République Algérienne Démocratique et Populaire Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohamed BOUDIAF FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE



THESE EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE DOCTORAT L.M.D

SPECIALITE : Automatique

OPTION : Automatisation et contrôle des systèmes industriels

PRESENTE PAR Mr. MEDDAHI Youssouf

SUJET DE MEMOIRE

Modélisation, Estimation et Commande d'un Ballon Dirigeable Autonome

SOUTENU LE 19/02/ 2015 DEVANT LE JURY COMPOSE DE :

| M. BOUHAMIDA | Professeur (USTO) | Président |
|-----------------------|-----------------------------------|-------------|
| K. ZEMALACHE MEGUENNI | Maitre de conférences (USTO) | Rapporteur |
| A. OMARI | Professeur (USTO) | Examinateur |
| A. MANSOURI | Professeur (ENP-Oran) | Examinateur |
| H. TEBBIKH | Professeur (université de GUELMA) | Examinateur |

Dédicace

À ma mère,

À mon père,

À mes frères,

À toute la Famille,

À tous mes enseignants,

À mes amis et collègues

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à exprimer ma reconnaissance envers les membres du jury, dont la renommée et la qualité scientifique honore grandement ce travail :

- Monsieur M. Bouhamida, Professeur à l'USTO (université des sciences et techniques Oran).pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de ma thèse.
- Monsieur A. Omari, Professeur à l'USTO (université des sciences et techniques Oran).
- Monsieur A. Mansouri, Professeur à l'ENP-Oran et monsieur H. Tebbikh, Professeur à l'université de Guelma. Pour m'avoir fait l'honneur d'être examinateurs de ce travail.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude mon rapporteur Messieurs K. Zemalache Meguenni d'avoir proposé le sujet sur lequel j'ai travaillé, et qui ont assuré la direction et l'encadrement du travail présenté dans ce mémoire.

Ce travail a été réalisé au sein du département d'automatique de l'université de science et de la technologie d'Oran U.S.T.O. Je tiens également à remercier Monsieur **Zalemat** chef département Automatique.

Mes remerciements s'adressent aussi à tous les chercheurs et à tous les membres du personnel du département Automatique

Comme je tiens également à remercier mes collègues dans l'option pour le soutien moral qu'ils m'ont apporté.

Mes remerciements vont aussi à tous mes collègues la cité universitaire C1.

Table des matières

Table des Matières

| INTRODUCTION GENERALE | (| 01 |
|-----------------------|---|----|
|-----------------------|---|----|

Chapitre I : Généralités sur les Ballons Dirigeables

| I.1. Introduction | 03 |
|---|------|
| I.2. Définition d'UAV | 03 |
| I.3. Historique | 03 |
| I.4. Principaux projets de ballons autonomes | 05 |
| I.4.1. SASS LITE | 05 |
| I.4.2. AURORA | 06 |
| I.4.3. LOTTE | 07 |
| I.4.4. KARMA | 07 |
| I.4.5. Autres projets. | 08 |
| I.4.6. Les projets futurs | 09 |
| I.5. Structure et Motorisation | . 10 |
| I.5.1. Structure | . 10 |
| I.5.1. Motorisation | . 12 |
| I.6. Constitution du dirigeable | 14 |
| I.6.1. L'enveloppe | 14 |
| I.6.2. La nacelle | 15 |
| I.6.3. Les ailerons | 16 |
| I.7. Principe physique | 17 |
| I.8. Gaz de remplissage | 18 |
| a) Hélium | 18 |
| b) Hydrogène | 18 |
| c) Gaz de ville | . 19 |
| d) Vapeur d'eau | . 19 |
| e) Air chaud | 19 |
| I.9. Avantages et inconvénients techniques | 20 |
| I.9.1. Les avantages | . 20 |
| I.9.2. Les inconvénients | . 20 |
| I.9.3. La vitesse | 21 |
| I.10. Les applications | 21 |
| I.10.1. Transport de charge | 21 |
| I.10.2. Plateformes stratosphériques | 22 |
| I.10.3. Exploration planétaire | 22 |
| I.10.4. Observation | 23 |
| I.10.5.Publicité | . 23 |
| I.11. Potentialités du dirigeable dans le secteur Transport classique | 23 |
| I.12. Comparaison entre le dirigeable et les autres robots volants | 24 |
| I.13. Conclusion | 26 |

Chapitre II : Modélisation d'un Ballon Dirigeable

| II.1. Introduction | 27 |
|----------------------------|----|
| II.2. Etude cinématique | 27 |
| II 2.1 Les Angles d'Euler | 29 |
| II 2.7 Paramètres d'Euler | 32 |
| 1.2.2. i diuliores e Edier | |

| II.2.2.1. Introduction | |
|--|----|
| II.2.2.2. Propagation de Quaternion avec le temps | |
| II.2.2.3. Le Model cinématique. | |
| II.3. La Dynamique | |
| II.3.1. Caractéristiques de masse | |
| II.3.2. La Dynamique 6 degré de liberté: Newton-Euler approche | |
| II.3.2.1. Les équations de Newton-Euler | |
| II.3.2.2. Tenseur statique | 41 |
| II.3.2.3. Tenseur de propulsion | 41 |
| II.3.2.4. Tenseur aérodynamique | |
| II.3.2.5. Modèle complet du dirigeable | 49 |
| II.3.2.5. Modèle complet avec les Angles d'Euler | |
| II.3.3. La Dynamique 6 degrés de liberté: approche LAGRANGE | 51 |
| II.3.3.1. L'énergie cinétique | |
| II.3.3.2. Le Modèle du Robot Plus léger que l'air | 54 |
| II.3.3.3. Premier terme de l'énergie cinétique | |
| II.3.3.4. Second terme de l'énergie cinétique | 57 |
| II.3.3.5. Troisièmes termes de l'énergie cinétique | |
| II.3.3.7. Les force | |
| II.3.3.7. L'énergie potentielle | 59 |
| II.3.3.8. Translation Dynamique | 59 |
| II.4. Conclusion | 65 |

Chapitre III : La Commande par la Technique de Backstepping

| III.1. Introduction | |
|--|----|
| III.2. Historique et domaines d'application du backstepping | |
| III.3. Synthèse de la commande par backstepping | 68 |
| III.4. Application du backstepping sur le Ballon Dirigeable | |
| Commande pour le mouvement suivant l'axe y | 71 |
| Commande pour le mouvement suivant les axes x et z | 73 |
| Commande de la vitesse | 74 |
| Commande des rotations (tangage et lacet) | 75 |
| III.5. Résultats de Simulation | 76 |
| III.6. Conclusion | 86 |

Chapitre IV: PI-Backstepping et Estimation des Forces pour le Dirigeable

| IV.1. Introduction | |
|--|-----|
| IV.2. Backstepping avec action intégrale | |
| Commande de l'altitude | |
| Commande pour le mouvement suivant les axes x et y | |
| Résultats de simulation. | |
| IV.3. Backstepping avec estimateur | 101 |
| Commande de l'altitude | |
| Commande pour le mouvement suivant les axes x et y | |
| Résultats de simulation | |
| IV.4. Conclusion | 109 |
| CONCLUSION GENERALE | 110 |

Liste des Figures

| Figure I.1. Le premier vol d'un zeppelin | 04 |
|--|-----|
| Figure I.2. Incendie du dirigeable HINDENBURG 1937 | 04 |
| Figure I.3. Un des ballons du projet SASS LATE. | 05 |
| Figure I.4. Le ballon du projet AURORA | 06 |
| Figure I.5. Le ballon LOTTE. Unique propulseur situé à l'arrière | 07 |
| Figure I.6. Le ballon KARMA du LAAS | 08 |
| Figure I.7. Le ballon dirigeable Skyhook HLV | 09 |
| Figure I.8. Le ballon dirigeable L'Aéroscraft | 10 |
| Figure I.9. Structure métallique d'un dirigeable rigide (USS Akron) | 11 |
| Figure I.10. Structure métallique d'un dirigeable semi-rigide (Zeppelin NT) | 11 |
| Figure I.11. Structure d'un dirigeable souple | 12 |
| Figure I.12. Exemple d'un moteur à hélice de dirigeable | 13 |
| Figure I.13. Localisation des moteurs et du système de navigation d'un dirigeable | 13 |
| Figure I.14. Description du dirigeable | 14 |
| Figure I.15. Quelques différentes formes de ballon dirigeable | 15 |
| Figure I.16. Construction de la nacelle | 16 |
| Figure I.17. Les différentes configurations des gouvernes | 16 |
| Figure I.18. Principe de fonctionnement du dirigeable | 17 |
| Figure I.19. Explosion à cause de l'hydrogène | 18 |
| Figure I.20. Zeppelin NT utilisé pour le transport de passagers | 24 |
| Figure. II.1 Le ballon dirigeable | 28 |
| Figure. II. 2 Les angles d'Euler | 30 |
| Figure. II. 3. Mouvement en translation | 38 |
| Figure. II. 4 La vitesse du centre d'inertie pour le ballon dirigeable | 61 |
| Figure. II. 5 Les forces agissant sur dirigeable en vol | 62 |
| Figure. II. 6 Les forces agissant sur dirigeable en tournant vol | 63 |
| Figure III.1 Synoptique de commande du dirigeable. | 70 |
| Figure III.2 Réalisation d'une trajectoire en 3D. | 76 |
| Figure III.3 déplacement suivant x. | 76 |
| Figure III.4 déplacement suivant y | 77 |
| Figure III.5 déplacement suivant z | 78 |
| Figure III.6 Les erreurs de déplacements suivant <i>z</i> , <i>x</i> , <i>y</i> | 80 |
| Figure III.7 La vitesse et les angles de rotations | 80 |
| Figure III.8 Les erreurs de la vitesse et de déplacements suivant les angles | 81 |
| Figure III.9 Réalisation d'une trajectoire en 3D. | 81 |
| Figure III.10 La vitesse et les angles de rotations | 82 |
| Figure III.11 déplacements suivant x, y, z | 83 |
| Figure III.12 Réalisation d'une trajectoire en 3D. | 83 |
| Figure III.13 Les erreurs de déplacements suivant z, x, y | 84 |
| Figure III.14 déplacements suivant x, y, z | 85 |
| Figure III.15 La vitesse et les angles de rotations | 87 |
| Figure IV.01 Le schéma bloc du backstepping avec action intégrale. | 90 |
| Figure IV.02 Résultat en 3D de simulation backstepping avec action intégrale pour le | 91 |
| vol suivant les axes x, y et z sans perturbation. | 0.2 |
| Figure IV.03 Résultat de simulation backstepping avec action intégrale pour le vol | 92 |

| suivant les axes x, y et z sans perturbation (avec zoom de y et z). | |
|--|-----------|
| Figure IV.04 Les erreurs sans présence de perturbations avec zoom | 93 |
| Figure IV.05 Résultat de simulation pour les angles et la vitesse sans présence de | 94 |
| perturbation | |
| Figure IV.06 Résultat en 3D de simulation backstepping avec action intégrale pour le | 95 |
| vol avec perturbation (vitesse du vent constante). | |
| Figure IV.07 Résultat de simulation backstepping avec action intégrale pour le vol | 96 |
| avec perturbation (vitesse du vent constante). | |
| Figure IV.08 Zoom des résultats de simulation backstepping avec action intégrale | 97 |
| pour le vol avec perturbation (vitesse du vent constante). | |
| Figure IV.09 Les erreurs en présence des perturbations avec zoom | 98 |
| Figure IV.10 Résultat de simulation pour les angles et la vitesse en présence de | 99 |
| perturbation (vitesse du vent constante). | |
| Figure IV.11 Résultat de simulation backstepping avec action intégrale pour le vol | 100 |
| suivant les axes x, y et z avec perturbation (rafale du vent). | |
| Figure IV.12 Résultat de simulation backstepping avec action intégrale pour | 101 |
| l'orientation, la vitesse et les erreurs des positions | |
| Figure IV.13 Le schéma bloc du backstepping avec estimateur. | 104 |
| Figure IV.14 Résultat de simulation backstepping avec estimateur pour le vol suivant | 105 |
| les axes x, y et z sans perturbation externe | |
| Figure IV.15 Résultat de simulation backstepping avec estimateur pour l'orientation | 105 |
| et la vitesse | |
| Figure IV.16 zoom de l'orientation et la vitesse | 106 |
| Figure IV.17 Résultat de simulation backstepping avec estimateur pour le vol suivant | 106 |
| les axes x, y et z avec perturbation externe | |
| Figure IV.18 Zoom des positions x, y et z | 107 |
| Figure IV.19 Résultat de simulation backstepping avec estimateur pour le vol suivant | 108 |
| les axes x, y et z avec la variation de la masse | |
| Figure IV.20 Zoom des positions x, y et z | 108 |
| | |

Liste des Tableaux

 Tab I.1. Comparaison entre le dirigeable et les autres robots volants

24

Nomenclature

| $[x, y, z]^{T}$ | Vecteur de la position |
|-------------------------------|---|
| $[\Psi, \gamma]^{\mathrm{T}}$ | Les angles d'Euler lacet et tangage |
| V | La vitesse du dirigeable |
| m | La masse du dirigeable |
| Т | La Force de la propulsion |
| $[\sigma$, $\alpha]^T$ | Les Angles des élévateurs |
| ρ | La Densité d'air |
| М | Nombre de Mach |
| Vol | Volume du véhicule |
| b | Force d'Archimède |
| $C_{L}(M, \alpha), C_{D}(M,$ | α) Paramètres de la portance et le trainé |
| L, D | Les forces de la Portance aérodynamique et la Trainée |

Introduction Générale

Introduction Générale

Depuis le 18ème siècle, Un grand intérêt s'est porté sur la conception des dirigeables miniatures sans pilote connus sous le nom de drone ou Unmanned Aerial Vehicle (UAV). Un tel intérêt peut être perçu comme l'espoir d'utiliser de tels robots pour de nouvelles tâches : interventions sur des sites sensibles présentant des dangers, (terre minée, zone nucléaire, feux de forêts...etc.), ou demandant une présence continue (observation continue d'une zone...etc.). Leur rôle s'est considérablement accru pour pouvoir accomplir des missions de précisions complétant ou même remplaçant la présence humaine que ce soit dans le domaine civil ou militaire.

Après avoir été oublié pendant les dernières décennies, un nouvel avenir est ouvert pour l'utilisation des dirigeables pour des raisons civiles. En effet, le dirigeable renaît de ses cendres après la création de plusieurs prototypes plus efficaces et plus sur. On a déjà commencé à parler de ballons publicitaires ou météorologique. Le rapport (distance, temps de vol, altitude, ...etc.) est en effet un champ d'excellence pour les avions que les ballons dirigeables, mais il reste encore des applications pour lesquelles les dirigeables présentent toujours un avantage, opérationnel, écologique et économique certain.

Les ballons dirigeables semblent être les vecteurs idéals pour un très grand nombre d'applications. Ils sont favorisés pour leur faible consommation énergétique et leur réponse aux obligations environnementales. Le gaz porteur utilisé actuellement est l'hélium qui à remplacé les autres gaz combustibles tels que l'hydrogène et le méthane. Certains dirigeables utilisent aussi l'air chaud pour les faire monter. En plus, les dirigeables sont favorisés parmi les autres pour des raisons de sécurité. Si les vols sont effectués dans des conditions météorologiques adéquates les ballons sont des vecteurs extrêmement surs pour eux et pour l'environnement.

Ces dernières années, la conception et la mise au point des algorithmes de commande pour les dirigeables a fait l'objet d'un certain nombre d'études. Ceci est dû au besoin de produire des véhicules aériens manœuvrables et autonomes, pour des applications militaires ou civiles.

Plusieurs projets ambitieux sont actuellement en cours afin de développer des plateformes dirigeables capables d'opérer en différents milieux notamment en stratosphère,

leur objectif est d'embarquer des équipements de communication ou d'observation météorologique.

Dans la plupart des applications existantes à ce jour, les dirigeables sont pilotés soit par un pilote à bord soit par un opérateur humain via une liaison radio. En vue de donner une autonomie à cette plateforme, il est nécessaire d'automatiser les fonctions de pilotage et de planification de tâches qui sont généralement basées sur la connaissance.

Dans ce travail, nous avons développé deux points importants :

- Nous avons établie un modèle dynamique en prenant en considération les forces aérodynamiques, les termes gyroscopiques et centrifuge ainsi qu'une expression détaillée du coefficient de coriolis.
- Après quelque hypothèses simplificatrices, nous avons synthétisé des lois de commande basées sur la technique du backstepping sur le modèle du ballon dirigeable avec couplage en suite nous avons testé ces lois de commande en présence des perturbations. Ce dernier point présente l'originalité de notre travail.

Le manuscrit est organisé de la manière suivante : Dans le premier chapitre, nous présentons un bref historique sur le ballon dirigeable, quelques généralités et son principe de fonctionnement. Dans le deuxième chapitre, la modélisation du ballon dirigeable est présentée. Des hypothèses sont établies afin d'obtenir quelques simplifications du modèle. Le troisième chapitre concerne l'aspect commande, après avoir établi le modèle dynamique du dirigeable, nous présenterons les lois de commande basées sur la technique de backstepping, les détails concernant l'application des différentes lois de commande sur le modèle de dirigeable et les résultats de simulation seront présentés et discutés afin d'illustrer les développements théoriques. Dans le dernier chapitre, une étude de la robustesse est effectuée vis-à-vis de la perturbation induite par le vent suivant les différentes directions du mouvement. Nous utilisons deux techniques, la première est ajouté l'action intégrale (PI-Backstepping) et la deuxième technique est le backstepping avec estimation de la perturbation externe. Pour terminer ce travail, nous avons effectué une simulation sous Matlab pour différentes trajectoires afin de distinguer la poursuite et la robustesse vis-à-vis des perturbations exercées. La conclusion résumera notre travail et présentera une évaluation des résultats obtenus. Les perspectives donneront les axes à explorer pour améliorer ce travail ou de l'utiliser en parallèle dans d'éventuelles applications.

Chapitre I :

Généralités sur les Ballons Dirigeables

I.1. Introduction

Le dirigeable est un des premiers aéronefs inventés par l'homme, il montre aujourd'hui des intérêts certains qui pourraient lui faire valoir sa place dans les moyens de transport. Il est réalisé avant tous les autres types d'aéronefs et présente des exploits dans l'aéronautique civile et militaire.

Ces exploits ont été possibles car il n'y a pas de puissance minimale à embarquer pour leur vol. Les qualités requises pour l'éventuel moteur d'aérostat sont donc moins critiques, comparées avec celles des aéronefs "plus lourds que l'air".

Plusieurs essais ont été faits dans le but de mieux exploiter les ballons dirigeables dans diverses activités robotiques ; En effet, plusieurs projets ont récemment vu le jour par des groupes de robotique dans des laboratoires spécialisés (IBISC; LAAS;....). Les objectifs de ces études sont variés selon les différents opérationnels, mais ils partagent la même cible qui est d'obtenir une conception moderne d'un dirigeable à haute performance et d'utilité multiple.

Dans ce chapitre, nous allons aborder l'évolution historique des engins volants plus précisément des dirigeables, quelques généralités sur ces appareils et le principe de leur fonctionnement.

I.2. Définition d'UAV

Un UAV (Unmanned Aerial Vehicle) est un véhicule aérien motorisé, qui ne transporte pas d'opérateur humain, utilise la force aérodynamique pour assurer sa portance, peut voler de façon autonome ou être piloté à distance, être non réutilisable ou récupérable et qui emporte une charge utile létale ou non létale [01].

I.3. Historique

Les premiers essais, en 1783, mènent à une conception moderne d'un dirigeable par le general **Jean-Baptiste-Marie Meusnier** dont le ballon est de forme ellipsoïdal, muni d'un gouvernail, mais à l'époque aucun moteur n'existait. Au cours du 18^{éme} et 19^{ème} siècle plusieurs études ont été faites, afin d'améliorer la performance et l'utilité du dirigeable, en utilisant des techniques diverses pour se propulser. Prenons comme exemple, Henri Giffard

(1852) qui a utilisé une petite machine a vapeur pour se propulser, par contre, **Charles Renard** et **Arthur Krebs** (1884) ont substitués la machine à vapeur par un moteur électrique de 8 CV pour augmenter la vitesse du dirigeable [02] [15-17].

Au début du 20^{éme} siècle, plusieurs tentatives ont été réalisées, mais elles ont échouées a atteindre les objectifs. Il aura fallu plus de soixante ans au ballon dirigeable pour effacer dans les mémoires la catastrophe du **Hindenburg**. En effet, le 6 mai 1937 marqua l'échec spectaculaire du dirigeable **Hindenburg** inventé par le **Comte Von Zeppelin** et qui a causé la mort de 36 personnes. L'objet volant s'est transformé en quelques secondes en une gigantesque torche à Hydrogène, la catastrophe tétanise le monde.



Figure I.1. Le premier vol d'un zeppelin



Figure I.2. Incendie du dirigeable HINDENBURG 1937.

Ces premiers échecs d'exploitations, n'ont pas empêchés l'avancement des recherches robotiques qui ont envahi beaucoup de domaines. Le premier conflit mondial en 1914 à représenté une occasion réelle de tester l'efficacité des ballons dirigeables dans des usages militaires tels que les missions de reconnaissance et les raids aériens. L'armée américaine à aussi exploité de nombreux types de dirigeables pendants la deuxième guerre mondiale pour des raisons d'escort des navires et aussi pour détecter les mines et les sous marins [02] [15-17].

I.4. Principaux projets de ballons autonomes

I.4.1. SASS LITE

Si on excepte les contrôleurs automatiques de cap qui équipaient déjà les Zeppelins transatlantiques pendant les années 30, le premier projet de ballon autonome est le **SASS LITE** (Small Aérostat Surveillance System, Low Intensity Target Exploitation) mené par la société américaine **Applied Research Associates** dans un contexte militaire (**Figure I.3**). Le projet a été initié à la fin des années 80, et en 1993 différents ballons de 300 à 600 m³, munis d'un moteur thermique de 35 chevaux, ont réalisé des déplacements autonomes de plusieurs dizaines de kilomètres, pendant plusieurs heures [06].



Figure I.3. Un des ballons du projet SASS LATE.

I.4.2. AURORA

Le projet de ballon dirigeable autonome (**AURORA**) est sans doute celui qui est le plus connu dans la communauté des roboticiens, et aussi un de ceux qui produit le plus de résultats. Initié par Alberto Elfes à la fin des années 90 à l'université de Campinas (Brésil), le projet concerne le contrôle autonome du vol d'un ballon, et a d'entrée inclut l'instrumentation et le développement d'un prototype. Le ballon utilisé est un modèle AS-800 de la société britannique Airspeed Airship, de 25 m³ et doté de deux moteurs thermiques de modélisme montés selon un axe orientable en tangage. Outre les développements matériels et logiciels qui ont consisté à robotiser ce ballon en y installant les capteurs nécessaires (GPS, compas, gyromètres...), des travaux ont été menés sur la modélisation dynamique et bien entendu sur le contrôle de vol. Ces travaux ont été étendus par des collaborations avec l'Institut Supérieur Technique de Lisbonne et l'équipe **ICARE** (Instrumentation, Commande Et Architecture du Robots Evolue) de l'**INRIA**, en considérant notamment le contrôle par asservissement visuel. Seuls des contrôleurs de type PID pour asservir des paramètres de vol (cap, altitude) et rallier des points de passage ont été effectivement testés en conditions réelles (**Figure I.4**) [10] [14-16].



Figure I.4. Le ballon du projet AURORA

I.4.3. LOTTE

Le projet (**LOTTE**) est mené par l'Université de Stuttgart au début des années 90. Il a d'abord consisté à réaliser un ballon d'une longueur de 16 m et de 105 m³ de volume (**Figure I.5**), et différents développements technologiques associés, notamment à l'utilisation de cellules photovoltaïques. De sérieuses études aérodynamiques ont ensuite été menées (modélisation, identification de paramètres en soufflerie, développement de contrôleurs) [07].



Figure I.5. Le ballon LOTTE. Unique propulseur situé à l'arrière.

I.4.4. KARMA

Le LAAS a commencé à s'intéresser aux ballons dirigeables autonomes en 2000, et a développé un prototype dont le premier vol a eu lieu en Mars 2003 (Figure I.6). Outre le développement du prototype et son exploitation pour mener des travaux sur la cartographie de l'environnement survolé, différents travaux relatifs au contrôle de vol ont été menés :

- modélisation du système et identification des paramètres du modèle (en soufflerie en collaboration avec SupAéro, ou bien à partir de données de vol).
- développement de différents contrôleurs (stabilisation de paramètres de vol et suivi de trajectoires), et plus récemment planification de trajectoire [03] [04].



Figure I.6. Le ballon KARMA du LAAS

I.4.5. Autres projets

De très nombreux autres projets de ballons dirigeables autonomes développés dans d'autres laboratoires méritent d'être mentionnés :

- Le projet mené à l'IBISC, où les travaux portent surtout sur la planification de trajectoires et leur suivi [05] [08].
- Le projet ALPHA mené entre l'ENST et L'ANIMATLAB avec la société AIRSTAR, dans lequel des contrôleurs sont générés par des techniques évolutionnistes [09].
- ♦ Un projet est mené à l'université **HAGEN** en Allemagne.
- Deux projets sont en genèse à l'Université des Andes à BOGOTTA (projet "URAN") et à l'Institut Supérieur de Robotique au Portugal

I.4.6. Les projets futurs

✤ Le projet Shyhook

La firme internationale aéronautique Boeing a trouvé un accord avec la société Skyhook pour le développement d'un dirigeable (Skyhook HLV) capable de porter des charges de 40 tonnes et de transporter cette charge sur plus de 300 kilomètres dans des endroits reculés et difficiles d'accès comme en Alaska ou dans le grand nord Canadien. À vide il pourra parcourir 1200 kilomètres et ainsi changer de zone de travail facilement.



Figure I.7. Le ballon dirigeable Skyhook HLV

L'Aéroscraft

L'Aéroscraft est un projet de dirigeable d'origine américaine. Quand il sera construit (dans une vingtaine d'années) il pourra embarquer à 2400 mètres d'altitude près de 250 passagers sur de très longues distances comme la traversée d'océans ou de continents. Ce voyage se fera dans un environnement confortable et luxueux. La charge utile égale à 400 tonnes permettra de proposer, à l'intérieur de l'Aérocraft, des activités telles que du sport, du shopping dans des boutiques de luxe, des salons de coiffure, des restaurants et des casinos.

Près d'un million de m³ d'hélium seront répartis dans une structure rigide. Contrairement aux autres dirigeables actuels, l'Aéroscraft n'est pas plus léger que l'air. Il est équipé de 6 turboréacteurs qui lui permettront de décoller verticalement et d'autres moteurs qui prendront le relais pour atteindre une vitesse de 280 km/h. Ceux-ci seront montés à l'arrière et seront entièrement électriques pour réduire les nuisances sonores à bort. Grâce à un système de coussins d'air qui s'adapte à la plupart des sols, le dirigeable pourra se poser n'importe où : sur la terre, sur la neige, sur l'eau, sur du sable, ou plus généralement sur tout les terrains à peu près plats. Ce système de coussins d'air permet aussi une adhérence avec le sol (en inversant l'aspiration de façon à se coller comme une ventouse) et permettra donc le maintient du dirigeable sans l'aide d'aucune infrastructure (comme les mâts d'amarrage) lors du chargement ou du déchargement, même en cas de vent puissant.Son prix est estimé à 50 millions de dollars (environ 37 millions d'euros), soit le quart d'un airbus A380.



Figure I.8. Le ballon dirigeable L'Aéroscraft

I.5. Structure et motorisation

a) Structure

La structure du dirigeable peut être de trois sortes différentes :

- rigide : l'enveloppe en toile qui contient le gaz est maintenue par une structure de poutres métalliques (généralement de l'aluminium). Cela permet une meilleure manœuvrabilité de l'appareil, notamment grâce à une fixation plus stable des moteurs et de l'empennage. C'était le type de structure le plus répandu lors de l'apogée du dirigeable au début du XX^{ème} siècle [18].
- souple : le ballon est seulement constitué de toile recouverte de plastique ou de caoutchouc. Sa forme est maintenue uniquement par la pression du gaz porteur [18].

 semi-rigide : la quille (partie inférieure du ballon) est soutenue par une structure de poutres métalliques, mais la partie haute du dirigeable est simplement faite de toile recouverte de plastique ou de caoutchouc [18].



Figure I.9. Structure métallique d'un dirigeable rigide (USS Akron)



Figure I.10. Structure métallique d'un dirigeable semi-rigide (Zeppelin NT)



Figure I.11. Structure d'un dirigeable souple

b) Motorisation

Plusieurs types de moteurs peuvent être utilisés pour propulser le dirigeable :

- moteur thermique : utilisant l'essence, le gazole (diesel) ou le GPL (Gaz de Pétrole Liquéfié), ce type de moteur est puissant, mais son carburant est lourd, polluant et les réserves s'épuisent.
- moteur électrique : malgré les difficultés de stockage de l'électricité, de nouvelles batteries expérimentales sont en cours de développement, dont la pile à hydrogène. L'électricité peut également être fournie par des panneaux photovoltaïques. Ce type de moteur est silencieux, ce qui est un avantage par rapport au moteur thermique.



Figure I.12. Exemple d'un moteur à hélice de dirigeable



Figure I.13. Localisation des moteurs et du système de navigation d'un dirigeable

Les moteurs sont généralement fixés sur les flancs du ballon, et la direction est assurée par l'empennage qui se trouve au bout de celui-ci.

I.6. Constitution du dirigeable

Le dirigeable est composé d'une carène, d'une nacelle, d'une propulsion vectorisée et des gouvernes.



Figure I.14. Description du dirigeable

I.6.1. L'enveloppe

L'enveloppe souple est faite d'une matière étanche légère, composée de composite stratifiée et est conçu pour résister à l'environnement et des charges de vol. Le gaz utilisé pour permettre la sustentation archimédienne est l'hélium, un gaz non inflammable dont la force portante résultant de la différence entre sa masse volumique et celle de l'air à 15°C est 1,1 kilogramme par mètre cube.

Les principales formes d'enveloppes rencontrées sont les suivantes (Figure I.15) :

- Forme "classique" ou "en cigare" : c'est la forme la plus répandue, et c'est celle de tous ballons pilotés actuellement opérationnels dans le monde. Cette forme permet en effet d'obtenir une bonne portance aérodynamique en déplacement, tout en minimisant la traînée.
- Forme "ailes hybrides" : l'objectif est d'optimiser encore plus la portance aérodynamique.

Formes lenticulaire et sphérique : lorsque des ballons sont conçus pour voler en conditions quasi-statiques (à l'intérieur de bâtiments par exemple), on peut avoir intérêt à avoir une forme symétrique.

Enfin de nombreuses formes plus originales ont été proposées dans le développement de certains prototypes (**Figure I.15**).



Figure I.15. Quelques différentes formes de ballon dirigeable.

I.6.2. La nacelle (Gondola)

La nacelle carénée en matériaux composites contient tout l'équipement de bord et les batteries et sert de support à la propulsion vectorisé. L'énergie utilisée par le dirigeable, uniquement électrique est obtenue au moyen de batteries avec tout l'équipement nécessaire pour le vol.



Figure I.16. Construction de la nacelle

I.6.3. Les ailerons

Les quatre ailerons (**Figure I.17**) équipés chacun d'une partie mobile, sont montés a l'arrière de l'enveloppe selon la configuration.



Figure I.17. Les différentes configurations des gouvernes

I.7. Principe physique

Le dirigeable est maintenu en altitude grâce au principe de **la poussée d'Archimède**. C'est dire la force exercée sur un corps par le liquide ou le gaz dans lequel il est plongé. Celleci s'effectue verticalement du bas vers le haut (dans le sens inverse de l'attraction). Elle est égale à l'attraction exercée sur un volume du gaz ou du liquide équivalent au volume immergé du corps en question.

L'attraction terrestre exercée sur le dirigeable est égale à la poussée d'Archimède due à l'atmosphère, c'est la raison pour laquelle son altitude reste constante. Un gaz moins dense que l'air (hydrogène, hélium ou air chaud) compense le poids de la structure, de la nacelle et des moteurs. Ainsi, la densité (poids par rapport au volume) totale du dirigeable est égale à celle de l'air. Pour prendre de l'altitude, le poid (eau, sable ou air) contenu dans des réserves prévues à cet effet est lâché, et pour perdre de l'altitude, une partie du gaz porteur est lâché. Cependant, certains dirigeables récents sont plus lourds que l'air, c'est-à-dire que l'attraction qu'ils subissent est légèrement plus élevée que la poussée d'Archimède. Pour rester en altitude constante, des ailerons augmentent leur portance lorsqu'ils avancent, à la manière d'un avion. Ils sont ainsi plus faciles à manier car il suffit d'accélérer pour prendre de l'altitude et de décélérer pour en perdre [02].



Figure I.18. Principe de fonctionnement du dirigeable

I.8. Gaz de remplissage

a) Hélium

- ➢ Gaz rare (He) en quantité très faible sur terre.
- ≻ Très cher.
- ➢ Léger (0,18 kg/m³ en conditions normales).
- ➢ Ininflammable.
- C'est le gaz actuellement le plus employé pour les ballons dirigeables.

b) Hydrogène

- Elément très répandu sur terre.
- ➢ Bon marché.
- ▶ Mølécule (H₂) la plus légère (0,09 kg/m³).

C'était le gaz classique de remplissage des ballons dirigeables.



Figure I.19. Explosion à cause de l'hydrogène

Fabrication de l'hydrogène

L'utilisation du dirigeable passe évidemment par son gaz porteur. Celui-ci peut soit être de l'hélium soit de l'hydrogène (celui-ci est aussi utilisé pour le fonctionnement de la pile à hydrogène). Le premier possède l'avantage d'être ininflammable mais les réserves devraient s'épuiser d'ici une trentaine d'années, moment où les dirigeables pourraient commencer à s'industrialiser. La fabrication de l'hydrogène est indispensable dans l'avenir et peut être fabriqué à partir de différentes énergies : fossile, nucléaire ou renouvelable.

c) Gaz de ville

- ➤ Mélange essentiellement de méthane (CH₄) et d'hydrogène.
- > Assez lourd (environ 0,5 kg/m³).
- ➢ Inflammable dans l'air.
- ➢ Bon marché.
- ➢ Gaz utilisé par les aéronautes du début, en raison de sa facilité d'approvisionnement.

d) Vapeur d'eau

- ➢ Molécule (H₂O) très répandue sur terre.
- > Assez lourde (environ 0,56 kg/m³ à 100 °C et sous pression normale).
- ➢ Bon marché.

Nécessite une dépense élevée d'énergie (énorme chaleur latente de vaporisation : plus de 2 MJ/kg).

- ➤ Masse élevée.
- > Contraintes structurales et de sécurité importantes (la paroi du ballon est à 100 °C).

e) Air chaud

> Mélange d'oxygène (O_2 , 20%) et d'azote (N_2 , 80%) et de quelques autres gaz rares en quantités négligeables.

- > Lourd (aux températures utilisées, environ 0,9 kg/m³).
- > Nécessite une dépense d'énergie pour l'entretien de la température.
- ➤ Très bon marché.
- > Ne nécessite pas de réserve, disponibilité permanente.

➤ La paroi subit moins de contraintes que pour la vapeur d'eau : il y a une couche limite thermique. **Remarque :** dans une perspective d'avenir, l'hydrogène est la seule chance de développement pour le dirigeable. Cependant il faudra tout d'abord renouveler sa méthode de production, qui est aujourd'hui faite à 95 % à partir des énergies fossiles. Plusieurs solutions comme l'électrolyse de l'eau ou bien l'utilisation de la biomasse paraissent mieux adaptées aux enjeux liés à la sauvegarde de l'environnement.

I.9. Avantages et inconvénients techniques

I.9.1. Les avantage

- La consommation de carburant est moins importante que celles des autres transports aériens.
- Le dirigeable peut se poser dans des endroits difficiles d'accès, où les autres transports ne peuvent pas accéder.
- De ce fait, en cas de nécessité d'atterrissage d'urgence (exemple : panne de moteur), le risque d'accident n'est pas très élevé.
- Le dirigeable peut transporter de très lourdes charges. Un mètre cube d'hydrogène par exemple peut soulever plus d'un kilogramme de charge, or la structure d'un dirigeable récent représente environ la moitié du poids que peut soulever son gaz porteur, donc pour 1 m³ d'hydrogène, 0,5 kg de charge utile peuvent être transportés.
- Son autonomie est considérable : plusieurs jours à plusieurs semaines, grâce à la grande quantité de carburant et de vivres qu'il peut emporter.

I.9.2. Les inconvénients

- Le dirigeable n'est pas très manœuvrable : du fait de sa masse importante, il possède une grande inertie et trop peu de moteurs (peu puissants) pour la contrôler [06].
- Le dirigeable étant plus léger que l'air et présentant une grande surface, la prise au vent est très importante ; de ce fait le dirigeable est très difficilement manœuvrable lorsque la vitesse du vent est supérieure à 40 km/h.
- La longueur d'un dirigeable varie mais peut atteindre 250 mètres pour les plus grands et le diamètre avoisine les 25 mètres ce qui entraîne le problème de son stockage.

- Lors de l'arrêt de l'appareil, celui-ci est amarré à un mât pour s'orienter dans le sens du vent, ce qui rend le chargement et le déchargement difficiles.
- À cause de la grande surface de sa toile, le dirigeable peut facilement subir une surcharge due à la neige ou au givre.
- L'hydrogène, un des gaz utilisés pour gonfler le dirigeable, est inflammable.

I.9.3. La vitesse

La vitesse du dirigeable, avoisinant les 180 km/h pour les projets futurs, peut être un avantage par rapport aux transports routier, maritime, fluvial, et ferroviaire pour les lignes qui ne sont pas à grande vitesse, comme pour les trajets courts ou dans les pays en voie de développement, ou un inconvénient par rapport au transport par avion, ou par ligne ferroviaire à grande vitesse.

I. 10. Quelques applications

L'histoire a montré que si les ballons dirigeables ont souvent été les premiers vecteurs utilisés pour la plupart des applications envisagées des engins aériens, ils ont toujours été rapidement remplacés par les plus lourds que l'air. Mais leurs spécificités font qu'ils restent des systèmes intéressants pour différentes environnements applicatifs, que nous présentons rapidement ici.

I.10.1. Transport de charge

De très nombreux projets de ballons dirigeables de grande taille destinés au transport de charges exceptionnelles ont été initiés comme le projet **TITAN**, ballon lenticulaire de 188 mètres de diamètre pour un volume 900.000 m³ mené au **CNRS** pendant les années 1970. Ce type d'engin peut permettre de transporter des charges jusqu'à plusieurs dizaines de tonnes sans rupture de charge entre le départ et l'arrivée, et sans besoin d'infrastructure spécifique, le ballon ne devant pas nécessairement atterrir pour prendre et déposer la charge. Le projet industriel **Cargo Lifter** initié en Allemagne en 1997 est sans doute un des projets qui a le plus marqué les esprits, tant l'ambition et les investissements financiers étaient importants. L'objectif était de construire un engin de 260 mètres de long, capable d'embarquer des charges de 160 tonnes, mais le projet a malheureusement fait faillite en 2002, après que de nombreux retards aient été pris dans le développement de différents démonstrateurs technologiques.

Les difficultés technologiques pour réaliser ces systèmes hors du commun sont encore nombreuses, mais motivent toujours des investissements industriels. Ainsi le groupe britannique ATG continue à envisager le développement de tels engins [11].

I.10.2. Plateformes stratosphériques

Une autre application propre pour laquelle les ballons dirigeables pourraient s'avérer idéaux est les plateformes stratosphériques ou HALE (High Altitude Long Endurance). Ce genre de système pourrait réaliser les mêmes tâches qu'un satellite (observation, relais de communication...) en restant plusieurs semaines au dessus d'une zone donnée, à des altitudes de l'ordre de 20 à 30 kilomètres. Aucun projet n'a encore abouti à des systèmes opérationnels, et aucun prototype n'a non plus démontré la faisabilité technologique. Mais la viabilité économique par comparaison aux coûts de satellites est telle que c'est sans aucun doute le type d'application qui génère actuellement le plus de développements industriels dans le domaine des ballons dirigeables. Notons qu'un des éléments qui fait que ce genre de système peut être considéré de manière réaliste est que les vents stratosphériques ne sont biens plus faibles qu'aux altitudes auxquelles volent les avions civils par exemple : ajouté au fait que la pression atmosphérique est aussi très faible, cela rend possible le déploiement et la stabilisation d'engins avec de faibles moyens énergétiques [12].

I.10.3. Exploration planétaire

De nombreuses études sur la possibilité d'utiliser des ballons pour explorer une planète ont été menées par différentes agences spatiales. Le système ayant le plus abouti est sans doute le système **Franco-russe** (MARS 94), dont le lancement fut repoussé en 1998, et finalement annulé après l'échec de la mission Mars 96, mais il ne s'agissait pas à proprement parler d'un ballon dirigeable, puisqu'il devait se déplacer au gré des vents martiens et des variations thermiques jour/nuit. Si aujourd'hui aucune mission n'est programmée, des travaux de plus en plus précis sont toujours en cours, tant pour l'exploration de Mars que pour celle de Vénus. Les travaux sont principalement menés au JPL, mais l'ESA supporte aussi des travaux exploratoires [13].

I.10.4. Observation

Comme la plupart des vecteurs aériens, les ballons dirigeables peuvent bien entendu être exploités pour des missions d'observation, leur intérêt étant dans ce cas la capacité d'évoluer lentement sur de longues périodes. Une mission de détection de mines au **Kosovo** avec un radar à pénétration de sol a ainsi été largement médiatisée. Aux **États-Unis**, l'emploi de ballons pour la surveillance des frontières a été promu.

I. 10.5. Publicité

Il s'agit d'une application à ne pas négliger, puisque la plupart des ballons dirigeables actuellement en service, qu'ils soient pilotés ou radiocommandes, sont conçus pour cela.

I. 11. Potentialités du dirigeable dans le secteur Transport classique

Le dirigeable est moins rapide que l'avion et le train à grande vitesse, mais il peut trouver sa place dans le transport de passagers grâce à plusieurs avantages :

- ✤ il peut transporter les véhicules des passagers grâce à sa grande portance.
- pour pallier son manque de vitesse et toujours grâce à sa portance, il peut proposer des loisirs comparables à ceux qui se trouvent à bord d'un bateau, comme des aires de jeux pour enfants, des restaurants, etc.
- il peut atterrir sur n'importe quelle surface plane d'une grande superficie (il nécessite uniquement un véhicule pour s'amarrer prévu à cet effet), et ainsi desservir les milieux ruraux.

Ces caractéristiques font des trajets de distance moyenne desservant les zones éloignées des principaux axes de communication le type de trajets le plus intéressant. En effet, la distance du trajet ne doit être ni trop courte (comme pour l'avion, faire embarquer, décoller, atterrir et enfin débarquer un tel engin représente trop de travail pour rentabiliser les trajets courts), ni trop longue (car la vitesse du dirigeable est nettement inférieure à celle de l'avion et le temps de voyage serait beaucoup trop long), et pour concurrencer les autres moyens de transport le dirigeable ne doit pas se contenter de grandes agglomérations mais doit également desservir les zones qui en sont éloignées grâce à sa faculté à atterrir quasiment n'importe où.

Cependant, des trajets de longue distance peuvent également être envisagés, car ce moyen de transport peut présenter des activités répondant aux besoins des passagers lors de longs trajets.



Figure I.20. Zeppelin NT utilisé pour le transport de passagers

I.12. Comparaison entre le dirigeable et les autres robots volants

| Besoin | Avions | Hélicoptères | Dirigeable |
|------------------------------|--------|--------------|------------|
| coût de l'opération | ++ | + | +++ |
| longue endurance | ++ | + | +++ |
| capacité de vol plané | + | +++ | +++ |
| rapport charge utile / poids | ++ | + | +++ |
| manœuvrabilité | ++ | +++ | + |
| faible turbulence | + | + | +++ |
| décollage / atterrissage | + | +++ | +++ |
| faible consommation | ++ | + | +++ |
| faible vibration | ++ | + | +++ |

Tab I.1. Comparaison entre le dirigeable et les autres robots volants [05]

Le dirigeable dispose d'un potentiel non-négligeable dans différents domaines qui pourrait l'aider à se faire une place dans le monde des transports. Il présente une réelle compétitivité dans les domaines du tourisme, du transport de marchandises et du transport de pièces lourdes et pourrait devenir un atout essentiel pour les pays émergents et les forces armées. De plus, le plus vieil aéronef du monde est en accord avec les enjeux écologiques récents (à savoir l'épuisement des ressources naturelles d'énergies fossiles et les émissions de gaz à effet de serre) : sa consommation d'énergie est 2 à 4 fois inférieure à celle de l'avion, sa toile offre une assez grande surface pour récupérer l'énergie du soleil, des moyens propres de produire son gaz porteur sont développés, etc. À ce respect de l'environnement s'ajoutent des innovations qui le rendent plus pratique et plus maniable, comme les moteurs multidirectionnels, le système de coussins d'air ou l'augmentation de la vitesse.

Cependant, l'industrie du dirigeable stagne. Les investisseurs potentiels, privés comme publics, ont peur des risques qui ont causé plusieurs naufrages lors de l'apogée du dirigeable, il y a plus de 80 ans. Ce dernier semble embourbé dans un mécanisme qui l'empêche de se développer et dont la seule issue serait la confiance d'investisseurs.

Le dirigeable, d'ici à quelques décennies, pourra devenir une alternative aux transports existants, dans les secteurs d'activité qui lui sont propres, tout en gardant une gestion durable des ressources mondiales.
I. 13. Conclusion

Nous avons traité dans ce chapitre les notions de base du principe de fonctionnement des ballons dirigeables. Quelques généralités, un bref historique et les différentes composantes de dirigeable ont été présentées.

Ensuite, nous avons cité un ensemble des projets portant sur la stabilisation et la réalisation des dirigeables existants en littérature.

Le chapitre suivant présente sa modélisation, par le formalisme de Newton-Euler, afin d'appliquer les techniques de commande non linéaire.

Chapitre II :

Modélisation d'un Ballon Dirigeable

II.1. Introduction

Contrairement aux robots mobiles terrestres pour lesquels il est souvent possible de se limiter à un modèle cinématique, la commande des robots aériens nécessite un modèle dynamique afin de pouvoir tenir en compte les effets gyroscopiques ainsi que les forces aérodynamiques. Dans notre cas, nous nous intéressons de près au monde des drones et plus précisément à celui du ballon dirigeable qui est en autre terme un robot mobile aérien.

Plusieurs études ont été menées sur la modélisation dynamique et la simulation des dirigeables. Les modèles dynamiques sont conçus pour étudier l'orientation et le contrôle des dirigeables, de la trajectoire, la stabilité et la maniabilité. Pour ce qu'est du modèle dynamique du dirigeable, des travaux ont porté sur la réalisation d'un modèle dynamique rigide [45] [47], qui s'est enrichi au fil des années pour prendre en compte l'effet du vent [48]. Les premiers travaux ont concerné principalement la recherche d'un modèle dynamique incluant notamment les principaux effets aérodynamiques pour les différents modes de vol et tenant compte du type d'actionnement [44]. Selon le mode de propulsion, les modèles proposés, ont des propriétés différentes qui correspondent à des systèmes sous-actionnés. D'autres travaux se sont aussi portés sur la planification et la génération de trajectoires d'un dirigeable rigide [46]. En considérant l'hypothèse de rigidité de la carène, des modèles dynamiques qui intègrent les phénomènes mécaniques et aérodynamiques ont été établis dans beaucoup de travaux [45] [44]. Nous avons utilisé un nouveau modèle développé par [19]. Ce chapitre est composé de 3 sections. La section II.2 présente la cinématique en utilisant deux approches différentes: les angles d'Euler et les paramètres d'Euler. Dans la section. II.3, six degrés de liberté dynamiques sont présentés, en utilisant respectivement les méthodes de Newton-Euler et de Lagrange-Hamilton.

II.2. Etude cinématique

Le modèle utilisé a été écrit à l'origine pour un véhicule sous-marin. Il a été modifié plus tard pour prendre en compte les spécificités du dirigeable. La position de tout point appartenant au corps rigide du dirigeable par rapport au repère fixe d'inertie \mathcal{R}_{f} peut être complètement définie en connaissance de l'orientation d'un repère de corps fixe \mathcal{R}_{m} au corps du dirigeable et la position de son origine par rapport au repère de référence \mathcal{R}_{f} . Le choix de l'origine du repère fixe au corps peut être réalisé au centre de gravité, au centre du volume (supposé coïncider avec le centre de portance brute) ou également au nez de la carène. Le repère aérodynamique \mathcal{R}_a est largement utilisé dans la mécanique du vol avec des équations de mouvement de vol et à travers des données de capteurs des engins aériens. La vitesse de l'air du dirigeable, V_a est référencée par rapport au repère aérodynamique. Ces trois repères sont classiquement considérés dans la dérivation des équations cinématiques et dynamiques du mouvement des véhicules aériens. Il ya plusieurs façons de décrire les rotations finies entre les repères. La direction de Cosinus, les quaternions, les angles d'Euler, peuvent servir d'exemples. Certains de ces groupes de variables sont très proches les unes des autres dans leur nature [19] [54].



Figure. II.1 Le ballon dirigeable

Remarque

- Dans la mécanique du vecteur classique, on a l'habitude de représenter l'accélération d'un corps rigide par l'accélération linéaire d'un point spécifié dans le corps et un vecteur d'accélération angulaire qui s'applique à l'ensemble du corps.
- > La dérivation de la relation dans deux repères différents peut être décrite par :

$$\mathbf{V} = \dot{\mathbf{r}} + \mathbf{\Omega} \times \mathbf{r} \tag{II.01}$$

Et

$$\dot{\mathbf{V}} = \ddot{\mathbf{r}} + \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r})$$
(II. 02)

 Ω : étant la vitesse angulaire.

La rotation finie d'un corps rigide n'obéit pas aux lois de l'addition de vecteurs (en particulier la commutativité), et par conséquent, la vitesse angulaire du corps ne peut pas être intégrée pour donner l'attitude d'un corps.

Ces remarques sont largement utilisées dans les démonstrations suivantes.

II.2.1. Les angles d'Euler

La représentation habituelle minimale de l'orientation est donnée par un ensemble de trois angles d'Euler. Assemblés avec les trois coordonnées de position, elles permettent la description de la situation d'un corps rigide. La matrice 3 x 3 de direction cosinus (de paramètres d'Euler) est utilisée pour décrire l'orientation du corps (obtenu par 3 rotations successives) par rapport à un repère de référence fixe. Notez que les angles de lacet Ψ , tangage γ et roulis ϕ sont communément appelés angles d'Euler. Ce processus est illustré à la **Figure. II.2**. La matrice de rotation R peut être écrite comme une fonction de $\eta_2 = (\phi, \gamma, \Psi)$ donnée par:

$$R(\eta_2) = R_z(\Psi)R_y(\gamma)R_x(\phi)$$
(II.03)

Avec

$$R_{x}(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix}$$

$$R_{y}(\gamma) = \begin{pmatrix} \cos\gamma & 0 & \sin\gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\gamma & 0 & \cos\gamma \end{pmatrix}$$

$$R_{z}(\Psi) = \begin{pmatrix} \cos\Psi & -\sin\Psi & 0\\ \sin\Psi & \cos\Psi & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Cette transformation, aussi appelé la matrice direction cosinus, peut être calculée comme suit :

 $R(\eta_{2}) = \begin{pmatrix} \cos\Psi\cos\gamma & -\sin\Psi\cos\varphi + \cos\Psi\sin\gamma\sin\varphi & \sin\Psi\sin\varphi + \cos\Psi\sin\gamma\cos\varphi \\ \sin\Psi\cos\gamma & \cos\Psi\cos\varphi + \sin\Psi\sin\gamma\sin\varphi & -\cos\Psi\sin\varphi + \sin\Psi\sin\gamma\cos\varphi \\ -\sin\gamma & \cos\gamma\sin\varphi & \cos\gamma\cos\varphi \end{pmatrix} (II.04)$



Figure. II. 2 Les angles d'Euler

La matrice de rotation R est une matrice orthogonale. L'ensemble de telles matrices constitue le groupe matrice spéciale orthogonale SO (3) définie comme:

$$SO(3) = \{ R \in \Re^{3 \times 3}, R^{T}R = I_{3 \times 3}, det(R) = 1 \}$$
(II.05)

La relation entre le vecteur de vitesse angulaire du corps fixe $v_2 = (p, q, r)^T$ et le taux de variation des angles d'Euler $\dot{\eta} = (\dot{\varphi}, \dot{\gamma}, \dot{\Psi})^T$ peut être déterminée en résolvant les taux d'Euler dans les coordonnées de repère du corps fixe:

$$\begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \\ 0 & -\sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\gamma} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \\ 0 & -\sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\gamma & 0 & -\sin\gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\gamma & 0 & \cos\gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \psi \end{pmatrix}$$
(II.06)

Ou de façon équivalente

$$\begin{cases} p = \dot{\phi} - \dot{\Psi} \sin\gamma \\ q = \dot{\gamma} \cos\phi + \dot{\Psi} \sin\phi \cos\gamma \\ r = -\dot{\gamma} \sin\phi + \dot{\Psi} \cos\phi \cos\gamma \end{cases}$$
(II.07)

La configuration de l'aéronef est entièrement définie par l'association de la matrice d'orientation en œuvre et le repère \mathcal{R}_m vecteur de position d'origine, $\eta_1 = (x \ y, z)^T$ par rapport à \mathcal{R}_f utilisant la matrice homogène formuler comme suite :

$$A_{\rm M} = \begin{pmatrix} R(\eta_2) & \eta_1 \\ 0_{3\times3} & 1 \end{pmatrix}$$
(II.08)

L'ensemble de toutes ces matrices est appelé le groupe Euclidienne de transformations du corps rigide en trois dimensions a noté SE (3) défini par:

$$SE(3) = \{A_{M} | A_{M} \begin{pmatrix} R(\eta_{2}) & \eta_{1} \\ 0_{3\times 3} & 1 \end{pmatrix}, R \in SO(3), \eta_{1} \in \Re^{3}\}$$
(II.09)

L'ensemble SE(3) est un groupe de Lie. Donné par une courbe C(t): [-a, a] \longrightarrow SE(3), un élément S(t) de l'algèbre de Lie SE(3) peut être associée au vecteur tangent $\dot{C}(t)$ à une configuration arbitraire A(t)

$$S(t) = A_{M}^{-1}(t)\dot{A_{M}}(t) = \begin{pmatrix} sk(v_{2}) & R^{T}\dot{\eta}_{1} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(II.10)

Où

$$sk(v_2) = R^{T}(t)\dot{R}(t)$$
(II.11)

Est un opérateur antisymétrique 3x3 sur un vecteur défini par

$$Sk(v_2) = Sk((p,q,r)^T) = \begin{pmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{pmatrix}$$
 (II.12)

Tel que :

$$\forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \Re^3: \mathrm{Sk}(\mathbf{y})\mathbf{x} = \mathbf{y} \times \mathbf{x} \tag{II.13}$$

Une courbe sur le modèle SE (3) représente physiquement un mouvement du corps rigide.

Si (w (t), v (t)) est la paire correspondante de S(t), alors $v_2 = \Omega = (p, q, r)^T$ correspond physiquement à la vitesse angulaire du corps rigide, ou $v_1 = V = (u, v, w)^T$ est la vitesse linéaire de l'origine O_m du repère \mathcal{R}_m par rapport au repère inertiel \mathcal{R}_f , à la fois les vitesses linéaires et angulaires sont exprimées dans le repère fixe du corps \mathcal{R}_m . La relation cinématique entre les différentes vitesses sont données par:

$$\begin{pmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \end{pmatrix} = RV = \begin{pmatrix} R(\eta_2) & 0_{3\times3} \\ 0_{3\times3} & J(\eta_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V \\ \Omega \end{pmatrix}$$
(II.14)

Où R est la matrice de rotation définie par l'équation (II.4) et J (η_2) est définie par:

$$J(\eta_2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\sin\gamma \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi\cos\gamma \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi\cos\gamma \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & \sin\phi\tan\gamma & \cos\phi\tan\gamma \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \frac{\sin\phi}{\cos\gamma} & \frac{\cos\phi}{\cos\gamma} \end{pmatrix}$$
(II.15)

Cette matrice présente une singularité pour les $\gamma = \pm \frac{\pi}{2}$ au cours des opérations pratiques du dirigeable, l'angle de tangage de la $\gamma = \pm \frac{\pi}{2}$ n'est pas susceptible d'être rencontré.

II.2.2.Paramètres d'Euler

Pour éviter la singularité inhérente à cette représentation, les paramètres d'Euler peuvent être présentés. Ils sont les quaternions unitaires et sont représentés par un vecteur normalisé de quatre nombres réels. Tenant la partie du vecteur d'un quaternion unitaire et en le normalisant il donne l'axe de rotation et la partie scalaire permet d'obtenir l'angle de rotation.

II.2.2.1.Introduction

Un déplacement spatial général d'un corps rigide est constitué d'une rotation limitée autour d'un axe spatial, et une translation finie le long de certains vecteurs. Les axes de rotation et translation en général ne sont pas liés les uns aux autres. Cependant, l'effet combiné des deux transformations partielles peut être exprimé comme un déplacement de vis unique. Le concept d'une vis représente donc un outil mathématique idéal pour analyser la transformation spatiale.

La représentation d'Euler est une représentation à quatre paramètres, est basée sur l'idée qu'une transformation d'un repère coordonnée à un autre peut être effectuée par une simple rotation d'un vecteur μ définie par rapport au repère de référence. Soit **q** désigne les paramètres d'Euler qui sont exprimées par l'axe de rotation n et l'angle de d'inclinaison du moteur μ comme :

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\mu}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\mu}{2}\right) n_x \\ \sin\left(\frac{\mu}{2}\right) n_y \\ \sin\left(\frac{\mu}{2}\right) n_z \end{pmatrix}$$
(II.16)

Avec $0 \le \mu \le 2\pi$

Le quaternion peut être écrit

$$\mathbf{q} = q_0 + q_1 \mathbf{\hat{i}} + q_2 \mathbf{\hat{j}} + q_3 \mathbf{\hat{k}}$$
(II.17)

q₀ est un réel, q₁ q₂ q₃ sont des imaginaires. Les propriétés suivantes s'appliquent :

$$\hat{i}.\hat{j} = -1 \quad \hat{j}.\hat{j} = -1 \quad \hat{k}.\hat{k} = -1$$
$$\hat{i}.\hat{j} = -\hat{j}.\hat{i} = \hat{k} \quad \hat{k}.\hat{i} = -\hat{i}.\hat{k} = \hat{j} \quad \hat{k}.\hat{j} = -\hat{j}.\hat{k} = -\hat{i} \quad (II.18)$$

Le produit quaternion peut s'étendre sous forme de matrice

$$\mathbf{q} \cdot \mathbf{p} = \begin{pmatrix} q_0 & -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_1 & q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_2 & q_3 & q_0 & -q_1 \\ q_3 & -q_2 & q_1 & q_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}$$
(II.19)

II.2.2.2. Propagation de Quaternion dans le temps

La configuration d'espace $R^3 \times SO_3$ peut être remplacée par $S^3 \times R^3$ où

$$S^3 = \{ x \in R^4, ||x||_2 = 1 \}$$

est la sphère unité de R⁴ pour la norme Euclidienne $\|.\|_2$. Les équations différentielles de cinématique associées aux paramètres d'Euler définissent un champ de vecteurs sur S³ (la sphère 3 sur R⁴) et sont données par:

$$\dot{q} = \frac{1}{2} (q_0 I_{3x3} + Sk(q)) \Omega = \frac{1}{2} (q_0 \Omega - \Omega x q)$$
(II.20)
$$\dot{q_0} = -\frac{1}{2} q^T \Omega$$

Où q est la partie vectorielle du quaternion. Ainsi, la dérivée temporelle des paramètres d'Euler peut être déterminée à n'importe quelle configuration du corps si la vitesse angulaire est donnée.

Remarque

L'équation de cette forme peut être résolue dans un système de navigation pour garder une trace des paramètres qui définissent l'orientation quaternion du corps. Les paramètres de quaternions peuvent alors être utilisés pour calculer un équivalent à matrice de direction cosinus, ou utilisés directement pour transformer le vecteur de la force spécifique mesurée dans le repère de référence choisi.

II.2.2.3. Le modèle cinématique

On présente $\eta = (\eta_1, \eta_2)^T$, où $\eta_1 = (x, y, z)^T$ est le vecteur de position du dirigeable (exprimée dans le repère de la Terre fixe), $\eta_2 = (q_0, q_1, q_2, q_3)^T$ est le quaternion représentant l'orientation, V est la vitesse linéaire de l'origine et Ω la vitesse angulaire (exprimé dans le repère fixe du dirigeable):

$$V = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \qquad \Omega = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}$$
(II.21)

La cinématique du robot plus léger que l'air peut être exprimée de la manière suivante:

$$\dot{\eta} = \begin{pmatrix} \dot{\eta_1} \\ \dot{\eta_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R(\eta_2) & 0 \\ 0 & j(\eta_2) \end{pmatrix} V = RV$$
(II.22)

Ou $\mathbf{V} = (V, \Omega)^T$

Les matrices de rotations R et J sont formulées comme suit :

$$R(\eta_2) = \begin{pmatrix} 1 - 2(q_2^2 + q_3^2) & 2(q_1q_2 + q_3q_0) & 2(q_1q_3 - q_2q_0) \\ 2(q_1q_2 - q_3q_0) & 1 - 2(q_1^2 + q_3^2) & 2(q_2q_3 + q_1q_0) \\ 2(q_1q_3 + q_2q_0) & 2(q_1q_3 - q_1q_0) & 1 - 2(q_1^2 + q_2^2) \end{pmatrix}$$
(II.23)

Ou équivalent

$$R = (q_0^2 - q^T q)I_{3\times 3} + 2qq^T + 2q_0Sk(q)$$
(II.24)

Et

$$J(\eta_2) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_0 \end{pmatrix}$$
(II.25)

Avec $J(\eta_2)^T J(\eta_2) = \frac{1}{4} I_{3*3}$. Si la matrice diagonal est difinie comme suit :

$$\Delta_{6\times 6} = \begin{pmatrix} I_{3\times 3} & 0_{3\times 3} \\ 0_{3\times 3} & \frac{1}{4}I_{3\times 3} \end{pmatrix}$$
(II.26)

Et

$$\mathbf{R}^{\mathrm{T}}\mathbf{R} = \Delta_{6\times 6} \tag{II.27}$$

Donnant une formulation pseudo-inverse de R comme suit :

$$\mathbf{R}^+ = \Delta_{6\times 6}^{-1} \mathbf{R}^{\mathrm{T}} \tag{II.28}$$

Cette formulation est seulement réalisable en raison du fait que les quaternions sont utilisés au lieu des angles d'Euler pour la représentation d'attitude.

II.3. La dynamique

Une description mathématique de la dynamique de vol doit inclure les effets aérodynamiques, structurels et d'autres effets dynamiques internes qui influencent la réponse du robot plus léger que l'air au contrôle des entrées et perturbations atmosphériques externes. Dans cette section, des expressions analytiques pour les forces et les moments sur le robot plus léger que l'air sont dérivées. Les forces et les moments sont orientés vers un système d'axes de corps-fixes, centrés sur le nez du dirigeable. Il y a en général deux approches pour calculer les équations du mouvement. La première consiste à appliquer la loi de Newton-Euler et l'autre est Lagrange-Hamilton.

Pour une analyse préliminaire, un dirigeable peut être traité comme une poutre chargée soumise à des forces de flexion de la distribution inégale du poids et de la portance et les forces de frottement sont calculées en divisant le corps du dirigeable en nombreux segments longitudinales. Le calcul des moments statiques de flexion peut être séparé en trois parties: les forces verticales de poids distribué et de la portance, les composants longitudinaux de tension de la corde de suspension et les forces longitudinales dues à l'augmentation de gaz à super pression. La contribution du poids de la nacelle est incluse dans les deux premières parties. Le moment aérodynamique de flexion peut être calculé à partir de l'effet des ailerons de levage et les forces transversales sur l'enveloppe (en utilisant la théorie de Munk).

Certaines hypothèses simplificatrices sont faites dans cette dérivation: le repère de référence de la Terre fixe est inertiel, le champ gravitationnel est constant. La carène est considérée comme un solide. L'élasticité n'est pas prise en compte dans ce calcul. Le mouvement de l'hélium à l'intérieur de la carène est négligé. Le volume du robot plus léger que l'air est considéré comme constant. Comme la vitesse du dirigeable est généralement faible, le couplage entre la dynamique et les phénomènes thermiques sont négligés et la densité de l'air n'est pas modifiée localement par le mouvement du système.

II.3.1. Caractéristiques de masse

Une différence significative d'un dirigeable à partir d'un aéronef typique, est sa masse caractéristique dépend fortement de la variation de l'altitude. La différence de pression entre l'atmosphère environnante et le gaz intérieur (hélium) doit être maintenue aussi constante que possible, à chaque niveau d'altitude. Cette différence de pression permanente est nécessaire pour maintenir la forme aérodynamique de l'enveloppe dans la plupart des opérations conditionnelles. Comme il y a toujours des changements de pression atmosphérique avec l'altitude, ils devraient être compensés par la pression interne. A cet effet, l'enveloppe est équipée de deux ballonnets remplis d'air. Le volume occupé par le gaz interne et les ballonnets représente le volume interne de l'enveloppe de la carène, il est à peu près constant. En remplissant les ballonnets avec l'air, ils déplacent le volume du gaz intérieure et augmente la pression totale du gaz dans la carène. En général, la masse totale du dirigeable peut être exprimée par l'équation suivante:

$$m = m_{gas} + m_{Bal} + m_{ic} + m_F + m_P$$
 (II.29)

Où m_{gas} est la masse du gaz interne (hélium), m_{Bal} est la masse totale des ballonnets d'air, m_{ic} , représente la masse de tous les composants internes (la surface carène, structures ...), m_F la masse de carburant variant dans le temps et enfin, la masse de charge utile m_P . La masse de l'hélium peut être considérée comme constante. La masse de tous les composants internes peut être obtenue en comptabilité de tous les éléments du dirigeable. Chaque ballonnet peut être modélisé comme un point fixe avec une masse variable. Le volume des ballonnets dépend d'un changement du gradient de pression atmosphérique.

II.3.2. La Dynamique 6 DDL: en utilisant l'approche de Newton-Euler

Dans cette section, le modèle dynamique est défini comme l'ensemble des équations qui dépendent de la position du véhicule, vitesse et accélération au vecteur de commande. Les forces et les moments sont orientés vers un système dé axes de corps-fixes, centré à l'avant N du dirigeable.

Le mouvement du dirigeable peut être décrit par la vitesse V au vecteur 6 degré de dimension comprenant la vitesse linéaire V et angulaires Ω . L'air ambiant peut être décrit par une vitesse du vent V_a. Le vecteur des coordonnées du vent est défini comme suit: $\eta_w = (x_w, y_w, z_w, \varphi_w, \gamma_w, \Psi_w)^T$ ou la dérivée du temps est relative à la vitesse du vent

$$\dot{\eta}_{\rm w} = RV_{\rm w} \tag{II.30}$$

Le robot a une vitesse relative de l'air $V_a = V - V_w$. Comme le vecteur du point N, étant l'arc au point G (le centre de gravité), est représenté par :

 $\overline{OG} = \overline{ON} + \overline{NG}$ avec : $\overline{NG} = (x_g \ 0 \ z_g)^T$.

Les deux vitesses sont liées par l'intermédiaire:

$$V_{G} = V - Sk(\overline{NG})\Omega \tag{II.31}$$

où Sk ($\overline{\text{NG}}$) est la matrice antisymétrique lié à $\overline{\text{NG}}$.

II.3.2.1. Les équations de Newton-Euler

Les lois de Newton sur le mouvement sont utilisées pour relier les forces et les moments appliqués aux accélérations résultant de la translation et de la rotation. Les mouvements de translation et de rotation sont considérés comme suit :

a) Le mouvement de translation



Figure. II. 3. Mouvement en translation

En ce qui concerne les forces, les équations de Newton-Euler du mouvement peuvent être données par les relations suivantes:

$$\sum F_{\text{ext}} = \frac{dP_d}{dt}|_{\mathcal{R}_{\text{F}}} = \frac{dP_d}{dt}|_{\mathcal{R}_{\text{m}}} + \Omega \times P_d$$
(II.32)

Le vecteur de force généralisée est donnée $parF_{ext}$, tandis que la quantité de mouvement est donné par:

$$P_{d} = mV_{G} = m \left(V - Sk(\overline{NG})\Omega\right)$$
(II.33)

b) Le mouvement de rotation

Qui concerne les moments, les équations de Newton-Euler du mouvement peut être donné par les relations suivantes :

$$\sum M_{\text{ext}} = \frac{d\prod_{N}}{dt} |_{\mathcal{R}_{\text{F}}} + V \times P_{\text{d}} = \frac{dP\prod_{N}}{dt} |_{\mathcal{R}_{\text{m}}} + \Omega \times \prod_{N} + V \times P_{\text{d}}$$
(II.34)

Avec

$$\prod_{N} = \prod_{G} + \overline{NG} \times mV_{G} = I_{G}\Omega + \overline{NG} \times mV_{G} = I_{N}\Omega + \overline{NG} \times mV$$
(II.35)

Où \prod_N et \prod_G sont les moments angulaires calculés respectivement aux points N et G. d'après le théorème, l'operateur d'inertie est calculé comme suit :

$$I_{N} = I_{G} + m\overline{NG} \times (\Omega \times \overline{(NG)})$$
(II.36)

Ces equations de forces et moments sont écrites comme suit :

$$\sum F_{ext} = m\dot{V}_{/\mathcal{R}m} - mSk\,\overline{(NG)}\,\dot{\Omega}_{/\mathcal{R}m} + \dot{m}V_{/\mathcal{R}m} - \dot{m}Sk\overline{(NG)}\,\Omega_{/\mathcal{R}m} + m\Omega \times V_{/\mathcal{R}m} - m\Omega \times Sk\overline{(NG)}\,\Omega_{/\mathcal{R}m}$$
(II.37)

$$\sum M_{\text{ext}} = I_{\text{N}} \dot{\Omega}_{/\mathcal{R}\text{m}} + \text{mSk}\overline{(\text{NG})} \dot{V}_{/\mathcal{R}\text{m}} + \Omega \times I_{\text{N}}\Omega + \Omega \times \text{mSk}\overline{(\text{NG})}V + M_{\text{var}}$$
(II.38)

Où

$$M_{var} = \dot{I}_{N} \ \Omega_{\mathcal{R}m} + \dot{m}Sk\overline{(NG)} \ V_{\mathcal{R}m} + V \times m \ V - V \times mSk\overline{(NG)}\Omega$$
(II.39)

L'énergie cinétique totale W du système mécanique est définie comme suit :

$$W = \frac{1}{2} {\binom{V_G}{\Omega}}^T {\binom{P_d}{\Pi}} = \frac{1}{2} {\binom{V}{\Omega}}^T M_{RB} {\binom{V}{\Omega}}$$
(II.40)

 $M_{RB} = \begin{pmatrix} mI_{3\times3} & -mSk(NG) \\ mSk(NG) & I_N \end{pmatrix}$ La matrice d'inertie du dirigeable rigide, m est la masse totale du dirigeable.

$$I_{N} = \begin{pmatrix} I_{xx} & I & -I_{xz} \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ -I_{zx} & 0 & I_{zz} \end{pmatrix}$$
 Le moment d'inertie, supposant la symétrie autour du plan XZ.

Remarque

Les termes $\Omega \times mV - \Omega \times mSk (NG) \Omega$ sont considérés comme des forces de Coriolis et centrifuges tandis que les termes des moments de Coriolis et centrifuges sont $\Omega \times mSk (NG) V + V \times mV - V \times mSk (NG) \Omega + \Omega \times I_N \Omega$.

Prenant en considération ces hypothèses, les expressions analytiques des forces et des moments agissant sur le dirigeable exprimé dans le repère R_m du corps fixe, peut être donnée par:

$$M_{RB}\dot{V} = C(V)V + \tau_s + \tau_a + \tau_p + M_dV \qquad (II.41)$$

Avec

- Le tenseur de Coriolis et centrifuge T_c est donnée par :

$$T_{c} = C (V)V = \begin{pmatrix} \Omega \times mV - \Omega \times mSk\overline{(NG)}\Omega \\ \Omega \times I_{N}\Omega + V \times mV + \Omega \times mSk\overline{(NG)}V - V \times mSk\overline{(NG)}\Omega \end{pmatrix}$$

Où

$$C(V) = \begin{pmatrix} 0_{3\times3} & -mSk(V + \Omega \times \overline{NG}) \\ -mSk(V + \Omega \times \overline{NG}) & -Sk(I_N\Omega) - mSk(NG)V \end{pmatrix}$$

C(V) : La matrice de Coriolis-centrifuge associée à la masse de dirigeable, en fonction de ses vitesses locales.

- τ_s est le tenseur statique due à des forces de poids et la portance
- τ_p est le tenseur du système de propulsion
- τ_a est le tenseur aérodynamique due à l'atmosphère-interaction du dirigeable et dépend de la vitesse relative.

-
$$M_d = \begin{pmatrix} \dot{m}I_{3\times 3} & -\dot{m}Sk(\overline{NG}) \\ \dot{m}Sk(\overline{NG}) & \dot{I}_N \end{pmatrix}$$

Les forces aérodynamiques et les moments dépendent de la vitesse linéaire au dirigeable.

II.3.2.2.Tenseur statique

La gravité et les forces de portance doivent être prises en compte dans les expressions suivantes:

$$F_{\text{gravity}} = R^{T} \begin{pmatrix} 0\\0\\mg \end{pmatrix}$$
(II.42)

Et

$$F_{\text{lift}} = -R^{\mathrm{T}} \begin{pmatrix} 0\\0\\B \end{pmatrix}$$
(II.43)

Avec $B = \rho$. Vol. g

B est la poussée d'Archimède, ρ est la masse volumique du gaz intérieure, Vol est le volume du dirigeable, g est l'accélération de la pesanteur.

Le vecteur de force statique est donné par la différence entre le poids du dirigeable (agissant au centre de gravité G) et la force de portance (agissant vers le haut sur le centre de portance C). Le moment statique est donné par la relation suivante :

$$M_{s} = \overline{NG} \times F_{\text{gravity}} + \overline{NC} \times F_{\text{lift}}$$
(II.44)

C représente le centre de portance dans le repère fixe de corps. Ainsi, le tenseur statique peut être donnée par:

$$\tau_{s} = \begin{pmatrix} F_{gravity} + F_{lift} \\ \overline{NG} \times F_{gravity} + \overline{NC} \times F_{lift} \end{pmatrix}$$
(II.45)

II.3.2.3. Tenseur de propulsion

Les actionneurs fournissent les moyens pour manœuvrer le dirigeable le long de ses courses, propulsées par poussée. La poussée et la puissance nécessaires changent avec les conditions de vol selon:

$$T_{req} = \frac{1}{2}\rho(h)V^2 U_{H}^{2/3} C_{D_0}$$

$$P_{req} = \frac{T_{req}}{v}$$
(II.46)

Avec v est l'efficacité des hélices, et $U_{\rm H}^{2/3}$ est la zone de référence standard pour les dirigeables aérodynamiques.

Les hélices sont conçues pour exercer une poussée propulsant le dirigeable vers l'avant. L'apparence du système de propulsion le plus populaire pour mettre sous pression sur le dirigeable est les deux hélices carénées montées de chaque côté de la partie inférieure de l'enveloppe. Par conséquent, le dirigeable est un système sous-actionné avec deux types de contrôle: les forces générées par des propulseurs et entrée angulaire μ_m , qui contrôlent la direction des propulseurs. Les actionneurs du dirigeable peuvent être divisés en deux ensembles suivants:

1. les forces d'entrées sont disponibles à partir des deux hélices principales vectorisées de chaque côté de la nacelle, fournissant une portée complémentaire pour s'opposer à la masse de pondération, ainsi qu'une poussée vers l'avant commandant la vitesse longitudinale. Quand une entrée différentielle est ajoutée entre deux hélices, ils fournissent également un couple pour contrôler le mouvement de roulis près stationnaire. Enfin un propulseur de queue latérale peut être présent pour assurer le contrôle de lacet à basse vitesse.

 La déviation de la surface de l'arrière, quand la présence d'une vitesse minimum, donner des entrées de couple principalement pour le contrôle des mouvements de tangage et de lacet.
 Lorsque l'air est immobile, le contrôle stationnaire est réduit à la première utilisation seulement.

Par conséquent, pour la première utilisation, les couples de propulsion peuvent être décrits comme suit:

$$\tau_{p} = \begin{pmatrix} F_{M} \cos \mu \\ F_{T} \\ -F_{m} \sin \mu \\ 0 \\ F_{M} O_{z} \cos \mu + F_{M} O_{x} \sin \mu \\ F_{T} O_{y} \end{pmatrix}$$
(II.47)

Où F_M , F_T représentent respectivement les couples principales et de la queue, μ est l'angle d'inclinaison du moteur, du moteur principal, le vecteur $\begin{pmatrix} 0_x \\ 0 \\ 0_z \end{pmatrix}$ est la position des moteurs

principaux, tandis que le vecteur $\begin{pmatrix} 0_y \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ représente la position du rotor de queue. Les déviations de surface sont prises en compte dans le tenseur aérodynamique présenté dans le paragraphe suivant.

II.3.2.4. Tenseur aérodynamique

Les forces totales et les moments aérodynamiques sont liés aux :

- Termes non stationnaires liés à des accélérations de translation et de rotation.
- Conditions impliquant translation-rotation produisent l'équivalence des forces de Coriolis.
- Conditions comportant la rotation-rotation produisent l'équivalence des forces centrifuges.
- Conditions impliquant la translation-translation produisent l'équivalence en phénomène stationnaire.

* Les Phénomènes stationnaires

Une translation pure dépend du tenseur aérodynamique considéré. Ce phénomène apparait des forces et moments provenant de la distribution de la pression autour du corps et également les forces de frottement due à la viscosité de l'air.

Ce tenseur peut s'exprimer comme suit:

$$\tau_{\text{sta}} = \frac{1}{2} \rho v_a^2 S_{\text{ref}} \begin{pmatrix} C_T \\ C_L \\ C_N \\ C_l \\ C_n \\ C_m \end{pmatrix}$$
(II.48)

Où C_L , C_N , C_T , C_l , C_m , C_n sont des coefficients aérodynamiques en fonction de la forme géométrique du dirigeable et les positions des surfaces de contrôle: des gouvernails et tiges de levage. Ces coefficients peuvent être calculés de deux manières différentes. La première, est une procédure expérimentale pure qui consiste à collecter des données dans un tunnel de vent, la seconde, est une méthode d'analyse basée sur la procédure des quantités géométriques. Toute portance aérodynamique et les forces de traînage résultent de la combinaison des forces de frottement et de pression. Les forces de trainage qui sont en fonction de la portance sont connues comme trainage induit.

Les forces de traînée qui ne sont pas fortement liés à la portance sont généralement connues comme la traînée parasite.

Si les forces de pression théoriques dans un fluide parfait sont intégrées sur un corps rationalisé sans séparation de l'écoulement, la pression sur un corps qui donne une force de traînée dans la direction du vol doit être exactement compensée par la pression autour de la carène qui donne une force vers l'avant. Ainsi, si le frottement sur la peau de la carène est ignoré, la traînée nette serait de zéro.

La couche de limite qui est produite par une viscosité provoque l'écoulement pour séparer quelque part la moitié arrière du dirigeable. Cela prévient la réalisation complète de la force de l'avant en laissant agir une force de traînée nette due à la séparation visqueuse. Cette force de traînée dépend de la position du point de séparation du corps en fonction de la courbure de la carène et la quantité d'énergie d'écoulement. Ainsi, la théorie de Kirchhoff doit être complétée par la théorie des corps minces, initiée par Munk. Cette théorie est exprimée pour des corps dont l'épaisseur ratio est inferieur à 1 (rapport entre le diamètre maximal de la carène et sa longueur).

Dans la partie stationnaire, deux termes additifs apparaissent :

- La première pour les faibles valeurs de l'angle d'attaque α :

$$\begin{cases} C_{L1} = C_1 \cos\alpha \sin 2\beta \\ C_{N1} = C_1 \sin 2\alpha \cos^2 \beta \\ C_{n1} = C_0 \cos\alpha \sin 2\beta \\ C_{m1} = C_2 \sin 2\alpha \cos^2 \beta \end{cases}$$
(II. 49)

Avec β est l'angle de glissement latérale.

- Le second dans une situation turbulente, augmentant rapidement avec l'angle d'attaque :

$$\begin{cases} C_{L2} = C_3 \sin\beta \sqrt{\sin^2 \alpha \cos^2 \beta + \sin^2 \beta} \\ C_{N2} = C_3 \sin\alpha \cos\beta \sqrt{\sin^2 \alpha \cos^2 \beta + \sin^2 \beta} \\ C_{12} = (C_4 \sin\alpha + C_{10} \cos\alpha) \sin 2\alpha \\ C_{m2} = C_5 \sin\alpha \cos\beta \sqrt{\sin^2 \alpha \cos^2 \beta + \sin^2 \beta} \\ C_{n2} = C_9 \sin\beta \sqrt{\cos^2 \alpha \cos^2 \beta + \sin^2 \beta} \end{cases}$$
(II. 50)

Enfin, les relations générales suivantes sont obtenues:

$$\begin{pmatrix} C_{L} = C_{L1} + C_{L2} \\ C_{N} = C_{N1} + C_{N2} \\ C_{T} = \left[C_{6} \left(\text{sign}(C_{L}) \sqrt{C_{N}^{2} + C_{L}^{2}} + C_{7} \right)^{2} + C_{8} \right]_{\cos^{2} \alpha \cos^{2} \beta} \\ C_{I} = C_{I2} \\ C_{n} = C_{n1} + C_{n2} \\ C_{n} = C_{n1} \end{pmatrix}$$
(II.51)

Où le Ci, i = 0 ... 10 sont des constantes en fonction de la zone de référence, l'emplacement du point de séparation, la surface de base à ce point et la fonction du diamètre du dirigeable.

* Les phénomènes aérodynamiques non stationnaires

Lorsque le dirigeable se déplace, l'air près de son corps est déplacé. Contrairement aux autres véhicules aériens, la masse d'air déplacée est proche de ceux de dirigeable et par conséquences ne peut être négligé. La masse d'air déplacée est connu sous le nom de masse ajoutée ou de la masse virtuel. La masse ajoutée et des coefficients d'inertie ont reçu leur nom car ils peuvent être combinés linéairement avec la vraie masse du dirigeable dans les équations du mouvement pour former un coefficient.

Chaque composant du dirigeable est représenté par un ellipsoïde à trois axes principaux de taille indépendants, ce qui permet aux masses ajoutées d être calculée analytiquement. Dans la géométrie d'ellipsoïde, l'orientation et la position relative sont choisies de telle sorte que les deux masses ajoutées et moments ajoutés d'inertie sont modélisés d'une manière optimale. Les effets d'interférence entre l'élément de coque principale et un appendice sont approximativement comptés à l'aide du champ d'écoulement autour d'un ellipsoïde de remplacement pour la coque pour modifier le débit à l'appendice, des effets d'interférence entre les appendices sont négligés. L'analyse utilise la théorie des écoulements incompressibles potentiels. Il ne tient pas compte de toute la circulation dans l'écoulement. La matrice de masse ajoutée est en général une matrice extra-diagonale:

$$M_{A} = -\begin{pmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} & X_{\dot{p}} & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} & Y_{\dot{p}} & Y_{\dot{q}} & Y_{\dot{r}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{\dot{r}} \\ K_{\dot{u}} & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & K_{\dot{r}} \\ M_{\dot{u}} & M_{\dot{v}} & M_{\dot{w}} & M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\ N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & N_{\dot{w}} & N_{\dot{p}} & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}} \end{pmatrix}$$
(II.52)

Les effets d'inertie de cette masse ajoutée constituent la première composante du tenseur aérodynamique. Une autre partie des forces aérodynamiques vient de la translation-rotation et les mouvements de couplage rotation-rotation et peut être assimilée aux effets Coriolis-centrifuges associés à la masse ajoutée et peut également être représenté comme une représentation d'effet d'amortissement. En raison de l'importance de la masse ajoutée du robot plus léger que l'air, ce tenseur doit être inclus. En plus, une translation pure selon le tenseur aérodynamique est prise en considération. Les masses totales ajoutées du véhicule sont considérés comme la somme des masses ajoutées de chacun des composants des ellipsoïdes, sauf que les effets d'interférence entre la coque et les ailettes sont comptabilisés en premier. Les effets d'interférence peuvent être modélisés de façon approximative par la superposition d'une vitesse uniforme sur un ellipsoïde relativement petit qui se trouve en présence de la plus grande; cette vitesse d'interférence est le champ de vitesse autour de grand ellipsoïde évalué à l'emplacement du centre de la plus petite, sans sa présence. La matrice de masse ajoutée du dirigeable rigide doit inclure les contributions de la coque et les ailettes que:

$$M_{A_{\text{rigid}}} = M_{\text{AH}} + M_{\text{AF}} \tag{II.53}$$

Il est reconnu généralement que les coefficients de masse ajoutés ne sont pas fortement dépendant des effets visqueux (tels que la circulation et la croissance de la couche limite). En effet, bon nombre de techniques expérimentales actuellement en usage pour déterminer les coefficients qui font cette supposition, car ils ignorent la dépendance de la masse ajoutée à la fois sur l'orientation du véhicule pour l'écoulement venant en sens inverse et le temps dans un écoulement instable. Une analyse des flux de potentiel, en négligeant la circulation, est une méthode appropriée pour estimer le coefficient de masse ajoutée. Heureusement, la plupart des dérivés de masse ajoutée contenues dans l'expression générale pour la masse ajoutée sont nuls ou mutuellement liés quand le corps a des symétries différentes.

La masse ajoutée dérivés pour un ellipsoïde allongé un ellipsoïde considéré à l'origine au centre de l'ellipsoïde, peut être décrit comme suit:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$
 (II.54)

avec a, b, c sont des demi-axes. Un sphéroïde allongé est obtenu en laissant b = c et a > b. Avec le couplage croisé de ces termes sera égale zéro en raison de la symétrie du corps sur les trois plans:

$$\begin{cases} X_{\dot{u}} = -m \frac{\alpha_0}{2-\alpha_0} \\ Y_{\dot{v}} = Z_{\dot{w}} = -m \frac{\beta_0}{2-\beta_0} \\ K_{\dot{p}} = 0 \\ N_{\dot{r}} = M_{\dot{q}} = -\frac{1}{5} \frac{(b^2 - a^2)^2 (\alpha_0 - \beta_0)}{2(b^2 - a^2) - (b^2 + a^2)(\alpha_0 - \beta_0)} \end{cases}$$
(II. 55)

Où la masse du sphéroïde allongé est

$$m = \frac{4}{3}\pi\rho ab^2 \tag{II.56}$$

L'excentricité e est introduite

$$e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}$$
(II.57)

Par conséquent, les constantes α_0 et β_0 peut être calculée comme

$$\begin{cases} \alpha_0 = \frac{2(1-e^2)}{e^3} \left(\frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+e}{1-e} \right) - e \right) \\ \beta_0 = \frac{1}{e^2} - \left(\frac{1-e^2}{2e^3} \ln \left(\frac{1+e}{1-e} \right) \right) \end{cases}$$
(II. 58)

La représentation de cette masse de ces dérivés est présenté par Lamb, qui définit les facteurs de Lamb comme :

$$\begin{cases} K_{1} = \frac{\alpha_{0}}{2 - \alpha_{0}} \\ K_{2} = \frac{\beta_{0}}{2 - \beta_{0}} \\ K' = \frac{e^{4}(\beta_{0} - \alpha_{0})}{(2 - e^{2})(2e^{2} - (2 - e^{2})(\beta_{0} - \alpha_{0}))} \end{cases}$$
(II. 59)

La définition de la masse ajoutée dérivée est simplifié à :

$$\begin{split} X_{\dot{u}} &= -K_1 m \\ Y_{\dot{v}} &= Z_{\dot{w}} = -K_2 m \\ N_{\dot{r}} &= M_{\dot{q}} = -K' I_y \end{split} \tag{II.60}$$

Où le moment d'inertie du sphéroïde allongé est :

$$I_y = I_z = \frac{4}{15}\pi\rho ab^2(a^2 + b^2)$$
(II.61)

La carène du dirigeable est généralement responsable de la plus grande contribution de coefficient de masse ajoutée. Dans la pratique, une approche simple pour obtenir la masse ajoutée et des moments d'inertie de la coque est de se rapprocher de la coque comme un ensemble d'ellipsoïdes de la révolution. Pour chaque ellipsoïde, tous les termes horsdiagonale dans la matrice de masse ajoutée sont considérés comme étant de zéro.

Les masses ajoutées des ailettes sont calculé semi-empiriques en utilisant des modèles plats. La masse ajoutée et le moment d'inertie des ailettes peuvent être calculés en intégrant la masse ajoutée en 2D de la section traversé sur toute la région d'ailette. La contribution des ailettes à ces termes de masse ajoutée en 2D peut être décrite comme suit:

$$\bar{m}_{F,22} = \bar{m}_{F,33} = \rho \pi \left(b - \frac{R_s^2}{b} \right)^2$$

$$\bar{m}_{F,44} = \frac{2}{\pi} K_{44} \rho b^4$$
(II.62)

Où R_s est le rayon de la coque transversale et b est la demi-espace d'-ailette. Le facteur k_{44} est une fonction de R_s / b. Les éléments non-nuls dans la matrice de masse ajoutée des ailettes sont obtenues à partir des intégrales suivantes:

$$m_{F,22} = m_{F,33} = \eta f \int_{X_{FS}}^{X_{FE}} \left(\bar{m}_{F,22} dx \right)$$
(II.63)

$$m_{F,35} = -m_{F,26} = m_{F,33} = \eta f \int_{X_{FS}}^{X_{FE}} (\bar{m}_{F,22} x dx)$$
(II.64)

$$m_{F,44} = \eta f \int_{X_{FS}}^{X_{FE}} \left(\bar{m}_{F,44} dx \right)$$
(II.65)

$$m_{F,55} = m_{F,66} = \eta f \int_{X_{FS}}^{X_{FE}} \left(\overline{m}_{F,22} x^2 dx \right)$$
(II.66)

Où X_{Fs} , X_{FE} sont respectivement les coordonnées x des positions de début et de fin des ailettes. Un facteur d'efficacité est η_f inclut pour tenir compte des effets 3D.

II.3.2.5. Le modèle complet du dirigeable

Pour faire du dirigeable opérationnel, il est nécessaire de prévoir des surfaces de contrôle et les unités de propulsion. Chacun de ces éléments a sa traînée propre modifiée quand il est monté sur la coque car il est opérant dans le champ d'écoulement de la coque et vice-versa. Les ailerons modifient tous les coefficients des forces et des moments. Toutefois, correctement dimensionné et situé, ils stabilisent le corps rationalisé. La nacelle introduit une asymétrie dans la géométrie du véhicule. Elle influe sur toutes les forces parfois seulement modifié le premier terme et le second présenté ci-dessus à travers les coefficients. Ci et parfois ajoutant un troisième terme indépendant de l'angle d'attaque α et l'angle de traînage β .

Par conséquent, le tenseur aérodynamique, défini par la contribution de tous les phénomènes aérodynamiques, peuvent être synthétisés comme suit: les effets Corioliscentrifuges associés à la masse ajoutée et peut également être représenté comme une représentation d'effet d'amortissement D (Ω) V_A, En outre, le tenseur du mouvement d'action de la translation pure, $\tau_1 = (0_{1\times 3}, (V \times M_{\text{Arigid}} V)^T)^T$, est généralement ignoré dans les autres applications aériennes. L'utilisation de la complémentarité entre les théories du coefficient de Kirchoff et Bryson, l'amortissement suivant $D = [D_V, D_\Omega]^T$, on obtient:

$$D_{V} = \begin{pmatrix} 0 & a_{22}r & -a_{33}q \\ pm_{13} + r(x_{m_{11}} - a_{11}) & 0 & a_{33}p \\ (a_{11} - x_{m_{22}})q & -a_{22}p & 0 \\ pm_{33} + r(a_{15} + x_{m_{13}}) & -(a_{62} + a_{35})q & (a_{62} + a_{35})r + a_{24}p \\ (a_{35} + x_{m_{22}})q & -a_{42}r + a_{62}p & -a_{15}q \\ -(a_{51} + a_{24} - x_{m_{13}})p - (a_{26} - x_{2}m_{11})r & (a_{15} + a_{42})q & -a_{53}p \end{pmatrix}$$

$$D_{\Omega} = \begin{pmatrix} a_{24}r & -a_{35}q & a_{26}r \\ -a_{24}p - a_{26}r & a_{15}q & 0 \\ -a_{24}p - a_{26}r & a_{15}q & 0 \\ -a_{64}q & (a_{55} - a_{66})r & 0 \\ a_{64}p + (a_{66} - a_{44})r & 0 & -a_{64}r \\ (a_{44} - a_{55})q & a_{46}r & 0 \end{pmatrix}$$
(II. 67)

Les couples aérodynamiques sont donc données par la relation suivante:

$$\tau_{a} = M_{RB}\dot{V}_{A} + D(\Omega)V_{A} + \tau_{sta}$$
(II.68)

II.3.2.6. Modèle complet avec les Angles d'Euler

La mécanique aérodynamiques complets du dirigeable peut être donnée par:

$$M\dot{V} = M_{RB}\dot{V}_{w} + C(V)V + \tau_{s} + D(\Omega)V_{A} + \tau_{sta} + \tau_{p} + M_{d}V$$
(II.69)

$$M = M_{Arigide} + M_{RB}$$
(II.70)

Ou $M = M_{Arigide} + M_{RB}$ est la matrice de la masse totale.

Pour un système avec des masses ajoutées, le terme V × MV est différent de zéro. Les Termes V × MV, Ω × MV, V × M Ω et Ω × M Ω montre la centrifuge des composants de Coriolis.

II.3.3 La Dynamique 6 degrés de liberté: approche LAGRANGE

L'avantage de l'approche lagrangienne est de traiter avec deux fonctions scalaires d'énergie W (énergie cinétique) et E_p (énergie potentielle). L'approche newtonienne est un vecteur orienté à partir des composants est dérivés de la seconde loi de Newton. La description lagrangienne utilise des coordonnées généralisées (un pour chaque degré de liberté), qui doivent tous être indépendants. Les équations du mouvement pour les véhicules plus légers que l'air sont dérivées dans un repère lagrangien. L'approche lagrangienne à plusieurs distinctions caractérise l'approche newtonienne. La dérivation de l'inertie ajoutée aérodynamique et les équations du véhicule de corps rigide de mouvement peut être fait dans un repère commun. L'inertie ajoutée est donnée une interprétation physique lorsque le système d'air ambiant du véhicule est considérée comme d'un point de vue énergétique au lieu d'une approche du moment de force. Rappelez-vous que:

$$\tau_{\eta} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\eta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \eta} + \frac{\partial P_{d}}{\partial \dot{\eta}} = \sum_{i=1}^{m} F_{i} \left(\eta \right) u_{i}$$
(II.71)

Où L est lagrangien F définit les directions d'entrée et le terme additionnel décrit les forces dissipatives P_d comme une fonction de puissance.

$$\frac{\partial P_d}{\partial \dot{\eta}} = D_{\eta}(\eta, v) \dot{\eta}$$
(II.72)

Les forces de dissipation de l'énergie sont appelées forces dissipatives: frottement, résistance à l'air. Les coordonnées généralisées sont prises pour être $\eta = (x, y, z, \phi, \gamma, \Psi)^T$ de telle sorte que $V = (u, v, w, p, q, r)^T$ sont des variables dépendantes associées à des coordonnées généralisées.

Un corps rigide se déplaçant dans un fluide sans des bornes est holonome, due à l'absence de limite et la mesure du fluide infinie. Ainsi un corps rigide en mouvement sans contraintes en 6 degrés de liberté est un système ordinaire de Lagrange. Toutefois, les degrés infinis de la liberté du système par les particules dans l'air ambiant ne peuvent pas être dits holonome.

Le Lagrange pour le système de l'air ambiant du véhicule est défini comme:

$$L = M_{RB} + M_A - E_P \tag{II.73}$$

Où M_{RB} est l'énergie cinétique du corps rigide, M_A est l'énergie cinétique du fluide et E_p est l'énergie potentielle définie implicitement par:

$$\frac{\partial E_{P}}{\partial \eta} = \tau_{s}(\eta) \tag{II.74}$$

D'où l'énergie cinétique totale peut être exprimée comme suit:

$$M_{RB} + M_A = \frac{1}{2}\dot{\eta}^T R^{-T} \left(M_{RB} + M_{A_{rigid}} \right) R^{-1} \dot{\eta}$$
(II.75)

Où la notation suivante est utilisée:

$$R^{-T} = (R^{-1}) T$$

Les équations du mouvement pour les véhicules plus légers que l'air peuvent être décrites comme suit:

$$M\dot{V} + C(V)V + D(V)V + \tau_{s}(\eta) = \varpi(\phi) + \tau_{a} + \tau_{p}$$
(II.76)

M est la matrice d'inertie, y compris l'inertie aérodynamique virtuelle (masse ajoutée), C(V) V contient les forces non-linéaires et des moments dus à des forces de centrifuge et Coriolis et D (V) V est la matrice d'amortissement du véhicule où l'amortissement potentiel et les effets visqueux sont regroupés. τ_s (η) est un vecteur contenant la restauration des termes formées par la flottabilité du véhicule et les conditions de gravitation, $\varpi(\phi)$ est le vecteur de perturbation atmosphérique et $\tau_a + \tau_p$ est un tenseur contenant les tenseurs aérodynamiques et de propulsion. R est la matrice de transformation de la vitesse qui transforme la vitesse du repère R_m du corps de repère en référence du repère fixe de la terre R_f.

II.3.3.1. Energie cinétique

L'énergie cinétique d'un solide en mouvement peut être écrite comme suit:

$$W_{RB}(\eta,\dot{\eta}) = \frac{1}{2} \iiint \left[\rho \big(V + (\Omega \times r) \big)^{T} \big(V + (\Omega \times r) \big) \right] dv$$
(II.77)

Ou de façon équivalente:

$$W_{RB}(\eta,\dot{\eta}) = \frac{1}{2}\dot{\eta}^{T}M_{RB}\dot{\eta}$$
(II.78)

Avec la matrice symétrique définie positive:

$$M_{RB} = \begin{pmatrix} m & 0 & 0 & mz_g & -my_g \\ 0 & m & 0 & -mz_g & 0 & mx_g \\ 0 & 0 & m & my_g & -mx_g & 0 \\ 0 & -mz_g & my_g & I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ mz_g & 0 & -mx_g -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -my_g & mx_g & 0 & -I_{xz} & -I_{yz} & I_z \end{pmatrix}$$
(II.79)

Le rayonnement induit des forces et des moments peut être identifié comme étant la somme des trois composants :

- la masse ajoutée due à l'inertie du fluide environnant.

la radiation induite d'amortissement potentiel du à l'énergie transportée par le vent.
le poids et les forces de portance (Archimède).

La masse ajoutée, doit être comprise comme forces de pression induites et des moments dus à un mouvement harmonique forcée du corps qui sont proportionnels à l'accélération du corps. Afin de permettre au véhicule de passer à travers l'air, le fluide doit passer du côté et ensuite prés de l'arrière du véhicule. En conséquence, le passage de fluide possède une énergie cinétique qui manquerait si le véhicule n'était pas en mouvement. L'énergie cinétique des particules d'air généré par un véhicule en mouvement peut être écrite comme suit:

$$W_{A}(\eta,\dot{\eta}) = \frac{1}{2}\dot{\eta}^{T} M_{A_{rigid}} \dot{\eta}$$
(II.80)

Avec la masse ajoutée et la matrice d'inertie, la symétrie est définie positive. Mathématiquement, la masse ajoutée est la constante de proportionnalité qui relie l'énergie cinétique de l'air entourant le véhicule au carré de la vitesse du véhicule, de la même manière que la masse du véhicule apporte à l'énergie cinétique du véhicule au carré de la vitesse. Lors d'accélérations du véhicule, à la fois l'énergie cinétique du véhicule et l'air sont modifiées, leur rapport reste constant dans un fluide idéal. Par conséquent, une accélération du véhicule doit surmonter l'inertie efficace à la fois le véhicule et la masse ajoutée. La masse ajoutée d'un robot plus léger que l'air peut être équivalente à la masse réelle du véhicule, et doivent donc être comptabilisés de manière appropriée.

Remarque : L'air est supposé être un fluide incompressible et homogène d'une étendue infinie.

II.3.3.2. Le Modèle du Robot Plus léger que l'air

Le mouvement du robot plus léger que l'air peut être décrit par sa vitesse inertielle V le vecteur 6 D inclus l'inertie linéaire V et vitesses angulaire Ω . L'air ambiant peut être décrit par la vitesse inertielle du vent $V_W = (V_W, \Omega_W)^T$. Le robot plus léger que l'air a donc une vitesse relative de l'air V_a :

$$V_a = V - V_W \tag{II.81}$$

L'énergie cinétique totale est définie comme une somme :

$$W = W_G + W_B + W_V \tag{II.82}$$

Avec :

- W_G : L'énergie cinétique du véhicule exprimée dans le centre de gravité G situé à une distance \overline{NG} de repère fixe du corps au centre N:

- W_B : L'énergie cinétique ajoutée à l'air de sustentation (déplacé par le volume du robot plus léger que l'air) exprimé dans le centre de portance C et où M_B est la matrice de masse généralisée de la portance de l'air. Dans le cas de la portance de l'air, l'énergie cinétique est la différence entre l'énergie cinétique supplémentaire et la contribution du mouvement de masse d'air.

- W_v : L'énergie due à une masse virtuelle supplémentaire également exprimée en C, et où M_v est la matrice de masse virtuelle généralisée de la masse d'air autour du robot plus léger que l'air et déplacé par son mouvement par rapport à l'air.

Où

$$W_{G} = \frac{1}{2} V_{G}^{T} M_{G} V_{G}$$
(II.83)

Avec

$$W_{\rm B} = \frac{1}{2} V_{\rm a}^{\rm T} M_{\rm B} V_{\rm a} - \frac{1}{2} V^{\rm T} M_{\rm B} V \qquad (II.84)$$

Et

$$W_{v} = \frac{1}{2} V_{a}^{T} M_{v} V_{a}$$
(II.85)

Où les matrices de masse généralisées étant données par

$$M_{G} = \begin{pmatrix} mI_{3\times3} & 0\\ 0 & I_{G} \end{pmatrix} \quad M_{B} = \begin{pmatrix} m_{B}I_{3\times3} & 0\\ 0 & J_{B} \end{pmatrix} \quad M_{v} = \begin{pmatrix} M_{v} & 0\\ 0 & I_{v} \end{pmatrix}$$
(II.86)

Par conséquent, l'énergie cinétique totale peut être écrite comme

$$W = \frac{1}{2} V_{G}^{T} M_{G} V_{G} + \frac{1}{2} V_{a}^{T} M_{v} V_{a} - \frac{1}{2} V^{T} M_{B} V + \frac{1}{2} V_{a}^{T} M_{B} V_{a}$$
(II.87)

Tous les termes de l'énergie cinétique dans le repère du corps fixe considère que la vitesse linéaire du centre de gravité G est liée à la vitesse linéaire au centre du repère fixe du corps: le nez N, à travers la vitesse angulaire:

$$V_{G} = \begin{pmatrix} I_{3\times3} & -SK(\overline{NG}) \\ 0_{3\times3} & I_{3\times3} \end{pmatrix} V$$
(II.88)

En remplaçant dans l'équation précédente (II. 87) On a:

$$W = \frac{1}{2}V^{T}M_{N}V - \frac{1}{2}V^{T}M_{B}V + \frac{1}{2}V_{a}^{T}M_{B}V_{a} + \frac{1}{2}V_{a}^{T}M_{v}V_{a}$$
(II.89)

Avec

$$M_{\rm N} = \begin{pmatrix} mI_{3\times3} & -mSK(\overline{\rm NG}) \\ mSK(\overline{\rm NG}) & I_{\rm G} - m(SK(\overline{\rm NG}))^2 \end{pmatrix}$$
(II.90)

Par conséquent,

$$W = \frac{1}{2}(V - V_W)^T (M_v + M_B)(V - V_W) + \frac{1}{2}V^T (M_N - M_B)V$$
(II.91)

Où

$$W = \frac{1}{2}V^{T}(M_{N} - M_{v})V + \frac{1}{2}V_{w}^{T}(M_{B} - M_{v})V_{w} - V^{T}(M_{B} - M_{v})V_{w}$$
(II.92)

Enfin, l'énergie cinétique peut être exprimée comme une fonction du dirigeable et la vitesse inertielle du vent :

 $W = W_1 + W_2 + W_3 \tag{II.93}$

Ou équivalente

$$W_1 = \frac{1}{2} V^T M_{vn} V \tag{II.94}$$

Avec

$$W_2 = \frac{1}{2} V_W^T M_{Bv} V_W \tag{II.95}$$

Et

$$W_3 = -V^T M_{Bv} V_W \tag{II.96}$$

Où

$$M_{vn} = M_N + M_v = \begin{pmatrix} mI_{3\times3} + M_v & -mSK(\overline{NG}) \\ mSK(\overline{NG}) & I_G - m(SK(\overline{NG}))^2 + I_v \end{pmatrix}$$
$$M_{Bv} = M_v + M_B = \begin{pmatrix} m_B I_{3\times3} + M_v & 0 \\ 0 & J_B + I_v \end{pmatrix}$$

Par conséquent, nous avons appliqués le formalisme de Lagrange-Hamilton pour obtenir les trois termes de l'énergie cinétique, comme suit :

II.3.3.3. Premier terme de l'énergie cinétique

Le premier terme de l'énergie cinétique correspondant au cas de l'absence du vent:

$$W_1 = \frac{1}{2} V^T M_{vn} \dot{V} = \frac{1}{2} \dot{\eta}^T R^{-T} M_{vn} R^{-1} \dot{\eta}$$
(II.97)

La dérivée partielle de l'énergie cinétique W_1 par rapport à $\dot{\eta}$ est

$$\frac{\partial W_1}{\partial \dot{\eta}} = R^{-T} M_{vn} R^{-1} \dot{\eta}$$
(II.98)

Puisque

$$\mathbf{M}_{\mathrm{vn}}^{\mathrm{T}} = \mathbf{M}_{\mathrm{vn}} \tag{II. 99}$$

Maintenant en prenant la dérivée temporelle

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W_1}{\partial \dot{\eta}} \right) = \dot{R}^{-T} M_{vn} R^{-1} \dot{\eta} + R^{-T} \dot{M}_{vn} R^{-1} \dot{\eta} + R^{-T} M_{vn} \dot{R}^{-1} \dot{\eta} + R^{-T} M_{vn} R^{-1} \ddot{\eta}$$
(II.100)

Ou équivalent :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} \left(\frac{\partial W_1}{\partial \dot{\eta}} \right) = \dot{R}^{-T} M_{\mathrm{vn}} V + R^{-T} \dot{M}_{\mathrm{vn}} V + R^{-T} M_{\mathrm{vn}} \dot{V}$$
(II.101)

Lorsque les relations suivantes sont utilisées:

$$\dot{R}^{-1}R + R^{-1}\dot{R} = 0_{6\times 6}$$

 $\dot{V} = R^{-1}\ddot{\eta} - R^{-1}\dot{R}R^{-1}\dot{\eta}$ (II.102)

La dérivée partielle de l'énergie cinétique W_1 par rapport à η est :

$$\frac{\partial W_1}{\partial \eta} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\dot{\eta}^T R^{-T} M_{vn} R^{-1} \dot{\eta} \right) = K M_{vn} V$$
(II.103)

Avec

$\mathbf{K} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\mathbf{R}^{-1} \dot{\eta} \right) \tag{II.104}$

Où

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \eta_1} (R^{-1} \dot{\eta}) \\ \frac{\partial}{\partial \eta_2} (R^{-1} \dot{\eta}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ K_1 & K_2 \end{pmatrix}$$
(II. 105)

La force généralisée par rapport à l'énergie cinétique avec l'absence du vent est alors obtenue

$$F_{1}(\eta,\dot{\eta}) = R^{-T}M_{vn}\dot{V} + (R^{-T}\dot{M}_{vn} + \dot{R}^{-T}M_{vn} - KM_{vn})V$$
(II.106)

II.3.3.4. Second terme de l'énergie cinétique

Le deuxième terme de l'énergie cinétique correspond à

$$W_{2} = \frac{1}{2} V_{W}^{T} M_{Bv} V_{W} = \frac{1}{2} \dot{\eta}_{W}^{T} R^{-T} M_{Bv} R^{-1} \dot{\eta} W$$
(II.107)

Avec

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} \left(\frac{\partial W_2}{\partial \dot{\eta}} \right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{\eta}} \left(\frac{1}{2} \dot{\eta}_W^{\mathrm{T}} \mathrm{R}^{-\mathrm{T}} \mathrm{M}_{\mathrm{Bv}} \mathrm{R}^{-1} \dot{\eta} \mathrm{W} \right) \right) = 0 \tag{II.108}$$

La dérivée partielle de l'énergie cinétique W₂ par rapport aux coordonnées généralisées η est

$$\frac{\partial W_2}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{2} \dot{\eta}_W^T R^{-T} M_{Bv} R^{-1} \dot{\eta} W \right)$$
(II.109)

Ou

$$\frac{\partial W_2}{\partial \eta} = K_W M_{Bv} V_W \tag{II.110}$$

Avec

$$K_{W} = \begin{pmatrix} 0_{3\times3} & 0_{3\times3} \\ K_{W_{1}} & K_{W_{2}} \end{pmatrix}$$
(II.111)

La force généralisée est alors obtenue:

$$F_2(\eta, \dot{\eta}) = -K_W M_{Bv} V_W \tag{II.112}$$

II.3.3.5. Troisième terme de l'énergie cinétique

En Appliquant la même procédure pour le troisième terme, $w_3 = -\dot{\eta}^T R^{-T} M_{Bv} V_w$ nous obtenons:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} \left(\frac{\partial W_3}{\partial \dot{\eta}} \right) = -\dot{R}^{-T} M_{\mathrm{Bv}} V_{\mathrm{W}} - R^{-T} M_{\mathrm{Bv}} \dot{V}_{\mathrm{W}}$$
(II.113)

Finalement on trouve:

$$F_{3}(\eta,\dot{\eta}) = -R^{-T}M_{Bv}\dot{V}_{W} - \dot{R}^{-T}M_{Bv}V_{W} + KM_{Bv}V_{W} + K_{W}M_{Bv}V$$
(II.114)

II.3.3.6. Les force

La sommation de toutes les forces généralisées, pouvons écrire:

$$F(\eta, \dot{\eta}) = R^{-T} M_{vn} \dot{V} + (R^{-T} \dot{M}_{vn} + \dot{R}^{-T} M_{un} - K M_{un}) V - K_W M_{Bv} V_W - R^{-T} M_{Bv} \dot{V}_W - \dot{R}^{-T} M_{Bv} V_W + K M_{Bv} V_W + K_W M_{Bv} V$$
(II.115)

En Introduisant

$$F(V) = R^{T}F(\eta, \dot{\eta})$$
(II.116)

Ainsi

$$F(V) = M_{vn}\dot{V} + (\Omega_6 + V_6)M_{vn}V + \dot{M}_{vn}V - M_{Bv}\dot{V}_W - (\Omega_6 + V_6)M_{Bv}V_W - V_{W_6}M_{Bv}V$$
(II.117)

Où

$$V_6 = \begin{pmatrix} 0_{3\times3} & 0_{3\times3} \\ SK(V) & 0_{3\times3} \end{pmatrix}$$
(II.118)

Avec

$$\Omega_{6} = \begin{pmatrix} SK(\Omega) & 0_{3\times3} \\ 0_{3\times3} & SK(\Omega) \end{pmatrix}$$
(II.119)

Et

$$V_{w_6} = \begin{pmatrix} 0_{3\times3} & 0_{3\times3} \\ SK(V_W) & 0_{3\times3} \end{pmatrix}$$
(II.120)

Où SK (V), SK(Ω), SK (Vw) désigne le produit des matrices antisymétriques correspondant à des vecteurs V, Ω , V_w et en utilisant les équations suivantes

$$SK(V) = -J^{T}K_{1}$$

$$SK(\Omega) = J^{T}((j)^{-T}) - K_{2}$$

$$SK(V_{W}) = -J^{T}K_{w_{1}}$$

(II.121)

II.3.3.7. L'énergie potentielle

L'énergie potentielle emmagasinée dans le véhicule est la somme des contributions par rapport à chaque sous-système .La contribution due uniquement à la force gravitationnelle est exprimée par:

$$U_g = -\int g_0^T P_i^* \rho dv \tag{II.122}$$

Le vecteur de force de gravitation est donné par la différence entre le poids du dirigeable (agissant au centre de gravité) et la force de portance (agissant vers le haut sur le centre de portance):

$$F_{g} = \frac{\partial L}{\partial q}(q, \dot{q}) = \begin{pmatrix} (m_{g} - B) \sin \gamma \\ -(m_{g} - B) \cos \gamma \sin \emptyset \\ -(m_{g} - B) \cos \gamma \cos \emptyset \\ B_{zb} \cos \gamma \sin \emptyset - B_{yb} \cos \gamma \cos \emptyset \\ B_{xb} \cos \gamma \cos \varphi + B_{zb} \sin \gamma \\ -B_{yb} \sin \gamma - B_{xb} \cos \gamma \sin \emptyset \end{pmatrix}$$
(II.123)

Où B est la force de portance, $\overline{CN} = (x_b, y_b, z_b)^T$ représente la position du Centre de portance par rapport au repère fixe du corps. Cela laisse la cinématique finale / équations de couple du vent comme suit :

$$T = F(V) - F_g \tag{II.124}$$

Les 6 degrés de liberté des modèles sont nécessaires pour le contrôle en boucle fermée. Toutefois, à titre d'indication, les 3 degrés de liberté suivants donnent suffisamment d'informations au sujet du mouvement du dirigeable, tout en gardant une certaine simplicité.

II.3.3.8. Translation Dynamique

Afin de la génération de chemin de vol, il est habituellement suffisant de traiter seulement le mouvement de translation. Employer un modèle de la masse de point pour l'allumeur que le robot d'air implique que le lacet en ce qui concerne l'armature relative de vent est toujours zéro. Ceci est également démontré par l'absence de la glissade latérale dans le modèle aérodynamique.

Les équations de translation d'un véhicule aérien par l'atmosphère sont directement dérivées de la loi de newton. Dans ce dérivation, les prétentions sont que la terre non tourne et fiât, et que le poids de véhicule est constant. Les forces externes comprennent la poussée, les forces de pesanteur, de flottabilité et la force aérodynamique. Les forces de pesanteur et de flottabilité sont traitées de la même manière.

La position de l'allumeur que le robot d'air est décrite dans le système du même rang local ENU avec les vecteurs d'unité se dirigeant à l'est, nord et Dérivation haut des équations cinématiques implique trois concepts de vitesse : vitesse à inertie, vitesse locale et vitesse vent-relative. Le chemin de vol le système que du même rang est défini, cela relie le vecteur de vitesse du véhicule en ce qui concerne la terre au système de géographie. Deux angles relient les coordonnées de vitesse au système de géographie.

L'allumeur que des équations d'air de mouvement sont exprimés en armature de coordonnée de vitesse attachée à l'allumeur qu'aèrent le robot, vu la vitesse du vent

 $W = \begin{pmatrix} W_x \\ W_y \\ W_z \end{pmatrix}$ (composants de la vitesse de vent dans l'armature à inertie). La matrice

d'armature étant donnée par :

$$R = \begin{pmatrix} \cos \gamma & 0 & \sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \left(\frac{\pi}{2} - \Psi\right) & \sin \left(\frac{\pi}{2} - \Psi\right) & 0 \\ -\sin \left(\frac{\pi}{2} - \Psi\right) & -\cos \left(\frac{\pi}{2} - \Psi\right) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} \cos \gamma \sin \Psi & \cos \gamma \cos \Psi & \sin \gamma \\ \cos \Psi & -\sin \Psi & 0 \\ \sin \gamma \sin \Psi & \sin \gamma \cos \Psi & \cos \gamma \end{pmatrix}$$

La vitesse en ce qui concerne l'armature locale d'ENU est déterminée comme :

$$V_{\text{local}} = V + W = R^{\mathrm{T}} \begin{pmatrix} V \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} W_{\mathrm{x}} \\ W_{\mathrm{y}} \\ W_{\mathrm{z}} \end{pmatrix}$$
(II.125)

Il peut déduire ainsi que :

$$V_{\text{local}} = (V \sin \gamma + W_z)\mathbf{u} + (V \cos \gamma \sin \Psi + W_x)\mathbf{e} + (V \cos \gamma \cos \Psi + W_y)\mathbf{n}$$




La cinématique de translation d'un véhicule aérien tenant compte de l'effet de vent peut être exprimée ainsi par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x} = V\cos\Psi\cos\gamma + W_{x} \\ \dot{y} = V\sin\Psi\cos\gamma + W_{y} \\ \dot{z} = V\sin\gamma + W_{z} \end{cases}$$
(II.126)

Trois degrés de modèles dynamiques de liberté utilisés dans l'optimisation de trajectoire pour les véhicules aériens incluent typiquement des effets de force d'aérodynamique de corps d'aile mais ignorent les effets aérodynamiques de force produits par les gouvernes. L'exécution emploie les équations de translation du mouvement formulées de la loi de newton et en vol des coordonnées exprimées de chemin. La loi de newton est appliquée avec les forces aérodynamiques, de propulsion et de pesanteur en tant que forces extérieurement appliquées. L'accélération exprimée en armature locale est :

$$\begin{pmatrix} \dot{V} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} V \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} \cos \gamma & 0 & -\sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\gamma} \\ 0 \end{pmatrix} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{V} \\ \dot{\psi} V \\ -\dot{\psi} V \end{pmatrix}$$



Figure. II. 4 Les forces agissant sur dirigeable en vol [54]

La contribution du phénomène de masse supplémentaire est décrite comme :

$$F_{AM} = -(C_{w}^{b})^{T} M_{a} C_{w}^{b} \begin{pmatrix} \dot{V} \\ \dot{\Psi}V & \cos\gamma \\ -\dot{\Psi}V \end{pmatrix}$$

$$= -\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{V} \\ \dot{\Psi}V & \cos\gamma \\ -\dot{\Psi}V \end{pmatrix}$$
(II.127)
(II.127)

La matrice de masse supplémentaire est donnée par : $M_a = \begin{pmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} \end{pmatrix}$

CHAPITRE II

$$C_{w}^{b} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix}$$
(II.128)

$$\begin{split} m_{11} &= X_{\dot{u}} \cos^2 \alpha - 2X_{\dot{w}} \cos \alpha \sin \alpha + Z_{\dot{w}} \sin^2 \alpha \\ m_{22} &= Y_{\dot{v}} \end{split} \tag{II.129} \\ m_{33} &= X_{\dot{u}} \sin^2 \alpha + 2X_{\dot{w}} \cos \alpha \sin \alpha + Z_{\dot{w}} \cos^2 \alpha \end{split}$$

La force de pesanteur est exprimée par :

$$F_{g} = \begin{pmatrix} \cos\gamma\sin\Psi & \cos\gamma\cos\Psi & \sin\gamma\\ \cos\Psi & -\sin\Psi & 0\\ \sin\gamma\sin\Psi & \sin\gamma\cos\Psi & \cos\gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0\\ 0\\ B-mg \end{pmatrix}$$
(II.130)

Les forces aérodynamiques et de poussée sont données par :

$$\begin{aligned} f_{ap} &= f_a + f_p \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \sigma & \sin \sigma \\ 0 & -\sin \sigma & \cos \sigma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -D \\ 0 \\ L \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} T \cos \alpha - D \\ (T \sin \alpha + L) \sin \sigma \\ (T \sin \alpha + L) \cos \sigma \end{pmatrix} \end{aligned}$$
(II. 131)



Figure. II. 4 Les forces agissant sur dirigeable en tournant vol [54]

La dynamique de translation est donnée par les relations suivantes :

Les forces de la portance et trainé sont données par :

$$D = \frac{1}{2} C_D(M, \alpha) V^2 A_r \rho$$

$$L = \frac{1}{2} C_L(M, \alpha) V^2 A_r \rho$$
(II.133)

Avec

$$C_{L}(M,\alpha) = C_{L_{0}}(M) + k_{L_{\alpha}}(M)\alpha$$

$$C_{D}(M,\alpha) = C_{D_{0}} + KC_{L}^{2} = k_{D_{0}}(M) + k_{D_{1}}(M)\alpha + k_{D_{2}}(M)\alpha^{2}$$
(II.134)

$$K = \frac{1}{4C_{D_0}E_{max}^2}$$
(II.135)

Voila le modèle retenu pour la simulation de la commande du ballon dirigeable :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathsf{V}\cos\Psi\cos\gamma + \mathsf{W}_{\mathsf{x}} \\ \dot{\mathbf{y}} &= \mathsf{V}\sin\Psi\cos\gamma + \mathsf{W}_{\mathsf{y}} \\ \dot{\mathbf{z}} &= \mathsf{V}\sin\gamma + \mathsf{W}_{\mathsf{z}} \\ \dot{\mathbf{v}} &= \left[\frac{1}{\mathsf{m} + \mathsf{m}_{11}} \begin{pmatrix} \mathsf{T}\cos\alpha - \mathsf{D} \\ +(\mathsf{B} - \mathsf{mg})\sin\gamma \end{pmatrix} - \frac{\mathsf{m}}{\mathsf{m} + \mathsf{m}_{11}} \begin{pmatrix} \dot{\mathsf{W}}_{\mathsf{x}}\cos\gamma\sin\Psi \\ +\dot{\mathsf{W}}_{\mathsf{y}}\cos\gamma\cos\Psi \\ +\dot{\mathsf{W}}_{\mathsf{z}}\sin\gamma \end{pmatrix} \right] \end{aligned} \tag{II. 136} \\ \dot{\Psi} &= \frac{(\mathsf{T}\sin\alpha + \mathsf{L})\sin\sigma}{(\mathsf{m} + \mathsf{m}_{22})\mathsf{V}\cos\gamma} - \frac{\mathsf{m}}{\mathsf{m} + \mathsf{m}_{22}} \begin{pmatrix} \dot{\mathsf{W}}_{\mathsf{x}}\cos\Psi + \dot{\mathsf{W}}_{\mathsf{y}}\sin\Psi \\ \mathsf{V}\cos\gamma \end{pmatrix} \\ \dot{\gamma} &= \left[\frac{-(\mathsf{L}\cos\sigma + \mathsf{T}\cos\sigma\sin\alpha + (\mathsf{B} - \mathsf{mg})\cos\gamma)}{(\mathsf{m} + \mathsf{m}_{33})\mathsf{V}} - \frac{\mathsf{m}}{(\mathsf{m} + \mathsf{m}_{33})\mathsf{V}} \begin{pmatrix} \dot{\mathsf{W}}_{\mathsf{x}}\sin\gamma\sin\Psi \\ +\dot{\mathsf{W}}_{\mathsf{y}}\sin\gamma\cos\Psi \\ +\dot{\mathsf{W}}_{\mathsf{y}}\cos\gamma \end{pmatrix} \right] \end{aligned}$$

II.4.Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le modèle dynamique de dirigeable en utilisant deux approches Newton-Euler et Lagrange-Hamilton. Pour modéliser cette dynamique, nous avons vu que plusieurs niveaux de représentation peuvent être considères : dynamique des actionneurs, dynamique des rotors, processus de génération de la résultante des forces et des moments, dynamique du solide. Ce dernier niveau de représentation indépendant de la configuration de véhicule choisie est celui que nous utiliserons pour la synthèse de lois de commande.

Nous avons présenté une modélisation, couramment utilisée dans la littérature, permettant de représenter la dynamique d'un ballon dirigeable avec cette approche de type mécanique du solide. Le modèle non linéaire à six degrés de liberté obtenu est sous-actionné. Cette dernière propriété rend complexe la synthèse de lois de commande. Dans le chapitre suivant, la commande du véhicule par la technique du backstepping est discutée et appliquée.

Chapitre III :

La Commande par la Technique du Backstepping

III.1. Introduction

La conception d'un contrôleur donné dépend de la nature du système lui-même et de la qualité de son modèle dynamique. L'intérêt constant d'améliorer les performances des systèmes commandés conduit à des modélisations de plus en plus précises. Les modèles résultants sont souvent non-linéaires et les outils fondamentaux de synthèse de loi de commande dans le domaine linéaire deviennent insuffisants ce qui a poussé les chercheurs à s'orienter de plus en plus vers les techniques de la commande non-linéaire pour remédier les problèmes rencontrés avec la commande linéaire.

La théorie de Lyapunov est un outil très important dans la théorie de contrôle des systèmes non linéaires. Cependant, son utilisation est souvent entravée par les difficultés de trouver une fonction de Lyapunov pour un système donné. Si elle est trouvée, le système est connu pour être stable, mais la tâche de trouver une telle fonction est souvent laissée à l'imagination et à l'expérience du concepteur. La technique du backstepping est une méthode systématique pour la conception du contrôle non linéaire, qui peut être appliquée à une grande classe de systèmes. Le nom backstepping se réfère à la nature récursive de la procédure de synthèse, dans un premier temps, seul un sous-système du système original est considéré pour lequel une loi de contrôle fictive est construite. Puis, la conception est étendue en plusieurs étapes jusqu'à l'obtention d'une loi de contrôle pour le système tout en entier. Avec la loi de commande, une fonction de Lyapunov pour le système contrôlé est progressivement construite.

D'autre part, le domaine de recherche concernant la commande des dirigeables sousactionnés est potentiellement intéressant; Dans ce travail, une classe de systèmes autonomes sousactionnés a été étudiée [43]. Par ailleurs, dans [33], les auteurs sont proposés la théorie de commande linéaire. Dans [42], la commande par la technique backstepping est analysée. Dans [34], l'adaptation non-linéaire est conçue par la méthode de Lyapunov et le théorème directs de Matrosov. Dans [35], les auteurs sont proposés la commande par retour d'état. Dans [36], les auteurs sont conçus une commande adaptative de linéarisation par retour d'état. Dans [37], une technique de commande par Mode Glissant est proposée. Dans [38], la dynamique dans le plan vertical est analysée et commandée, en utilisant la linéarisation par retour d'état. Dans [39], une commande backstepping adaptative flou est présentée. Dans [40], un contrôleur backstepping a été conçu pour contrôler l'attitude et la vitesse. Dans [41], les auteurs sont proposés un contrôleur backstepping robuste en considérer la perturbation. Le but de ce chapitre est la conception des lois de commande non linéaires basées sur la technique du backstepping pour la commande des mouvements selon les axes (X, Y et Z).

III.2. Historique et domaines d'application du backstepping

Le backstepping à été développé par Kanellakopoulos [20], et inspiré par les travaux de Feurre &Morse [21], d'une part et Tisinias et Kokotovic & Sussmann [22]. L'idée de base de cette méthode est de laisser certains états du système agir en tant qu'entrées virtuelles. Le backstepping utilise une forme du système en chaine d'intégrateurs, après une transformation de coordonnées d'un système triangulaire et en se basant sur la méthode directe de Lyapunov. La méthode consiste à fragmenté le système en un ensemble de sous-système imbriqué d'ordre décroissant. A partir de la, il est possible de concevoir systématiquement et de manière récursive des contrôleurs et des fonctions de Lyapunov correspondantes.

Bien que la technique du backstepping a une histoire plutôt courte mais rien n'empêche quand-même de trouver de nombreuses applications pratiques dans la littérature. On donne ici un court aperçu.

C'est grâce aux travaux de Kokotovic [22], qu'un cadre mathématique est fourni pour la conception de la loi de contrôle pour différents systèmes non-linéaires en utilisant cette technique. Ainsi, cette dernière à été utilisée dans différentes applications comme par exemple, on trouve des travaux dans l'aéronautique qui correspondent au contrôle d'un quadri-rotor [49] [50]. Une loi de commande adaptative basée sur une technique récursive a proposée par [51] [52]. Dans [53], cette technique récursive ainsi que celle basée sur le mode glissant sont utilisées pour stabiliser un drone à quatre hélices.

III.3. Synthèse de la commande par backstepping

La commande par Backstepping est une loi de commande pour les systèmes non linéaires basée sur le théorème de *Lyapunov*. Elle s'applique sur des systèmes de la forme cascade triangulaire.

Chaque état du système commande l'état précédent et s'appelle « *Commande Virtuelle »*, jusqu'au dernier état qui est commandé par la commande réelle. L'objectif de cette technique est de calculer en plusieurs étapes une loi de commande qui assure la stabilité globale du système [16] [42].

Cette loi de commande se présente sous forme d'un algorithme récursif, les étapes de calcul sont comme suit:

> Les erreurs de poursuite sont écrites sous la forme ci-dessous :

$$e_{xi} = \begin{cases} x_{ir} - x_i & i \text{ impaire} \\ x_i - \dot{x}_{(i-1)r} - \alpha_{x(i-1)} e_{x(i-1)} & i \text{ paire} \end{cases}$$
(III.1)

 x_{ir} : La référence.

 x_i : L'état du système.

 $\propto_{x(i-1)}$: Une constante positive.

 $e_{x(i-1)}$:L'erreur.

> On considère le cas des systèmes non linéaires d'ordre deux de la forme :

$$\dot{x} = f(x) + g(x) u \tag{III.2}$$

x : est l'état du système, $x \in \Re^n$

u: est la commande, $u \in \Re$

Supposons que le système (III.2) peut après une transformation, être mis sous la forme chainée comme suit :

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1) x_2$$
 (III.3)

$$\dot{x}_2 = f_2(x_2) + g_2(x_2) u$$
 (III.4)

On désire faire suivre à la sortie $y = x_1$ la trajectoire y_r . Cette trajectoire est supposée connue et uniformément bornée et puisque le système et du deuxième ordre alors le design s'effectue en deux étapes :

Première itération

On considère d'abord l'équation (III.3), ou la variable d'état x_2 est traitée comme une commande virtuelle, et l'on définit la première valeur désirée.

$$x_{1d} = y_r \tag{III.5}$$

La première variable d'erreur se définit par :

$$\mathbf{e}_1 = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_{1d} \tag{III.6}$$

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d}$$
 (III.7)

Avec l'équation (III.7), le système d'équation (III.1) s'écrit :

$$\dot{\mathbf{e}}_1 = f_1(x_1) + \mathbf{g}_1(x_1) x_2 - \dot{x}_{1d}$$
 (III.8)

Pour un tel système, il a été montré que la fonction candidate constitue un bon choix de la fonction de Lyapunov :

$$V_1(e_1) = \frac{1}{2} e_1^2$$
(III.9)

Sa dérivée est donnée par :

$$\dot{V}_1(e_1) = e_1 \dot{e}_1 = e_1 [f_1(x_1) + g_1(x_1) x_2 - \dot{x}_{1d}]$$
 (III.10)

Un choix judicieux de x_2 rendrait $\dot{V}_1(e_1)$ négative et assurerait la stabilité de l'origine du sous système décrit par l'équation (III.3).

Prenons comme valeur de x_2 , la fonction t_1 , tel que :

$$f_1(x_1) + g_1(x_1) t_1 - \dot{x}_{1d} = -k_1 e_1$$
(III.11)

Ou $k_1 > 0$ est un paramètre de design.

L'équation (III.11) n'implique que la condition :

$$\dot{V}_1(\mathbf{e}_1) = -\mathbf{k}_1 \mathbf{e}_1^2 \le 0$$
 (III.12)

Ce qui implique que l'erreur donnée par l'équation (III.6) tend vert zéro ce qui assure la convergence du sous système (III.3) et sa stabilité asymptotique.

A partir de l'équation (III.11) on obtient :

$$x_{2d} = t_1 = \frac{1}{g_1(x_1)} \left[-k_1 e_1 + \dot{x}_{1d} - f_1(x_1) \right]$$
(III.13)

Deuxième itération

On considère le sous-système d'équation (III.4) et l'on définit la nouvelle variable d'erreur :

$$e_2 = x_2 - t_1$$
 (III.14)

Cette équation représente l'écart entre la variable d'état x_2 et sa valeur désirée t_1 , l'erreur e_2 n'est pas instantanément nulle. L'objectif de cette étape consiste, alors, à la forcer à s'annuler

Les équations du système à commander dans l'espace (e1, e2), s'écrivent :

$$\dot{\mathbf{e}}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1) (\mathbf{e}_2 + t_1) - \dot{x}_{1d}$$
 (III.15)

$$\dot{\mathbf{e}}_2 = f_2(x_2) + g_2(x_2) u - \dot{t}_1$$
 (III.16)

On a choisi comme fonction de Lyapunov :

$$V_2(e_1, e_2) = V_1(e_1) + \frac{1}{2}e_2^2$$
 (III.17)

Sa dérivée

$$\dot{V}_2(e_1, e_2) = \dot{V}_1 + e_2 \dot{e}_2 = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2$$
 (III.18)

$$\dot{V}_{2}(e_{1},e_{2}) = e_{1} [f_{1}(x_{1}) + g_{1}(x_{1})(e_{2}+t_{1}) - \dot{x}_{1d}] + e_{2} [f_{2}(x_{2}) + g_{2}(x_{2}) u - \dot{t}_{1}]$$
(III.19)

$$\dot{V}_{2}(\mathbf{e}_{1},\mathbf{e}_{2}) = \mathbf{e}_{1} \left[f_{1}(x_{1}) + g_{1}(x_{1})\mathbf{e}_{2} + g_{1}(x_{1})t_{1} - \dot{x}_{1d} \right] + \mathbf{e}_{2} \left[f_{2}(x_{2}) + g_{2}(x_{2}) u - \dot{t}_{1} \right] (\text{III.20})$$

$$\dot{V}_2(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2) = -\mathbf{k}_1 \mathbf{e}_1^2 + \mathbf{e}_2 \left[f_2(x_2) + g_2(x_2)u + g_1(x_1)\mathbf{e}_1 - \dot{t}_1 + \mathbf{e}_1 \right]$$
(III.21)

Pour garantir la stabilité il faut que l'équation suivante soit égale à $-k_2e_2$ avec $k_2 > 0$

$$f_2(x_2) + g_2(x_2) u + g_1(x_1) e_1 - \dot{t}_1 + e_1 = -k_2 e_2$$
 (III.22)

La commande est :

$$u = \frac{1}{g_2(x_2)} [-k_2 e_2 + \dot{t}_1 - e_1 - g_1 e_1 - f_2(x_2)]$$
(III.23)

Avec ce choix de la commande u on obtient :

$$\dot{V}_2(e_1, e_2) = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2$$
 (III.24)

Donc on a garanti la stabilité asymptotique du système.

III.4. Application du backstepping sur le Ballon Dirigeable

Nous proposons d'appliquer la technique de backstepping pour le contrôle d'un dirigeable dont la dynamique du modèle a été déterminée dans le chapitre II (équation II.138).

La stratégie de contrôle adopté est résumée en deux sous-systèmes ; le premier est lié au contrôle de la rotation et la vitesse linéaire (modèle dynamique), et le deuxième est lié au contrôle de translation (modèle cinématique), comme il est exposé sous le schéma synoptique suivant :



Commande pour le mouvement suivant l'axe y

On commande le mouvement selon *y* en utilisant la technique du backstepping, le modèle en y est donné par :

$$\dot{y} = V \cos \gamma \sin \Psi + w_{y} \tag{III.25}$$

Première itération

La première variable d'erreur ce définit par :

$$\mathbf{e}_{y1} = y_d - y \tag{III.26}$$

Sa dérivée s'écrit :

$$\dot{\mathbf{e}}_{y1} = \dot{y}_d - \dot{y} \tag{III.27}$$

Où les deux équations (III.27), (III.28) sont associées à la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(e_{y1}) = \frac{1}{2}e_{y1}^2$$
(III.28)

Sa dérivée s'écrit :

$$\dot{V}(e_{y1}) = e_{y1}\dot{e}_{y1} = e_{y1}(\dot{y}_d - \dot{y})$$
 (III.29)

Pour que :

$$\dot{V}(e_{y1}) \le 0 \tag{III.30}$$

Il faux que :

$$y - \dot{y} = -\mathbf{k}_{y1}\mathbf{e}_{y1} \tag{III.31}$$

L'état y est ensuite utilisé comme commande intermédiaire afin de garantir la stabilité de l'équation (III.25).

On définit pour cela une commande virtuelle :

$$x_{12d} = \dot{y} = \dot{y}_d - \dot{e}_{y1} \tag{III.32}$$

$$x_{12d} = \dot{y}_d + k_{y1} e_{y1}$$
 avec : $k_{y1} > 0$ (III.33)

$$\dot{x}_{12d} = \ddot{y}_d + k_{y1} \dot{e}_{y1}$$
 (III.34)

À partir de l'équation (III.29) et (III.33) on obtient:

$$\dot{V}(e_{y1}) = -k_{y1}e_{y1}^2 \le 0 \tag{III.35}$$

Deuxième itération

À cette étape une nouvelle erreur engendrée :

 $e_{y2} = \dot{y} - \dot{y}_d - k_{y1} e_{y1} \tag{III.36}$

Sa dérivée s'écrit comme suit :

$$\dot{\mathbf{e}}_{y2} = \ddot{y} - \ddot{y}_{d} - \mathbf{k}_{y1} \dot{\mathbf{e}}_{y1} \tag{III.37}$$

Afin d'éliminer cette erreur, la fonction candidate de Lyapunov V (e_{y1}, e_{y2}) (équation III.28) est augmentée d'un autre terme, qui va prendre en charge la nouvelle erreur qui a été introduite précédemment :

$$V(\mathbf{e}_{y1}, \mathbf{e}_{y2}) = \frac{1}{2}(\mathbf{e}_{y1}^2 + \mathbf{e}_{y2}^2)$$
(III.38)

Ainsi que sa dérivée :

$$\dot{V}(e_{y1},e_{y2}) = e_{y1}\dot{e}_{y1} + e_{y2}\dot{e}_{y2}$$
(III.39)

À partir de l'équation (III.27), l'équation (III.36) et (III.37) on obtient :

$$\dot{V}(e_{y1}, e_{y2}) = e_{y1} \left(-k_{y1} e_{y1} - e_{y2} \right) + e_{y2} \left(\ddot{y} - \ddot{y}_d - k_{y1} \dot{e}_{y1} \right)$$
(III.40)

$$\dot{V}(e_{y1},e_{y2}) = -e_{y1} e_{y2} - k_{y1} e_{y1}^2 + e_{y2} (\ddot{y} - \ddot{y}_d - k_{y1}(-k_{y1}e_{y1} - e_{y2}))$$
(III.41)

La procédure de la méthode du backstepping s'arrête jusqu'à l'apparition de la commande Ψ . Afin de satisfaire la condition de Lyapunov ($\dot{V}(e_{y1},e_{y2}) \leq 0$), la commande $\dot{\Psi}$ est donnée par l'expression suivante :

$$\dot{\Psi} = \frac{1}{V\cos\Psi\cos\gamma} \left[\ddot{y}_{r} - (k_{y1} + k_{y2})e_{y2} - (1 - k_{y1}^{2})e_{y1} - (\dot{V}\cos\gamma - V\dot{\gamma}\sin\gamma)\sin\Psi - \dot{w}_{y} \right]$$
(III.42)

De telle sorte que :

$$\dot{V}(e_{y1},e_{y2}) = -k_{y1}e_{y1}^2 - k_{y2}e_{y2}^2 \le 0$$
(III.43)

Ce qui assure la stabilité suivant l'axe y

***** Commande pour le mouvement suivant les axes x et z

Nous suivant les mêmes étapes décrites précédemment pour déterminer les commandes \dot{V} et $\dot{\gamma}$ ce qui donne :

$$\begin{cases} \dot{V} = \frac{1}{\cos \Psi \cos \gamma} \begin{bmatrix} \ddot{x}_{r} - (k_{x1} + k_{x2})e_{x2} - (1 - k_{x1}^{2})e_{x1} \\ + V(\dot{\Psi} \sin \Psi \cos \gamma + \dot{\gamma} \sin \gamma \cos \Psi) - \dot{w}_{x} \end{bmatrix} \\ \dot{\gamma} = \frac{1}{V \cos \gamma} \begin{bmatrix} \ddot{z}_{r} - (k_{z1} + k_{z2})e_{z2} - (1 - k_{z1}^{2})e_{z1} - \dot{V}\sin \gamma - \dot{w}_{z} \end{bmatrix} \end{cases}$$
(III.44)

Commande de la vitesse

Dans cette section, on veut établir une commande T qui assure la vitesse V du dirigeable

$$\dot{V} = \frac{1}{m + m_{11}} [T\cos(\alpha) - D + (b - mg)\sin\gamma] - \dot{V}_w$$
 (III.45)

Première itération

Premièrement, on doit avoir une sortie qui suit une trajectoire désirée V_d , en introduisant l'erreur de trajectoire :

$$e_{v1} = V_d - V \tag{III.46}$$

Sa dérivée s'écrit :

$$\dot{\mathbf{e}}_{v1} = \dot{\mathbf{V}}_{d} - \dot{\mathbf{V}} \tag{III.47}$$

Où les deux équations (III.46), (III.47) sont associées à la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(e_{v1}) = \frac{1}{2} e_{v1}^2$$
(III.48)

La dérivée de la fonction de Lyapunov s'écrit :

$$\dot{V}(e_{v1}) = e_{v1} \dot{e}_{v1} = e_{v1} (\dot{V}_d - x_2)$$
 (IV.49)

L'état V est ensuite utilisé comme commande intermédiaire afin de garantir la stabilité de l'équation (III.45).

On définit pour cela une commande virtuelle :

 $x_{2d} = \dot{V}_d + k_{v1} e_{v1}$ avec : $k_{x1} \ge 0$ (III.50)

Sa dérivée s'écrit :

$$\dot{x}_{2d} = \ddot{V}_d + k_{v1} \dot{e}_{v1}$$
 (III.51)

À partir de l'équation (III.49) et (III.50) on obtient:

 $\dot{V}(e_{v1}) = -k_{v1} e_{v1}^2$ (III.52)

Deuxième itération

À cette étape une nouvelle erreur engendrée :

$$e_{v2} = \dot{V} - \dot{V}_{d} - k_{v1}e_{v1}$$
(III.53)

Sa dérivée s'écrit comme suit :

$$\dot{\mathbf{e}}_{v2} = \ddot{\mathbf{V}} - \ddot{\mathbf{V}}_{d} - \mathbf{k}_{v1} \dot{\mathbf{e}}_{v1}$$
 (III.54)

Afin d'éliminer cette erreur, la fonction candidate de Lyapunov $V(e_{v1})$ est augmentée d'un autre terme, qui va prendre en charge la nouvelle erreur qui a été introduite précédemment :

$$V(e_{v1}, e_{v2}) = \frac{1}{2}(e_{v1}^2 + e_{v2}^2)$$
(III.55)

Ainsi que sa dérivée :

$$\dot{V}(e_{v1}, e_{v2}) = e_{v1}\dot{e}_{v1} + e_{v2}\dot{e}_{v2}$$
(III.56)

À partir de l'équation (III.47), l'équation (III.53) et (III.54) on obtient :

$$\dot{V}(e_{v1}, e_{v2}) = e_{v1} \left(-k_{v1} e_{v1} - e_{v2} \right) + e_{v2} \left(\ddot{V} - \ddot{V}_{d} - k_{v1} \dot{e}_{v1} \right)$$
(III.57)

$$\dot{V}(e_{v1}, e_{v2}) = -e_{v1} e_{v2} - k_{v1} e_{v1}^2 + e_{v2} (\ddot{V} - \ddot{V}_d - k_{v1} (-k_{v1} e_{v1} - e_{v2}))$$
(III.58)

La procédure de la méthode du backstepping s'arrête jusqu'a l'apparition de la commande T. Afin de satisfaire la condition de Lyapunov ($\dot{V}(e_{v1},e_{v2}) \leq 0$), la commande \dot{T} est donnée par l'expression suivante :

$$\dot{T} = \frac{\left[T\dot{\alpha}\sin(\alpha) + \dot{D} - \dot{\gamma}(b - mg)\cos(\gamma) + (\ddot{V}_r - (K_{v1} + K_{v2})e_{v2} - (1 - K_{v1}^2)e_{v1} - \ddot{V}_w)(m + m_{11})\right]}{\cos\alpha}$$
(III.59)

De telle sorte que :

$$\dot{V}(e_{v1},e_{v2}) = -k_{v1}e_{v1}^2 - k_{v2}e_{v2}^2 \le 0$$
 (III.60)

Ce qui assure la stabilité de la vitesse du dirigeable.

Commande des rotations (tangage et lacet)

Nous suivant les mêmes étapes décrites précédemment pour déterminer les commandes $\dot{\alpha}$ et $\dot{\sigma}$ ce qui donne :

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \frac{\begin{bmatrix} \left((L+T \sin \alpha) \cos \sigma + (B-mg) \cos \gamma \right) \dot{V} + V \dot{\sigma} (L+T \sin \alpha) \sin \sigma \\ - (\dot{L}+\dot{T} \sin \alpha) V \cos \sigma - V \dot{\gamma} (B-mg) \sin \gamma \\ + \left(\ddot{\gamma}_{r} - (K_{\gamma 1} + K_{\gamma 2}) e_{\gamma 2} - (1 - K_{\gamma 1}^{2}) e_{\gamma 1} + \ddot{\gamma}_{w} \right) (m + m_{33}) V^{2} \end{bmatrix}}{T V \cos \alpha \cos \sigma}$$
(III.61)
$$\dot{\sigma} = \frac{\begin{bmatrix} (\dot{V} \cos \sigma - V \dot{\gamma} \sin \gamma) (L+T \sin \alpha) \sin \sigma \\ - (\dot{L}+\dot{T} \sin \alpha + T \dot{\alpha} \cos \alpha) V \sin \sigma \cos \gamma \\ + \left((m + m_{22}) V^{2} \cos^{2} \Psi \right) (\Psi_{r} - (k_{\Psi 1} + k_{\Psi 2}) e_{\Psi 2} - (1 - k_{\Psi 1}^{2}) e_{\Psi 1}) \end{bmatrix}}{(L+T \sin \alpha) V \cos \sigma \cos \gamma}$$

III.5. Résultats de Simulation

Pour évaluer le système de commande conçu, des essais réitérés de simulation ont été réalisés par l'intermédiaire de la simulation numérique. Le système de commande a été simulé à l'aide de MATLAB. Le dirigeable est examiné dans la simulation afin de valider un certain algorithme de planification de mouvement considérant les contrôleurs proposés de Backstepping. Les caractéristiques générales de l'engin sont comme suivent :

m = 18.375 (Kg); Vol = 15 (m³);
$$\rho$$
 = 1.225;
m₁₁ = 1.247 * ρ (Kg); m₃₃ = 16.671 * ρ (Kg);
m₂₂ = 17.219 * ρ (Kg); g = 9.8 (^m/_{S²});
CD₀ = 0.5; CL₀ = 0.024; CL₁ = 0.937; K = 1.4; A_r = 2.84

Les paramètres de contrôleur

Pour le modèle dynamique:

$$K_{V1} = 250, K_{V2} = 130, K_{\Psi 1} = 25, K_{\Psi 2} = 2, K_{\gamma 1} = 16, K_{\gamma 2} = 1.5$$

Pour le modèle cinématique:

$$K_{X1} = 16, K_{X2} = 2.3, K_{Y1} = 10.5, K_{Y2} = 5.6, K_{Z1} = 15, K_{Z2} = 6.9$$

Les figures (III.2, III.9, III.12) représentent les résultats de la simulation du mouvement de dirigeable en 3D. Nous constatons que la trajectoire parcourue par le dirigeable suit la trajectoire désirée avec une erreur presque nulle. D'après ces figures on voit clairement les bonnes performances de la commande par backstepping.

Les figures (III.7, III.10, III.15) présentent l'évolution de la vitesse et des angles de tangage et de lacet, nous avons constaté que ces angles et la vitesse se manifestent que lors d'un mouvement effectué respectivement suivant les axes x, y et z avec des erreurs tendent vers zéros.

Les figure (III.6, III.8, III.13), montre que les erreurs suivant les deux translations dynamique et cinématique convergent vers zéro. Cela prouve que la trajectoire parcourue par le dirigeable suit la trajectoire souhaitée.



















Après avoir vu ces résultats, nous pouvons conclure ce qui suit :

- Le Backstepping est une technique de commande qui assure la stabilité au sens de Lyapunov.
- ▶ La technique présente une souplesse de manipulation.
- Le choix des coefficients peut être très délicat et difficile bien que ces derniers soient choisis positifs mais cela peut induire une instabilité, et même dans les choisis qui assurent la stabilité du système, ils peuvent rendre les signaux de commande très énergétiques. Utilisation de la technique de l'algorithme génétique peut résoudre ce problème.

III.6. Conclusion

Dans ce chapitre, on s'est intéressé à l'étude de la stabilisation du dirigeable. On a proposé un algorithme de commande qui stabilise ce ballon, en utilisant la technique du backstepping et en se basant sur la méthode directe de Lyapunov. Cette technique a été appliquée avec succès pour concevoir des algorithmes de commandes qui assurent la poursuite des trajectoires. On a effectué la simulation sous Matlab afin de tester les performances des contrôleurs développés.

Dans le chapitre suivant, on va étudier la robustesse des contrôleurs en présence d'une perturbation et élaborer deux différentes commandes basées principalement sur la technique du backstepping.

Chapitre IV :

PI-Backstepping et Estimation des force pour le Dirigeable

IV.1. Introduction

Afin de rendre la commande du backstepping utilisable pour des procédés réels, en introduit des perturbations externes. Le contrôleur basé sur la technique de backstepping provoque un comportement peu désirable (des erreurs statiques non nulles persistent), cela revient que ce contrôleur n'a pas pu rejeter les perturbations extérieur. Pour remédier à ce problème, deux méthodes sont proposées, la première consiste à doter les régulateurs obtenus d'une action intégrale et la deuxième méthode, consiste à estimer la perturbation à l'aide d'un contrôleur adaptatif.

IV.2. Backstepping avec action intégrale

Dans cette partie on va combiner le backstepping avec l'action intégrale (figure IV.01) [23] [50] [52]:



Commande de l'altitude

On commande le mouvement selon z en utilisant la technique du backstepping, le modèle en z est donné par :

$$\dot{z} = V\sin(\gamma) + w_z \tag{IV.01}$$

Première itération

La première variable d'erreur se définit par :

$$e_{z1} = z_d - z$$
 (IV.02)

Sa dérivée s'écrit :

$$\dot{\mathbf{e}}_{z1} = \dot{z}_{\rm d} - \dot{z} \tag{IV.03}$$

Pour s'occuper mieux d'incertitudes et de perturbation, nous allons ajouter une action intégrale sur l'erreur de poursuite d'altitude à la fonction stabilisante.

Si on considère que notre commande virtuelle, nous procédons à établir une fonction stabilisante comme suit :

$$x_{2d} = \dot{z} = \dot{z}_d + k_{z1} e_{z1} + \lambda_z s_z$$
 (IV.04)

Avec k_{z1} et λ_z sont des constants positifs et $s_z = \int_0^t e_{z1}(\tau) d\tau$ est l'intégrale de l'erreur de poursuite d'altitude.

Deuxième itération

À cette étape une nouvelle erreur engendrée :

$$e_{z2} = \dot{z} - \dot{z}_{d} - k_{z1}e_{z1} - \lambda_{z}s_{z}$$
(IV.05)

La dérivée de l'équation (IV.05) est:

$$\dot{\mathbf{e}}_{z2} = \ddot{z} - \ddot{z}_{d} - \mathbf{k}_{z1}\dot{\mathbf{e}}_{z1} - \lambda_{z}\dot{s}_{z}$$
 (IV.06)

$$\dot{\mathbf{e}}_{z2} = -\mathbf{k}_{z1} (\dot{z}_d - \dot{z}) - \lambda_z \mathbf{e}_{z1} + \ddot{z} - \ddot{z}_d$$
 (IV.07)

La commande finale $\dot{\gamma}$ est la suivante :

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{V \cos \gamma} \begin{bmatrix} \ddot{z}_{r} - (k_{z1} + k_{z2})e_{z2} - (1 - k_{z1}^{2} + \lambda_{z})e_{z1} \\ - k_{z1}\lambda_{z}s_{z} - \dot{V}\sin\gamma - \dot{w}_{z} \end{bmatrix}$$
(IV.08)

Analyse de la stabilité

Afin de prouver la stabilité, la fonction de Lyapunov $V(e_{z1}, e_{z2})$ est choisie comme suite :

$$V(e_{z1}, e_{z2}) = \frac{1}{2}e_{z1}^2 + \frac{1}{2}e_{z2}^2 + \frac{\lambda_z}{2}s_z^2$$
(IV.09)

En effectuant la dérivée de cette fonction et en substituant l'équation (IV.03) et (IV.07) la relation suivante est trouvée :

$$\dot{V}(e_{z1},e_{z2}) = -k_{z1}e_{z1}^2 - k_{z2}e_{z2}^2 \le 0$$
 (IV.10)

De cette façon la fonction $V(e_{z1}, e_{z2})$ respecterait en tous points les critères de Lyapunov. La loi de commande déduite fait en sorte que $V(e_{z1}, e_{z2})$ est toujours positif et $\dot{V}(e_{z1}, e_{z2})$ que soit toujours négatif, peu importe les valeurs que peuvent prendre les états.

* Commande pour le mouvement suivant les axes x et y

Nous suivant les mêmes étapes décrites précédemment pour déterminer les commandes \dot{V} et $\dot{\Psi}$ ce qui donnent :

$$\begin{cases} \dot{\Psi} = \frac{\begin{bmatrix} \ddot{x}_{r} - (k_{x1} + k_{x2})e_{x2} - (1 - k_{x1}^{2} + \lambda_{x})e_{x1} - k_{x1}\lambda_{x}\int_{0}^{t}e_{x1}(\tau) d\tau \\ + V(\dot{\Psi}\sin\Psi\cos\gamma + \dot{\gamma}\sin\gamma\cos\Psi) - \dot{w}_{x} \\ \cos\Psi\cos\gamma \\ \hline \\ \dot{\Psi} = \frac{\begin{bmatrix} \ddot{y}_{r} - (k_{y1} + k_{y2})e_{y2} - (1 - k_{y1}^{2} + \lambda_{y})e_{y1} - k_{y1}\lambda_{y}\int_{0}^{t}e_{y1}(\tau) d\tau \\ - (\dot{V}\cos\gamma - V\dot{\gamma}\sin\gamma)\sin\Psi - \dot{w}_{y} \\ V\cos\Psi\cos\gamma \end{bmatrix}}$$
(IV.11)

Avec λ_x , λ_y , k_{x1} , k_{x2} , k_{y1} , k_{y2} sont des constants positifs

* Résultats de simulation

Dans cette partie, notre objectif est de valider l'efficacité de la commande trouvée pour atteindre un déplacement en suivant une trajectoire désirée avec et sans perturbation externe (vitesse du vent) et comparer les deux contrôleurs (backstepping et PI-backstepping). Pour cela en gardant les mêmes caractéristiques du dirigeable que précédemment, on a fait deux teste des perturbations sur les trois axes, la première teste en prend la vitesse du vent est constante $w = [20\ 20\ 20](km/h)$ et la deuxième teste avec une rafale du vent ($w = [20\ 40\ 20](km/h)$). Les résultats de simulation sont présentés par les figures (IV.02-12) avec les paramètres de contrôleur sont : $\lambda_Z = 0.0025$, $\lambda_V = 0.003$, $\lambda_X = 0.056$

Les figures IV.02, IV.03, IV.04, IV.05, représentent respectivement la réalisation en 3D, les erreurs, les angles et la vitesse du dirigeable pour la trajectoire de connexions. Nous remarquons que la trajectoire parcourue par le dirigeable suit la trajectoire souhaitée (figure IV.02), avec des erreurs de très faibles valeurs. Ces figures montrent que la tâche est réalisée d'une manière très satisfaisante en respectant les contraintes imposée.









Dans les figures (IV.06- IV.12), nous remarquons que la robustesse de la commande est vérifiée. En effet, avec telles forces de résistance, la commande produit des valeurs assez raisonnables assurant le suivi du dirigeable à sa trajectoire de référence avec des erreurs très faible pour les variables x, z et y.






Figure IV.08 Zoom des résultats de simulation backstepping avec action intégrale pour le vol avec perturbation (vitesse du vent constante).









En présence d'une perturbation externe (vitesse du vent), Le contrôleur arrive à faire converger le dirigeable vers sa position désirée, et la commande se stabilise vers l'équilibre.

Dans les figures (IV.02-12) on remarque que le contrôleur PI-Backstepping donne des meilleures performances pour le système par rapport au contrôleur Backstepping.

IV.3. Backstepping avec estimateur

Dans cette partie, on présente la deuxième proposition pour éliminer l'erreur statique due à la présence d'une perturbation. Le schéma bloc simplifié de la commande du backstepping avec estimateur appliqué au vol vertical est représenté par la figure (IV.13) [23] [50] [52].



***** Commande de l'altitude

La loi de commande générée en utilisant la technique du backstepping avec estimateur, débutera par la définition de la première valeur d'erreur de position [23].

Première itération

$$\mathbf{e}_{z1} = \mathbf{z}_{\mathrm{d}} - \mathbf{z} \tag{IV.12}$$

Ainsi que sa vitesse linéaire est donnée par :

$$\dot{\mathbf{e}}_{z1} = \dot{z}_{d} - \dot{z} \tag{IV.13}$$

Soit V (e_{z1}), la première fonction de Lyapunov associée à la procédure du backstepping

$$V(e_{z1}) = \frac{1}{2} e_{z1}^2$$
(IV.14)

Sa dérivée :

$$\dot{V}(e_{z1}) = e_{z1}\dot{e}_{z1} = e_{z1}(\dot{z}_d - \dot{z})$$
 (IV.15)

Soit \dot{z}_v le contrôleur virtuel, sa loi de commande est définie par :

$$\dot{z} = \dot{z}_{d} + k_{z1}e_{z1}$$
 (IV.16)

Deuxième itération

En introduisant la nouvelle valeur d'erreur notée e_{z2} , qui est égale à la différence entre la vraie valeur de la vitesse \dot{z} et la commande virtuelle \dot{z}_v alors :

$$\mathbf{e}_{z2} = \dot{z} - \mathbf{k}_{z1} \mathbf{e}_{z1} - \dot{z}_{d} \tag{IV.17}$$

$$\dot{\mathbf{e}}_{z1} = -\mathbf{k}_{z1}\mathbf{e}_{z1} - \mathbf{e}_{z2} \tag{IV.18}$$

A cette étape, la fonction de Lyapunov va être différente de la précédente et ça due à l'introduction d'une force inconnue. L'ajout d'un estimateur est nécessaire pour estimer f, la fonction de Lyapunov est augmentée :

V
$$(\mathbf{e}_{z1}, \mathbf{e}_{z2}, \beta_z) = \frac{1}{2} \mathbf{e}_{z1}^2 + \frac{1}{2} \mathbf{e}_{z2}^2 + \frac{1}{2\beta_z} \hat{f}^2$$
 (IV.19)

L'ajout de ce nouveau terme permet d'annuler l'erreur due à l'estimation de la force f.

 β_z : Est un paramètre de design qui doit être toujours positif.

Où \tilde{f} représente l'erreur entre f et \hat{f} :

$$\tilde{f} = f - \hat{f} \tag{IV.20}$$

A l'aide de ce choix on obtient :

$$\dot{V}(e_{z1}, e_{z2}, \beta_z) = e_{z1}\dot{e}_{z1} + e_{z2}\dot{e}_{z2} + \frac{1}{\beta_z}\hat{f}\hat{f}$$
 (IV.21)

Pour que le système soit stable, il faut que sa dérivée soit toujours négative

$$\dot{V}(e_{z1}, e_{z2}, \beta_z) = \begin{bmatrix} e_{z1}(-k_{z1}e_{z1} - e_{z2}) + e_{z2} - k_{z1}(-k_{z1}e_{z1} - e_{z2}) \\ + (\ddot{z} - \ddot{z}_d) + \frac{1}{\beta_z}\hat{f}\hat{f} \end{bmatrix}$$
(IV.22)

La dynamique qui va être attribuée à $\hat{f},$ est basée sur le fait qu'elle doit annuler le terme inconnu \tilde{f} .

$$\dot{f} = \frac{\beta_z}{m} e_{z2}$$
(IV.23)

La loi de commande qui stabilise le vol vertical est :

$$\dot{\gamma} = \frac{\left[\ddot{z}_{r} - (k_{z1} + k_{z2})e_{z2} - (1 - k_{z1}^{2})e_{z1} - \frac{\hat{f}}{m + m_{33}} - \dot{V}\sin\gamma - \dot{w}_{z}\right]}{V\cos\gamma}$$
(IV.24)

La force d'estimation \hat{f} apparait dans la commande V et l'effet de celle-ci va se montrer dans les résultats de simulation.

Commande pour le mouvement suivant les axes x et y

Nous suivant les mêmes étapes décrites précédemment pour déterminer les commandes \dot{V} et $\dot{\Psi}$ ce qui donnent :

$$\begin{cases} \dot{V} = \frac{\begin{bmatrix} \ddot{x}_{r} - (k_{x1} + k_{x2})e_{x2} - (1 - k_{x1}^{2})e_{x1} - \frac{\hat{f}}{m + m_{11}} \\ + V(\dot{\Psi}\sin\Psi\cos\gamma + \dot{\gamma}\sin\gamma\cos\Psi) - \dot{w}_{x} \end{bmatrix}}{\cos\Psi\cos\gamma} \\ \dot{\Psi} = \frac{\begin{bmatrix} \ddot{y}_{r} - (k_{y1} + k_{y2})e_{y2} - (1 - k_{y1}^{2})e_{y1} - \frac{\hat{f}}{m + m_{22}} \\ -(\dot{V}\cos\gamma - V\dot{\gamma}\sin\gamma)\sin\Psi \end{bmatrix}}{V\cos\Psi\cos\gamma} \end{cases}$$
(IV.25)

Résultats de simulation

Dans cette partie, nous testons numériquement la performance du vecteur de commande développé précédemment en utilisant logiciel Matlab Simulink. Pour cela en gardant les mêmes caractéristiques du dirigeable que précédemment, les résultats de simulation sont présentés par les figures (IV.14-IV.20). Par la suite, nous affichons les résultats numériques du suivi de trajectoire de référence en absence et en présence des perturbations. Avec les paramètres de contrôleur sont :

$$\beta_z = 10, \beta_v = 5.6, \beta_x = 16$$

L'étude de robustesse a été réalisée dans les simulations en tenant en compte des perturbations considérées comme influence de vent et la variation des masses ajoutées. Nous avons considéré deux tests, la première est la vitesse d'un vent $w = [20 \ 40 \ 20](km/h)$ et la deuxième est la variation de la masse de 30% selon le déplacement. Afin de valider la loi de commande que nous avons développés, les perturbations sont appliquant à t = 0 (s) et on examine la robustesse des contrôleurs.

Sur les figures (IV.14- IV.20) on peut observer que la stratégie proposée de commande à une bonne exécution et le dirigeable reste écurie même en présence des rafales inconnues de vent. On a basées dans les tests de la robustesse du contrôleur suivant l'axe Y parce que l'effet de la perturbation sur cet axe est plus dangereuse par rapport au autres axes (X et Z) à cause de la sensibilité et la surface des dirigeables.







Les figures (IV.14) et (IV.20), montrent clairement que la loi de commande proposée est robuste malgré la présence de terme de perturbation où l'erreur est annulée et le suivi de la trajectoire est assuré. Nous pouvons voir aussi que la perturbation additionnée ne cause pas de problème vis-à-vis de la performance de la loi de commande. Cette dernière, stabilise asymptotiquement les principales erreurs du système.





Nous nous intéressons dans cette partie aux tests de la robustesse des contrôleurs développés. Nous nous plaçons toujours dans le cadre de la commande du dirigeable dans le cas de l'influence du vent et la variation de la masse suivant les différents axes du mouvement. Le contrôleur backstepping avec l'estimateur des forces est plus robuste par rapport au backstepping avec action intégral.

IV.4. Conclusion

Dans ce chapitre, on a étudié la robustesse des contrôleurs en présence des perturbations. Pour cela on a élaboré deux différentes commandes basées principalement sur la technique du backstepping. En effet, en présence d'une perturbation, un comportement peu désirable et observé ; des erreurs statiques persistent. Afin d'éliminer cet inconvénient, on a proposé deux approches, dont la première consiste à introduire d'une manière virtuelle une action intégrale permettant une amélioration des performances. La deuxième approche qui est le backstepping avec estimateur ; consiste à estimer la force de trainée comme perturbation, et suivant la procédure du backstepping, le contrôleur prend en compte la perturbation alors l'effet de cette dernière est éliminé. Les résultats de simulation ont confirmé les performances du contrôleur utilisé, en assurant sous certaines conditions la poursuite des trajectoires. Ces performances rendent le backstepping beaucoup plus flexible et robuste.

Conclusion Générale

Conclusion Générale et Perspectives

La robotique aérienne a fait de grand progrès dans les dernières années. Cet intérêt est justifié par les avancées technologiques récentes qui rendent possibles la conception et la construction des mini-drones et par le domaine d'application civile et militaire très vaste de ces aéronefs. Les drones sont classifiés en trois catégories principales: les avions, les dirigeables et les hélicoptères. Le travail réalisé dans cette thèse rentre dans ce cadre de recherche sur la commande de véhicule aérien capable de réaliser du vol et en particulier du ballon dirigeable.

Le ballon dirigeable est un système complexe non linéaire à plusieurs variables, instable notamment en mode de vol, et représente une dynamique fortement couplée. Notre objectif est le développement d'un modèle complet permettant de représenter la dynamique de translation et de rotation d'un ballon dirigeable, en négligeant les forces aérodynamiques et les effets gyroscopiques. Ce modèle a été élaboré en utilisant la méthode Newtonienne.

Nous avons ensuite appliqué des lois de commande robustes afin d'assurer le suivi des trajectoires de référence désirées. Pour cela nous avons développé une commande robuste à la technique de backstepping. Cette approche basée sur le théorème de Lyapunov a été appliquée avec succès pour concevoir des algorithmes de commande, qui assurent le déplacement du dirigeable d'une position initiale vers une position d'équilibre désirée. Cette commande prend en compte les effets du couplage des deux modes longitudinal et latéral en garantissant une convergence asymptotique vers les sorties désirées. Les résultats de simulation issus de cette commande ont montré son intérêt pour stabiliser le dirigeable.

Nous nous somme ensuite intéressé au test de robustesse de cette commande en introduisant des perturbations externes (le vent). Les résultats acquis ont montré que cette commande n'a pas satisfait notre objectif qui est l'annulation de l'erreur de suivi. Pour soulever ce problème, nous avons proposé deux solutions à savoir : l'ajout d'une action intégrale au contrôleur virtuel et la deuxième revient à estimer la perturbation. Les deux approches réduisent éventuellement l'écart de suivi et négligent la dynamique perturbatrice.

Les résultats obtenus à ce propos sont assez motivant pour lancer une concrétisation pratique de ces commandes.

Outre les perspectives de travail mentionnées dans les conclusions des différentes parties de ce document, une extension des travaux effectués dans le cadre de cette thèse peut être réalisée en considérant les points suivants.

Les approches proposées ont été adaptées pour l'élaboration de lois de guidagepilotage en utilisant un niveau de modélisation de la dynamique d'un dirigeable basé sur une représentation de type mécanique du solide. Une extension de ces travaux peut consister en l'application des méthodes proposées à des modèles plus détaillés, représentatifs d'une configuration de véhicule donnée et prenant en compte une représentation de son aérodynamique.

Enfin, une analyse de la robustesse des approches proposées peut être étudiée en poursuite à cette thèse, afin de garantir dans quelle mesure les propriétés de stabilité établies sont conservées en présence d'erreurs de modèles, en présence de perturbations imprévisibles telles que les rafales de vent. En effet, comme perspective, ces conditions réelles peuvent être considérées dans l'élaboration de la commande dans le but d'augmenter le domaine de fonctionnement du dirigeable (à l'intérieur ou bien à l'extérieur). Dans le même esprit, nous n'avons pas considéré le problème des retards de mesure ou de communication entre le ballon et la base de contrôle. Il nous semble envisageable de considérer ce problème en se basant sur les résultats obtenus pour la stabilisation par backstepping.

Le choix des paramètres de réglage de la commande non-linéaire proposée pour la stabilisation du dirigeable n'est pas optimisé en l'état actuel. Il est par conséquent tout à fait envisageable d'optimiser ces choix dans le but d'améliorer le comportement global du système, de renforcer la stabilité ou encore d'améliorer la robustesse de la commande.



ANNEXE A :

| L | 7.8m |
|------------------|------------------------------------|
| D | 1.9m |
| $S = S_{ref}$ | $2.84m^2$ |
| Vol | 15m ³ |
| Sw | 38.56m ² |
| S _{lat} | $11.96m^2$ |
| V _{lat} | 45.75m ³ |
| $Vol - LS_q$ | 0.497 |
| $L_{ref}S_{ref}$ | |
| C _x | 0.5359 |
| m | 18.375KG |
| m_{11} | 1.247 <i>p</i> |
| m_{22} | 17.219 ρ |
| m_{33} | 16.67 ρ |
| ρ | 1.225 |
| В | $\mathrm{vol}^* \rho^* \mathrm{g}$ |

ANNEXE B :

A.1 Théorie de Lyapunov

Le concept du contrôle par Backstepping est basé sur la théorie de Lyapunov. Le but est de construire de proche en proche une loi de commande ramenant le système vers des états désirés. En d'autres termes, on souhaite faire de l'état désiré un état d'équilibre stable en boucle fermée.

Dans cette section nous définissons la notion de la stabilité au sens de Lyapunov, et nous passons en revue les principaux outils utilisables pour prouver la stabilité d'un système non linéaire. Cette section est inspirée essentiellement des travaux de Khalil auquel nous nous referons pour les preuves des théorèmes de stabilité [89].

On considère le système non linéaire d'écrit par l'équation différentielle suivante :

$$\dot{x} = f(x, t) \tag{A.1}$$

Où f est une fonction définie de $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^n$, $x \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état du système. Un état x_e du système est un point d'équilibre stable s'il satisfait :

Les propriétés de stabilité de ce point d'équilibre sont caractérisées par la définition cidessous.

Définition A.1 (Stablité au sens de Lyapunov)

Un point d'équilibre $x = x_e$ du système (A.1) est :

– un état d'équilibre stable si et seulement si pour tout $\epsilon > 0$ il existe $\delta(\epsilon) > 0$ tel que :

$$\|x(0) - x_e\| < \delta \implies \|x(t) - x_e\| < \varepsilon, \qquad \forall t \ge 0$$

- un état d'équilibre **asymptotiquement stable** s'il est stable et s'il existe r > 0 tel que :

$$||x(0) - x_e|| < \delta \Longrightarrow \lim_{t \to \infty} x(t) = x_e$$

- un état d'équilibre globalement asymptotiquement stable (GAS) si pour tout état initial x0 $x(0) \in \mathbb{R}^n$, il est stable et :

$$\lim_{t\to\infty} x(t) = x_e, \ \forall \ x(0)$$

On introduit maintenant quelques concepts usuels de fonctions de Lyapunov.

Définition A.2

- Une fonction scalaire V (x) est définie positive dans une boule de Rn de rayon K si :

1) $V(x) > 0 \quad \forall x \neq 0 \text{ et } x \in \mathbb{R}^n / ||x|| < K$

2) V (x) = 0 pour x = 0

– La fonction scalaire V (x) est définie négative dans une boule de \mathbb{R}^n , de rayon K, si :

1) $V(x) < 0 \forall x \neq 0$ et $x \in \mathbb{R}^n / ||x|| < K$

2) V(x) = 0 pour x = 0

- La fonction scalaire V (x) est semi-définie positive si V (x) ≥ 0

Théorème A.3 Considérons le système décrit par l'équation (A.1), avec f(0) = 0. Soit V(x) une fonction scalaire définie positive, non bornée, continue et différentiable. Si :

$$\dot{V}(x) = Vx f(x) < 0, \quad x \neq 0$$
 (A.3)

alors x = 0 est un point d'équilibre globalement asymptotiquement stable.

La fonction définie positive V(x) satisfaisant $\dot{V}(x) \le 0$ est appelée fonction de Lyapunov du système.

Théorème A.4 (La Salle-Yoshizawa)

Soit x = 0 un point d'équilibre de (A.1) et on suppose que f est localement Lipschitz en x. Soit

 $V : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^+$ une fonction continue et différentiable, définie positive radialement non bornée telle que :

$$\dot{V} = \frac{dV}{dx}(x)f(x,t) \le -W(x) \le 0, \ \forall \ t \ge 0, \ x \in \mathbb{R}^n$$
(A.4)

où W(x) est une fonction continue, alors, toutes les solutions de (A.1) sont globalement uniformément bornées et satisfont :

$$\lim_{t \to \infty} (W(x(t)) = 0 \tag{A.5})$$

de plus, si W(x) est définie positive, alors le point d'équilibre x = 0 est globalement uniformément asymptotiquement stable

A.2 Commande par la méthode de Lyapunov

Nous allons donner dans cette section une méthode de synthèse d'une loi de commande basée sur la theorie de Lyapunov. On considère le système non linéaire d'écrit par :

$$\dot{x} = f(x, u) \tag{A.6}$$

Où x est l'état du système et u est l'entrée de commande.

L'objectif du contrôle est de ramener le vecteur d'état à l'origine, et que l'origine devienne un point d'équilibre asymptotiquement stable. L'entrée de commande est choisie de la forme :

$$u = \alpha(x) \tag{A.7}$$

La dynamique du système en boucle fermée devient :

$$\dot{x} = f(x, \alpha(x)) \tag{A.8}$$

Pour montrer que le système est GAS, nous devons construire une fonction de Lyapnuov V(x) satisfaisant les conditions du théorème (A.3). L'approche la plus simple pour trouver $\alpha(x)$ est de sélectionner une fonction définie positive V(x), radialement non bornée et puis choisir $\alpha(x)$ tel que

$$\dot{V} = V_x(x)f(x,\alpha(x)) < 0, \quad x \neq 0$$
 (A.9)

On doit faire un choix adéquat de V pour vérifier (A.9). Ce qui nous amène à donner la définition suivante.

Définition A.5 (Fonction de Lyapunov candidate) Une fonction V(x) scalaire, lisse définie positive et radialement non bornée est appelée fonction de Lyapunov candidate pour le système (A.6) si :

$$\inf_{u} Vxf(x,u) < 0, x \neq 0$$
 (A.10)

Etant donnée une (fonction de Lyapunov candidate (CLF)) pour le système (A.8), on peut trouver une loi de contrôle stabilisant globalement le système. En effet, l'existence de cette loi est équivalente de (CLF). Cela veut dire, que pour toute loi de contrôle stabilisante, on peut trouver une (CLF) correspondante et vis-versa. Cela est vérifie dans le théorème [91]. Pour illustrer cette approche, on considère le système suivant :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \tag{A.11}$$

Ce système est affine en la commande. On suppose que la (CLF) du système est connue. Sontag a proposé dans [92] un choix particulier de loi de contrôle, donnée par :

$$u = \alpha(x) = -\frac{a + \sqrt{a^2 + b^2}}{b}$$
 (A.12)

Où

$$a = Vx (x)f(x)$$
$$b = Vx (x)g(x)$$

Cette loi de commande nous donne :

$$\dot{V} = Vx(x)(f(x) + g(x)u) = a + b\left(-\frac{a + \sqrt{a^2 + b^2}}{b}\right) = -\sqrt{a^2 + b^2}$$
(A.13)

Elle rend donc l'origine (GAS). L'équation (A.12) est connue sous le nom de la formule de Sontag. Freeman et Primbs [93] ont propose une approche ou la commande u est choisie pour minimiser L'effort du contrôle nécessaire pour satisfaire :

$$\dot{V} \le -W(x) \tag{A.14}$$

Bibliographie

Bibliographie

- [1] N. D. E. Rachedi,' Commande hybride avec observation d'un UAV de type Quadrotor', thèse de Magister, université d'Annaba 2010.
- [2] S. Bannaceur,' Modélisation et Commande d'Engins volants flexibles', thèse de doctorat, université d'Evry Val d'Essonne, France 2009.
- [3] E. Hygounec, Il-Kyun Jung, P. Soueres, S. Lacroix,' The Autonomous Blimp Achievements in Flight Control and Terrain Mapping', Project of LAAS-CNRS.
- [4] S. Lacroix,' Ballons dirigeables autonomes' Project of LAAS-CNRS.
- [5] S. Hima et Y. Bestaoui,' Planification de Trajectoires pour la Navigation des dirigeables Autonomes', Université d'Evry Val d'Essonne, France, 2004.
- [6] S. Gomes, B. Ramos, 'Airship Dynamic Modeling For Autonomous Operations', Proceeding of the IEEE, International Conference on Robotics & Automation, Leuven, Belgium, May, 1998.
- [7] P. Kungl, M. Schlenker, and B. Kröplin,' Research and testing activities with the solar powered airship lotte within the scope of the airship', In 14th AIAA Lighter-Than-Air Conference and Exhibition, Akron, Ohio (USA), July 2001.
- [8] S. Hima and Y. Bestaoui, 'Time-optimal path planning for lateral navigation of an autonomous airship', In AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Austin, USA, Aug,2003.
- [9] S. Doncieux and J. A. Meyer,' Evolving neural networks for the control of a lenticular blimp'. In G. R. Raidl and Cagnoni, editors, Applications of Evolutionary Computing, EvoWorkshops, pages 626–637, 2003.
- [10] P. Rives, J.R. Azinheira, J.R.H. Carvalho, G.F. Silveira, E.C. de Paiva, and S.S. Bueno,' Dirigeable d'observation : le projet AURORA', In Troisièmes Journées Nationales de la Recherche en Robotique, Giens (France), Oct. 2001.
- [11] Advanced Technologies Group. www.atgairships.com.
- [12] R. Kueke, P. Lindstrand, P. Groepper, and I. Schaefer,' High altitude long endurance aerostatic platforms: the European approach' In 3rd International Airship Convention and Exhibition, (Germany), July 2000.
- [13] A. Elfes, S.S. Bueno, M. Bergerman, E.C. De Paiva, Jr. J.G. Ramos, and J.R. Azinheira,' Robotic airships for exploration of planetary bodies with an atmosphere: Autonomy challenges', Autonomous Robots, 14(2-3):147–164, 2003.

- [14] A. Elfes, S. S. Bueno, M. Bergerman, J.G. Ramos, and S.B Varella Gomes,' Project AURORA: development of an autonomous unmanned remote monitoring robotic airship', Journal of the Brazilian Computer Society, 4(3):70–78, April 1998.
- [15] L. Solaque and S. Lacroix,' Airship Control', Unmanned Aerial Vehicle. Springer-Verlag Berlin Heidelberg pp. 147–188, 2007.
- [16] Alexandra Bento Moutinho,' Modeling and Nonlinear Control for Airship Autonomous Flight', university LISBOA December 2007.
- [17] H. Arabi, C. Brun, D. Cappelli, S. Chiazza,' Modélisation de l'aérodynamique d'un dirigeable', PIR, laboratoire d'aérodynamique de l'ISAE 2011.
- [18] S. Samaali,' Commande et Navigation d'un dirigeable autonome sous-actionné dans les trois plans: Longitudinal, Horizontal et Latéral', thèse de doctorat, l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis, 2007.
- [19] Y. Bestaoui Sebbane, 'lighter than air robots', intelligent systems control and automation: journal of Guidance, Control, and Dynamics, Springer 2012.
- [20] I. Kanellakopoulos, 'systematic design of adaptive controllers for feedback linearisable Systems', IEEE Transaction on automatic control vol 36(11), pp 1241-1253, July 2000.
- [21] A. Feurrel & A.S. Morse, 'Adaptive control of single-input, single-output linear systems', IEEE. Transaction on automatic control vol 23 (4), pp 557-569, July 2000.
- [22] P.V, Kokotovic and H.J, Sussman, 'A positive real condition for global stabilization of nonlinear systems', systems &control letters vol.13, pp 125-133, July 2000.
- [23] K. M. Zemalache, Tahar M, Benhadria M, et al,' Integral backstepping controller for an autonomous helicopter', Int Rev Aerospace Eng (IREASE) 3(5): 257-267, 2010.
- [24] L. Pecora and T. Carroll. 'Synchronization in chaotic systems', Phys. Rev. Lett, 64: 821–823, 1990.
- [25] M. Hassler. 'Current problems for the transmission of information using a chaotic signal', In 1st Int. Conf. on Control of Oscillations and Chaos, 1997.
- [26] M. Hassler. 'Synchronization of chaotic systems and transmission of information'. Int. J. of Bifurcation Chaos (IJBC), 8(4):647–659, 1998.
- [27] K. Cuomo, A. Oppenheim, and S. Strogratz, 'Synchronization of Lorenz based chaotic circuits with application to communication'. IEEE Trans. Circuits Syst. II, 40(10):626– 633, 1993.
- [28] Y. Meddahi, K. Zemalache Meguenni, M. Tahar, M. A. Larbi "A Backstepping Approach for Airship Autonomous Robust Control", *International Review of Automatic Control, (IREACO)*, Vol. 6, no. 6, November 2013.

- [29] Y. Meddahi, K. Zemalache Meguenni, M. Tahar, M. A. Larbi "The Force Estimator Designed and the PI-Backstepping Applied for the UAVS Type Airship", IJAC, 2015.
- [30] Y. Meddahi, K. Zemalache Meguenni, M. A. Larbi, M. Litim, "Integral Backstepping Controller for an Autonomous Airship", 6th Seminar On Detection Systems: Architectures and Technologies, Feb 17th-19th, 2014 in Algiers, DAT'2014.
- [31] Y. Meddahi, K. Zemalache Meguenni, M. A. Larbi, M. Litim, "UAV Controller Design and Analysis Using Backstepping Control",2^{ere} Conférence Internationale Sur l'Electronique, l'Electrotechnique et l'Automatique CIEEA'13, Oran le 26 & Novembre 2013
- [32] Yahia Moussa, Elaboration D'algorithmes Démasquages Pour Les Systèmes De Communication Chaotique, thèse de doctorat, Université Mentouri Constantine 2012.
- [33] L. Beji, A. Abichou, Y. Bestaoui, 'Stabilization of a Nonlinear Underactuated Autonomous Airship-A Combined Averaging and Backstepping Approach', third international Workshop on Robot Motion and Control, November 9-11, 2002.
- [34] Zhang Yan1 QU Wei-Dong1 XI Yu-Geng1 CAI Zi-Li2, 'Adaptive Stabilization and Trajectory Tracking of Airship with Neutral Buoyancy', Vol. 34, No. 11 November, 2008.
- [35] L. Beji& A. Abichou, 'Tracking control of trim trajectories of a blimp for ascent and descent flight maneuvers', International Journal of Control, International Journal of Control, vol. 78, no 10, p. 706-719, 2005.
- [36] Wu Yongmei, Zhu Ming, Zuo Zongyu, Zheng Zewei, 'Trajectory Tracking of a High Altitude Unmanned Airship Based on Adaptive Feedback Linearization', International Conference on Mechatronic Science, Electric Engineering and Computer, August 19-22, Jilin, China 2011.
- [37] YUENENG, Yang, WEI, Zheng, et JIE, Wu. 'Sliding mode control for a near space autonomous airship', In: Electric Information and Control Engineering (ICEICE), 2011 International Conference on, IEEE, p 3576-3579, 2011.
- [38] Xiaotao Wu, Claude H. Moog, Luis Alejandro Marquez-Martinez, Yueming Hu, Full model of a buoyancy-driven airship and its control in the vertical plane, Aerospace Science and Technology Elsevier, vol 26, p 138-152, 2013.
- [39] Yueneng Yang, Jie Wu, Wei Zheng, 'Station-keeping control for a stratospheric airship platform via fuzzy adaptive backstepping approach', Advances in Space Research, vol51, p1157–1167, 2013.
- [40] Y. Zhang, W. Qu. 'Stabilization and trajectory tracking of autonomous airship's planar motion' Journal of Systems Engineering and Electronics', vol 19, no 5, p 974-981, 2008.

- [41] K.S. Kim and Y. Kim, 'Robust backstepping control for slew maneuver using nonlinear tracking function', IEEE Trans. Control Syst. Techno, vol. 11, no. 6, pp. 822– 829, Nov. 2003.
- [42] Guoqiang Wu, BaoJun Lin, Shancong Zhang, 'Fault-Tolerant Backstepping Attitude Control for Autonomous Airship with Sensor Failure', Procedia Engineering, vol 29, p 2022 – 2027, 2012.
- [43] L. Beji, A. Abichou, and Y. Bestaoui, 'Position and attitude Control of an Underactuated autonomous airship', International journal of differential equations and applications, vol.8, N 3, 231-255, 2004.
- [44] Y. Bestaoui and T. Hamel. 'Dynamic modeling of small autonomous blimps' .Proof Conference on Methods and Models in Automation and Robotics, Poland, pp.579-584, 2000.
- [45] E. Hygounec, 'Modélisation et commande d'un dirigeable pour le vol autonome', Thèse l'Université Paul Sabatier de Toulouse, Octobre2003.
- [46] S. Hima and Y. Bestaoui, 'Time-optimal path planning for lateral navigation of an autonomous airship', In AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Austin(TX), USA, August 2003.
- [47] G. A Khoury and J. D Gillet, 'Airship technology', Cambridge Univ. Press, 1999.
- [48] J.R. Azinheira, E. DE Paiva, J. Ramos, S.S. Bueno, M. Bergerman, and S.B. V. Gomes, 'Extended dynamic model for aurora robotic airship'. In 14th AIAA Lighter-Than-Air Conference and Exhibition, Akron, Ohio (USA), July2001
- [49] K. Zemalache Meguenni, 'Commande d'un système sous- actionné: Application à un drone à Quatre Hélices', thèse de Doctorat de L'Université d'Evry Val d'Essonne, 20 Décembre 2006
- [50] M. Tahar, 'Modélisation et Commande d'un Drone à Quatre Hélices', thèse de Doctorat de L'USTO-MB, 2013.
- [51] A. Chriette, Contribution à la commande et à la modélisation des hélicoptères: Asservissement visuel et commande adaptative, Thèse de Doctorat de l'Université d'Evry Val d'Essonne, Décembre 2001.
- [52] K. Zemalache Meguenni, M Tahar, MR Benhadria and Y. Bestaoui, 'Fuzzy integral sliding mode based on backstepping control synthesis for an autonomous helicopter', Proc IMech E Part G: J Aerospace Engineering, 2012.
- [53] S. Bouabdallah, R. Siegwart,' Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quad rotor', Proceeding of the IEEE, International Conference on Robotics and Automation, Barcelona, Spain, 2259-2264, April 2005.
- [54] Elie Georges Kahale,' Planification et Commande d'une Plate-forme Aéroportée Stationnaire Autonome Dédiée à la Surveillance des Ouvrages d'Art', thèse de Doctorat de L'Université d'Evry Val d'Essonne, 04 mars 2014.

Résumé: Ce travail de thèse porte sur l'étude de stabilisation avec planification de trajectoire pour un ballon dirigeable. Après la modélisation du système, plusieurs commandes ont été réalisées. Pour ce ballon, nous avons proposé un modèle dynamique basé sur le formalisme de Newton.

Nous avons élaboré des lois de commande non-linéaires pour la commande des mouvements selon les différents axes. En se basant sur la théorie de Lyapunov, il est possible de concevoir systématiquement et de manière récursive une commande robuste avec les fonctions construites. Cette technique a été utilisée pour élaborer des algorithmes de commande assurant le déplacement du ballon dirigeable d'une position initiale vers une position d'équilibre désirée. Nous avons ainsi réalisé des commandes pour la poursuite de trajectoires simples et complexes en utilisant les techniques développées. Les résultats de simulation ont confirmé les performances des contrôleurs utilisés. La robustesse des contrôleurs utilisés était étudiée en présence des perturbations en utilisant deux types de commande, le PI-backstepping et le backstepping avec estimation des forces.

Mots clés : modèle dynamique, commande backstepping, système non linéaire, ballon dirigeable, fonction de Lyapunov.

الملخص : في عملنا هذا تطرقنا إلى دراسة النمذجة و التحكم في منطاد بدون طيار الذي يتم رفعه ودفعه بدوارات ،استعملنا قانون نيوتن لاستخراج النموذج ، و قد اعتمدنا على تقنية غير خطية للتحكم المتمثلة في باكيستيين، والهدف من هذا هو تحقيق الاستقرار والمتانة أثناء اشتغاله. وقد بيّنت نتائج المتمثلة في سرعة التقديم المتمثلة في سرعة المعتمدة في حالة رصد مسار معين تحت تأثير اضطرابات خارجية متمثلة في سرعة الرياح. الكلمات المفتاحية : منطاد ، تحكم لاخطى، النمذجة ، تقنية الباكستيين.