ tel que :

$$Qz_{\theta_i} = \text{FFT2D}^{-1}(Qfz_{\theta_i} \times |w|), i = 0, nd.N \quad (05.12)$$

w : *filtre rampe*

- Chaque point de l'image reconstruite est obtenu par rétroprojection filtrée des nouvelles données du sinogramme Qz_{θ_i} , $i = 1$ à $nd.N$, sur la même plage d'acquisition angulaire initiale de 0 à 360° [64] :

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^{nd.N} Qz_{\theta_i}(x \cos(\theta_i) + y \sin(\theta_i)) \quad \text{avec } 0 < \theta_i < 360^\circ \quad (05.13)$$

5.7.3 Tomo-Reconstruction par FBP sur le sinogramme estimé

Dans l'exemple illustré par la figure (5.7.b) on présente les résultats d'une simulation d'acquisition tomographique parallèle du phantom de la figure (5.7.a) sur un profil de 1 à 180° avec un pas de 4°. Sur la figure (5.7.c) est présentée l'estimation d'un sinogramme sur-projeté numériquement par zéro-padding sur un profil de 1 à 180° avec un pas de 1°.

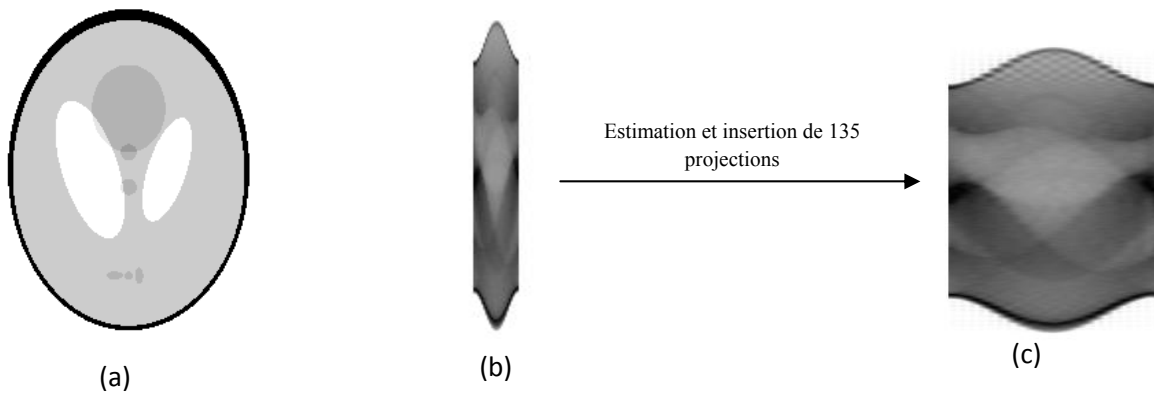


Fig.5.7: (A) Phantom 255x255, (b): 45 projections mesurées entre 1 et 180°, (c) : estimation de 180 projections à partir de 45 projections réelles entre 1 et 180° .

La reconstruction de la coupe tomographique à partir du sinogramme estimé, peut s'effectuer de la même manière que si lon dispose d'un sinogramme réel. L'angle de projection doit être ajusté pour correspondre à la nouvelle résolution angulaire estimée résultant des projections insérées.

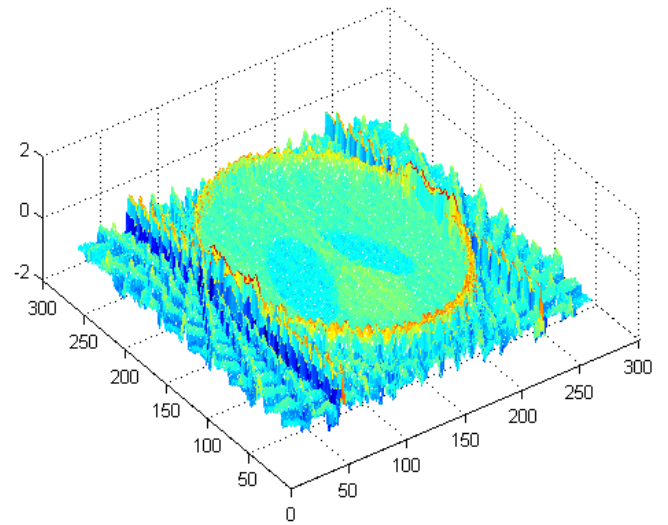
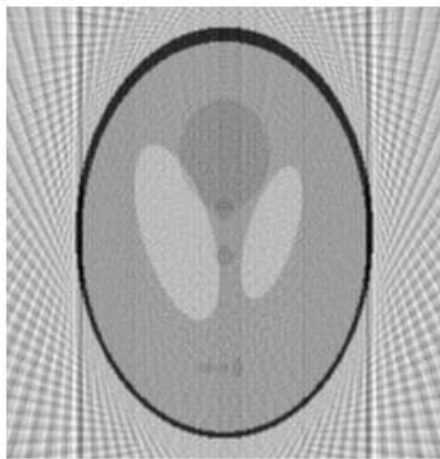
Les opérations de filtrage et d'interpolation numériques restent identiques au protocole de reconstruction tomographique FBP, avec éventuellement un réajustement de la fréquence de coupure du filtre pour l'adapter à la nouvelle composante d'information injectée dans le domaine des hautes fréquences.

La figure (5.8), présente une comparaison entre trois reconstructions faites sur un profile de 1 à 180° tel que (a) : reconstruction faite sur la base d'un nombre insuffisant de projections brutes. (b) : une reconstruction à base de sinogramme sur-projeté par zéro-padding. (c) une reconstruction à base de projections par mesures réelles en haute résolution angulaire à 1° sur le même profile.

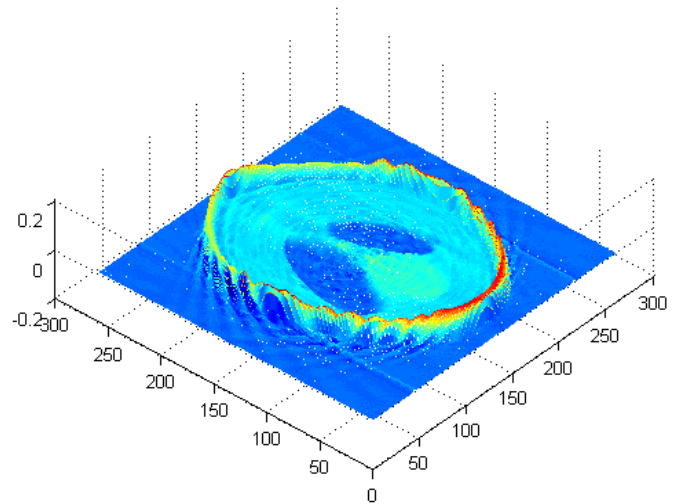
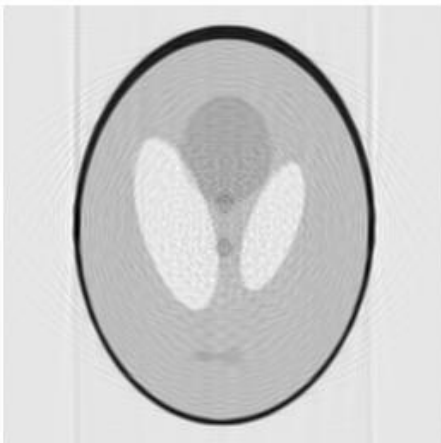
La topographie 3D représente des niveaux de gris des images reconstruites. On observe une réduction du bruit de fond (effet étoile) engendré par l'insuffisance d'information injectée dans la reconstruction à brute figure (5.8.a). Ainsi le lissage apporté par les projections estimées améliore considérablement la lisibilité de l'image Figure (5.8.b).

Evidemment, notre technique n'apporte pas un supplément d'information anatomique à l'image reconstruite, cependant elle contribue, surtout, à améliorer la visibilité du contraste et préparer ainsi nos données pour une meilleure prise en charge par les niveaux de traitement informatique qui visent la localisation et la segmentation automatique des régions anatomiques, par analyse quantifiée ou texturée des niveaux de gris.

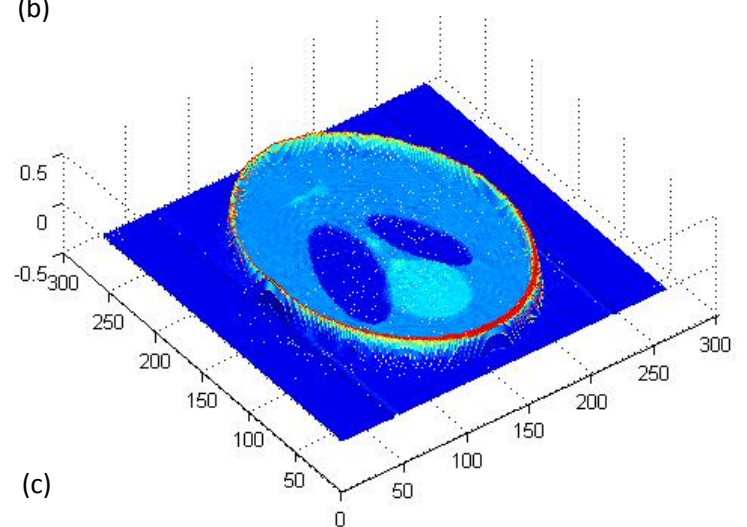
La précision de cette localisation est un facteur déterminant dans la construction synthétique 3D des volumes des organes et la fidélité de leur dimensionnement télémétrique.



(a)



(b)



(c)

Fig.5.8 : (a) Reconstruction à base de 45 projections réelles (b) : Reconstruction de 180 projections estimées à base de 45 projections réelles. (c) : Reconstruction à de 180 projections réelles. sur un profil de 0° à 179° .

5.7.5 Évaluation de l'apport d'interpolation par zéro-padding

L'apport concret de l'interpolation **ZP** à la reconstruction, et la dépendance de l'erreur d'estimation du nombre des projections réelles ont été étudiés par une comparaison de reconstruction tomographique sur deux ensembles de projections parallèles composées de 180 projections réelles générées sur un profil de 180°, chaque ensemble est ensuite sous-échantillonné pour obtenir une séquence de 6, 12, 30, 45, 90 et 180 projections. Chacun des sinogrammes sous-échantillonnés est ensuite ramené par interpolation ZP à 180 projections sur le même profil de 1 à 180°.

Ainsi la reconstruction à partir de ces deux ensembles de projections, deux images tomographiques, qui ferrent l'objet de comparaison avec une image reconstruite par 180 projections réelles sur le même profil par le calcul de **N.R.M.S.E** [65] *normalized root-mean-square error* définie par :

$$e = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^R (t_{ij} - w_{ij})^2}{\sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^R (t_{ij} - t_{moy})^2}} \quad (5.14)$$

With $w_{ij} = r_{ij}$ *or* v_{ij}

Où t_{ij} la valeur du pixel de la i^{eme} ligne et j^{eme} colonne de l'image de taille **RxR** (reconstruite par 180 projections réelles), et r_{ij} , v_{ij} représente, respectivement, les pixels de l'image reconstruite à partir des deux ensembles des sinogrammes sous-échantillonnés et réestimés par zéro-padding. t_{moy} est la valeur moyenne des niveaux de gris des pixels de l'image de référence reconstruite par 180 projections réelles.

Deux erreurs sont alors calculées, la première compare l'image de référence (reconstruite par 180 projections réelles) à l'image reconstruite à base du sinogramme sous-échantillonné et sans interpolation, alors que la seconde erreur compare l'image de référence au résultat de reconstruction tomographique des sinogrammes complétés à 180 projection par estimation interpolatrice via la technique du zéro-padding.

Pour apprécier l'effet de l'interpolation ZP sur l'erreur NRMSE, le graphe de la figure(5.9) trace la correspondance des valeurs reportées dans le tableau.5.1 ci-dessous, le processus de reconstruction tomographique effectué utilise l'algorithme FBP paramétré de la même manière lors de chaque opération de reconstruction (filtrage et interpolation digital).

TABLE. 1
Comparaison des différentes erreurs NRMSE avec et sans interpolation *ZP*

N° de projections réelles	$\Delta\theta$ pas angulaire	NRMSE sans interpolation	NRMSE avec interpolation <i>ZP</i>
06	30°	14.0864	1.8551
12	15°	10.5215	2.0589
30	6°	4.4141	0.8418
45	4°	2.7544	0.2726
90	2°	0.6194	0.2283
180	1°	0	0

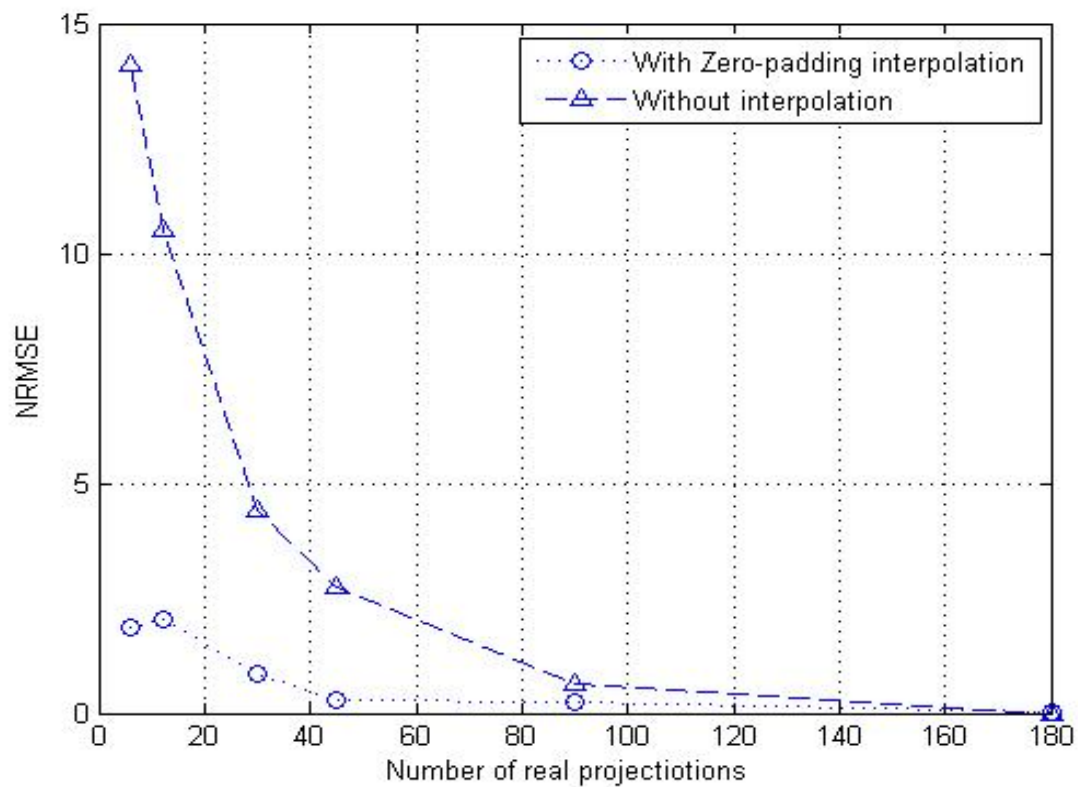
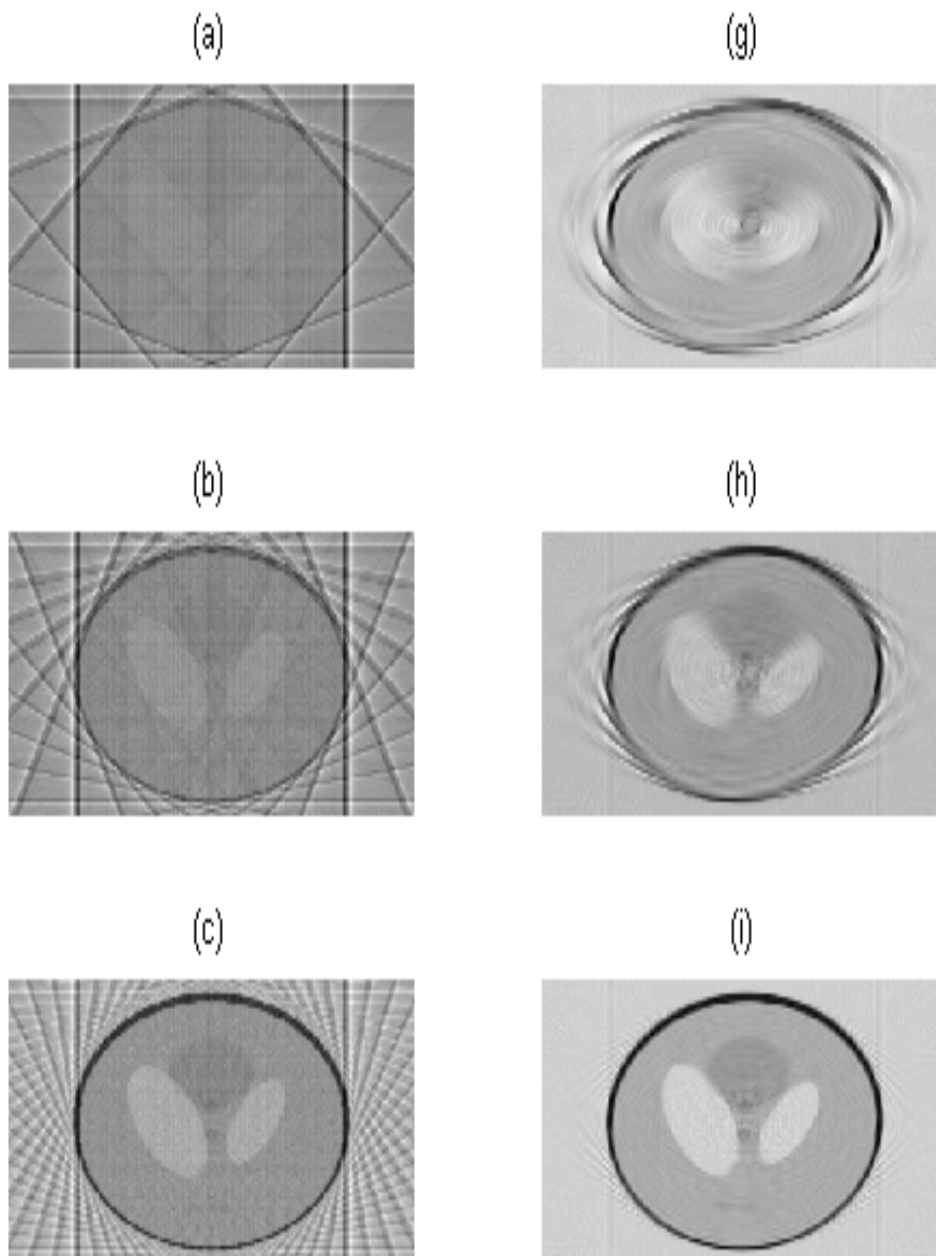


Fig.5.9: Graphe de NRMSE des reconstructions du sinogrammes interpolés a base de (6, 12, 30, 45, 90 et 180 projections réelles)

Cette étude comparative montre une convergence progressive et précoce de la séquence d'images résultant de l'interpolation ZP vers l'image de référence d'une part, et une convergence retardée de la séquence d'images reconstruites sur la base de sinogrammes sous-échantillonné d'autre part. Les résultats de chaque reconstruction sont présentés sur deux ensembles d'images de la figure (5.10). Où l'on peut faire un constat visuel de l'amélioration apportée par la technique ZP.



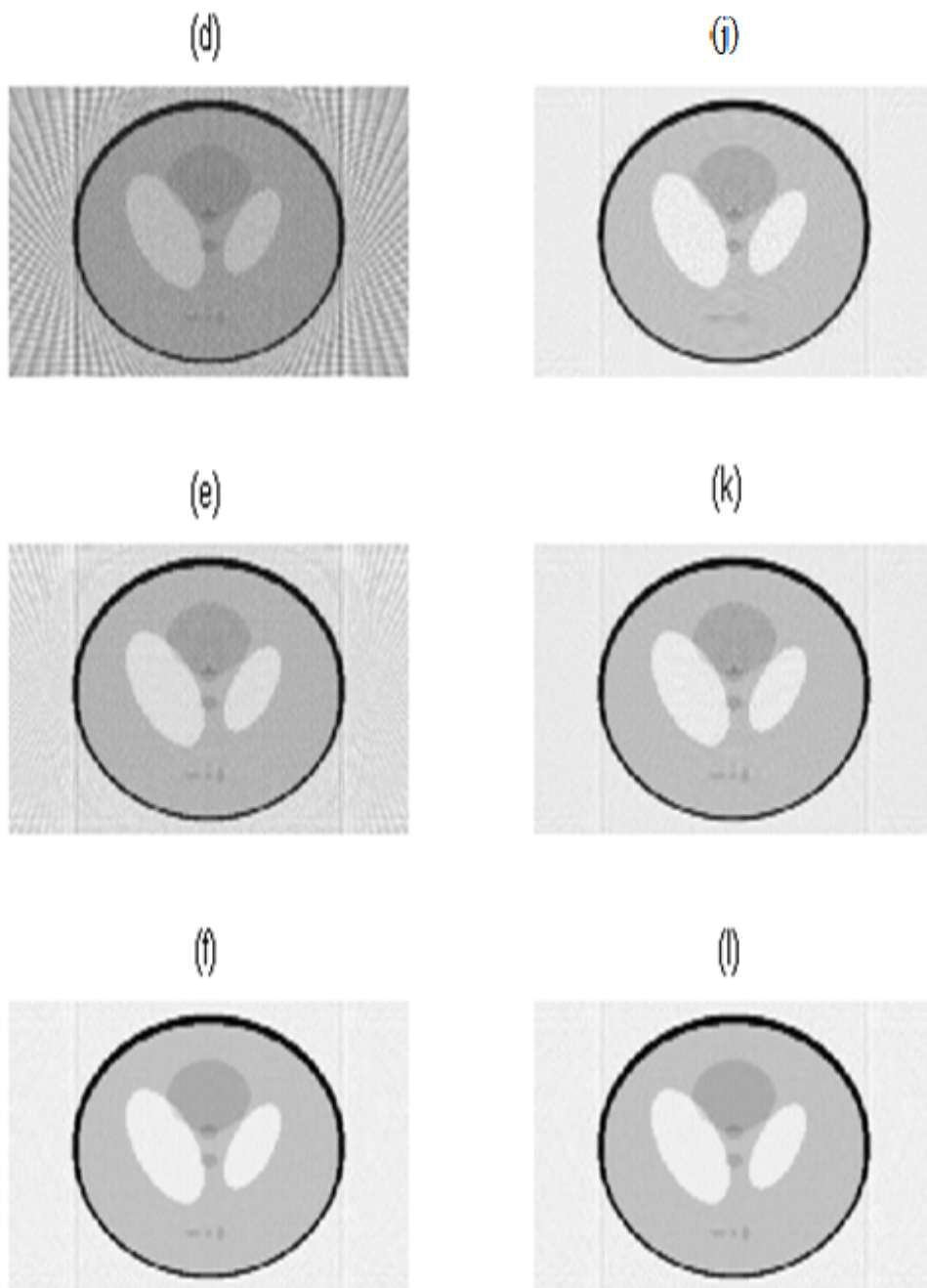


Fig.5.10 : Colonne d'images (a à e) reconstruction du sinogramme sous échantillonné. Colonne d'image (g à l) reconstruction sur sinogramme interpolé par ZP.

5.7.6 Interprétation

La technique de l'interpolation par zéro-padding fait appel à l'insertion massive de projections dans le processus de reconstruction, ce qui a pour résultat le dédoublement de la densité des lignes de rétroprojection, dont l'intensité se trouve réduite par un facteur de deux. Au cours de la reconstruction, l'accumulation de valeurs en niveaux de gris sur chaque pixel se trouve finalement normalisée par le nombre de projections injectées dans le processus de calcul, ce qui a pour conséquence une amélioration du contraste final de l'image, comme le montre la comparaison des images reconstruites dans la figure (5.11) où la qualité visuelle de l'image**(b)** est nettement supérieur sur celle de l'image **(c)** .

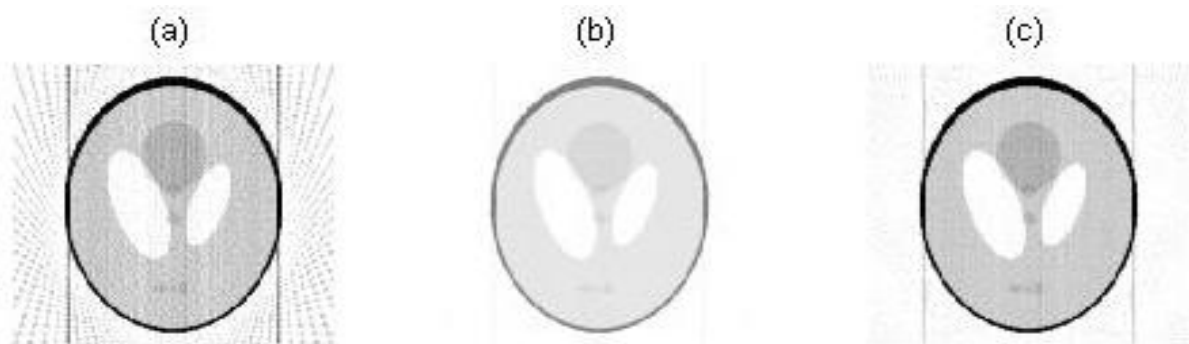


Fig.5.11. Reconstruction à partir de : (a) : 45 projections réelles, (b) 90 projections estimées (c) 90 projections réelles.

Ainsi plus le nombre de projections augmente plus la fréquence des lignes de rétroprojection augmente réduisant l'amplitude du bruit de l'effet étoile sur l'image reconstruite.

Cependant l'injection excessive de projections estimées, par interpolation dans le processus de reconstruction par rétroprojection fait introduire généralement un léger flou sur les contours des objets de l'image en fonction de leur positions par rapport au centre de l'image reconstruite, En particulier les petits objets qui sont positionnés à proximité du centre de rotation, souffriront d'une perte considérable de netteté et de contraste, comme cela est reflété dans les images (g) et (h) de la figure (5.10).

A noter que en conséquence de la propriété linéaire de la méthode de reconstruction tomographique par rétroprojection filtrée, le même résultat peut être obtenu par la sommation d'images issues de deux processus de reconstruction séparés, à savoir, un processus de

reconstruction à partir de projections réelles aux angles θ_i et un processus de reconstruction partir de projections estimées aux angles $\theta_i + [(\theta_i + \theta_{i+1}) / 2]$.

Ainsi, qualitativement, nous constatons que l'estimation des projections par interpolation peut, en effet, être utilisée pour réduire efficacement les rayures dues à l'échantillonnage angulaire dans une reconstruction tomographique. La linéarité de l'algorithme FBP permet d'implémenter cet algorithme sur tout système tomographique sans interférence avec sa conception de base.

En effet, il est question d'obtenir une image masque (différence) construite à partir d'un sinogramme résultant d'une opération qui consiste à éliminer l'information véhiculée par les projections réelles dans le sinogramme interpolé dans un souci d'optimiser le temps de calcul. L'image final sera reconstruite en ajoutant l'image masque à l'image réelle. Cela est montré dans la figure (5.12).

$$\begin{aligned}
 h(x, y) &= \sum_{i=1}^N Q_{\theta_i} (x \cos(\theta_i) + y \sin(\theta_i)) \\
 i &= 1, 3, 5, \dots, N \text{ correspondant aux angles } \theta_i \\
 g(x, y) &= \sum_{j=2}^{nd.N} Q_{z_{\theta_j}} (x \cos(\theta_j) + y \sin(\theta_j)) \\
 j &= 2, 4, 6, \dots, nd.N \text{ correspondant aux angles } \theta_i + [(\Delta\theta) / 2]. \\
 \Delta\theta &: \text{ pas angulaire d'acquisition du système physique} \\
 f(x, y) &= g(x, y) + h(x, y) \tag{5.15}
 \end{aligned}$$

$$\text{avec } 0 < \theta_i < 360^\circ,$$

h et g sont, respectivement, les images reconstruites à partir des projections réelles et des projections estimées par interpolation zéros-padding. C'est-à-dire les projection correspondant à l'image masque. Le résultat final est l'image f figure (5.12.c) issue d'une reconstruction sur sinogramme mixte, L'image g figure (5.12.b) est une image masque qui corrige les imperfections de l'image h figure (5.12.a).

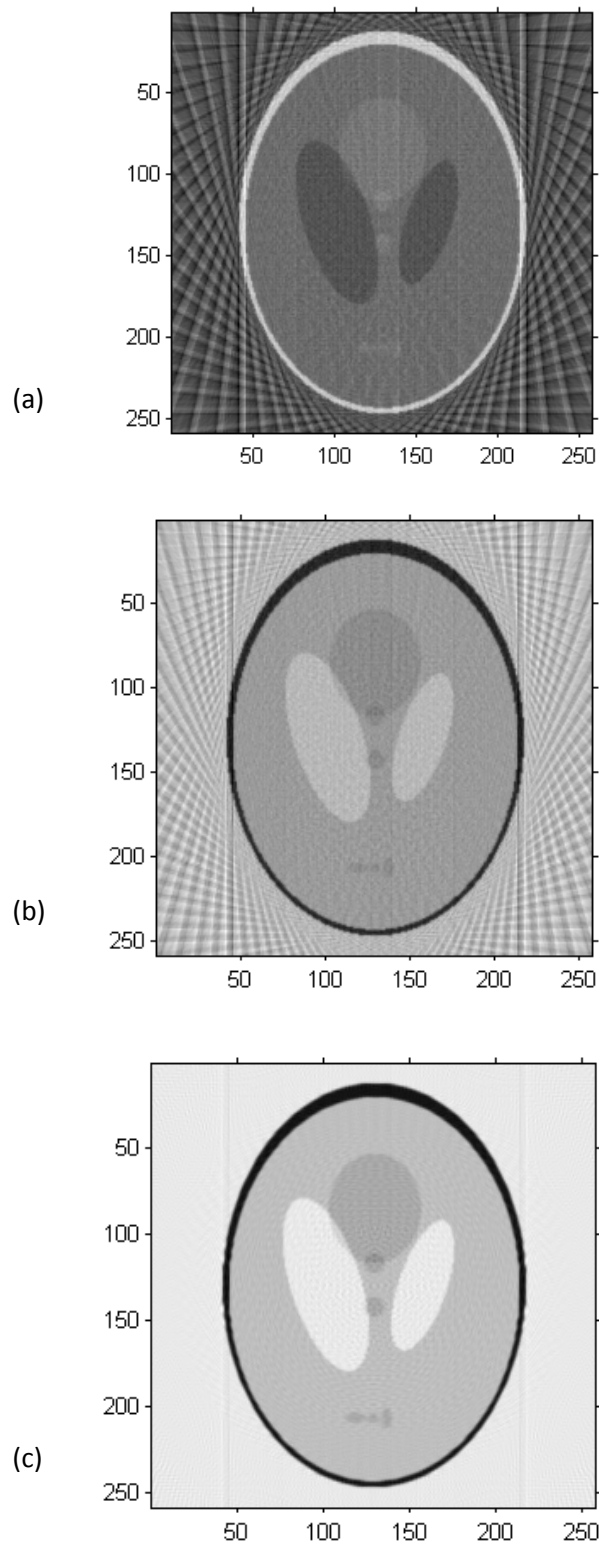


Fig.5.12 - Reconstruction de (a) :45 Projections réelles, (b) 45 projections estimées(image masque), (c) image de somation.

5.8. Comparaison de l'interpolation ZP à la méthode linéaire

Pour permettre une comparaison entre les deux méthodes, un protocole de comparaison a été élaboré dans le sens de quantifier la qualité de reconstruction tomographique sur plusieurs ensembles de projections parallèles et réelles, générées sur un profile de 360° au pas de 1°, 2°, 4°, 6°, 8° et 10°. Chaque ensemble a été interpolé par les deux méthodes (linéaire et ZP). Pour chaque méthode on a généré une séquence de projections ramenées à une résolution angulaire virtuelle de 0.5° c'est à dire, composés une mixture de 720 projections entre estimées et réelles.

Chaque sinogramme a été reconstruit en utilisant le même paramétrage de l'algorithme FBP. Le résultat a été analysé par calcul de l'erreur NRMSE. Dans ce calcul l'image reconstruite avec 720 projections réelles a servi d'image référence.

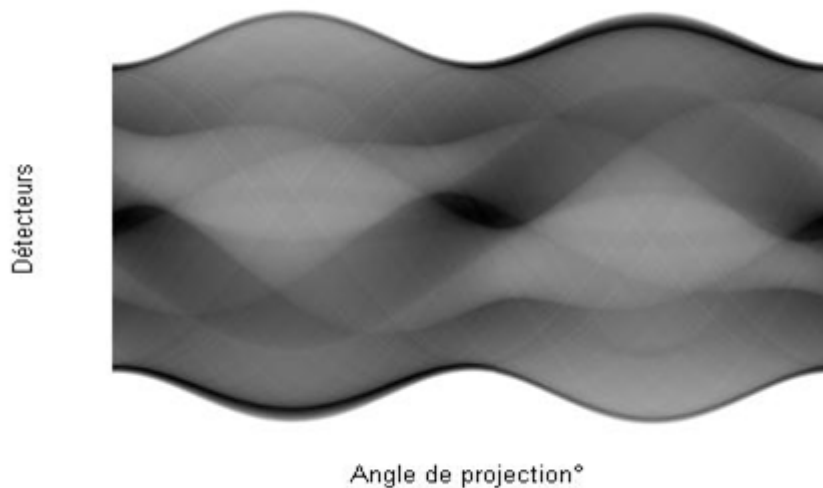


Fig.5.13 : Exemple de sinogrammes résolution angulaire de 1°.

La figure (5.14) montre deux colonnes d'images qui représentent à gauche : une reconstruction tomographique par interpolation linéaire, à droite : une reconstruction par interpolation ZP. L'aspect visuel des images exprime une supériorité de la qualité des images générées par la méthode ZP sur la méthode conventionnelle, du fait que l'on observe une stabilité de l'image à partir du pas angulaire de 6°. L'effet du bruit en étoile semble moins présent dans la méthode ZP que dans l'interpolation linéaire, ceci s'explique sans doute par la non cohérence des projections estimées linéairement atténuant ainsi le processus de

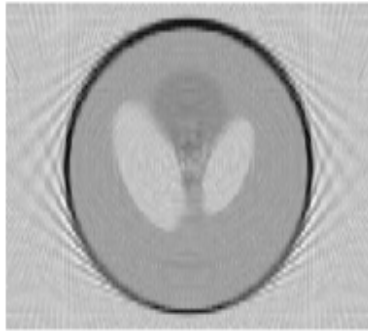
rétroprojection, ce qui n'est pas le cas des projections estimées par ZP étant donné que la méthode ZP est une méthode d'interpolation globale.

L'analyse de l'erreur par la NRMSE à laquelle les deux méthodes, ont été soumises confirme notre conclusion précédente. Un gain de plus de 10% a été enregistré sur l'erreur par la méthode ZP, quand à la convergence vers l'image de référence.

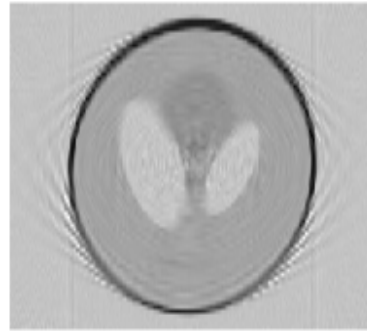
Nous constatons également que, pour des pas angulaire dépassant les 10° , les deux méthodes deviennent obsolètes du fait que les données sont insuffisantes pour une estimation fiable. Le seuil de 10° constitue donc la limite inférieure du nombre maximale de projections à injecter dans un processus de reconstruction sans, pour autant, altérer l'information pertinente recherchée par cette exploration tomographique.

A noter également que la simplicité de la méthode d'interpolation linéaire par rapport à sa rivale ZP s'avère payante, se traduisant par un gain considérable dans le temps de calcul évalué à plus de 600% sur nos machines de simulation. Cela ne remet pas en cause la pertinence d'utilisation de notre approche d'interpolation, si coûteuse en temps de calcul, dans la mesure où le processus de reconstruction tomographique se situe en post-traitement de l'acquisition, sur la majorité des scanners, et s'opère sur des données enregistrées et non en temps réel.

(a)

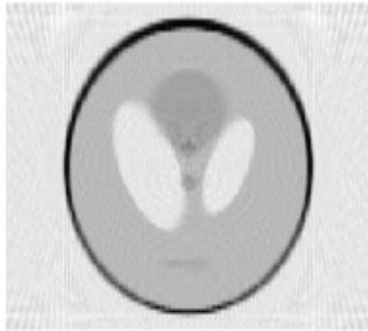


(g)

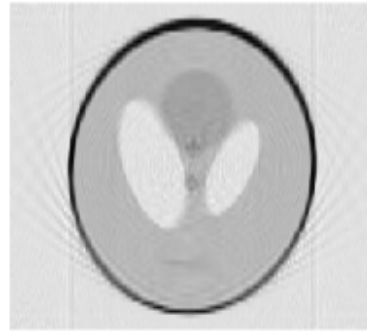


Sous-échantillonnage à 10°

(b)

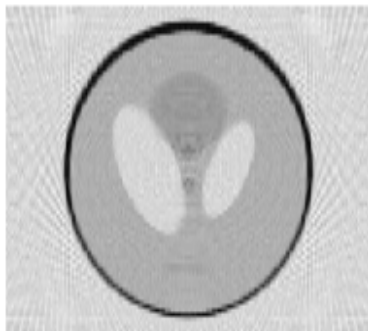


(h)



Sous-échantillonnage à 8°

(c)



(i)



Sous-échantillonnage à 6°

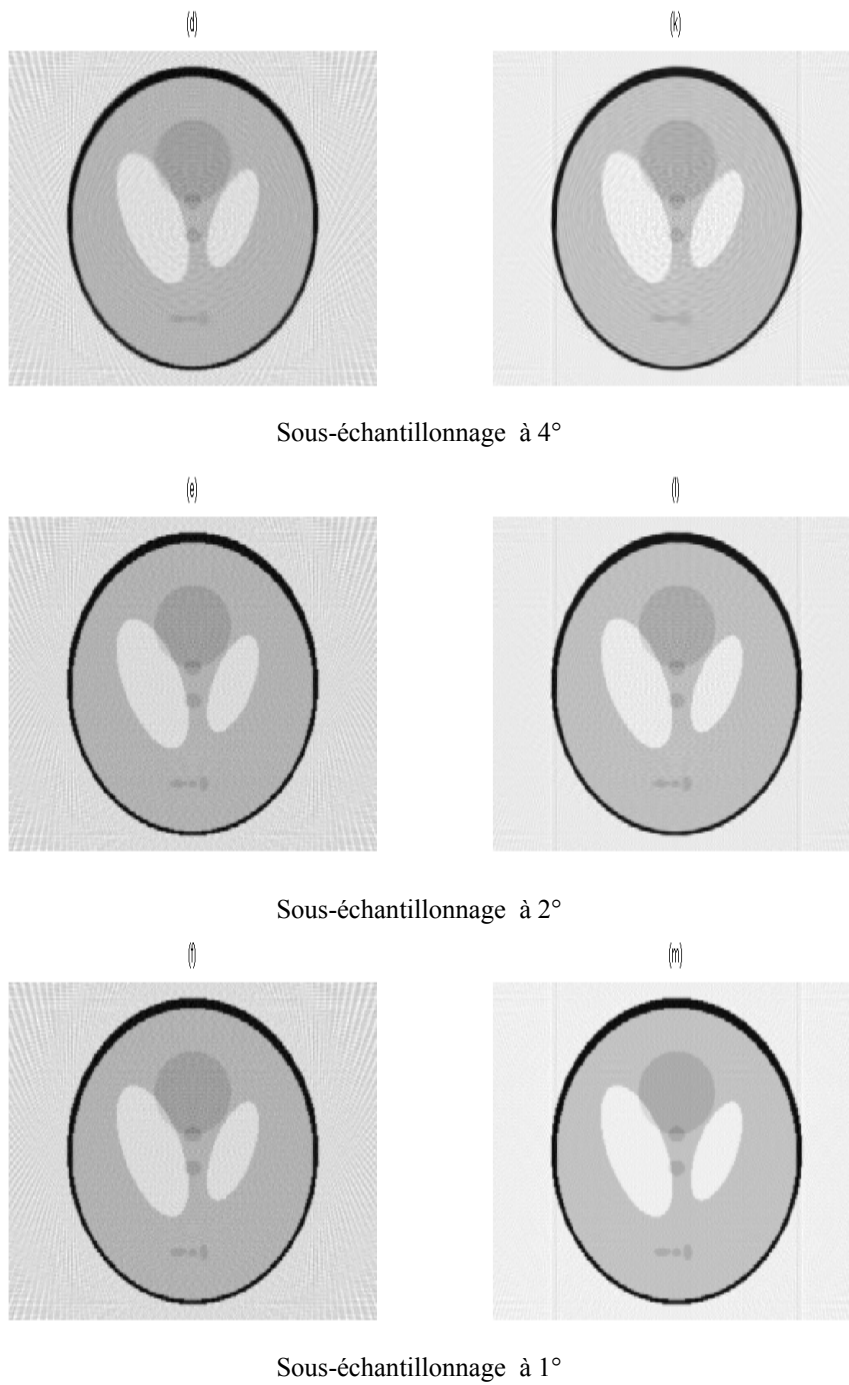


Fig.5.14 : A gauche : Reconstruction à partir de sinogrammes sous-échantillonnés avec interpolation linéaire. A droite : Reconstruction à partir de sinogrammes sous-échantillonnés avec interpolation ZP.

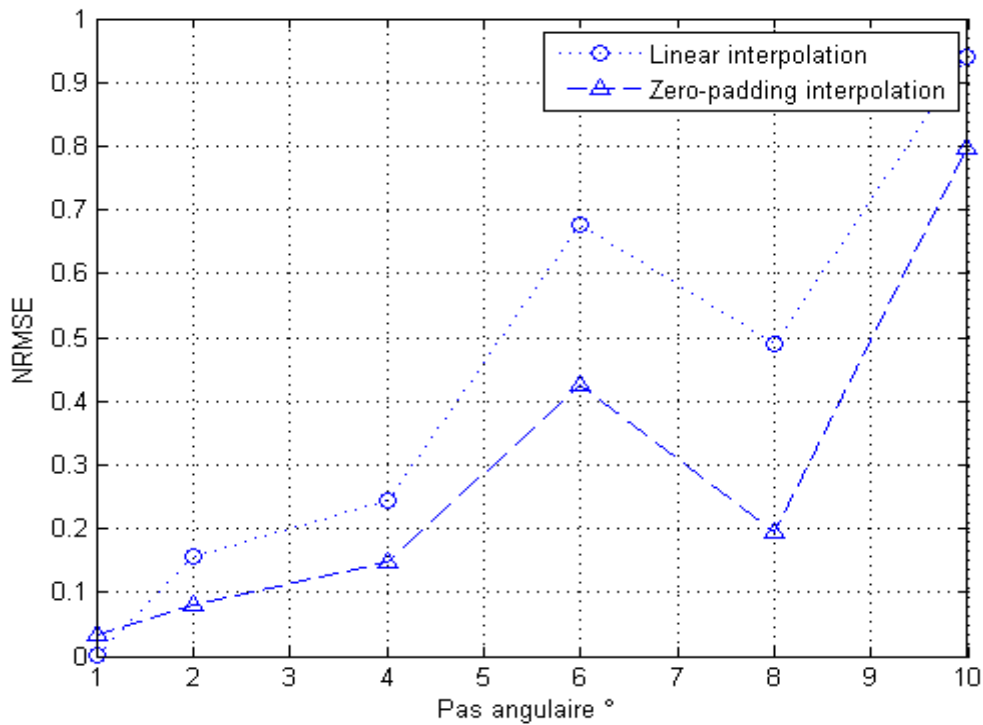


Fig 5.15 : Graphe comparatif du NRMSE entre l'interpolation ZP et linéaire en fonction du pas d'échantillonnage angulaire.

5.8.1. Etude de la stabilité des niveaux de gris des régions

Un des principaux problèmes de reconstruction tomographique, pauvre en données de projections, est l'instabilité des niveaux de gris des régions comme dans les cas des coupes d'organes sensés être homogènes. Cela constitue donc un bruitage considérable pour les étages de traitement algorithmique de plus haut niveau comme la segmentation automatique et les détecteurs de contours pour maillage 3D.

L'injection de projection virtuelle est une solution préconisée à juste titre pour ce genre de problèmes. Pour vérifier notre assertion nous avons procédé à une mesure comparative basée sur une évaluation des écarts types. Par définition, l'écart-type est la moyenne quadratique des écarts à la moyenne x [66], noté habituellement STD :

$$STD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (x_{ij} - \bar{x})^2}{n.m}} \quad (5.16)$$

X_{ij} : valeur du pixel en position (i, j) dans la région $n.m$

\bar{x} : valeur moyenne des pixels dans la région $n.m$

Il est clair que le STD constitue une donnée statistique qui permet d'estimer le degré relatif d'homogénéité d'une région dans l'image [67]. Le calcul du STD se fait sur une même région bien localisée dans l'image figure(5.16). Laquelle image aurait été reconstruite à partir de sinogrammes échantillonnés aux pas de $1^\circ, 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ$ et 10° de la figure (5.13).

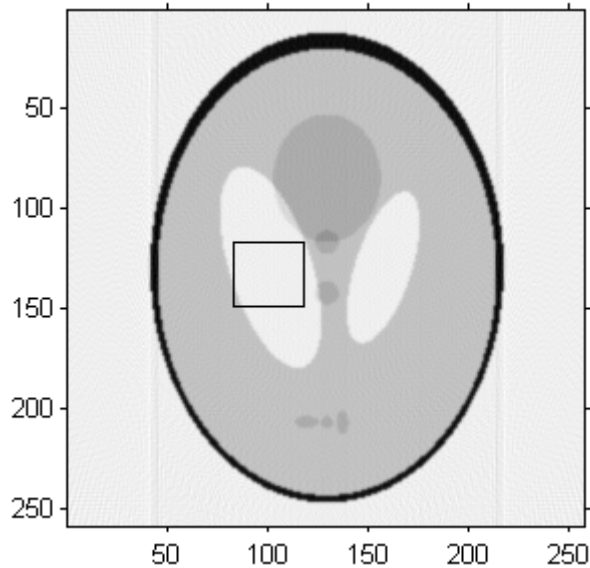


Fig.5.16 : Localisation d'une région homogène pour une mesure STD

Une étude comparative basée sur une analyse statistique a été effectuée, L'objet de cette analyse est un échantillon représenté par une région donnée de l'image.

Ainsi le STD est calculé même région et pour la série d'images obtenues par interpolation par les deux méthodes pour différents pas d'échantillonnage. Le résultat de cette analyse est représenté dans la figure (5.17).

Une valeur élevée de l'écart type relative à la région sélectionnée indique une dispersion importante des niveaux de gris sur cette dernière, signe d'une mauvaise qualité de l'image ce qui a pour conséquence une irrégularité de la texture qui peut engendrer une confusion sur l'interprétation médicale de l'image.

La comparaison des valeurs d'écart types obtenues par les deux méthodes pour la même région confirme la supériorité de l'interpolation ZP. Une réduction de 20 à 80 % de la STD a été achevée. C'est une plage de valeurs qui dépend des projections injectées dans le processus d'interpolation. Cela s'explique par le filtrage passe-bas qui caractérise l'interpolation ZP qui s'opère par un surdosage relatif des basses fréquences au centre de la

transformé de Fourier 2D, une conséquence inévitable du passage d'un espace cartésien à un espace polaire.

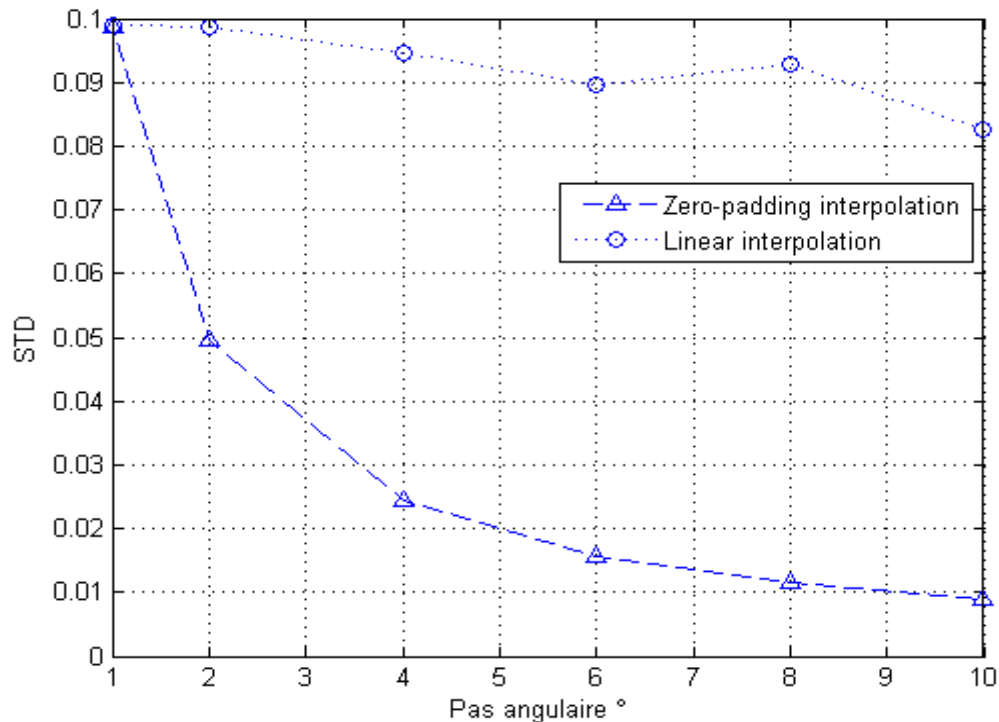


Fig: 5.17 : Graphe comparatif de la mesure STD d'une région localisée entre l'interpolation ZP et linéaire en fonction du pas d'échantillonnage angulaire.

5.9 Utilisation de l'interpolation ZP en projection en éventail

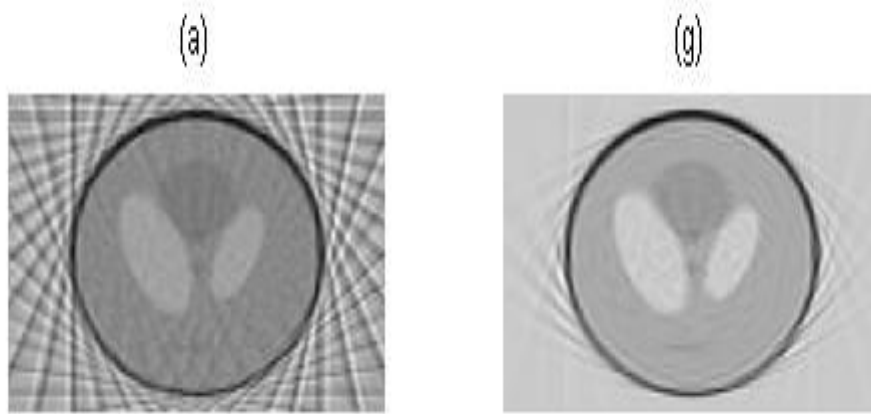
La tendance des systèmes d'acquisition tomographique actuels est plutôt vers une géométrie en éventail. Ce basculement s'explique par le fait que cette géométrie permet une irradiation minimale du patient avec un rendement optimal des rayons-X. Les mêmes expériences numériques utilisant l'interpolation ZP, ont été répétées pour une géométrie d'acquisition en éventail. Ainsi différents pas angulaires, 1°, 2°, 4°, 6°, 8°, 8°, 10° ont été utilisés pour générer un ensemble de sinogrammes relatifs à un phantom standard.

L'ensemble de ces sinogrammes a été, ensuite, soumis à la même procédure, à savoir injecter le nombre nécessaire de projection dans chaque sinogramme de tel sorte à les ramener, tous, à une résolution angulaire de 1° soit par l'insertion respectivement de 0, 180, 270, 300, 315 et 324 projections estimées par zero-padding dans les ensembles des sinogrammes sous échantillonnés.

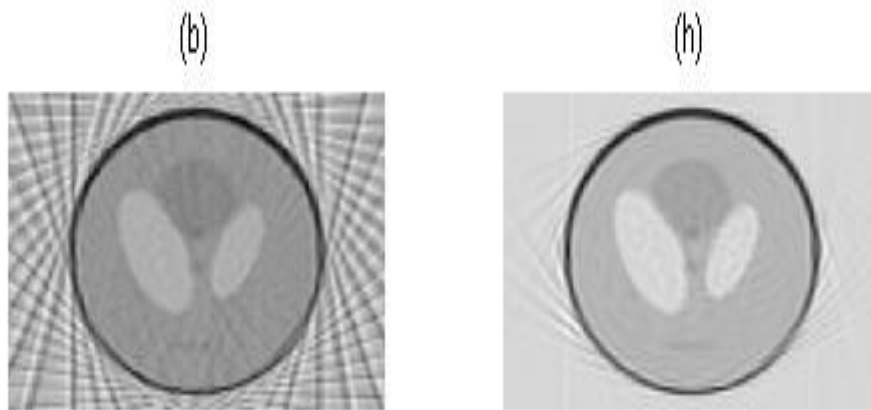
Les images reconstruites à partir des sinogrammes estimés et celles reconstruites à partir de sinogrammes brutes sont présentés dans la figure (5.18). Une inspection visuelle permet d'apprécier la qualité apportée par l'interpolation ZP. EN effet le fond des images interpolées présente un bruit, moins accentué par rapport aux images non interpolées. A noter que la reconstruction tomographique pour une géométrie en éventail fait appel à une double interpolation d'abord une projection géométrique sur le plan parallèle pour pouvoir employé l'algorithme FBP dans la reconstruction. C'est-à-dire une reconstruction qui fait usage d'interpolation linéaire pour la détermination des positions, ajouter à cela l'interpolation par zéro-padding ce qui revient à faire une interpolation sur des valeurs déjà interpolées. Nous sommes en présence de deux sources d'erreurs associées au calcul des projections estimées. Toutefois la qualité de l'image dans ce cas reste supérieure à la qualité des images obtenues par l'usage des projections pauvres en résolution angulaire.

Pour mieux quantifier notre jugement sur la qualité de l'image, nous faisons appel, de nouveau, au paramètre statistique NRMSE , calculé pour chaque image en prenant comme image référence l'image reconstruite avec 360 projections réelles.

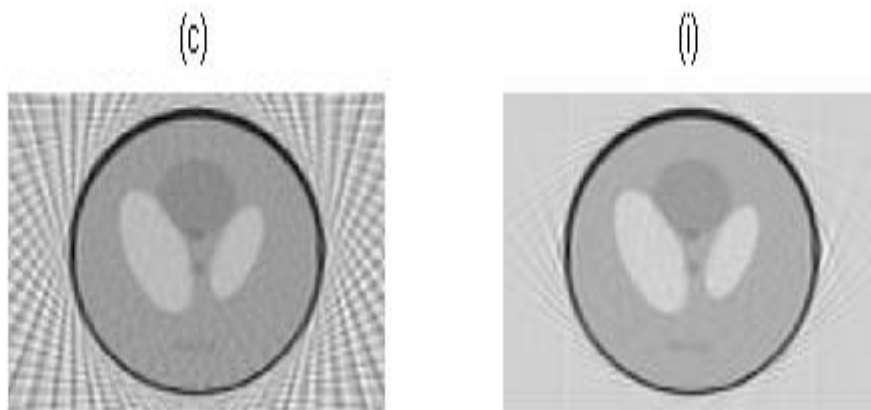
La figure (5.19) résume les calculs du paramètre NRMSE associé aux différentes images. Il apparait doc qu'il y a une relative stabilité de ce paramètre quand l'image interpolée est comparée à l'image de référence [68], par contre ce paramètre à tendance à croitre avec le pas de résolution quand il s'agit de comparer l'image de référence aux images sous-échantillonnées.



Sous-échantillonnage à 10°



Sous-échantillonnage à 8°



Sous-échantillonnage à 6°

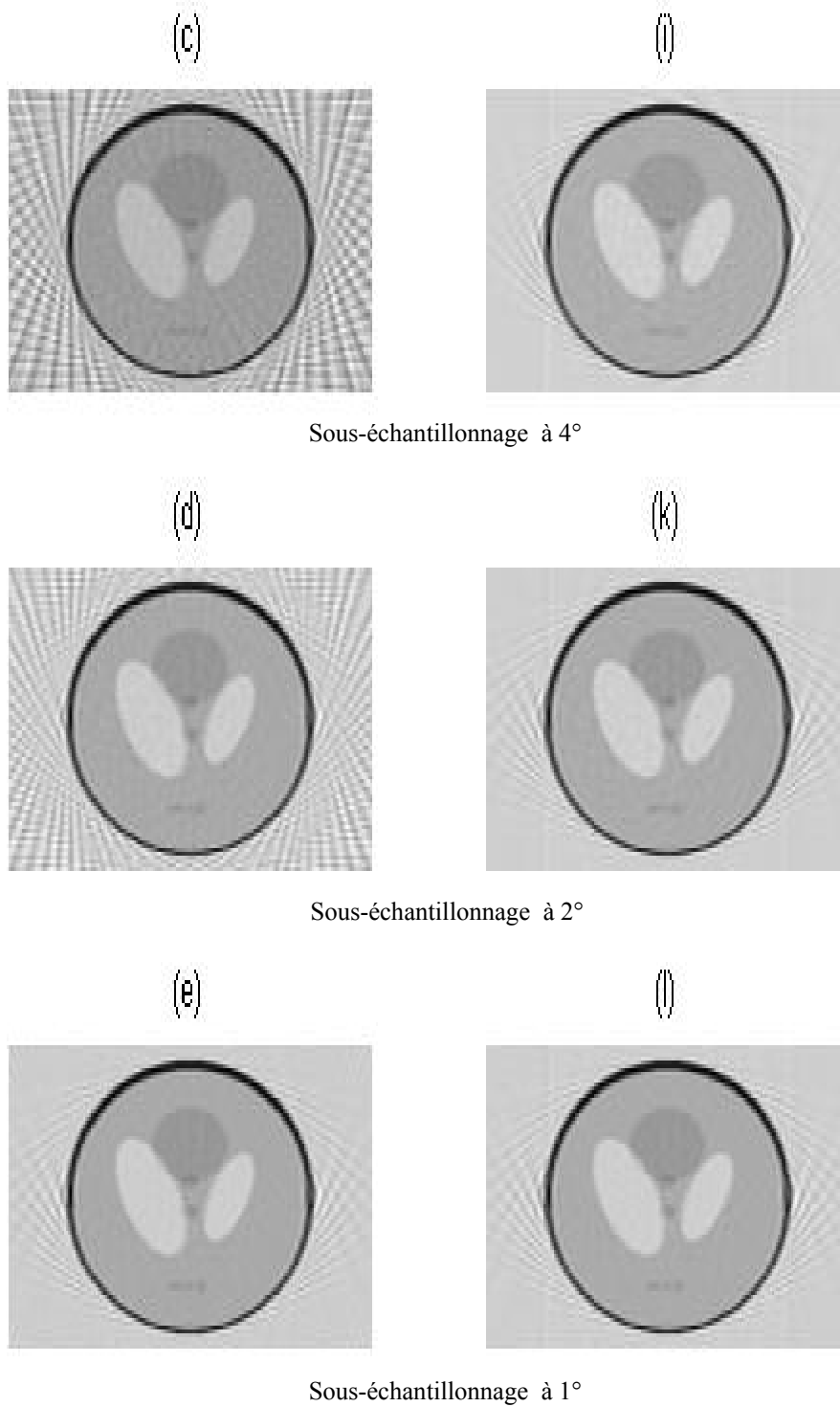


Fig.5.18 : Colonne d'images (a à f) reconstruction à brute des sinogrammes sous échantillonnés aux pas 1°,2°,4°,6°,8° et 10°. Colonne d'image (g à m) reconstruction des sinogrammes sous échantillonnés interpolés par ZP.

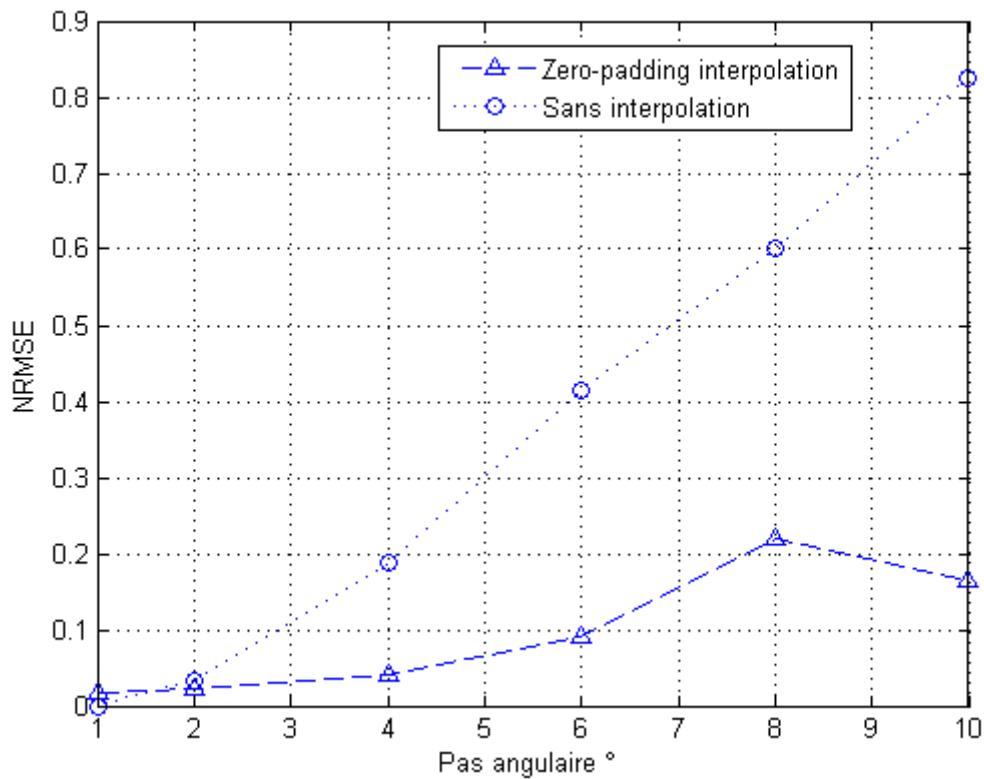


Fig 5.19 : Evolution du paramètre NRMSE pour des images avec et sans interpolation ZP .

5.9.1 Etude de la stabilité des niveaux de gris des régions

Le même protocole d'étude auquel nous avons soumis les calculs de projection parallèles a été suivi. L'étude a porté sur le même échantillon c'est-à-dire la même région sélectionnée dans la figure (5.16). Le calcul de la STD a été entrepris pour des images reconstruites avec et sans interpolation ZP.

Les résultats présentés dans la figure(5.20) avec deux graphes représentent l'évolution de l'écart type de la région sélectionnée pour des pas angulaires de 1°,2°,4°,6°,8° et 10°. Une première lecture du graphe montre l'instabilité des niveaux de gris dans la région sélectionnée si on opère par une reconstruction sans interpolation, cependant l'écart type est largement atténué avec l'usage du ZP à cause de l'effet de filtrage passe bas propre à cette méthode.

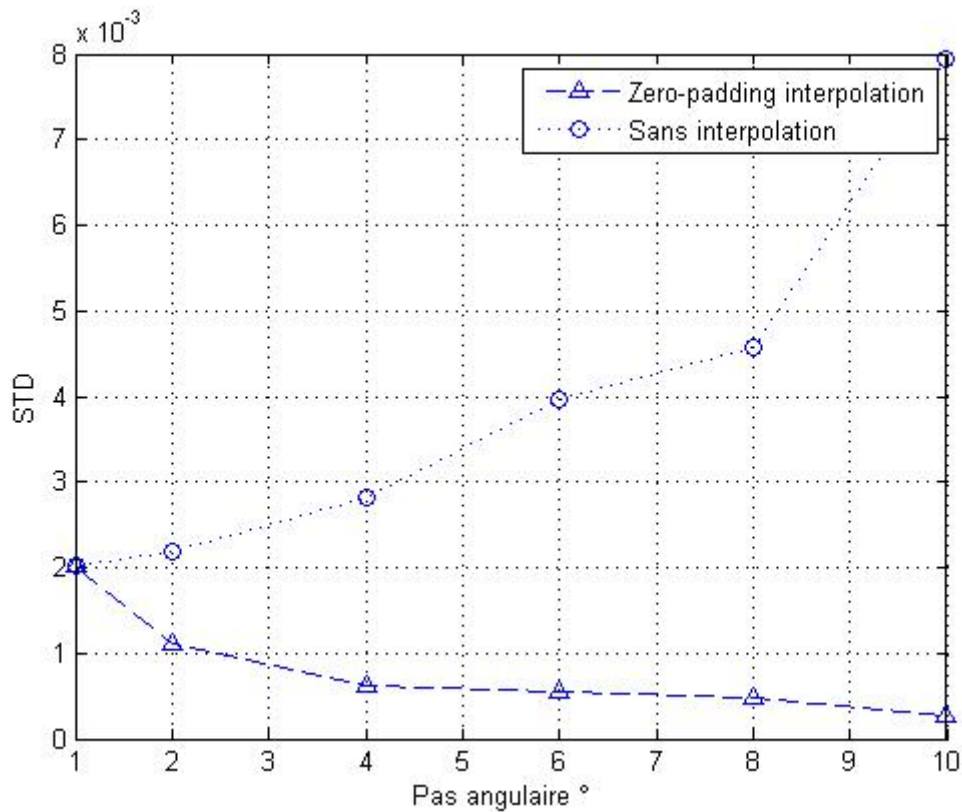


Fig 5.20 : Variation du STD associé à une région localisée et calculé avec et sans interpolation ZP.

5.10. Problème d'irrégularité dans le pas de projection

Dans toute reconstruction tomographique, la résolution de l'image est très sensible au nombre de projection. Un nombre réduit de projections engendrerait des rayures radiales sur le résultat de la reconstruction, ce qui altérerait, considérablement, la qualité de l'image.

Le manque de projections peut être causé par une limite technologique du dispositif d'acquisition tomographique en raison du temps de réponse long des étages électroniques de traitement et de numérisation des signaux. Dans ce cas de figure la résolution angulaire d'acquisition est faible mais régulière, avec un pas d'évolution constant du système de projection, que nous avons tenté de compenser par interpolation spectrale par zéro-padding. Cependant, il existe d'autres problèmes causant une perte de projections angulaires même sur des systèmes d'acquisitions tomographiques de très haute résolution angulaire. Il est question du problème d'arcs électriques dans la source à rayons X.

Ce problème est de plus en plus récurrent surtout quand la durée de vie de la source X-ray tire vers sa fin.

5.10.1 Détections d'arcs dans un scanner CT :

La figure (5.21) représente le fonctionnement du système de détection d'arcs dans une source à rayons-X. La carte électronique du pilotage de la source détecte une perturbation de la tension électrique et coupe instantanément le courant d'alimentation pour préserver la source. Parallèlement un signal d'information de coupure est transmis au système de reconstruction de l'image qui élimine les projections non valides correspondant au temps de coupure. Le signal de détection d'arc devient actif une fois la tension chute en dessous de 90% de la tension de fonctionnement normale de la source à rayons X. L'intervalle de temps d'activation de ce signal informe le système de reconstruction d'image du nombre de projections concernées par l'interpolation.

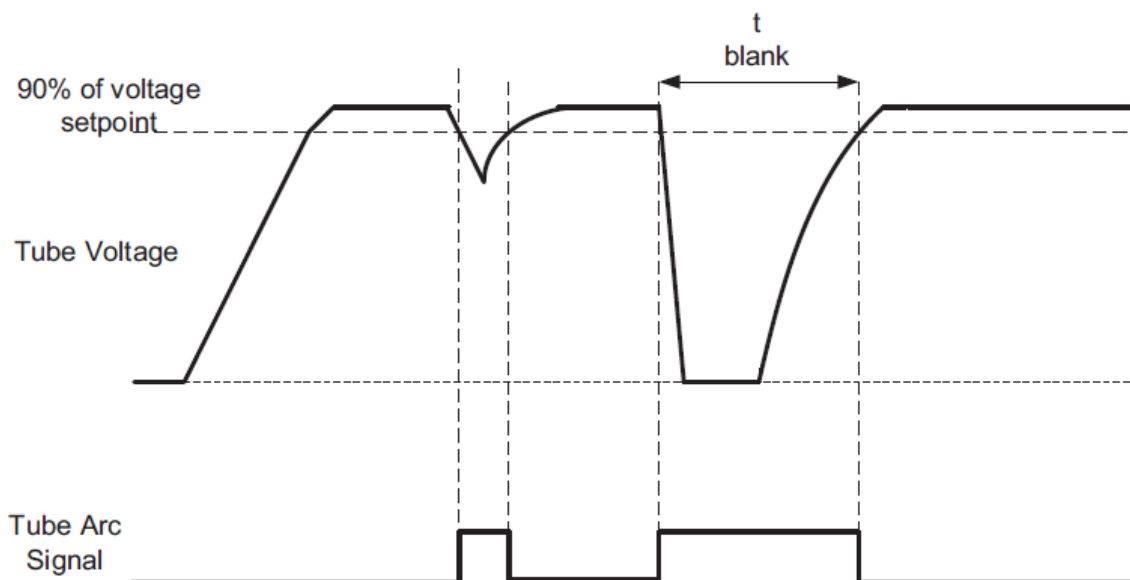


Fig.5.21 : Signal de détection d'arc

Dans le scan de la figure (5.22) , un arc est détecté pendant le scanner d'un patient. Le tube se désactive provoquant une coupure momentanée de rayons X. il s'ensuit une perte de projections correspondant à l'intervalle de temps représentant la durée de l'arc et le temps de réponse du générateur haute tension nécessaire pour rétablir la tension correcte de fonctionnement de la source à rayons X. Ce temps mort est de l'ordre de quelques millisecondes.

Le système de reconstruction d'images détecte la présence de l'arc et réagit par interpolation linéaire compensatrice des données perdus pendant ce temps mort.

Cette méthode d'interpolation reste adaptée pour des durées et pour un nombre d'arcs réduits. Cependant la perte de données des projections devient considérable dans le cas des scanners à très haute vitesse de rotation, causant ainsi un niveau de dégradation important de la qualité de la reconstruction rendant l'image inexploitable avec obligation de scanner le patient à nouveau.

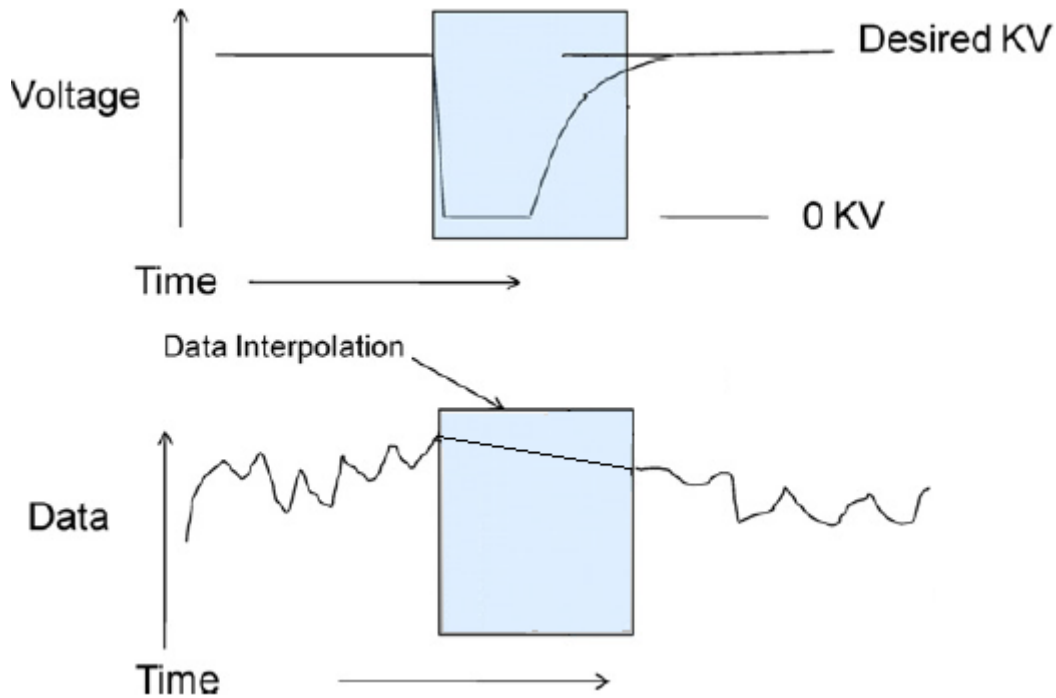


Fig.5.22 : réaction du system de reconstruction tomographique à la détection d'arcs.

5.10.2 Simulation d'arc électrique dans une source à rayons X

Le fichier de données transmis du rotor à la station de traitement et de reconstruction du scanner contient une entête avec les données de l'acquisition, comme la durée de l'examen et bien d'autres données relatives à la reconstruction. Ce fichier contient également le statut du signal de détection d'arc comme indiquer dans figure (5.24) et (5.25). En cas de détection d'arcs le système de reconstruction procède au paramétrage de la méthode d'interpolation pour estimer les projections perdues [64]. La méthode d'interpolation employée dans ce cas par la plupart des constructeurs est l'interpolation linéaire. Pour quantifier l'effet de la vitesse de scan sur la perte des projections causées par la détection d'arcs, nous avons résumé, dans le tableau (5.2), des scénarios de situations d'arcs dont la durée est inférieure à

1ms (temps nécessaire pour rétablir la tension de la source dans un scanner PHILIPS premium), sur une rotation de 360° avec 2800 projections et un calcul des taux de perte des données de projections angulaires [69].

La quantité de données perdues à cause d'un arc dépend de la durée de l'arc. Théoriquement, une perte de plus de 20 projections consécutives causerait un endommagement considérable à l'image tomographique, et donc un bruit de forte interférence avec l'interprétation médicale du contenu de l'image.

Pour étudier l'effet des arcs sur la reconstruction tomographique. Un phantom de matlab de 500 x 500 pixels est utilisé. Dans tous nos calculs nous avons considéré que la durée de l'arc cause une perte maximale de 10 projections consécutives. De la même manière que l'étude précédente nous générons un sinogramme de 2800 projections sur un profile de 360° du phantom matlab que nous sous-échantillonons par suppression de projections, simulant, ainsi, une situation de détection d'arc dans un scanner à 220 rpm, Tableau (5.2). Pour ce cas de figure la perte angulaire est estimée à 1.33° pour chaque arc dont la durée est de l'ordre de 1 ms. Si de multiples arcs se

Table 5.2: Scanner rotation speeds and their effects on data lost during arcing. We used 2400 views per rotation.

Scanner speed (rpm)	Time for one rotation (s)	Integration period = rotation time/# of views in one rotation (μ s)	Angular data lost during 1 ms arc = 1 ms/rotation time \times 360 ($^{\circ}$)
120	0.5	208	0.72
180	0.33	137	1.09
200	0.30	125	1.2
220	0.27	112	1.33
300	0.20	83	1.8

manifestent pendant une rotation, nous perdrons plusieurs projections sur le sinogramme final ce qui va altérer sensiblement l'image reconstruite. C'est ainsi que des artefacts indésirables apparaissent comme indiqué dans la simulation de la figure (5.23). Dans cette

expérience trois reconstructions ont été effectuées : une première image reconstruite sans aucune perte (2800 projections), puis une image reconstruite avec une seule perte de projection (1.33°) correspondant à un seul arc et enfin une reconstruction avec une perte de huit projections (8 arcs). La figure (5.23) reproduit les résultats de cette expérience avec les images et leurs sinogrammes.

La présence d'un nombre excessif d'arcs par rotation est responsable de l'apparition d'artéfacts de type étoile, lors de la reconstruction. La stabilité des niveaux de gris dans les régions homogènes se trouve perturber, une raison suffisante pour l'écarter d'une éventuelle exploitation médicale, ce qui amène généralement le patient à être scanné de nouveau.

5.10.3 Compensation des projections perdues par zéro-padding

Le phénomène de l'arc du tube à rayons X, constitue un problème qui se prête bien au traitement par la méthode d'interpolation ZP sur l'espace spectrale afin de recouvrir les projections perdues.

Notre approche dans l'adaptation de l'interpolation ZP au problème de la perte localisée de projection due à l'effet d'arcs, est d'assimiler la perte irrégulière et aléatoire des projections angulaires à un problème de sous-échantillonnage régulier du sinogramme (souffrant de perte de projections par arc) sur sa dimension angulaire.

Cette opération de sous-échantillonnage est réalisé par une sélection de projections chaque période égale à la durée de perte correspondant à une manifestation d'arc égale à 1.33° , rejoignant le cas de notre exemple précédent de simulation (scanner 220 rpm) sur un profile complet de 360° .

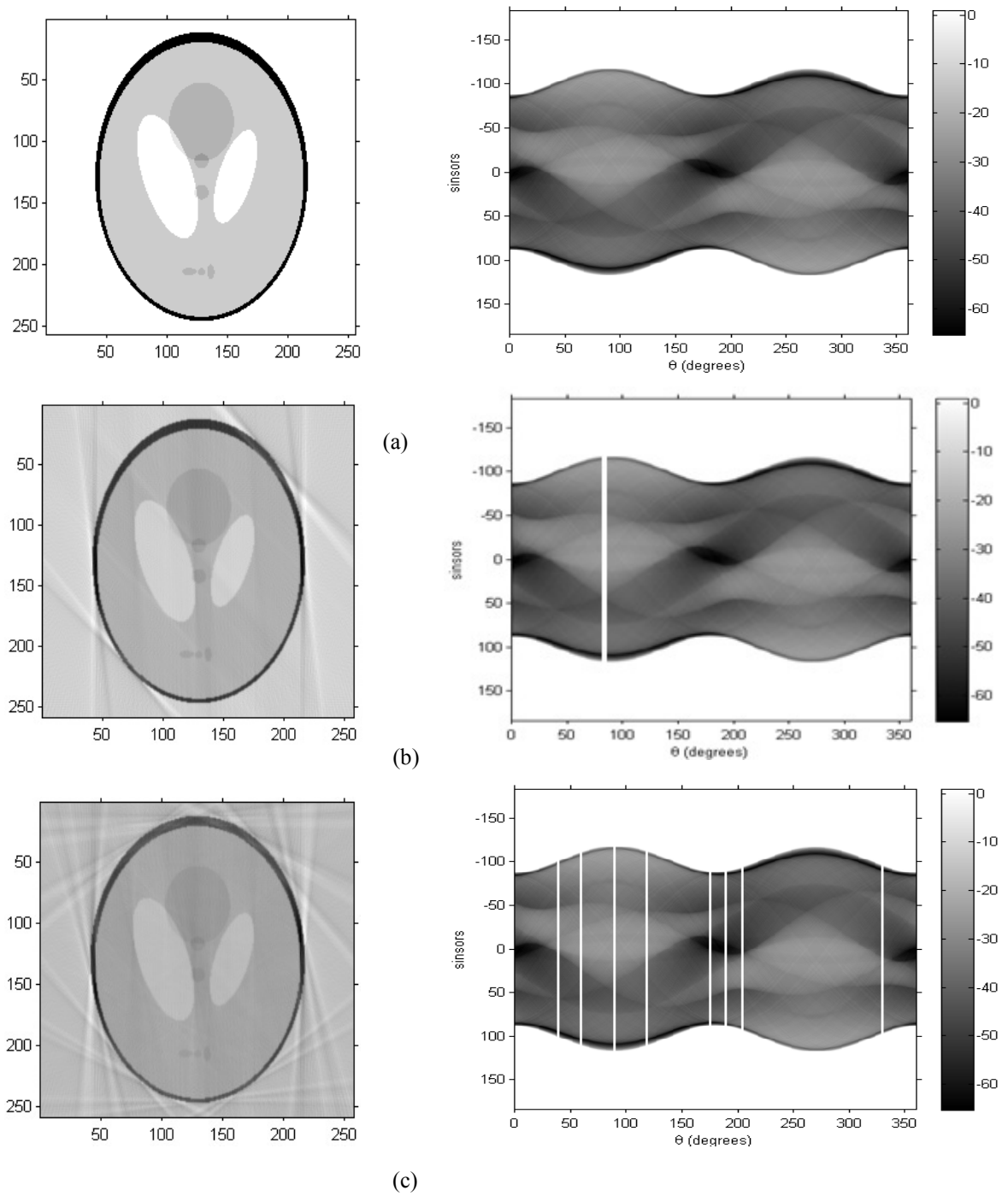
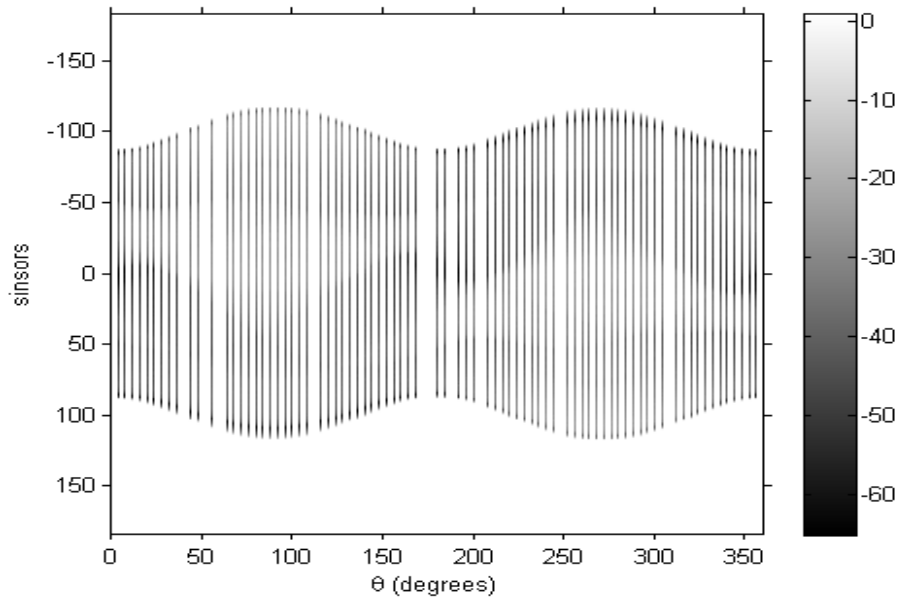


Fig.5.23 : (a) Reconstruction avec 2800 projections, (b) Reconstruction avec 2800 projections et une détection d'un arc. (c) Reconstruction avec 2800 projections et détection de 8 arcs.

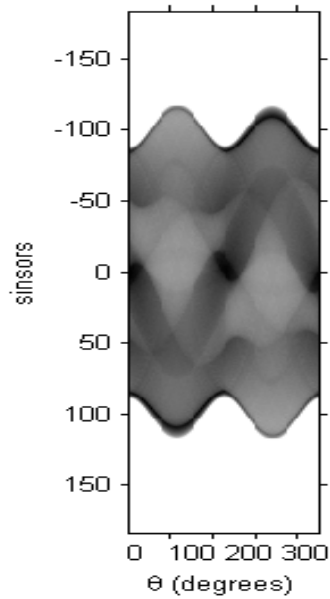
La figure (5.24.a) présente un exemple de sinogramme sous échantillonné avec un pas régulier de 1.33° , en accord avec notre exemple de simulation d'un scanner 220 rpm, L'ensemble des échantillons est compressé dans un nouveau sinogramme de la figure (5.24.b) déployé sur un profile d'acquisition de 360° , et qui est identique à une acquisition tomographique en basse résolution angulaire égale dans notre cas à 1.33° . Contrairement aux positions aléatoires et localisées des projections perdues à cause d'arcs, l'échantillonnage à faible résolution nous place dans une situation plus confortable qui simule des arcs à intervalles réguliers avec une fréquence de répétition constante. Le sinogramme résultant du sous-échantillonnage simulant ce scénario de répétition d'arcs, est naturellement pauvre en projections, ce qui nécessite un traitement par interpolation ZP afin de le ramener à sa résolution originale (2800 projections sur 360°) par insertion de projections estimées.

A la différence des méthodes standards d'interpolation qui opèrent sur une région localisée, l'interpolation par zéro-padding est une opération globale qui affecte l'ensemble des données sur une ligne de rétroprojection dans le domaine spectrale. De ce point de vue, elle constitue la méthode de choix pour la résolution des problèmes de ce genre comme le présente la reconstruction dans la figure (5.26). Les projections manquantes sur le sinogramme original sont alors identifiées et récupérées dans le sinogramme interpolé. Elles sont ensuite insérées à la place des projections perdues, comme illustré dans la figure (5.25). En résumé notre protocole de compensation des projections perdues par détection d'arcs dans la source à rayons X est résumé par les étapes suivantes :

- Sous échantillonnage du sinogramme initial au pas angulaire correspondant à la durée moyenne de l'arc.
- Application de l'interpolation par ZP sur le sinogramme sous-échantillonné après transformée de Fourier, pour atteindre la résolution du sinogramme initial.
- Insertion des projections interpolées dans les positions normalement occupées par les projections perdues sur le sinogramme initial.



(a)



(b)

Figure 5.24 : (a) Echantillonnage du sinogramme à 1.33° , (b) Compression des projections dans un sinogramme basse résolution

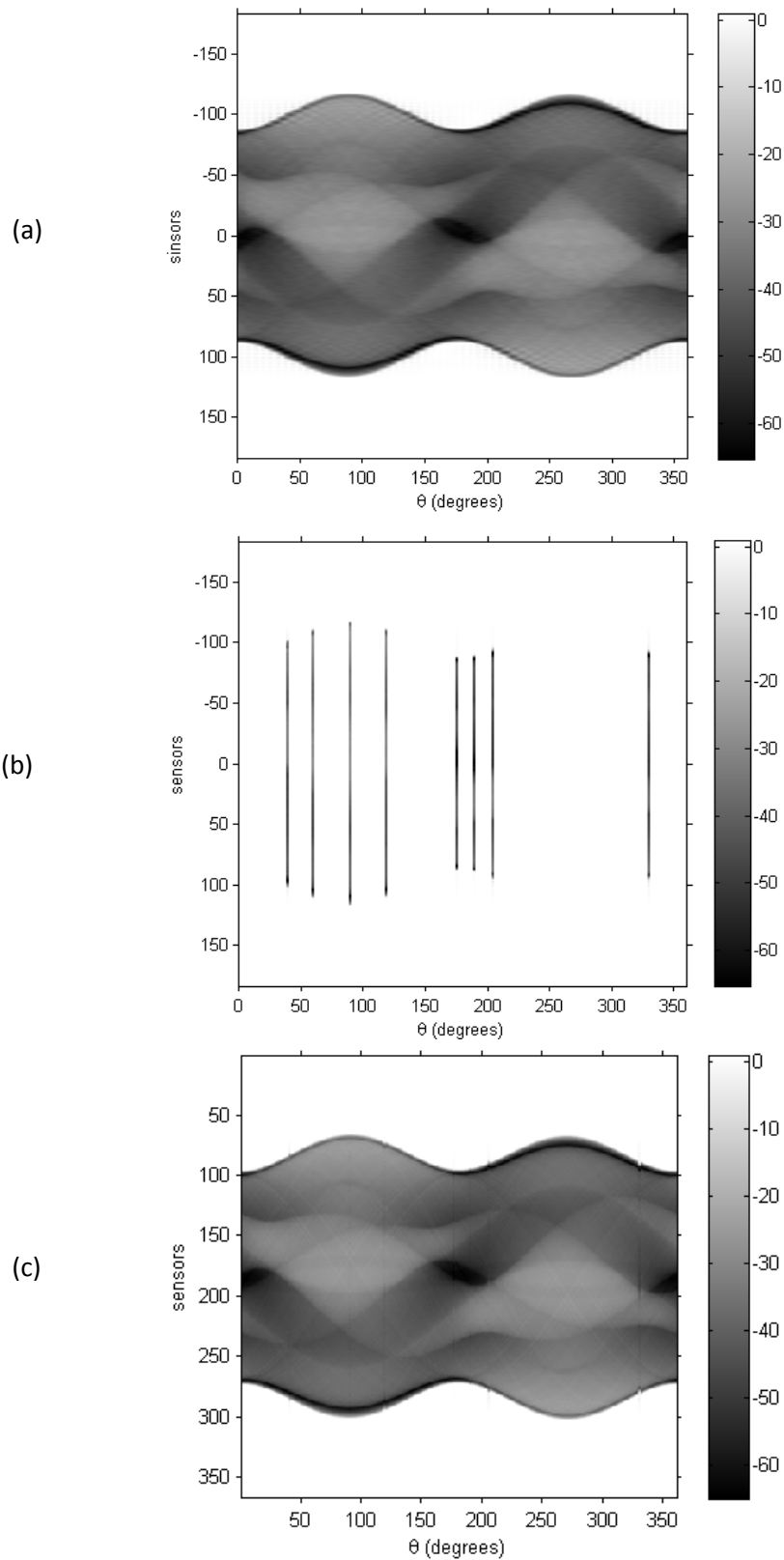


Fig.5.25 : (a) Sinogramme basse résolution ramené à 2800 projections par interpolation ZP. (b) Sélections des projections correspondant aux positions de détections des arcs dans le sinogramme d'origine. (c) Insertion des projections interpolées dans le sinogramme initial.

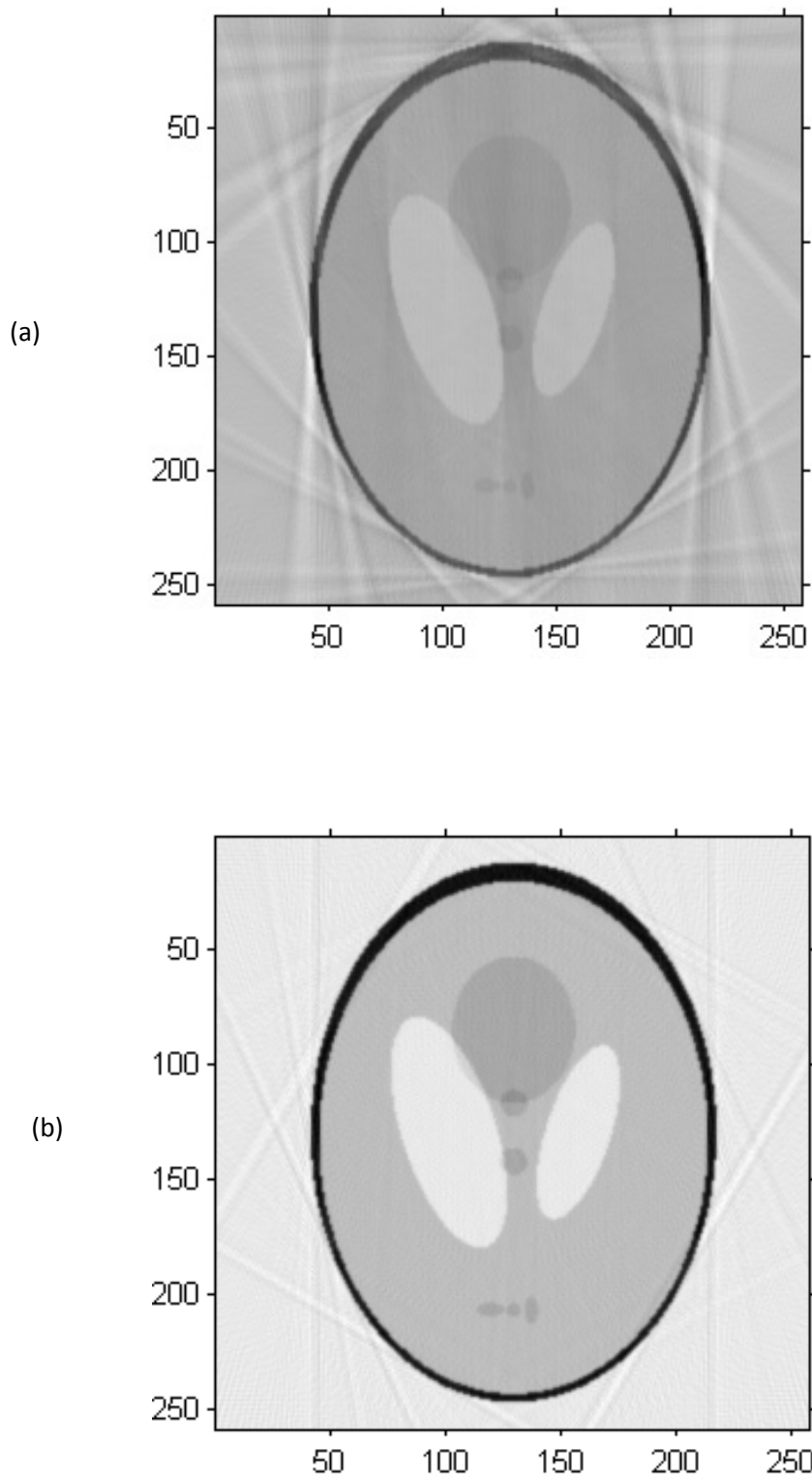


Figure .5.26 - (a) Reconstruction sur sinogramme d'origine avec perte de projections par 8arcs détectés.
(b) Reconstruction avec estimation et interpolation des projections perdues.

5.10.4 Evaluation et comparaison avec la méthode linéaire :

Actuellement, la majorité des constructeurs de scanner X-ray exploitent l'interpolation linéaire pour l'estimation des projections de compensation lors d'une perte de données par détection d'arcs dans la source à rayons X à cause de sa simplicité numérique. Implémentée généralement en coprocesseur FPGA sur la carte mère des stations de calcul de reconstruction cependant elle reste une méthode localisée et propre à chaque ensemble de projections perdues. En conséquence, elle n'apporte pas la cohérence nécessaire à la recombinaison harmonieuse de la rétroprojection. De ce fait les méthodes d'interpolation localisées perturbent considérablement l'algorithme de rétroprojection ce qui est à l'origine d'un bruit sur l'image reconstruite se manifestant par des rayures à plus hautes fréquences et faibles amplitudes.

5.10.5. Calcul de l'erreur NRMSE :

la comparaison va se faire sur la base du calcul de l'erreur NRMSE, pour les deux techniques L'image de référence figure(5.27) sera reconstruite avec 2800 projections réelles sur un profile de 360°. C'est ainsi que nous avons confronté les deux méthodes d'interpolation à des situations de détection de 1, 2 , 4 , 6, 8 10 et 12 arcs sur une acquisition simulée de 2800 projections réelles sous un profile de rotation de 360°. Dans cette simulation chaque arc correspond à une perte angulaire de données de 1.33° conformément aux données techniques d' un scanner 220 rpm.

Les résultats du calcul de l'erreur NRMSE ont été représentés graphiquement dans la figure (5.28) où l'on constate l'évolution de l'erreur NRMSE pour les deux expériences en fonction du nombre d'arcs détectés (nombre de projection perdues. Il ressort de ce graphe que les deux méthodes sont comparable pour le cas d'un seul arc c'est-à-dire que l'erreur NRMSE rapportée à l'image de référence est négligeable dans les 2 cas, il y a lieu de constater qu'à partir de deux arcs détectés, l'erreur de reconstruction par interpolation ZP est inférieure à l'erreur d'interpolation linéaire, pour un nombre raisonnable d'arcs. Au delà de 10 arcs détectés, la perte de données est si importante que les deux méthodes d'interpolation se valent et ne peuvent ainsi compenser correctement les pertes.



Fig.5.27 : Image de référence résultat d'une reconstruction avec 2800 projections réelles.

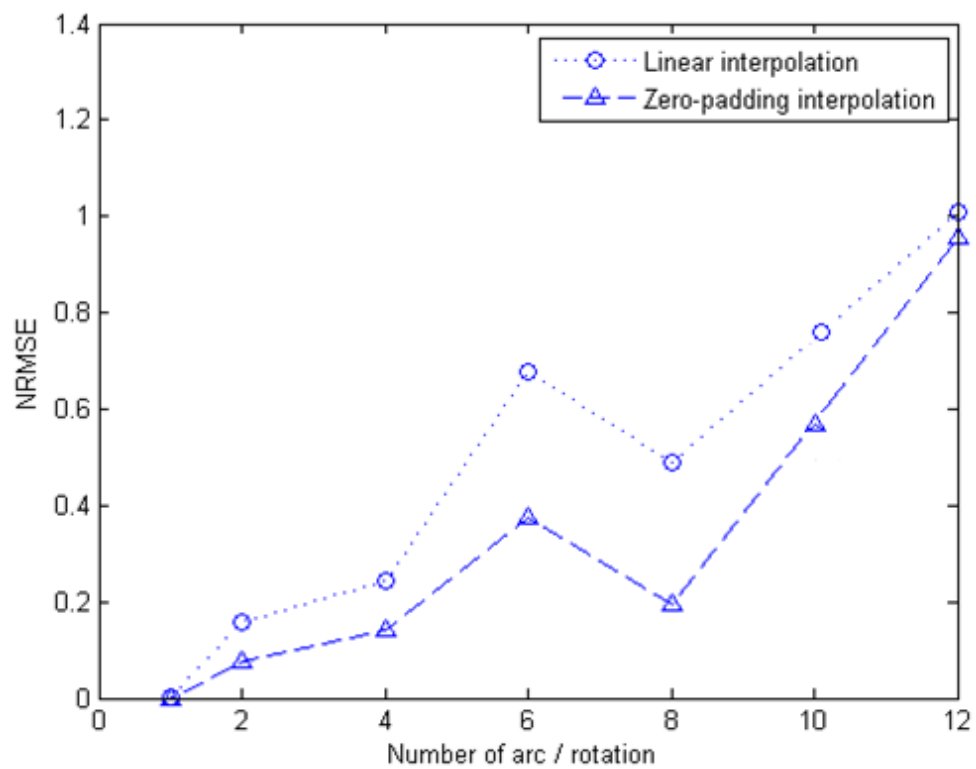


Fig.5.28 Graphe comparatif du NRMSE entre l'interpolation ZP et linéaire en fonction du nombre d'arcs détectés sur une acquisition de 2800 projections.

5.10.6. Calcul comparatif de l'écart type d'une région homogène :

La stabilité du niveau de gris d'une région homogène sur une coupe d'organe constitue un indice permettant de juger la qualité d'une reconstruction. A ce titre nous avons comparé les performances des méthodes d'interpolation linéaire et ZP dans une reconstruction par le calcul du STD, c'est-à-dire l'écart type associé à une région homogène localisée comme cela est indiqué dans la figure.(5.30.A), Dans chaque reconstruction on a simulée le cas d'une détection de :1, 2, 4, 6, 8, 10 et 12 arcs causant une perte angulaire de données de l'ordre 1.33° . Idéalement une région initialement homogène en niveaux de gris présente un écart type nul, cependant les perturbations des niveaux de gris engendrées par le processus d'interpolation sur une région initialement homogène augmente sensiblement l'écart type associé à cette région.

Le graphe de la figure (5.30.C) montre l'évolution de l'écart type pour chaque méthode d'interpolation. Pour le cas d'un seul arc détecté le STD enregistré est identique pour les deux méthodes. Pour plus de deux arcs, une nette divergence entre les deux méthodes d'interpolation est observée pour l'approche linéaire l'écart type augmente aléatoirement et sensiblement avec nombre d'arcs détectés. Il s'ensuit donc qu'un nombre élevé d'arcs se traduit par une perturbation de l'homogénéité de la région considérée, affectant ainsi la crédibilité de l'information médicale recherchée.

Pour la méthode ZP la tendance de l'écart type est plutôt vers la baisse, pour des fréquences critiques (12 arcs/rotation). Cette tendance s'explique par la nature filtrante passe-bas de la méthode d'interpolation ZP, et se manifeste par un rehaussement des niveaux de gris, par surdosage des composantes basses fréquences dans le processus de reconstruction.

Il est claire que l'interpolation par ZP réduit les perturbations et apporte une amélioration (de l'ordre de 90%) par rapport à la méthode linéaire quand à la stabilité des niveaux de gris dans les régions homogènes, cependant on observe aussi une perte considérable de l'information critique pour les régions qui souffrent de l'effet du filtre passe bas de la méthode.

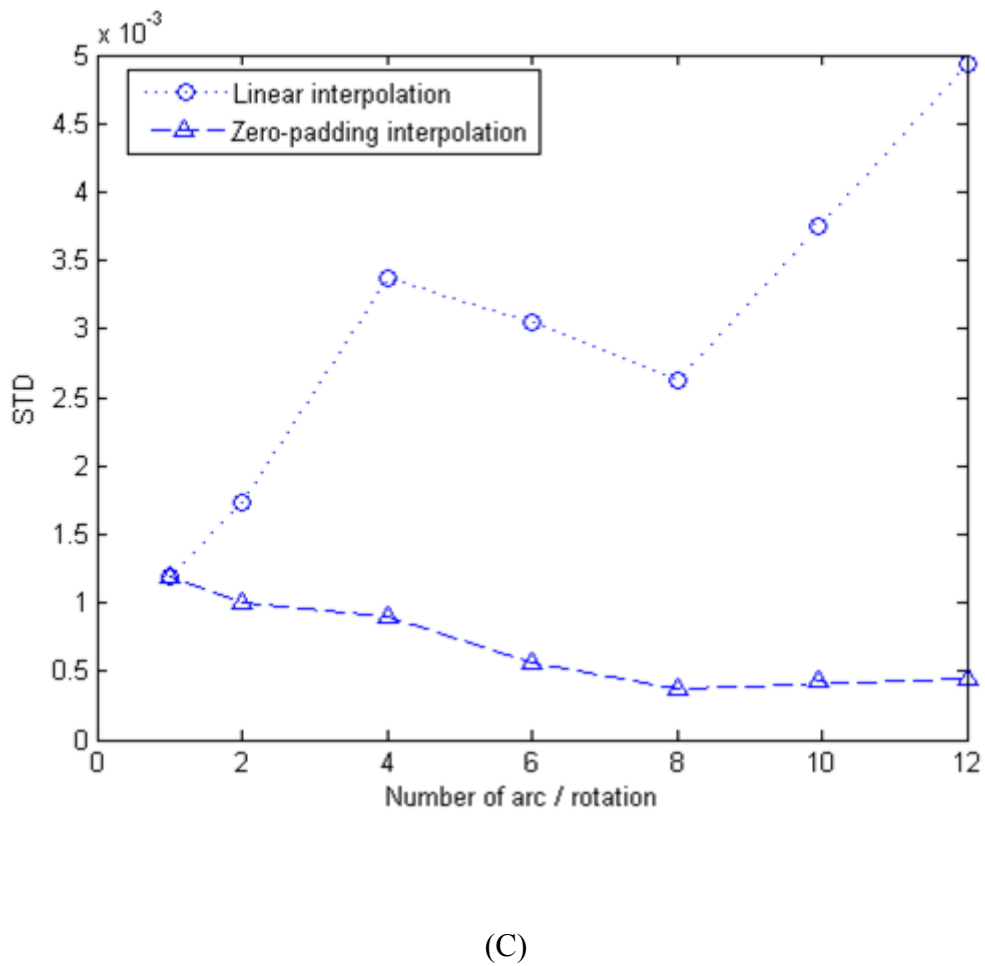
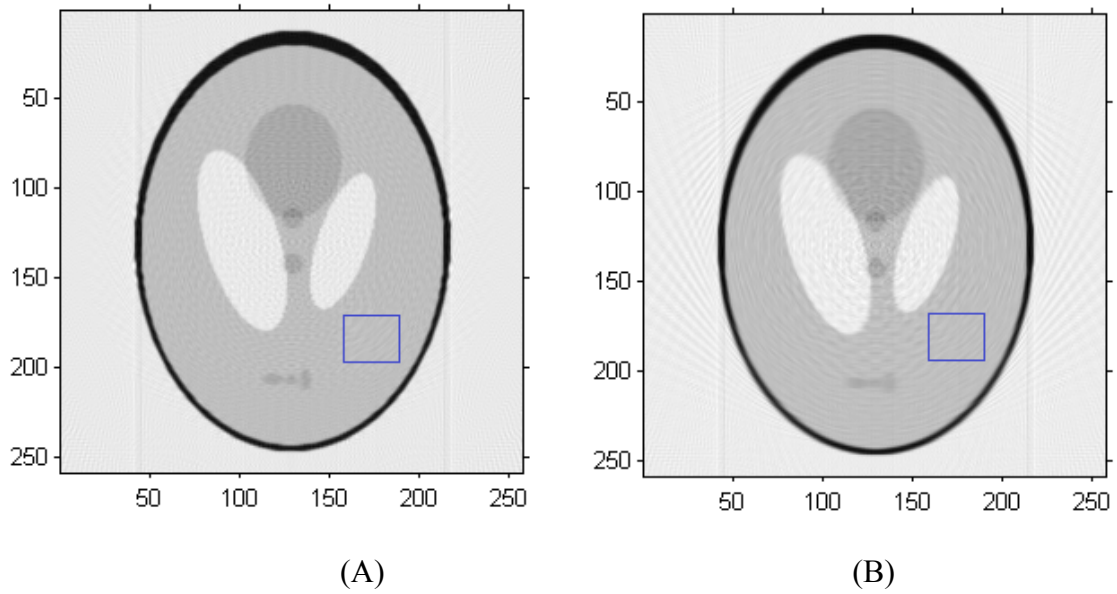


Fig 5.30- Localisation de la région homogène sur une image reconstruite avec 10 arcs. (A) Interpolation ZP .(B) : Interpolation linéaire. (C) : Graphe du STD de la région localisée en A et B en fonction du nombre d'arcs.

5.11 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons développé et mis en œuvre un nouvel algorithme capable d'améliorer la qualité de la reconstruction tomographique d'une géométrie d'acquisition parallèle. L'idée centrale sur laquelle repose cet algorithme est d'augmenter, virtuellement mais sensiblement, la résolution angulaire du dispositif physique de l'ensemble des mesures de projections acquises par atténuation des rayons-X comme dans le cas des scanners CT, ou par comptage de photons GAMMA, comme dans le mode tomographique d'une gamma camera à capteur plan rotatif.

La méthode proposée est basée sur un calcul de projections virtuelles estimées en faisant appel à la méthode du Zero-padding. En effet on peut augmenter la taille des données résultant de la transformée de Fourier discrète 2D des projections réelles et disponibles dans un sinogramme 2D par ajout de zéros. On aboutit à un sinogramme de haute résolution angulaire.

Les résultats obtenus par l'utilisation de cette technique confirment une réduction significative du bruit de l'effet étoile sur l'image reconstruite, avec un maintien du contenu informationnel de l'image tomographique.

Cette technique s'avère également utile quand on est en présence de situations où l'on enregistre une perte de données lors de détection d'arcs dans la source à rayons X, Ce qui peut offrir les avantages suivants :

- Quand le scanner doit être répété à cause de l'arc, notre méthode pourrait palier à ce problème, en réduisant les défauts causés pendant une partie de l'analyse. Cela pourrait signifier une réduction du temps d'exposition aux radiations Dans un tel cas, jusqu' 'à 50%.
- La fréquence de détection d'arcs dans les tubes à rayons X augment, généralement, vers la fin du cycle de leurs vies. Cette méthode pourrait aider à prolonger la vie du tube en permettant l'utilisation du scanner confortablement dans l'attente d'un éventuel remplacement de la source.
- la compensation des pertes dues aux arcs et la minimisation de ses effets peuvent se révéler être un avantage attractif pour un fabricant de scanner.

VI. Conclusion générale et perspectives

Dans ce travail nous avons tout d'abord rappelé les principes de quelques modalités de l'imagerie médicale fondée sur la tomographie. Nous avons ensuite passé en revue les géométries d'acquisition de ces modalités en insistant sur l'utilisation de la géométrie parallèle à laquelle toutes les géométries peuvent être ramenées.

Nous avons par la suite rappelé les algorithmes classiques de la reconstruction tomographique que nous avons dérivés en géométrie en fonction des dispositifs technologiques d'acquisition de nos jours, Nous avons aussi rappelé les fondements mathématiques des méthodes de reconstruction tomographique dans le domaine continu.

Bien qu'il existe plusieurs méthodes de reconstruction des images tomographiques, notre choix s'est porté sur la méthode de la rétro projection filtrée FBP, parce que c'est un algorithme utilisé actuellement dans les scanners par la majorité des constructeurs. Cette méthode a pour principal avantage la rapidité, l'utilisation conjointe du filtre correctement lissant et contrastant, et permet d'avoir une bonne qualité des images. Toutefois, la méthode ne permet pas l'élimination complète d'artéfacts de reconstruction qui peuvent parfois, être gênants.

La méthode dite Zéro-padding ou bourrage par zéros est basée sur les propriétés de la transformée de Fourier pour l'estimation de projections virtuelles, s'avère très efficace et améliore sensiblement la qualité de reconstruction pour l'acquisition tomographique de basse résolution angulaire. Elle peut apporter, aussi une solution au problème d'irrégularité du pas de la projection causé par la détection d'arcs électriques dans la source à rayons X.

L'injection de nouvelles projections estimées, dans le processus de reconstruction d'une image tomographique par rétroprojection filtrée, semble très efficace pour palier au bruit résultant de l'effet étoile dans l'imagerie tomographique. Augmenter le nombre de projections permet également d'améliorer la lisibilité de l'image. Cependant cette méthode n'apporte pas davantage plus d'information dans l'image en plus des projections réellement mesurées qui constituent véritablement les données pertinentes révélées par l'image tomographique. Vu le large spectre d'application de la tomographie, nous estimons que cette technique constitue un atout majeur capable de pousser la résolution des dispositifs

d'acquisition tomographique au delà des limites technologique du matériel. Cela est accompli par simple ajout d'un étage de calcul algorithmique supplémentaire et non complexe. Elle permet également de prolonger la longévité d'exploitation de ces appareils onéreux qui avec l'âge, souffrent des problèmes aléatoires d'arcs électriques dans leurs sources de rayonnement.

En perspective, complément aux travaux de cette thèse, on se propose de développer un filtrage intelligent et adaptable aux projections pour équilibrer l'effet de lissage engendré par une sur-injection de basses fréquences dans le processus de reconstruction.

Il est à noter aussi, que l'image résultant d'un traitement par FBP demeure une image de synthèse d'autant plus dépendante des paramètres de calcul dans l'algorithme employé que de la réalité physique qu'elle caractérise. Or le sinogramme est la projection réelle de l'énergie mesurée du phénomène physique exploité pour générer l'image tomographique. Il peut donc constituer une plateforme de traitement riche en informations quantitatives et modélisables dans le but d'une interprétation d'ordre supérieur de l'image calculée telle qu'une opération de segmentation ou de classification d'où l'intérêt d'augmenter sa résolution.

Le temps de calcul de cette méthode est loin d'être compétitif avec d'autres techniques concurrentes, relativement plus simple et plus rapide. Cependant la reconstruction tomographique sur la majorité des appareils est un post-traitement des données de l'acquisition du scanner et s'opère sur des fichiers enregistrés et non pas en temps réel d'acquisition. En conséquence le temps de calcul ne désavantage pas nécessairement l'implémentation en étage de calcul l'interpolation ZP dans les systèmes de reconstruction actuels.

Liste de figures générale

- Fig 1.1 - Projection tomographique selon un angle.
Fig 1.2 - Scanner Sommaton Sensation de Siemens Medical [Siemens AG].
Fig 1.3 - Traversée d'un corps d'épaisseur x par un faisceau de rayon X.
Fig 1.4 - Géométrie de scanner.
Fig 1.5 - Géométrie hélicoïdale d'acquisition.
Fig 1.6 - Tomographe multi coupes.
Fig 1.7 - (a) Effet photoélectrique. (b) Effet Compton.
Fig 1.8 - Scanner d'un crane avec un SOMATON 64 de Siemens [Siemens AG].
Fig 1.9 - IRM MAGNETOM Trio de Siemens, aimant de 3 Tesla [Siemens AG].
Fig 1.10 - (a) Temps de relaxation T1 dans un champ magnétique de 1 Tesla, (b) temps de relaxation T2 dans un champ magnétique de 1 Tesla.
Fig 1.11 - Antenne radiofréquence placée sur le patient lors d'une acquisition d'images.
Fig 1.12 - Balayage radiaux de l'espace réciproque (a) selon la direction de rayons, gradient réorienté puis maintenu fixe, (b) selon des cercles concentriques, gradient variant de façon sinusoidale et en quadrature, (c) selon des trajectoires spirales, gradient d'amplitude croissante oscillant. k_x et k_y sont les fréquences spatiales selon x et y [34].
Fig 1.13 - IRM d'un crâne avec un MAGNETOM Trio de Siemens [Head, TIRM coronal, PAT 2 TR 5980 ms, TE 47 ms, TI 180 ms, TA 2 min, SL 3 mm].
Fig 1.14 - Appareil à ultrasons ACUSON Sequoia Echo 256.
Fig 1.15 - Image par ultrasons d'un coeur avec un ACUSON Sequoia Echo 256 Images de Siemens [Siemens AG].
Fig 1.16 - Coïncidence détecte dans un TEP par un anneau de détecteurs.
Fig 1.17 - TEP ACCEL de Siemens [Siemens AG].
Fig 1.18 - Différents modes d'acquisition d'un TEP multi-anneaux
Fig 1.19 - Sinogramme [84].
Fig 1.20 - [AB] vraie coïncidence de deux photons à 511keV, [CD] coïncidence diffusée, [EF] coïncidence fortuite. Les lieux d'annihilation des positons sont les points • Dans le cas de fausses coïncidences, l'annihilation est localisée à tort sur les droites pointillées.
Fig 1.21- Examen TEP d'une femme de 31 ans avec un cancer du sein [Siemens AG].
Fig 1.22 - TEPS e.cam Fixed 180 de Siemens [Siemens AG].
Fig 1.23 - Collimateurs (a) parallèle (b) en éventail (c) conique
Fig 1.24 - Vue d'ensemble du système d'acquisition table BACCARA + capteur PALADIO.
Fig 1.25 - (a) Tomosynthèse linéaire, (b) Tomosynthèse circulaire.
Fig 1.26 - Image reconstruite à partir d'un algorithme M-ART
- Fig 2.1 - Projection de radon de l'image $f(x,y)$
Fig 2.2 - Exemple de projection
Fig 2.3 - Géométrie en éventail
Fig 2.4 - Géométrie en éventail
Fig 2.5 - Géométrie conique
Fig 2.6 - Géométrie cone beam
- Fig 3.1 - Tranche centrale
Fig 3.2 - Passage d'une grille polaire à une grille cartésienne
Fig 3.3 - Géométrie de projection 3D
Fig 3.4 - Reconstruction par transformée de fourrier
[52]

- Fig 4.1- Principe de projection a/ et rétro projection b/ à partir de deux angles de vue.
- Fig 4.2 - Positionnement d'un point sur les différents profils
- Fig 4.3- A gauche Image de segment comme objet de scanne. A droite sinogramme des projections d'un segment de points
- Fig 4.4- En haut : Sinogramme de projection d'un point, En bas : Sinogramme de projection d'un segment de points
- Fig 4.5 - Discrétisation spatiale de l'objet
- Fig 4.6 - Principe de la méthode d'interpolation linéaire
- Fig 4.7 - Exemple de Sinogramme d'objet de l'image (A), (B) sinogramme de l'image et sa représentation 3D dans (C)
- Fig 4.8 - L'allure en fréquence du filtre rampe $|\omega|$
- Fig 4.9 - Discrétisation du plan de Fourier.
- Fig 4.10 - Modification de la fonction de transfert d'un filtre rampe par application d'une fenêtre de Hamming ($\alpha=0.56$, $\omega_c=1$).
- Fig 4.11- Modification de la fonction de transfert d'un filtre rampe par L'application d'une fenêtre de Shepp-Logan ($\omega_c=1$).
- Fig 4.12 - Modification de la fonction de transfert d'un filtre rampe par L'application d'une fenêtre de Hanning ($\omega_c=1$).
- Fig 4.13 - Modification de la fonction de transfert d'un filtre rampe par application d'une fenêtre cosinus($\omega_c=1$).
- Fig 4.14 - Trajectoire de sommation sur un sinogramme associé à un point dans l'image
- Fig 4.15 - (A) : image d'objet, (B) : sinogramme de (A) sans filtrage, (C) : Rétro-projection sans filtrage,(D) : Sinogramme de (A) avec filtrage ,(E) : Rétro-projection avec filtrage
- Fig 4.16 - (A) : Image avec représentation 3D, (B) : Sinogramme de 180 projections sur l'intervalle de 0° à 180° avec représentation en 3D, (C) : Bourrage en zéros du sinogramme.
- Fig 4.17 - La transformée de Fourier des projections : (A) la partie réelle, (B) la partie imaginaire
- Fig 4.18 - Design du filtre utilisé (filtre rampe. fenêtre de hamming)
- Fig 4.19 - La transformée de Fourier filtrée des projections (a) partie réelle, (b) partie imaginaire
- Fig 4.20 - (a) le sinogramme initial, (b) Le sinogramme après filtrage.
- Fig 4.21 - Image reconstruite et sa représentation tridimensionnelle
- Fig 4.22 - Amplitudes sur sinogramme original d'un point de projection.
- Fig 4.23 - Influence du nombre de projections sur la qualité de la reconstruction
- Fig 4.24- Influence du type du filtre sur la reconstruction
- Fig 4.25- Influence de la fréquence de coupure d'un filtre hamming sur la reconstruction
- Fig 4.26 - Reconstruction d'une image de synthèse pour différentes fréquences de coupure ω_c
-
- Fig 5.1 - Principe de l'analyse de Fourier numérique d'un signal analogique déterministe
- Fig 5.2 - Fenêtre rectangulaire de $N=31$ points et le module de sa transformée de Fourier
- Fig 5.3 - Analyse de Fourier et TFD d'un signal sinusoïdal discret
- Fig 5.4 - Effet du Zéro padding sur l'analyse de Fourier d'une fenêtre rectangulaire.
- Fig 5.5 - En haut : duplication de pixels. Au milieu : zero padding dans la transformée de Fourier discret. En bas : zero-padding dans la transformée en cosinus discrets. A gauche est l'image originale de taille 64×64 . L'image du milieu a pour taille 128×128 , et celle de droite 256×256 .
- Fig 5.6 - Insertion des projections estimées dans un sinogramme
- Fig 5.7 - (A) Phantom 255×255 , (b): 45 projections mesurées entre 1 et 180° , (c) : estimation de 180 projections à partir de 45 projections réelles entre 1 et 180° .

- Fig 5.8 - (a) Reconstruction à base de 45 projections réelles (b) : Reconstruction de 180 projections estimées à base de 45 projections réelles. (c) : Reconstruction à base de 180 projections réelles. sur un profil de 0° à 179° .
- Fig 5.9 - Graphe de NRMSE des reconstructions du sinogramme interpolés à base de (6, 12, 30, 45, 90 et 180 projections réelles)
- Fig 5.10 - Colonne d'images (a à e) reconstruction du sinogramme sous échantillonné. Colonne d'image (g à l) reconstruction sur sinogramme interpolé par ZP.
- Fig 5.11 - Reconstruction par (a) : 45 projections réelles, (b) 90 projections estimées , (c) 90 projections réelles.
- Fig 5.12 - Reconstruction de (a) :45 Projections réelles, (b) 45 projections estimées (image masque), (c) image de sommation.
- Fig 5.13 - Sinogrammes pour différents pas d'échantillonnage angulaire de 1° .
- Fig 5.14 - Reconstruction à partir de sinogrammes sous-échantillonnés avec et sans interpolation ZP.
- Fig 5.15 - Graphe comparatif du NRMSE entre l'interpolation ZP et linéaire en fonction du pas d'échantillonnage angulaire.
- Fig 5.16 - Localisation d'une région homogène pour une mesure STD
- Fig 5.17 - Graphe comparatif de la mesure STD d'une région localisée entre l'interpolation ZP et linéaire en fonction du pas d'échantillonnage angulaire.
- Fig 5.18 - Colonne d'images (a à f) reconstruction à brute des sinogrammes sous échantillonnés aux pas $1^\circ, 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ$ et 10° . Colonne d'image (g à m) reconstruction des sinogrammes sous échantillonnés interpolé par ZP.
- Fig 5.19 - Evolution du paramètre NRMSE pour des images avec et sans interpolation ZP .
- Fig 5.20 - Variation du STD associé à une région localisée et calculé avec et sans interpolation ZP.
- Fig 5.21 - Signal de détection d'arc
- Fig 5.22 - réaction du system de reconstruction tomographique à la détection d'arcs.
- Fig 5.23 - (a) Reconstruction avec 2800 projections, (b) Reconstruction avec 2800 projections et une détection d'un arc. (c) Reconstruction avec 2800 projections et détection de 8 arcs.
- Fig 5.24 - (a) Echantillonnage du sinogramme à 1.33° , (b) Compression des projections dans un sinogramme basse résolution
- Fig 5.25 - (a) Sinogramme basse résolution ramené à 2800 projections par interpolation ZP. (b) Sélections des projections correspondant aux positions de détections des arcs dans le sinogramme d'origine. (c) Insertion des projections interpolées dans le sinogramme initial.
- Fig 5.26 - (a) Reconstruction sur sinogramme d'origine avec perte de projections par 8arcs détectés. (b) reconstruction avec estimation et interpolation des projections perdues.
- Fig 5.27 - Image de référence résultat d'une reconstruction avec 2800 projections réelles.
- Fig 5.28 - Graphe comparatif du NRMSE entre l'interpolation ZP et linéaire en fonction du nombre d'arcs détectés sur une acquisition de 2800 projections.
- Fig 5.30 - Localisation de la région homogène sur une image reconstruite avec 10 arcs. Par (A) Interpolation ZP.(B) : Interpolation linéaire. (C) : Graphe du STD de la région localisée en A et B en fonction du nombre d'arcs.

Liste de tableaux

TAB1.1 - Tableau comparatif de quelques modalités d'imagerie tomographiques [52]

TAB 1.2 - Quelques isotopes communément utilisés pour la TEP [52]

TAB 5.1 - Comparaison des différentes erreurs NRMSE avec et sans interpolation ZP

TAB 5.2 - Scanner rotation speeds and their effects on data lost during arcing. We used 2400 views per rotation.

Bibliographies

- [1] The assessment of image quality. Rapport technique, ICRU, Bethesda, MD : International Commission on Radiation Units and Measurements, 1996.
- [2] Akram Aldroubi et Michael Unser : Sampling procedures in function spaces and asymptotic equivalence with Shannon's sampling theory. *Numer. Funct. Anal. and Optimiz.*, 15:1–21, 1994.
- [3] Jean-Louis Amans et Gilbert Ferretti : La tomographie médicale, imagerie morphologique et imagerie fonctionnelle, chapitre 1, La tomographie X médicale, pages 33–56. *Traitement du Signal et de l'Image*. Pierre Grangeat, Hermes science édition, Janvier 2002.
- [4] F. Atrousseau : Modélisation psychovisuelle pour le tatouage des images. Thèse de doctorat, Université de Nantes, Novembre 2002.
- [5] F. Atrousseau, JP. Guédon et Yves Bizais : Mojette cryptomarking algorithm for medical images. In *Medical Imaging 2003*, volume II, pages 958–965. SPIE, February 2003.
- [6] Florent Atrousseau et JeanPierre Guédon : Chiffrement mojette d'images médicales. *ISI, Ingénierie des Systèmes d'Information*, numéro spécial sur les systèmes d'information médicale, 8(1):113–134, 2003.
- [7] Harrison H. Barrett et Kyle J. Myers : *Foundation of Image Science*. Wiley Series in Pure and Applied Optics. Wiley, 2004.
- [8] Habib Benali et Françoise Peyrin : La tomographie, chapitre Les méthodes discrètes, pages 111–138. *Traitement du Signal et de l'Image*. Pierre Grangeat, Hermes science édition, Janvier 2002.
- [9] B. Bendriem : Les détecteurs de positons : Caméra PET - caméra PET-SPECT. *ACOMEN*, 4(1):34–40, 1998.
- [10] Denis Le Bihan : Bridging the gap between brain anatomy and function with diffusion MRI. In *ENSR03*, Istanbul, Turkey, 2003.
- [11] Jeff A. Bilmes : A gentle tutorial of the EM algorithm and its applications to parameter estimation for gaussian mixture and hidden markov models. Rapport technique, International Computer Science Institute, 1998.
- [12] Pierre Bleuet : Reconstruction 3D par Tomosynthèse Généralisée. Application à l'imagerie Médicale par Rayon X. Thèse de doctorat, CREATIS, Octobre 2002.
- [13] John M. Boone : *Handbook of Medical Imaging*, volume 1 Physic and Psychophysics, chapitre X-ray Production, Interaction, and Detection in Diagnostic Imaging, pages 1–78. Jacob Beutel and Harold L. Kundel and Richard L. Van Metter, February 2000.
- [14] N. K. Bose et K. J. Boo : Asymptotic eigenvalue distribution of block-toeplitz matrices. *IEEE Transaction on Information theory*, 44(2):858–861, March 1998.

- [15] André Briguet et Didier Revel : La tomographie médicale, imagerie morphologique et imagerie fonctionnelle, chapitre 3, La tomographie par résonance magnétique nucléaire, pages 77–97. *Traitement du Signal et de l'Image*. Pierre Grangeat, Hermes science édition, Janvier 2002.
- [16] J. T. Bushberg, J. A. Seibert, Jr. E. M. Leidholdt et J. M. Boone : *The Essential Physics of Medical imaging*. Lippincott Williams and Wilkins, November 1994.
- [17] Irène Buvat : Les différents traceurs et leur production. Cours de DEA, 2001.
- [18] Irène Buvat et Jacques Darcourt : La tomographie médicale, imagerie morphologique et imagerie fonctionnelle, chapitre La tomographie d'émission monophotonique, pages 101–122. *Traitement du Signal et de l'Image*. Pierre Grangeat, Hermes science édition, Janvier 2002.
- [19] Raymond H. Chan et Michael K. Ng : Conjugate gradient methods for Toeplitz systems. *SIAM Review*, 38(3):427–482, 1996.
- [20] Allan M. Cormack : Early two-dimensional reconstruction and recent topics stemming from it, December 1979.
- [21] Michel Defrise et Pierre Greangeat : La tomographie, chapitre Les méthodes analytiques, pages 53–86. *Traitement du Signal et de l'Image*. Pierre Grangeat, Hermes science édition, Janvier 2002.
- [22] Michel Defrise et Regine Trebossen : La tomographie médicale, imagerie morphologique et imagerie fonctionnelle, chapitre La tomographie d'émission de positons, pages 123–147. *Traitement du Signal et de l'Image*. Pierre Grangeat, Hermes science édition, Janvier 2002.
- [23] Frederic H. Fahey : Data acquisition in PET imaging. *Journal of Nuclear Medicine Technology*, 30(2):39–49, June 2002.
- [24] L.A. Feldkamp, L.C. Davis et J.W. Kress : Practical cone-beam algorithm. *J. Opt. Soc. Am.*, 1 (A):612–619, 1984.
- [25] Aaron Fenster et Donal B. Downey : *Handbook of Medical Imaging*, volume 1 Physics and Psychophysics, chapitre Three-Dimensional Ultrasound Imaging, pages 463–509. Jacob Beutel and Harold L. Kundel and Richard L. Van Metter, February 2000.
- [26] Fabien Feschet et Yan Gérard : Computerized tomography with digital lines and linear programming. In *DGCI*, pages 126–135, 2005.
- [27] Jeffrey A. Fessler et Scott D. Booth : Conjugate-gradient preconditioning methods for shiftinvariant pet image reconstruction. *IEEE Transaction on Image Processing*, 8(5):688–699, May 1999.
- [28] F.Matus et J. Flusser : Image representations via a finite radon transform. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 15(10):996–1006, October 1993.
- [29] T.O.J. Fuchs, M. Kachelriess et W.A. Kalender : Fast volume scanning approaches by

x-ray-computed tomography. In C. Roux et J.K. Udupa, éditeurs : Emerging Medical Imaging Technology, pages 1492–1502. Proceedings of the IEEE, Oct 2003.

[30] David J. Goodenough : Handbook of Medical Imaging, volume 1 Physic and Psychophysics, chapitre Tomographic Imaging, pages 511–558. Jacob Beutel and Harold L. Kundel and Richard L. Van Metter, February 2000.

[31] R. Gordon, R. Bender et G.T. Herman : Algebraic reconstruction techniques (art) for three-dimensional electron microscopy and x-ray photography. Journal of Theoretical Biology, 29:471–482, 1970.

[32] Ronald L. Graham, Donald E. Knuth et Oren Patashnik : Concrete Mathematics : A Foundation for Computer Science (2nd Edition). Addison-Wesley, 1994.

[33] Pierre Grangeat : La Tomographie. Traitement du Signal et de l'Image. librairie LAVOISIER, Hermes science édition, Janvier 2002.

[34] Pierre Grangeat : La tomographie médicale, imagerie morphologique et imagerie fonctionnelle. Traitement du Signal et de l'Image. Hermes, Hermes science édition, Janvier 2002.

[35] Pierre Greangeat : La tomographie, chapitre Introduction `a la tomographie, pages 31–49. Traitement du Signal et de l'Image. Pierre Grangeat, Hermes science édition, Janvier 2002.

[36] JeanPierre Guédon : Les problèmes d'échantillonnages dans la reconstruction d'images `a partir de projections. Thèse de doctorat, Université de Nantes, Novembre 1990.

[37] JeanPierre Guédon : L'Histoire de la transformée Mojette (la forme et la projection). Habilitation `a diriger des recherches, 2001.

[38] JeanPierre Guédon et Yves Bizais : Bandlimited and haar filtered back-projection reconstruction. IEEE Transaction on Medical Imaging, 13(3):430–440, September 1994.

[39] JeanPierre Guédon, Benoit Parrein et Nicolas Normand : Internet distributed image information system. pages 205–214. Integrated Computer-Aided Engineering, 2001.

[40] JP. Guédon, D. Barba et N. Burger : Psychovisual image coding via an exact discrete Radon transform algorithm. In VCIP95, volume 2501 de Proc. SPIE, pages 562–572, 1995.

[41] G Herman et A Kuba : Discrete tomography, Foundations, algorithms and applications (Applied and numerical harmonics analysis series). Springer-Verlag, 1999.

[42] Gabor T. Herman : Image Reconstruction From Projections, volume 32 de Topics in applied physics. Computer Science and Applied Mathematics, springer verlag édition, 1979.

[43] G.T. Herman, A. Lent et S. Rowland : Art : Mathematics and applications. Journal of Theoretical Biology, 42:1–32, 1973.

[44] Barrett HH et Swindell W. : Radiological Imaging : The Theory of Image Formation, Detection, and Processing. San Diego : Academic Press, 1996.

- [45] H. Malcom Hudson et Richard S. Larkin : Accelerated image reconstruction using ordered subset of projection data. *IEEE Transaction on Medical Imaging*, 13(4):100–108, 1994.
- [46] Myriam Servières Jérôme Idier, Nicolas Normand et JeanPierre Guédon : Conjugate gradient moquette reconstruction. In *Medical Imaging 2005 : Image Processing*, volume 5747, pages 2067–2074. J. Michael Fitzpatrick and Joseph M. Reinhardt, 2005.
- [47] A. C. Kak et Malcolm Slaney : *Principles of Computerized Tomographic Imaging*. Society of Industrial and Applied Mathematics, 2001.
- [48] Alexander Katsevich : A general inversion formula for cone beam ct. In *Fully 3D Reconstruction In Radiology and Nuclear Medicine*. Yves Bizais, 2003.
- [49] M. Katz : *Questions of Uniqueness and Resolution in Reconstruction from projections*, volume 26 de *Lect. Notes Biomath.* Springer-Verlag, 1979.
- [50] Andrew Kingston et Imants Svalbe : A discrete modulo n projective Radon transform for $n \times n$ images. In *DGCI05 proceedings*, pages 136–147, 2005.
- [51] Andrew Kingston et Imants D. Svalbe : Mapping between digital and continuous projections via the discrete radon transform in fourier space. In *DICTA*, pages 263–272, 2003.
- [52] Myriam Servières thèse de doctorat « Reconstruction Tomographique Moquette 2005 » Ecole polytechnique de l’université de Nantes
- [53] R. GORDON, “Reconstruction of surfaces from profiles”, pp. 136 - 144 , 1987.
- [54] W. wagner, “Rconstructions From Restricted Region Scan Data-New Means To Reduce The Patient Dose”, pp. 2866 – 2869, 1979.
- [55] M. Li, H. Yang, H. Kudo, “An accurate iterative reconstruction Algorithm for sparse objects: Application to 3-D blood vessel reconstruction from a limited number of projections” , pp. 2599 – 2609, 2002.
- [56] G. H. Weiss, A. J. Talbert, and R. A. Brooks, “The use of phantom views to reduce CT streaks due to insufficient angular sampling”, pp. 1151 – 1162, 1982.
- [57] R. R. Galigekere, K. Wiesent, D. W. Holdsworth, “Techniques to alleviate the effects of viewaliasing artifacts in computed tomography,”, pp. 896 – 904, 1999.
- [58] K. P. Prasad, P. Satyanarayana, "Fast interpolation algorithm using FFT", pp. 185-187, 1986.
- [59] T. J. Cavicchi, “DFT time-domain interpolation”, pp. 207 - 211, 1992.
- [60] P. J. La Rivière and X. Pan, “Mathematical equivalence of zero-padding and circular sampling thorem interpolation with implications for direct Fourier image reconstruction”, pp. 1117 - 1126, 1998.

- [61] M. Endo, S. Mori, T. Tsunoo, S. Kandatsu, S. Tanada, H. Aradate, Y. Saito, H. Miyazaki, K. Satoh, S. Matsusita, and M. Kusakabe, "Development and Performance Evaluation of the First Model of 4-D CT-Scanner", pp. 1667 – 1671, 2003.
- [66] Y. LI, "Interpolation based reconstruction methods for tomographic imaging in 3D positron emission Tomography", pp, 163 - 173, 2008.
- [67] Patrick J. La Riviere, Xiaochuan Pan. "Comparison of angular interpolation approaches in few-view tomography using statistical hypothesis testing", pp. 398 – 407, 1999.
- [68] M. Bertram, J. Wiegert, D. Schafer, T. Aach, G. Rose, "Directional View Interpolation for Compensation of Sparse Angular Sampling in Cone-Beam CT", pp. 1011 - 1022, 2009.
- [69] Jaisingh Rajwadea, Lester Millerb, Dan Simon, 'Partial-data interpolation method for arc handling in a computed tomography scanner', Computerized Medical Imaging and Graphics, V36 pp.387– 395.2012.