



People's Democratic Republic of Algeria
Ministry of Higher Education and Scientific Research
University of Science and Technology of Oran - Mohamed BOUDIAF
Faculty of Electrical Engineering
Vice-Dean, Postgraduate, Scientific Research and External Relations
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة وهران للعلوم والتكنولوجيا محمد بوضياف
كلية الهندسة الكهربائية
نيابة عمادة الكلية لما بعد التدرج والبحث العلمي والعلاقات الخارجية



Département d'électronique

Polycopié Pédagogique

Traitement des Signaux Physiologiques

Cours destiné aux étudiants de :

Licence : Génie Biomédical, 3^{ème} Année (2^{ème} Semestre)

Auteur : Mme Belmokhtar-née SOUSSI Imène

Experts :

- | | | |
|----------------------|------------|--------|
| 1. Mr Ouslim Mohamed | Professeur | USTOMB |
| 2. Mr Zouagui Tarik | Professeur | USTOMB |

Année Universitaire : 2025/2026

Avant-Propos

Présentation du cours

Matière : Traitement des signaux physiologiques.

Filière : Génie Biomédical.

Niveau : 3^{ème} année de la Licence Génie Biomédical.

Semestre : 6

Objectifs de l'enseignement :

Le but du cours de traitement des signaux physiologiques est de mettre l'étudiant en connaissance avec la nature des signaux physiologiques et leurs origines, dans un premier temps. Ensuite de le doter des techniques de traitement de signal nécessaires à l'analyse de ces signaux, au filtrage et à l'extraction des paramètres nécessaires à une interprétation médicale adéquate. Il offre aussi un enchaînement aux outils acquis par l'étudiant pendant sa formation, notamment les notions relatives aux matières de la théorie de signal et du traitement de signal. D'autre part, il constitue un prérequis nécessaire préparant l'étudiant au traitement avancé des signaux physiologiques qui fera l'objet de sa formation en Master d'instrumentation biomédical.

Sommaire

Avant-Propos.....	i
Sommaire.....	ii
Introduction Générale.....	1
Chapitre 1 : Nature électrique des signaux physiologiques.....	2
1.1 Introduction.....	2
1.2 Définition des signaux physiologiques.....	2
1.3 Origine des signaux bioélectriques et leurs caractéristiques électriques.....	2
1.3.1 L'électrogènes des cellules.....	2
1.3.2 Génération du signal électrique cardiaque (ECG).....	5
1.3.2.1 L'activité cardiaque.....	5
1.3.2.2 Définition de l'ECG	7
1.3.2.3. Génération de l'ECG.....	7
1.4 Troubles du rythme cardiaque (Les arythmies cardiaques).....	9
1.4.1 Périodicité du signal cardiaque	12
1.5 Spectre d'un cycle ECG.....	14
1.6 L'électromyogramme (EMG).....	16
1.6.1 Le muscle.....	16
1.6.2 Génération du signal électromyographique (EMG).....	17
1.6.3 Définition de l'électromyogramme (EMG).....	18
1.6.3.1 Utilité du signal EMG.....	19
1.7 L'Electroencéphalogramme (EEG).....	19
1.7.1 L'activité neuronale.....	19
1.7.2 Le potentiel d'action dans la cellule nerveuse.....	20
1.7.3 Génération du signal électro-encéphalographique (EEG)	20
1.7.4 Le spectre fréquentiel du signal EEG	21
1.8. Conclusion.....	22

Chapitre 2 : Mesure des signaux physiologiques.....	23
2.1 Introduction.....	23
2.1.1 Description de la chaîne de mesure des signaux bioélectriques	23
2.2 Principe des capteurs biomédicaux	24
2.3 Mesure des bio-potentiels.....	24
2.3.1 Electrodes de mesure des signaux ECG	25
2.3.1.1. Les dérivations électrocardiographiques.....	25
2.3.2 Electrodes de mesure des signaux EMG.....	27
2.3.3 Electrodes de mesure des signaux EEG.....	28
2.4. Conclusion.....	30
Chapitre 3 : Origine des bruits dans les signaux physiologiques.....	31
3.1. Introduction.....	31
3.2 Le bruit dans le signal ECG	31
3.2.1 Les bandes fréquentielles des artefacts dans l'ECG [SOUS 18].....	32
3.2.2 Les bruits d'origine physiologique (artefacts) dans l'ECG.....	32
3.2.3 Les bruits d'origine instrumentale dans l'ECG.....	34
3.3 Le bruit dans le signal EMG [CAO 10].....	35
3.3.1. Les bruits de nature physiologique dans l'EMG	35
3.3.2. Les bruits de nature instrumentale dans l'EMG.....	36
3.4 Le bruit dans le signal EEG	37
3.4.1. Les bruits de nature physiologique dans l'EEG [NAJA 12].....	37
3.4.2. Les bruits de nature instrumentale dans l'EEG.....	37
3.5. Conclusion.....	38
Chapitre 4 : Analyse spectrale et modélisation.....	39
4.1 Introduction	39
4.2 Rappel sur la Transformation de Fourier (TF), la transformation de Fourier à temps discret (TFTD) et la transformation de Fourier Discrète (TFD)	39
4.2.1 Propriétés de la TFD	40
4.3 Fonctions de corrélation	42
4.3.1 Définitions et propriétés.....	42
4.3.1.1 Définitions.....	42
4.3.1.2 Propriétés des fonctions de corrélations.....	44
4.4 Densité spectrale d'énergie et de puissance	45
4.5 Estimation de la densité spectrale de puissance d'un signal discret.....	46

4.5.1. Méthode du périodogramme	46
4.5.1.1 Méthode du périodogramme moyenné.....	46
4.5.2 Méthode du corrélogramme.....	47
4.6. Conclusion.....	51
Chapitre 5 : Traitement des signaux physiologiques bruités.....	52
5.1 Introduction.....	52
5.2 Rappel sur le filtrage linéaire et le filtrage analogique	52
5.2.1 Définition.....	52
5.2.2 Gabarit d'un filtre	53
5.2.3 Les différents types de filtres	55
5.2.4 Réponses impulsionnelles des filtres analogiques idéaux [ENDE 12].....	56
5.2.5 Inconvénients des filtres idéaux.....	61
5.2.6 Filtre à réponse impulsionnelle finit (FIR).....	61
5.3 Synthèse des filtres à réponse impulsionnelle finie discrète (filtres numériques).....	62
5.3.1 Filtre passe bas FIR discret (umérique).....	62
5.3.2 Filtre passe haut FIR discret (numérique).....	63
5.4. Conclusion.....	68
Conclusion Générale.....	69
Abréviations.....	70
Références Bibliographiques.....	71
Webographie.....	72

INTRODUCTION GENERALE

A l'heure actuelle, l'évolution des moyens technologiques notamment dans le domaine de la santé a fait que le traitement des données médicales (informations cliniques, images, signaux physiologiques) est devenu incontournable. Le traitement des signaux physiologiques est une discipline qui vise à appliquer les méthodes de traitement de signal en vue d'analyser, de filtrer, de compresser les signaux physiologiques, elle permet aussi d'extraire les paramètres physiologiques nécessaires au diagnostic médical.

Ce manuscrit présente le cours du traitement des signaux physiologique destiné aux étudiants de la troisième année de la licence génie biomédical. Il s'articule autour de plusieurs chapitres. Le chapitre 1 porte sur la nature des signaux physiologiques (ECG, EMG, EEG), leurs origines ainsi que leurs caractéristiques. Le chapitre 2 concerne la mesure des signaux physiologiques, leur chaîne d'acquisition, les techniques de mesure, les types de capteurs employés, ainsi que l'influence du bruit sur la mesure. Le chapitre 3 est intitulé : les origines des bruits dans les signaux physiologiques, il est consacré à description des différents bruits d'origines instrumentales et bruits d'origines physiologiques. Le chapitre 4 présente les méthodes d'analyse spectrale (fonction de corrélation, périodogramme, corrélogramme). Le chapitre 5 concerne le traitement des signaux physiologiques bruités (filtrage numérique, synthèse des filtres numériques).

Chapitre 1

Nature électrique des signaux physiologiques

1.1 Introduction :

Les signaux physiologiques constituent la traduction des phénomènes bioélectriques qui se produisent dans le corps humain, ils sont les résultats des activités électriques, mécaniques et chimiques des différents organes et tissus. Actuellement, le traitement de ces signaux est devenu un véritable outil d'aide au diagnostic médical, notamment dans le cadre de l'évolution des technologies.

Exemple : Actuellement (en Europe et aux Etats Unis un patient atteint d'une pathologie cardiovasculaire ou d'une autre maladie chronique, peut être surveillé tranquillement chez lui, en s'équipant d'un matériel électronique adapté et du réseau numérique). Les données physiologiques du patient sont envoyées au personnel médical spécialisé (médecin, infirmier, ...etc).

1.2 Définition des signaux physiologiques :

Ils sont appelés aussi bio-signaux (en anglais bio-signals), ce sont les enregistrements spatiaux (images), temporels (signal évoluant dans le temps) ou bien spatio-temporels (comme les vidéos) de phénomènes biologiques tels que les battements de cœur ou les contractions musculaires ou bien encore l'activité cérébrale [END 12].

1.3 Origine des signaux bioélectriques et leurs caractéristiques électriques :

1.3.1 L'électrogènes des cellules :

Le corps humain est composé de cellules nerveuses et musculaires. Ces cellules génèrent des signaux bioélectriques qui sont le résultat de changements **électrochimiques** à l'intérieur de la cellule elle même et entre les différentes cellules. En effet dans tout tissu biologique les compositions ioniques à l'intérieur et à l'extérieur de la membrane cellulaire sont très différentes, cette différence de composition crée une différence de potentiel de part et d'autre de la membrane cellulaire. Lorsqu'on met en place des micro-électrodes l'une intracellulaire (à l'intérieur de la cellule) et l'autre

extracellulaire on peut enregistrer des potentiels de **membrane** qui sont de deux types [SELL 89], [NAJA 12] :

✚ **Potentiel de repos** : l'intérieur de la cellule est négatif par rapport à l'extérieur, le potentiel de repos est donc négatif.

✚ **Potentiel d'action** : Quand la membrane cellulaire est stimulée on observe des variations du potentiel de membrane, la cellule s'active et on constate une inversion brutale de la polarité, l'intérieur de la cellule devient positif alors que le milieu extracellulaire devient négatif, **la variation totale entre l'état de repos de la cellule et l'état d'activation est appelé potentiel d'action de la cellule. Ce phénomène est appelé dépolarisation de la cellule.** Lorsque celle-ci revient au repos on retrouve l'état électrique précédent, ce retour à l'état de repos est appelé **repolarisation de la cellule.**

Le potentiel d'une cellule prend alors l'allure d'une onde, décomposée en **cinq parties** :

1. **Le Potentiel de repos.**
2. **La Dépolarisation** : le potentiel de la membrane interne passe d'environ -70 mV à +30 mV, (en rouge sur la figure 1.1)
3. **La Repolarisation** : le potentiel de la membrane interne repasse à -70 mV (en vert sur la figure 1.1).
4. **L'hyperpolarisation** pour certain type de cellules le potentiel diminue au dessous de l'état basal (-80 mV), pour retourner ensuite à -70 mV. Durant ce temps on ne peut plus induire d'autre potentiel d'action, c'est l'hyperpolarisation.
5. **Retour au potentiel de repos.**

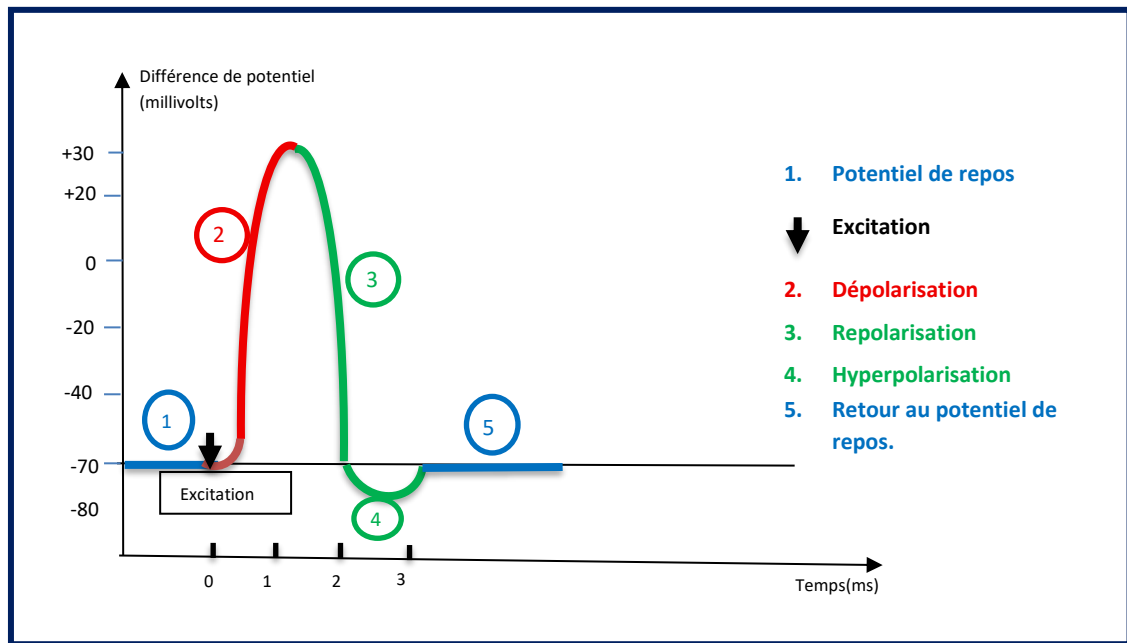


Figure 1.1: Le potentiel d'action

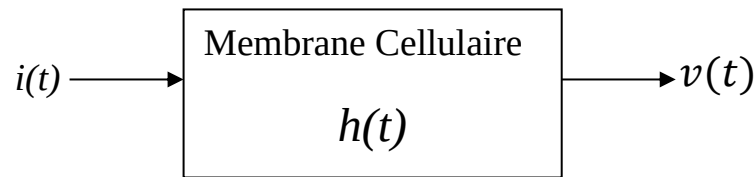
Le potentiel d'action généré par une cellule excitée peut être transmis d'une cellule aux cellules adjacentes via ce que l'on appelle **l'axone (liaison nerveuse)**. Lorsque de nombreuses cellules sont activées, un champ électrique est généré celui-ci se propage à travers les tissus biologiques. Ces changements dans le potentiel extracellulaire peuvent être mesurés à la surface des tissus ou de l'organisme en utilisant des électrodes de surface, ces signaux mesurés sont les **signaux bioélectriques**.

✚ Exemple :

Soit une membrane cellulaire, celle-ci se comporte comme un système linéaire avec une réponse impulsionnelle $h(t) = C \cdot e^{-t/\tau_m} \cdot u(t)$, où τ_m est la constante de temps de la membrane cellulaire en secondes, C est une constante en V/s/A. Une injection d'un courant $i(t) = u(t)$ cytoplasmique provoque une différence de potentiel membranaire représentée par une tension $v(t)$. Calculer la tension de sortie $v(t)$ si $C = 100 \text{ V/s/A}$, $\tau_m = 0.01 \text{ s}$ et $u(t)$ est l'échelon unitaire.

✚ Solution :

La membrane cellulaire se comporte comme un système linéaire, le courant électrique $i(t)$ qui est injecté à son entrée représente le stimulus qui provoque la génération d'une différence de potentiel $v(t)$, comme suit :



Donc pour calculer la tension de sortie on fait :

$$v(t) = h(t) * i(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t - \tau) i(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} C \cdot e^{\frac{-(t-\tau)}{\tau_m}} \cdot u(t - \tau) \cdot u(\tau) d\tau$$

Sachant que : $u(t - \tau) = 1$ si $t > \tau$ sinon $u(t - \tau) = 0$

Et $u(\tau) = 1$ si $\tau > 0$ sinon $u(\tau) = 0$ (* : est la convolution)

Donc τ doit être compris entre 0 et t : $0 < \tau < t$

Alors l'intégrale devient :

$$v(t) = \int_0^t C \cdot e^{\frac{-(t-\tau)}{\tau_m}} d\tau = C \cdot e^{\frac{-t}{\tau_m}} \int_0^t e^{\frac{\tau}{\tau_m}} d\tau = C \cdot e^{\frac{-t}{\tau_m}} \cdot \tau_m \left[e^{\frac{\tau}{\tau_m}} \right]_0^t = C \cdot e^{\frac{-t}{\tau_m}} \cdot \tau_m \cdot \left(e^{\frac{t}{\tau_m}} - 1 \right) = C \cdot \tau_m \left(1 - e^{\frac{-t}{\tau_m}} \right).$$

Sachant que $C = 100$ et $\tau_m = 0.01$ s, alors : $v(t) = (1 - e^{-100t})$.

1.3.2 Génération du signal électrique cardiaque (ECG)

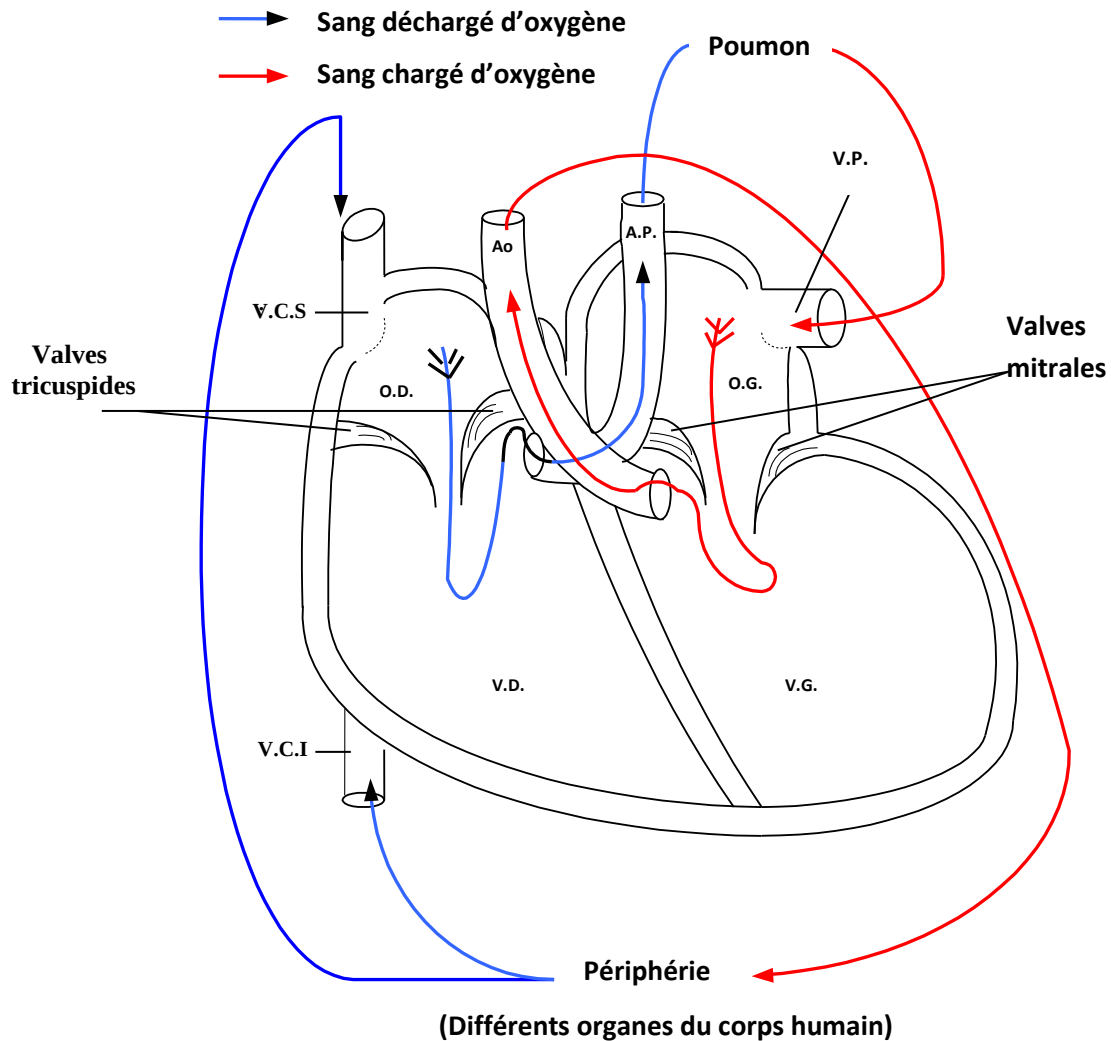
1.3.2.1 L'activité cardiaque :

Le cœur est un organe vital pour notre corps, en effet il maintient la circulation de sang à travers les vaisseaux sanguins pour transporter l'oxygène et les éléments nutritifs à notre corps.

Le cœur récupère le sang en provenance de tout l'organisme à travers les veines caves supérieures et inférieures, le sang est donc récolté à l'**oreillette droite**, et est **propulsé** par la suite vers le **ventricule droit**, en se contractant le sang est ensuite **propulsé** en direction des **poumons** à travers l'**artère pulmonaire**, au niveau des poumons le sang est rechargé en oxygène puis **revient** au

cœur à travers **les veines pulmonaires**, le sang est ainsi récolté dans **l'oreillette gauche**, il **descend** dans le **ventricule gauche** où il est **propulsé** ensuite vers tout le corps à travers une artère appelée **l'aorte**. C'est ainsi que la circulation de sang est établie (voir figure 1.2) [SOUS 18].

Remarque : le cœur droit récupère le sang dépourvu d'oxygène il est modélisé en bleu sur la figure 1.2, le cœur gauche récupère le sang chargé d'oxygène il est modélisé en rouge sur la figure 1.2.



V.C.S., V.C.I : veines caves supérieure et inférieure

O.D., V.D. : oreillette et ventricule droits

A.P. : artère pulmonaire

V.P. : veines pulmonaires

O.G., V.G. : oreillette et ventricule gauches

Ao : aorte

Figure 1.2: La circulation de sang

1.3.2.2 Définition de l'ECG :

L'électrocardiogramme ou **ECG** est défini comme étant l'enregistrement électrique de l'activité électrique du cœur. Cet enregistrement est fait par un appareil appelé **électrocardiographe** en utilisant des **électrodes** de mesure positionnées sur le corps humain. Le premier enregistrement de l'ECG a été fait par le scientifique **Williem Einthoven** en 1903.

1.3.2.3. Génération de l'ECG :

L'influx électrique né au nœud sinusal (voir figure 1.3) puis se disperse à travers les oreillettes ce qui provoque leur dépolarisation, après un court instant suit la contraction des oreillettes, arrivé au nœud auriculo-ventriculaire, le courant électrique ne se propage pas immédiatement aux ventricules, il attend que la contraction des oreillettes soit terminée et que le sang se soit vidé dans les ventricules. L'onde électrique passe ensuite par le faisceau de His et les fibres de Purkinje, pour se disperser dans les ventricules provoquant alors la dépolarisation ventriculaire, la contraction ventriculaire suit très vite après. La repolarisation des oreillettes correspondant à leur relaxation a lieu pendant la dépolarisation des ventricules. La repolarisation des ventricules a lieu après leur dépolarisation complète. Les directions 1, 2, 3, 4, 5 indiquées sur la figure 1.3, montrent le chemin de l'influx électrique aux différentes étapes de l'activité électrique cardiaque [SOUS 18].

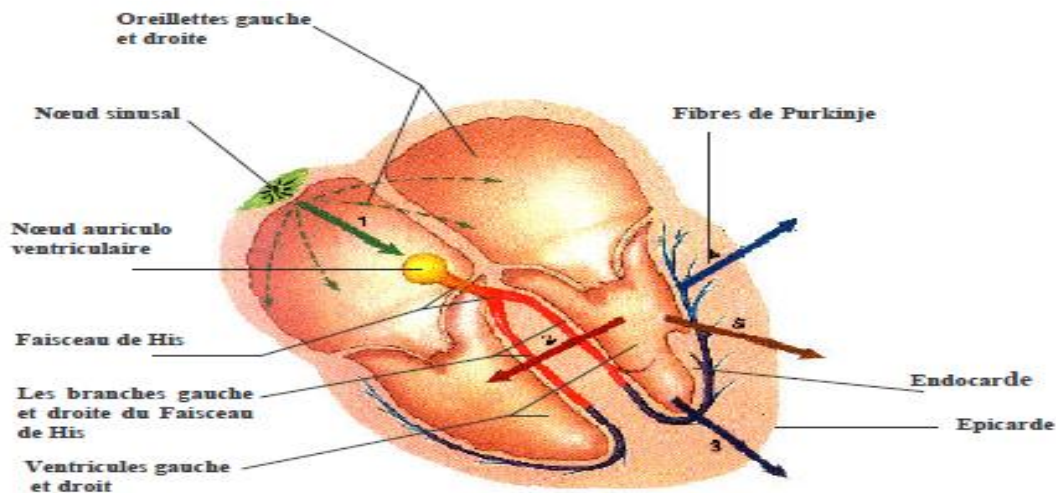


Figure 1.3 : Activité électrique du cœur [SCHE 83]

Cette activité électrique se répète de façon quasi-périodique sous forme de battements cardiaques ou de cycles cardiaques.

➤ Le cycle cardiaque

Quelle que soit la dérivation, le tracé de l'ECG comprend un certain nombre d'éléments fondamentaux correspondant chacun à un état cardiaque, (voir figure 1.4) [SOUS 18] :

- ✚ Pendant la période de repos s'inscrit une ligne droite horizontale dite **ligne isoélectrique ou ligne de base**.
- ✚ La dépolarisation auriculaire se traduit par une onde positive **P** à sommet arrondi dont l'amplitude est d'environ 0.1 mV à 0.2 mV et la durée est de 0.08 s à 0.10 s.
- ✚ L'intervalle **PR** correspond à la conduction auriculo-ventriculaire (c'est à dire le passage de l'influx électrique des oreillettes aux ventricules à travers le faisceau de His) et il est d'une durée moyenne de 0.12 s à 0.20 s.
- ✚ Le complexe **QRS** correspondant la dépolarisation ventriculaire. Il est formé d'ondes rapides, Q, R, S. Le complexe QRS normal (non pathologique) est d'une durée maximale de 0.12 s et d'une amplitude d'environ 1 mV.
- ✚ Puis vient un intervalle généralement isoélectrique correspondant à la dépolarisation complète des ventricules.
- ✚ Enfin survient une onde lente **T**, de durée 0.18 s à 0.22 s, généralement positive traduisant la repolarisation ventriculaire.
- ✚ Une onde U peu ample, positive et dont la signification n'est pas exactement connue, peut dans certains cas être présente.

*Ces phénomènes de dépolarisation et repolarisation se répètent à chaque activation électrique du nœud sinusal produisant ce que l'on appelle un **battement cardiaque**, ce qui signifie que la fréquence du nœud sinuale (c'est à dire la fréquence à laquelle il y a naissance de l'influx électrique) détermine la fréquence des battements cardiaques, qui exprime **le nombre de battements par minute (bpm)**.*

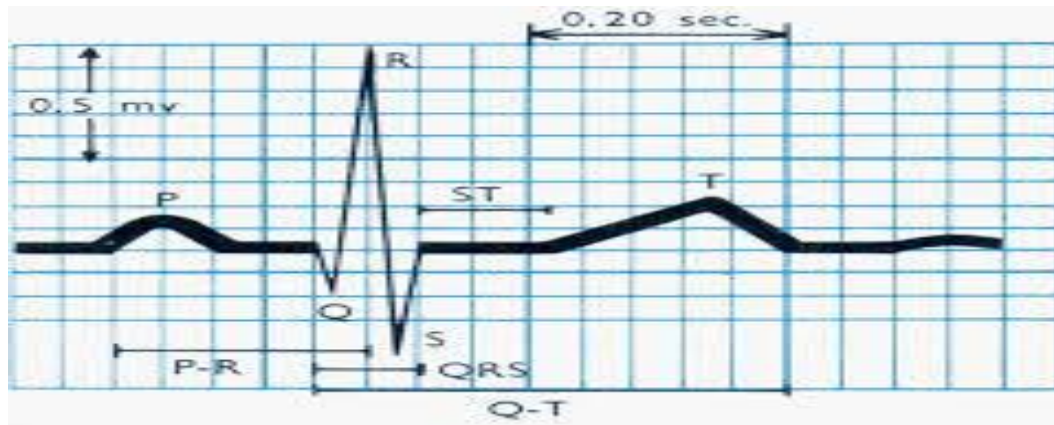


Figure 1.4 : Le cycle cardiaque

1.4 Troubles du rythme cardiaque (Les arythmies cardiaques)

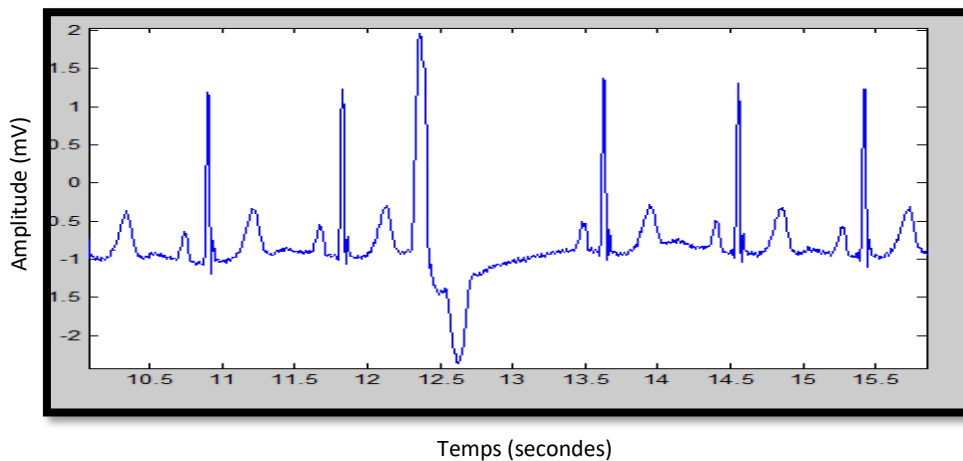
Les troubles du rythme cardiaque sont le résultat de perturbations dans la formation ou la conduction de l'excitation cardiaque. Leur diagnostic se fait par l'examen de l'ECG. Les principales arythmies cardiaques sont [NAJA 12], [SOUS 18] :

- **Tachycardie sinusale** : c'est une accélération du rythme cardiaque. Lorsque la fréquence cardiaque dépasse les 100 bpm (pour un sujet adulte), on parle de tachycardie sinusale.
- **Bradycardie sinusale** : elle est également due à un trouble de l'excitation du sinus, qui est cette fois ralentie, le rythme cardiaque dans ce cas varie entre 35 bpm et 60 bpm (pour un individu adulte).
- **L'arythmie sinusale** : Ce rythme est caractérisé par des alternatives d'accélération et de ralentissement de la cadence cardiaque.
- **L'extrasystole sinusale** : elle est caractérisée par un battement cardiaque supplémentaire qui apparaît entre deux battements réguliers (les extrasystoles sont des battements initiés par des foyers différents du nœud courant de dépolarisation)).

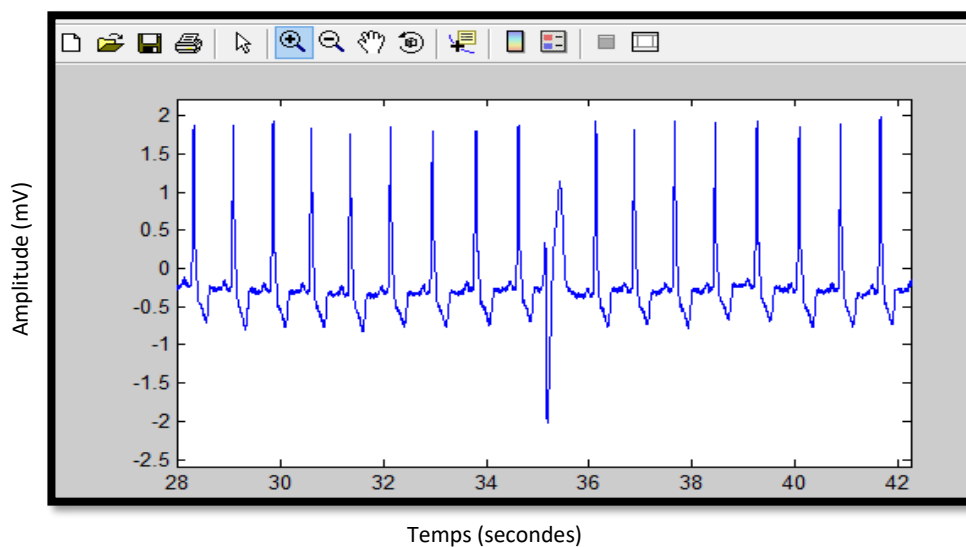
- **Les fibrillations auriculaires et ventriculaires :** ce sont des contractions indépendantes et désordonnées (asynchrone) des fibres musculaires entrant dans la propagation de l'onde de dépolarisation.
- **Les blocs de branches :** Ils sont dus à des troubles de la conduction au niveau des branches du faisceau de His. Si l'une des deux branches du faisceau de His est atteinte, le ventricule correspondant aura une contraction tardive, et les deux ventricules ne se contracteront pas en même temps. Selon que la branche gauche ou droite du faisceau de His est atteinte, ce trouble est nommé bloc de branche gauche ou bloc de branche droit. Cette anomalie cardiaque est caractérisée par des complexes QRS larges dépassants les 120 ms et pouvant atteindre les 160 ms, ceci est dû au retard de dépolarisation de l'un des ventricules par rapport à l'autre.
- **Le syndrome de Wolff-Parkinson-White (WPW) :** La cause du syndrome WPW est le passage de l'activation de l'oreillette directement au muscle ventriculaire via une voie anormale. Ce contournement est causé par l'existence d'une voie de conduction entre l'oreillette droite et le ventricule droit appelée le faisceau de Kent. Cela entraîne une activation du muscle ventriculaire avant que l'activation normale n'atteigne le muscle ventriculaire via le système de conduction normal. Ce syndrome est caractérisé par un complexe QRS large et un intervalle PR court.
- **Extrasystoles ventriculaires :** elles sont dues à des stimulations anormales qui naissent dans le ventricule et se propagent dans le muscle ventriculaire sans suivre le tissu conducteur normal, le complexe QRS extrasystolique est large et souvent croché et l'onde P est absente.

Exemple :

Soit les signaux, ci-dessous de la base internationale des signaux cardiaques MIT-BIH [MIT-BIH], déterminer la nature de ces signaux :



(a)



(b)

Figure 1.5 : (a) Extrasystole ventriculaire. (b) Syndrome de Wolff-Parkinson-White

- a) Le premier signal de la figure 1.5 est un signal qui contient une **extrasystole ventriculaire** (figure 1.5.(a)), ceci se traduit par un battement cardiaque irrégulier qui apparait entre deux battements cardiaques réguliers. L'absence de l'onde P dans ce battement indique qu'il s'agit d'une extrasystole générée au niveau de l'un des ventricules.
- b) Le deuxième signal contient aussi une **extrasystole ventriculaire** en plus de complexes **QRS larges** traduisant souvent un **bloc de branche** ou un syndrome de **Wolff-Parkinson-White** (figure 1.5.(b)).

1.4.1 Périodicité du signal cardiaque :

Le signal cardiaque est un signal quasi-périodique ou asymptotiquement périodique.

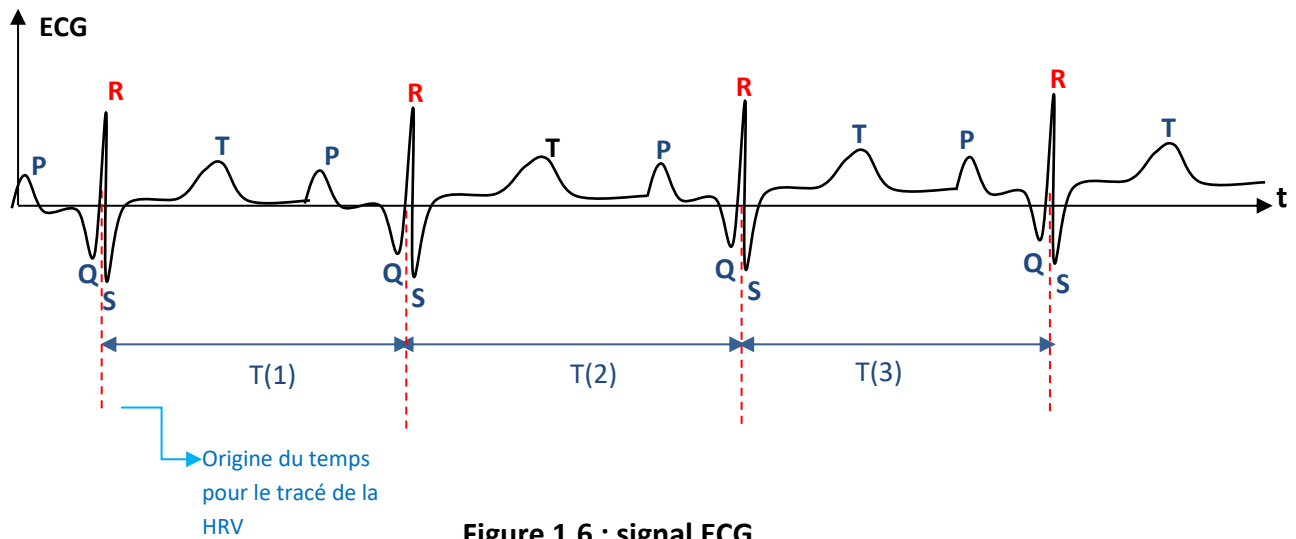


Figure 1.6 : signal ECG

Les périodes de l'ECG ne sont pas toutes exactement égales. C'est pour cela qu'en cardiologie on parle de variabilité du rythme cardiaque (HRV, Heart Rate Variability), mais pour comprendre les choses on va d'abord considérer que les périodes sont toutes égales ensuite généraliser dans le cas où les périodes ne sont pas égales [ENDE 12] :

Le rythme cardiaque est défini comme étant le nombre de battements par minute, si la période de l'ECG est T alors :

Sur une durée T on a 1 battement (une période), donc le rythme cardiaque calculé sur une minute est donné par :

$$HR = 60/T \quad (1.1)$$

Cependant, les valeurs des périodes de l'ECG varient, c'est-à-dire qu'elles peuvent prendre des valeurs plus ou moins proches mais pas égales (ceci est dû à des raisons physiologiques comme la respiration), donc le rythme cardiaque va varier, c'est ce que l'on appelle HRV et dont les valeurs se calculent par :

$$HRV(i) = 60/T(i) \quad (1.2)$$

Avec

$T(i)$: sont les durées des cycles ECG, sur l'intervalle d'observation du signal ECG.

n : est le nombre de cycles ECG observés.

La HRV est un vecteur contenant plusieurs valeurs $HRV(i)$.

La HRV se calcule en nombre de battement par minute (bpm).

Remarque : la HRV peut se tracer en fonction du temps, c'est un paramètre très important dans la surveillance cardiaque, pendant un temps assez important lors d'une hospitalisation par exemple. Plus les variations de la HRV sont moindres, plus on dit que le rythme cardiaque est régulier, le contraire indique la présence d'une anomalie du rythme cardiaque.

Le rythme cardiaque normal d'un adulte varie de 60 bpm à 100 bpm, il est de 70 bpm en moyenne. Le rythme cardiaque d'un fœtus est compris entre 100 bpm et 200 bpm.

Exercice :

On désire faire le suivi du rythme cardiaque d'un patient en nombre de battement par minute (bpm), en enregistrant les durées des intervalles RR, voici les huit premiers intervalles enregistrés $T = [0.83s \ 0.82s \ 0.83s \ 0.82s \ 0.84s \ 0.75s \ 0.73s \ 0.82s]$.

1. Calculer la variabilité du rythme cardiaque (HRV) en bpm.
2. Tracer la HRV en fonction du temps. Que peut-on dire par rapport à la régularité du rythme cardiaque de ce patient.

Solution :

1. En appliquant la formule (1.2) : $HRV(i) = 60/T(i)$, on peut dresser le tableau suivant :

i	1	2	3	4	5	6	7
$T(i)$ (s)	0.83	0.82	0.83	0.82	0.84	0.75	0.82
$HRV(i)$ (bpm)	72.2892	73.1707	72.2892	73.1707	71.4286	80.0000	73.1707
$t(i)$ (s)	0.8300	1.6500	2.4800	3.3000	4.1400	4.8900	5.7100

Pour le calcul du vecteur temps on adopte la formule suivante

$$t(i) = t(i - 1) + T(i), \quad i = 2, \dots, N \quad (1.3)$$

$$t(1) = T(1),$$

Car les instants du temps doivent être calculés par rapport à l'origine du temps.

2.

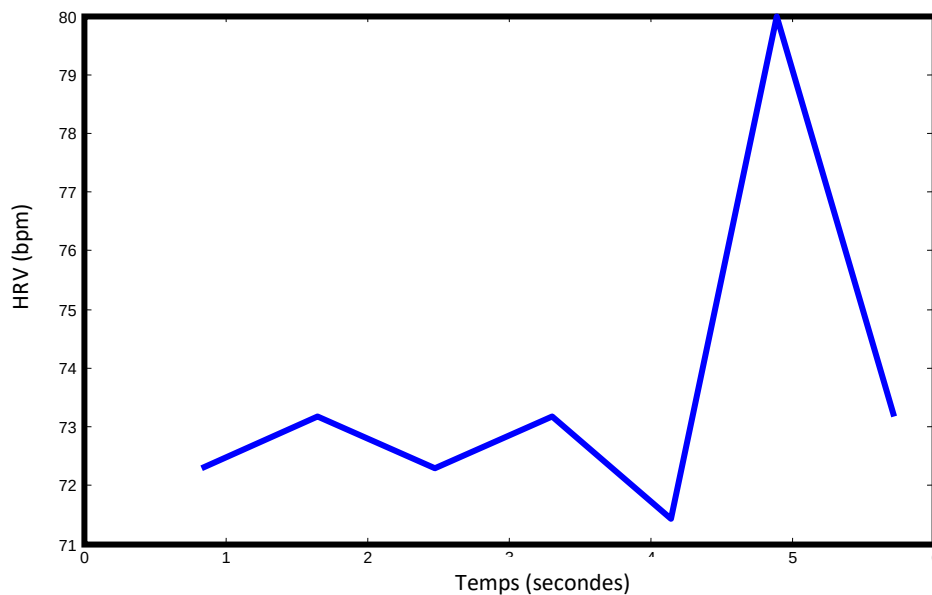


Figure 1.7 : Tracé de la HRV en fonction du temps

On remarque que le rythme cardiaque de ce patient est régulier autour de 73 bpm, à l'instant 4.89 s le rythme s'accélère un peu en augmentant à 80 bpm, puis retourne à 73,17.7 bpm.

1.5 Spectre d'un cycle ECG

Le spectre d'un cycle normal du signal cardiaque (ECG) montre que son énergie **utile** est concentrée vers les basses fréquences (inférieur à 50 Hz). (Voir figure 1.8) [TOMP 93].

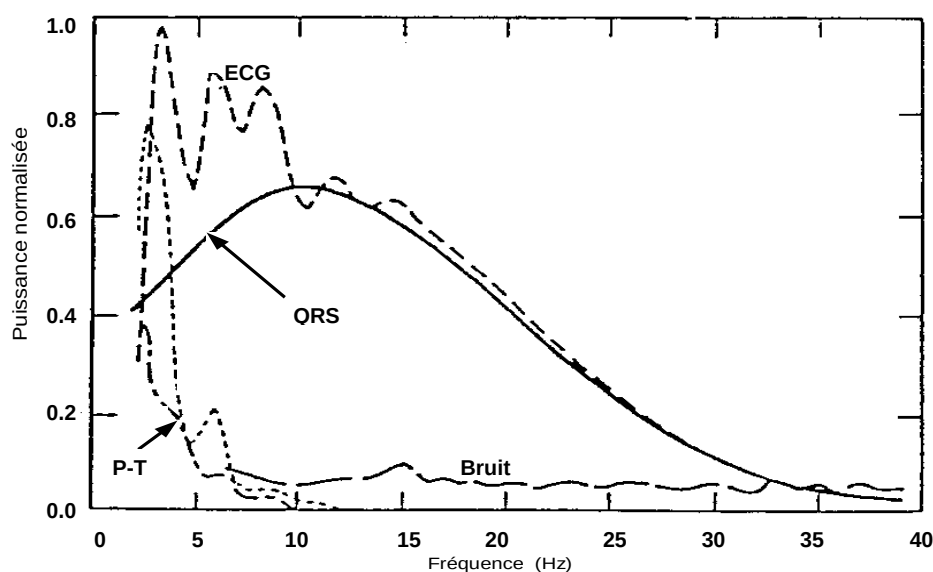


Figure 1.8 : Spectre utile de l'ECG et des signaux élémentaires qui le constituent

La bande fréquentielle relative au complexe QRS s'étend de 8 à 20 Hz et chevauche partiellement le domaine de fréquence respectif des ondes P et T. Le spectre de l'ECG décrit également les bandes fréquentielles liées au bruit, notamment le bruit respiratoire et dont la fréquence est très faible (inférieur à 1 Hz), le bruit dû au réseau électrique qui se trouve à des fréquences harmoniques de 50 Hz, le bruit dû à l'activité musculaire dont la bande fréquentielle est large et s'étend de 25 Hz à 75 Hz. En résumé on peut distinguer trois bandes fréquentielles dans le spectre d'un ECG normal [SOUS 18]:

1. Une bande représentant **le bruit de basses fréquences** allant de 0 HZ à 3 HZ (par exemple le bruit respiratoire de fréquence 1 Hz ou moins).
2. Une bande fréquentielle contenant **l'information utile** (les fréquences relatives aux ondes P, T et au complexe QRS), comprise entre 3 et 35 HZ (pouvant atteindre les 45 HZ).
3. Une bande qui représente **le bruit de hautes** fréquences allant au-delà de 35 HZ (le bruit du réseau électrique qui se trouve à des fréquences harmoniques de 50 Hz, le bruit musculaire de 25 Hz à 75 Hz).

➤ **Remarques :**

✚ *En général, le spectre d'un ECG normal s'étale jusqu'à une fréquence maximale de 100Hz. Cette information pourra être utilisée lors du choix de la fréquence d'échantillonnage de l'ECG (théorème de Shannon). Cependant, dans le cas d'arythmies cardiaques l'analyse spectrale de l'ECG peut s'étendre jusqu'à 200HZ.*

✚ *Les battements du cœur sont sous le contrôle d'un pacemaker, qui est une sorte de groupement de cellules du myocarde (cœur) qui constituent le nœud sinusal, celui-ci donne naissance à une onde d'excitation tous les T secondes (T est la durée du cycle cardiaque).*

1.6 L'électromyogramme (EMG)

1.6.1 Le muscle

Le corps humain comprend plus de 650 muscles fixés sur le squelette. Ils fournissent une force de traction qui permet le déplacement. Ces muscles constituent environ 40 % du poids total du corps. Chaque extrémité du corps musculaire (**muscle**) est attachée par un point appelé origine ou insertion (Figure 1.9).

Le muscle est composé de fibres musculaires de forme longues et cylindriques, Elles mesurent de 10 à 100 μm de diamètre et peuvent atteindre 30 cm de longueur.

Les muscles sont fixés aux os soit directement, soit indirectement (par des tendons), et travaillent pour produire les mouvements du corps (les muscles travaillent conjointement pour produire le mouvement d'une articulation, pour stabiliser une articulation et pour prévenir tout mouvement dans la direction opposée à celle souhaitée). Le raccourcissement du muscle pendant sa contraction rapproche les deux os [CAO 10], [NAJA 12].

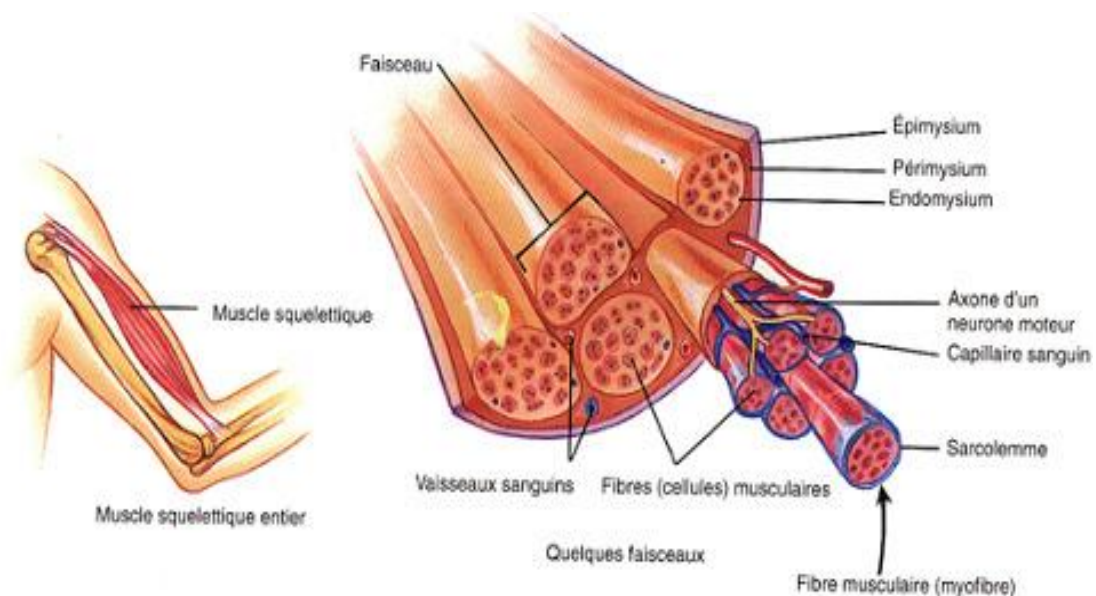


Figure 1.9 : Structure d'un muscle [CAO 10]

1.6.2 Génération du signal électromyographique (EMG)

➤ Unité motrice :

Toutes les fibres musculaires d'un muscle sont innervées (traversées) par les axones des neurones moteurs (appelés motoneurones) venant de la moelle épinière. Chaque motoneurone innerve ainsi plusieurs fibres musculaires. L'ensemble formé par un motoneurone et les fibres qu'il innerve est appelé **unité motrice (UM)** (voir Figure 1.10), l'ensemble des unités motrices forment le muscle [CAO 10].

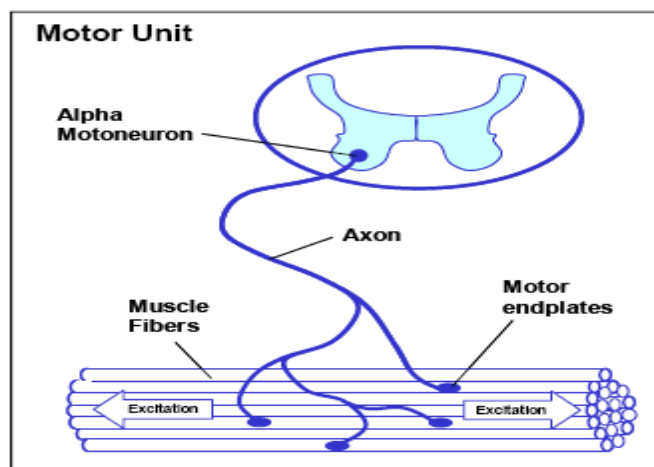


Figure 1.10 : L'Unité motrice (Motor unit)

Remarque : L'*axone* est une liaison nerveuse qui représente le prolongement du **neurone**, il permet de conduire le l'influx électrique du corps cellulaire du neurone vers les fibres musculaires.

Lors de la stimulation d'un motoneurone, il y a conduction de l'excitation le long de son axone. Il y a donc naissance d'un **potentiel d'action** qui se propage le long des fibres musculaires dans les deux directions (voir figure 1.10). C'est ainsi que les fibres musculaires se contractent toutes en même temps. Il y a donc lieu à une activation progressive et successive des fibres musculaires, unité motrice par unité motrice, et donc la naissance de la force nécessaire à l'activité totale du muscle.

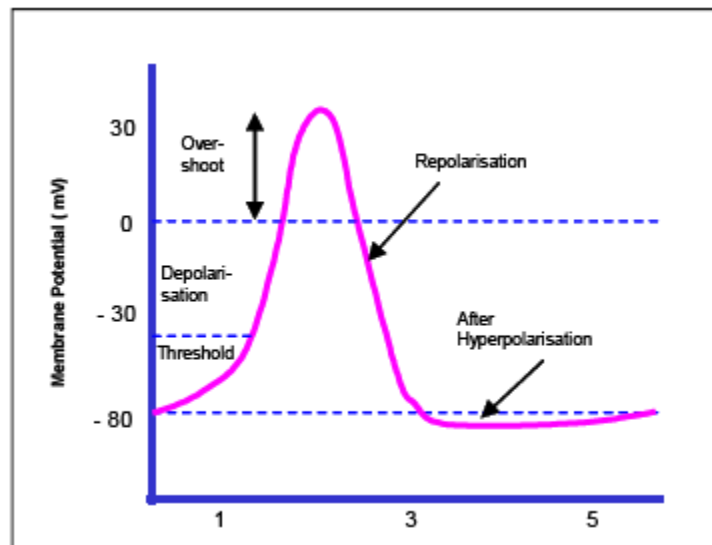


Figure 1.11 : Le potentiel d'action d'une fibre musculaire

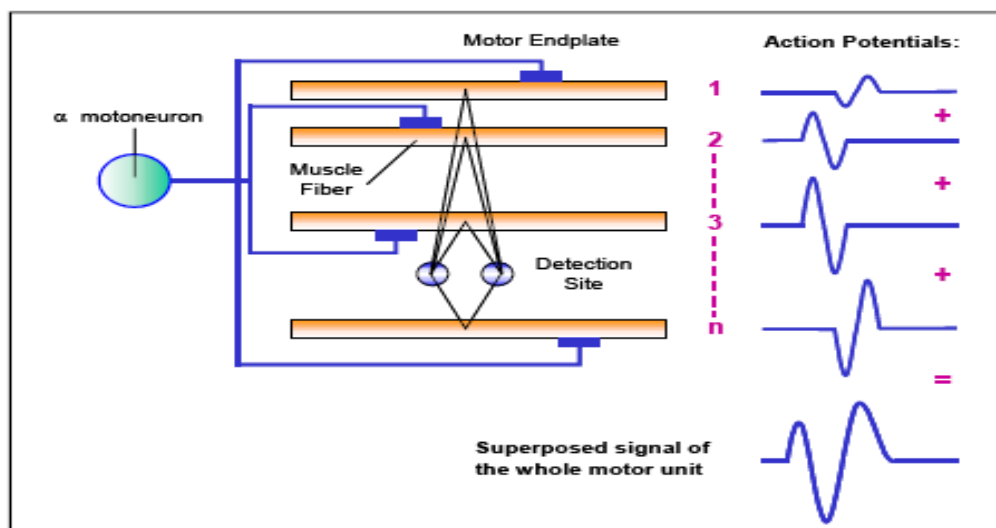


Figure 1.12 : Potentiels d'action de L'Unité motrice

1.6.3 Définition de l'électromyogramme (EMG)

Le Potentiel d'Action de l'Unité Motrice (PAUM) ainsi créé (voir figure 1.12) correspond à la sommation spatiotemporelle des PA des fibres musculaires qui la composent. La somme des trains des potentiels d'action (TPAUM) générés par les différentes unités motrices du muscle forment ce que l'on appelle l'EMG. Celui-ci est recueilli, soit localement (dans le muscle), soit à distance (à la surface de la peau) [CAO 10].

$$\text{Signal EMG} = \sum_i \text{TPAUM}_i + n(t) \quad (1.3)$$

*Tels que les **TPAUM_i** sont les **Trains de Potentiels d'Actions** de toutes les **Unité Motrices** qui composent le muscle actif (muscle excité) et $n(t)$ correspond au bruit d'instrumentation.*

1.6.3.1 Utilité du signal EMG

L'électromyographie est employée dans les domaines de l'étude du mouvement humain et du diagnostic neuromusculaire (faiblesse neuromusculaire, détérioration de la fibre musculaire) aussi dans le domaine du développement de prothèses fonctionnelles pour les patients amputés, en effet un patient amputé de l'un de ses membres pourrait bénéficier d'une prothèse artificielle commandé par un signal électrique musculaire provenant d'autres muscles non atteints (sains), la commande de la prothèse est effectuée via des servomoteurs qui contrôlent le mouvement de la prothèse.

1.7 L'Electroencéphalogramme (EEG)

Le cerveau agit comme l'unité centrale de contrôle et de traitement des données pour notre corps. L'activité neuronale du cerveau utilise des potentiels d'actions par lesquels l'activité cérébrale peut être enregistrée au moyen d'électrodes. L'activité du cerveau humain commence entre la 17^{ème} et la 23^{ème} semaine de la période prénatale (avant la naissance). Elle permet de nous informer non seulement sur l'état du cerveau mais aussi sur l'état de notre corps tout entier [NAJA 12].

1.7.1 L'activité neuronale

Le cerveau constitue une partie du système nerveux central, il commande plusieurs processus qui se déroulent dans notre corps tels que la digestion, la respiration il permet aussi de coordonner la plupart des mouvements volontaires. Et c'est le site de notre pensée consciente permettant la compréhension et la création. Le système nerveux central est constitué de cellules gliales et de cellules nerveuses.

- **Les cellules gliales** sont beaucoup plus nombreuses que les neurones elles entourent les neurones et constituent l'union entre eux, ces cellules possèdent la spécificité de ne pas être excitables.
- **La cellule nerveuse** ou neurone c'est l'unité de structure et de fonction du système nerveux, elle est excitable et produit et transmet les potentiels d'actions.

Chaque **neurone** est constitué d'un **corps cellulaire**, de **dendrites** et d'**axone**. Une cellule nerveuse répond à un stimulus (excitation) et transmet l'information sur de longues distances (voir figure 1.13).

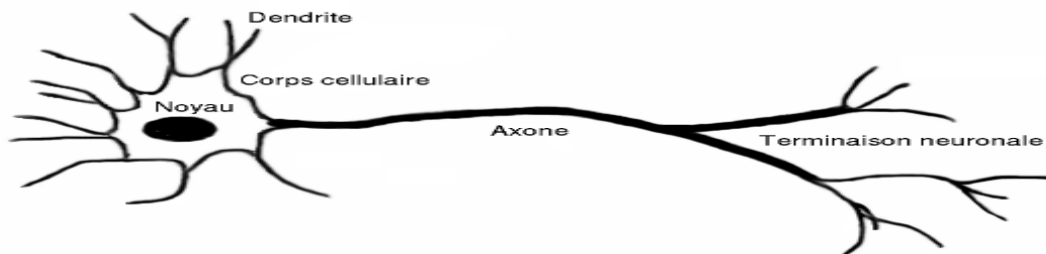


Figure 1.13 : Le Neurone

1.7.2 Le potentiel d'action dans la cellule nerveuse

La génération du potentiel d'action suit le même mécanisme expliqué au début de ce chapitre, le potentiel d'action de la plupart des neurones dure de 5 à 10 millisecondes. Quand les dendrites de la cellule nerveuse reçoivent le stimulus à travers des jonctions appelés synapses et si la stimulation est assez importante, alors le neurone s'active, ceci conduit à la génération du potentiel d'action qui fait entrer la cellule nerveuse en phase de dépolarisation pendant laquelle le potentiel d'action passe de -70mV à +30 mV.

1.7.3 Génération du signal électroencéphalographique (EEG)

Quand les cellules du cerveau sont activées des courants synaptiques sont générés dans les dendrites. Ces courants permettent la génération d'un champ magnétique mesurable sur le cuir chevelu. Le signal électroencéphalographique est la somme pondérée de tous les potentiels d'action générés par les neurones et mesurée à la surface du crâne. Ceci est effectué en utilisant des électrodes

positionnées sur le cuir chevelu du patient. Cependant le crâne et la peau atténue énormément l'amplitude des signaux EEG, ils doivent donc être amplifiés, les amplificateurs utilisés sont d'une bande passante allant de 0.1Hz à 100Hz. Les enregistrements EEG les plus courants utilisent **21 électrodes**.

1.7.4 Le spectre fréquentiel du signal EEG

Le signal EEG est interprété suivant l'existence ou l'absence d'ondes spécifiques ayant des fréquences connues. Il existe 5 principales ondes dans le signal EEG, **elles sont distinguées par leurs fréquences, ces ondes sont appelées : alpha, beta, delta, thêta et gamma**. La présence de ces ondes peut être observée en analysant le spectre du signal EEG qui est en général compris entre 0.1Hz et 40Hz, et dans certain cas d'anomalie le spectre peut s'étendre à 100Hz. Les amplitudes (pic à pic) du signal EEG varient entre 10 μ V et 200 μ V, [ABOZ 15].

- ✚ **L'onde alpha** : c'est une onde rythmique dont la bande fréquentielle est comprise entre 8Hz à 14Hz elle observée chez un adulte physiquement relaxé avec les yeux fermés.
- ✚ **L'onde beta** : elle est d'une bande fréquentielle comprise entre 14Hz et 35Hz, cette onde est observée pendant une activité de concentration ou bien pendant les réflexions logiques. Cette onde est observée aussi pendant d'importantes périodes du sommeil.
- ✚ **L'onde delta** : elle possède une bande fréquentielle comprise entre 0.5Hz et 4Hz sa présence est normale chez le très jeune enfant, elle peut aussi caractériser certaines lésions cérébrales ou le sommeil profond.
- ✚ **L'onde thêta** : elle est d'une bande fréquentielle allant de 4Hz à 8Hz, on l'observe principalement chez l'enfant, l'adolescent et le jeune adulte. Elle caractérise également certains états de somnolence, d'hypnose, ainsi que lors de la mémorisation d'information.
- ✚ **L'onde gamma** : c'est une onde rapide d'une fréquence supérieure à 35Hz et qui dans certains cas peut atteindre 80Hz. Elle caractérise une activité mentale intense, elle décrit aussi les phases de concentration du cerveau lors d'une tâche de réflexion.

Exemple

Voici un exemple d'analyse d'un signal EEG suivant ses bandes fréquentielles (figure 1.14), les amplitudes sont en μV :

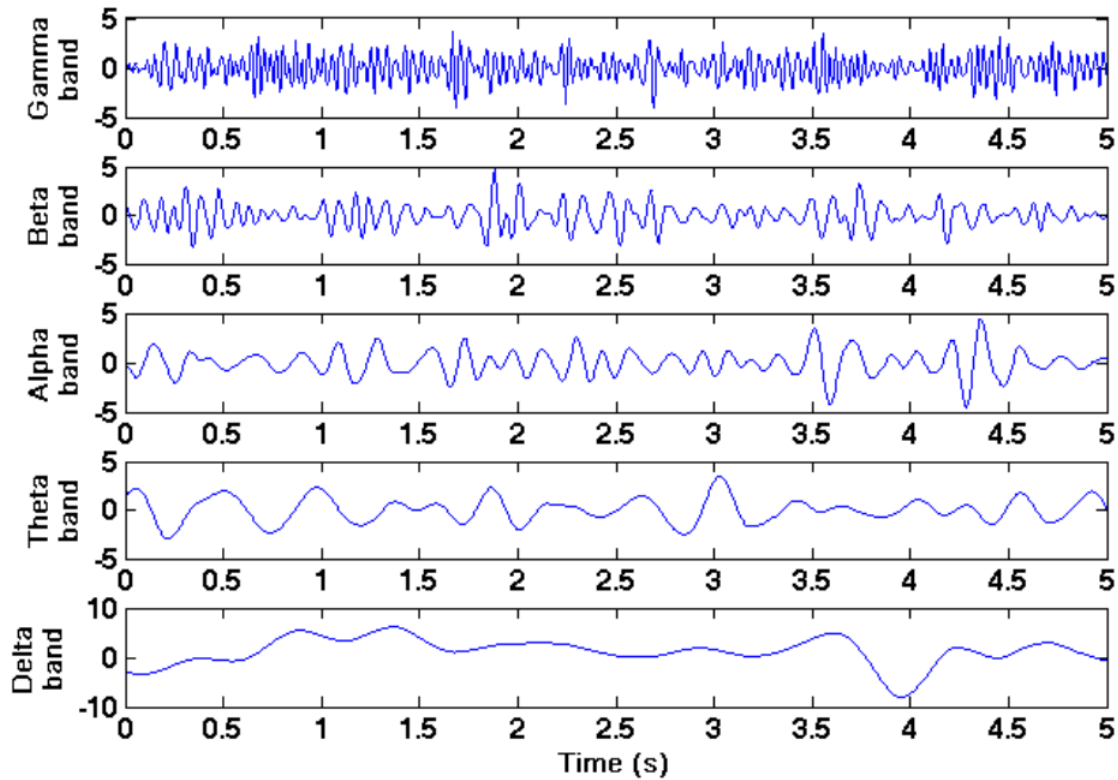


Figure 1.14 : Différentes ondes qui composent le signal EEG [ABOZ 15]

1.8. Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons abordé la nature des principaux signaux physiologiques, à savoir ceux qui décrivent l'activité cardiaque, musculaire et cérébrale de l'être humain, ceci permettra à l'étudiant de connaître l'origine et la nature de ces signaux ainsi que leurs caractéristiques, ce qui facilitera un traitement précis et adéquat.

Chapitre 2

Mesure des signaux physiologiques

2.1 Introduction

La mesure des signaux physiologiques représente la première étape essentielle avant le traitement de ces signaux. Cette étape nécessite une précision et une connaissance parfaite des techniques de mesure adaptées à chaque type de signal, afin d'offrir des données fiables au diagnostic médical.

2.1.1 Description de la chaine de mesure des signaux bioélectriques

Les signaux bioélectriques sont captés soit dans le milieu biologique tel qu'une cellule, soit sur la surface de la peau, en utilisant un capteur adapté. Ce capteur convertit la mesure physique en une sortie électrique. Pour chaque type de signal physiologique (bioélectrique) il existe des capteurs adaptés. Les signaux ECG, par exemple, sont mesurés avec des **électrodes (capteurs)** qui ont une interface en argent-chlorure d'argent (Ag-AgCl) attachée au corps. Une fois les signaux captés, ils sont ensuite **amplifiés** et **filtrés** ces deux opérations sont appelées **conditionnement** des signaux. L'opération d'amplification est souvent effectuée par des amplificateurs opérationnels avec un gain pouvant atteindre 1000. Les signaux sont ensuite **filtrés** par des **filtres analogiques** visant à éliminer le bruit ou les distorsions causées par les capteurs. Par la suite, l'opération d'acquisition des signaux peut commencer en **numérisant** le signal par un convertisseur analogique-numérique (**CAN**), cette étape est souvent précédée par une étape où un **filtre anti-repliement est appliqué** au signal analogique pour limiter sa bande fréquentielle afin d'éviter le recouvrement ou le repliement spectral lors de l'opération **d'échantillonnage** [ENDE 12], [NAJA 12].

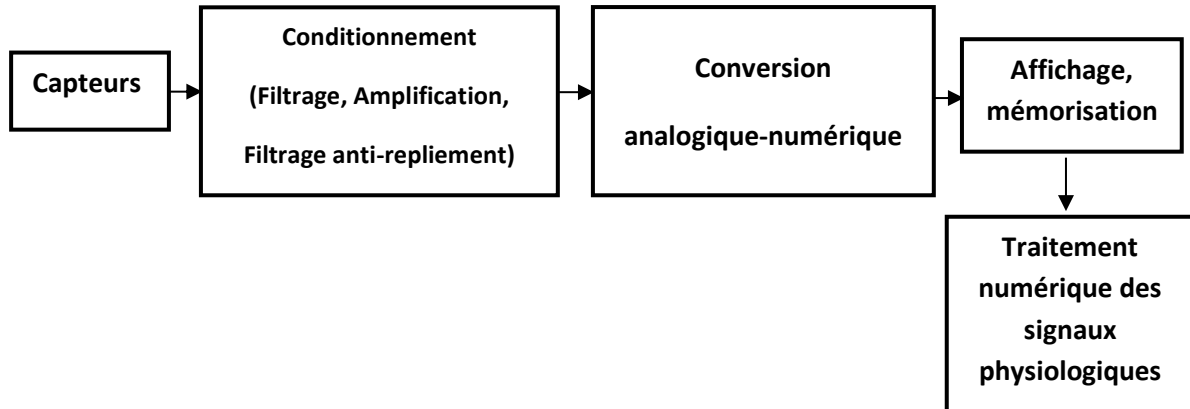


Figure 2.1 : chaîne de mesure des signaux physiologiques

La seconde étape de l'opération de numérisation du signal est la quantification, qui consiste à discrétiser les amplitudes du signal de façon à remplacer une infinité de valeurs d'amplitudes par un ensemble dénombrable (limité) de valeurs. Si le convertisseur analogique numérique possède une dynamique de tension (plage de conversion) allant de **Vmin** à **Vmax**, avec un nombre de **bit** égal à **N bits**, alors la **plage de conversion** est divisée en 2^N niveaux possibles, appelés **niveaux de résolution**. On appelle $L = 2^N$ le nombre de niveaux de quantification. On définit le **pas** de quantification ou **quantum** Q par [ENDE 12] :

$$Q = \frac{V_{max} - V_{min}}{2^N} \quad (2.1)$$

2.2 Principe des capteurs biomédicaux

Généralement, les instruments médicaux de diagnostic tirent leurs informations des capteurs, des électrodes ou des transducteurs. Ces derniers ont pour but de détecter (capter) les bio-signaux analogiques. Ces signaux peuvent être acquis directement par des électrodes, par exemple pour surveiller les signaux électriques générés par le cœur, les muscles ou le cerveau, ou indirectement par des transducteurs qui convertissent une variable physique non électrique en un signal électrique.

2.3 Mesure des bio-potentiels

La mesure des bio-potentiels est réalisée à l'aide de différents types d'électrodes spécialisées. La fonction de ces électrodes d'enregistrement est de coupler les potentiels ioniques générés à

l'intérieur du corps à un instrument électronique. Les électrodes bio-potentiellles sont classées en deux catégories :

- **Electrodes non invasives** : positionnées à la surface de la peau.
- **Electrodes invasives** : qui s'insère à l'intérieur des tissus. (par exemple, microélectrodes ou électrodes de fil).

Les mesures bio-potentiellles doivent être effectuées à l'aide d'électrodes de haute qualité pour minimiser les artefacts de mouvement et s'assurer que le signal mesuré est précis, stable et sans distorsion.

Les fluides corporels sont très corrosifs pour les métaux, donc tous les métaux ne sont pas acceptables pour la détection des bio-potentiels. En effet, certains matériaux sont toxiques pour les tissus vivants. Pour des applications implantables, on utilise typiquement des électrodes métalliques relativement fortes, fabriquées, par exemple, en acier inoxydable ou des matériaux nobles tels que l'or, ou à partir d'alliages divers tels que le platine-tungstène, le platine-iridium, etc. Les électrodes de surveillance externes peuvent utiliser des matériaux non nobles tels que l'argent. D'autres considérations sont à prendre en compte dans la conception et la sélection des électrodes des bio-potentiels tels que le coût et la durée de conservation.

2.3.1 Electrodes de mesure des signaux ECG

L'ECG est récolté grâce à des électrodes (au moins deux), l'électrode se présente en générale sous forme d'une plaque métallique (Argent, Acier inoxydable) de quelque centimètre carré de surface qui est lié à une connexion qui permet d'assurer la liaison électrique à l'électrocardiographe. Elle est aussi munie d'un système adhésif pour permettre la fixation sur la peau du patient. Ces électrodes sont posées sur la peau imprégnée localement d'une solution salée afin de permettre une bonne conductivité électrique.

2.3.1.1 Les dérivations électrocardiographiques

La **dérivation** électrocardiographique est une **connexion** établie **entre les électrodes** et **l'entrée** proprement dite de l'amplificateur de **l'électrocardiographe**. Il existe en électrocardiographie **6 dérivations** dans le **plan frontal** et **6 dérivations** dans le **plan horizontal** [SOUS 18] :

✚ **Les dérivations bipolaires (plan frontal) :** qui sont au nombre de trois, DI, DII, DIII (voir figure 2.2.a).

- La dérivation DI permet d'enregistrer la différence de potentiel entre la main gauche (pôle +) et la main droite (pôle -).
- La dérivation DII la connexion est effectuée entre la jambe gauche (pôle positif) et la main droite (pôle -).
- La dérivation DIII, permet d'enregistrer la différence de potentiel entre la jambe gauche (pôle +) et le bras gauche (pôle -).



- Figure 2.2.a Les dérivations bipolaires (frontales)

✚ **Les dérivations unipolaires (plan frontal) :**

Ils sont aussi au nombre de trois, notées aVR, aVL et aVF. Dans ce type de dérivation on utilise une électrode exploratrice positionnée sur les membres, les deux autres membres sont connectés afin de réaliser un potentiel proche de zéro (référence). La différence de potentiel est mesurée entre le point où est placée l'électrode exploratrice et le point de potentiel nul. (Voir figure 2.2.b) [SOUS 18].

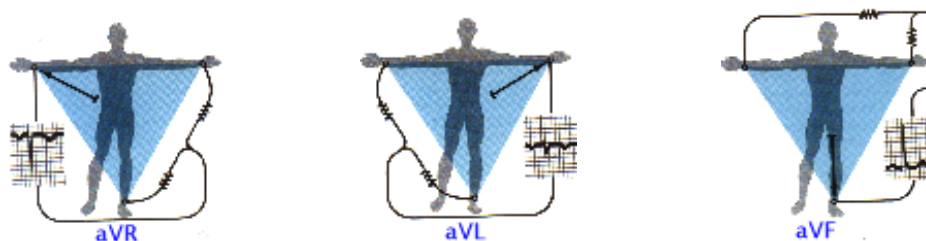


Figure 2.2.b : Les dérivations unipolaires (frontales) des membres

- ✚ **Les dérivations unipolaires précordiales (plan horizontal) :** avec une électrode exploratrice près du cœur sur le thorax, l'électrode occupe successivement six points déterminés de la région précordiale (sur le thorax) V1, V2, V3, V4, V5, V6. Le pôle négatif de toutes ces électrodes précordiales est le potentiel de la terre générée par la connexion des membres indiqués sur la figure 2.2.c, [SOUS 18].

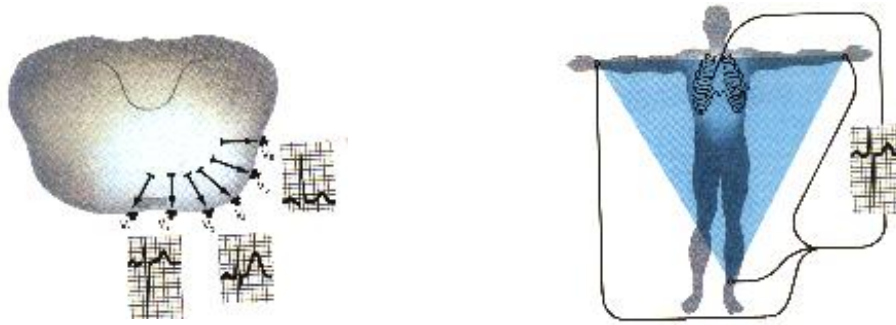


Figure 2.2.c : Les dérivations unipolaires précordiales (plan horizontal)

Figure 2.2 : Les dérivations électrocardiographiques

La combinaison des douze dérivations permet donc l'exploration de l'activité cardiaque dans les deux plans de l'espace frontal et horizontal.

2.3.2 Electrodes de mesure des signaux EMG

Différents types d'électrodes sont utilisées dans l'enregistrement des signaux (EMG). La forme des signaux EMG enregistrés dépend des propriétés électriques de ces électrodes et des emplacements d'enregistrement. Pour **les enregistrements non invasifs**, une préparation cutanée appropriée, qui implique normalement le nettoyage de la peau avec de l'alcool, ou l'application d'une petite quantité de pâte électrolytique (conductrice), contribue à améliorer considérablement la qualité du signal enregistré. Les électrodes les plus courantes utilisées pour l'enregistrement **EMG de surface (SEMG)** sont des disques circulaires d'environ 1 cm de diamètre en argent ou en platine.

Pour **l'enregistrement invasif** direct de signaux (**IEMG**) à partir de nerfs et de fibres musculaires,

une variété d'électrodes à aiguilles sont utilisées de manière transcutanée. Il existe deux types d'électrodes à aiguille :

- **L'électrode bipolaire concentrique** représentée sur la figure 2.3.a. Cette électrode est fabriquée à partir de fils métalliques minces enfermés dans une aiguille hypodermique. Les deux fils servent d'électrodes d'enregistrement et de référence.
- **L'électrode à aiguille unipolaire** (figure 2.3.b). Cette électrode est faite d'un fil mince qui est le plus souvent isolé par une mince couche de Teflon. Contrairement à une électrode bipolaire, cette électrode nécessite une seconde électrode de référence unipolaire pour former un circuit électrique fermé. La seconde électrode d'enregistrement est normalement placée soit adjacente à l'électrode d'enregistrement, soit fixée à la surface de la peau.

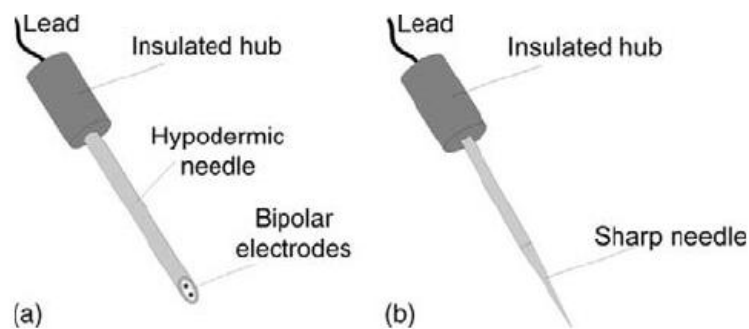


Figure 2.3 : Electrodes à aiguille de mesure des signaux EMG

Sharp needle : aiguille pointue

Hypodermic needle : aiguille sous-cutanée

Lead : connexion ou fil conducteur.

2.3.3 Electrodes de mesure des signaux EEG

Le nombre d'électrodes utilisées dans la récolte des signaux EEG varie entre 8 et 21 électrodes parfois plus. Les électrodes sont de trois types [ENDE 12] :

- **L'électrode tampon** : Elle a la forme d'un petit dôme de 2cm² à la base, en argent chloruré, recouvert d'un tampon de tissu imbibé d'eau saline. Elle est simplement placée sur le cuir chevelu après dégraissage et application d'une pâte conductrice (voir figure 2.4). Dans certains cas, ces électrodes sont maintenues par un casque de caoutchouc placé sur le crâne du patient.
- **L'électrode cupule** : Elle a la forme d'un disque en argent de 5mm de diamètre, Elle est collée sur le crâne par un carré de gaze imbibé d'une solution (figure 2.5.a).
- **L'électrode aiguille** : Elle a la forme d'une aiguille hypodermique, argentée ou en acier inoxydable. Elle est introduite juste sous la peau, parallèlement à la surface. Elle est surtout utilisée au bloc opératoire et en cas d'urgence (figure 2.5.b).

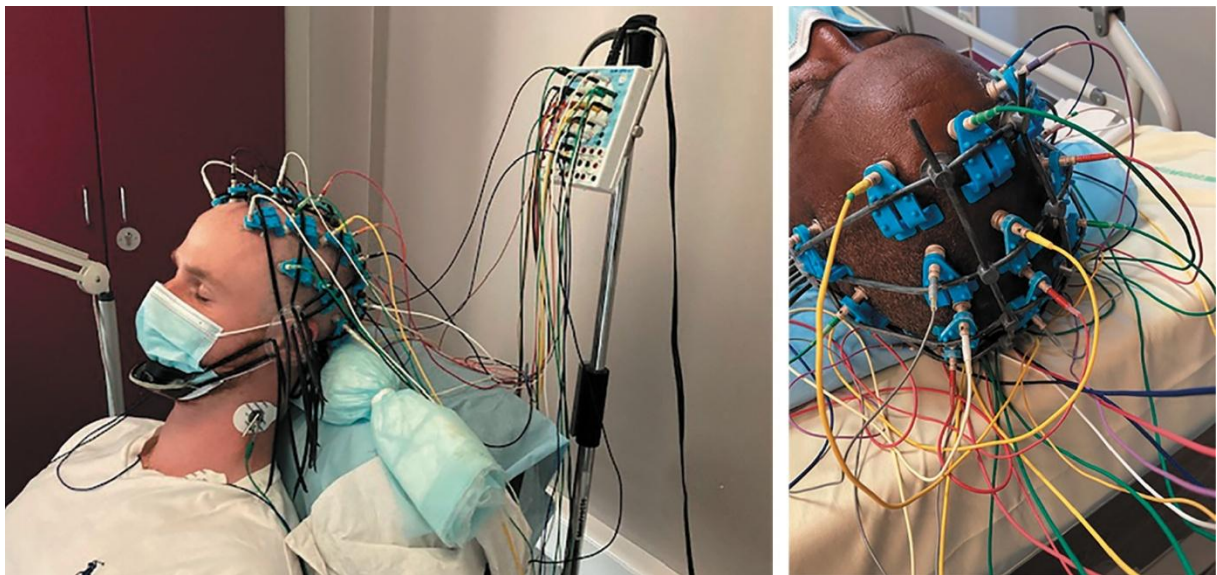
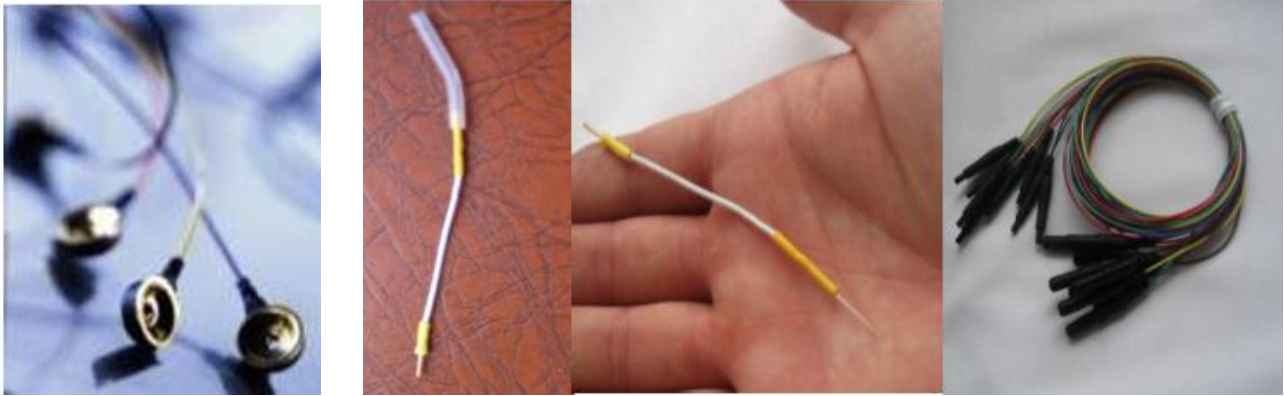


Figure 2.4 : Exemples d'enregistrement EEG à 21 électrodes. Le casque à lanières, relié à une mentonnière, maintient les électrodes tampons, celles-ci sont reliées à la boîte têtère par des fils de connexion [VIRG 21].



(a)

(b)

Figure 2.5 : (a) Electrodes cupules. (b) Electrodes aiguilles [MONI 11]

2.4 Conclusion

A travers ce chapitre nous avons constaté que les techniques de mesure des signaux physiologiques sont très diversifiées. En effet, chaque méthode de mesure conduit à des enregistrements spécifiques traduisant une activité bioélectrique bien précise, ainsi on conclut que l'étude des différentes techniques de mesure s'avère nécessaire afin de prévenir le traitement le plus adapté aux signaux enregistrés.

Chapitre 3

Origines des bruits dans les signaux physiologiques

3.1 Introduction

Le bruit dans les signaux physiologiques est d'origine **physiologique** et **instrumentale**. Dans ce chapitre, les différents types de bruits seront décrits suivant leurs natures et ceci pour les trois types de signaux physiologiques : l'ECG, l'EMG et l'EEG.

3.2. Le bruit dans le signal ECG

Le spectre d'un ECG normal décrit une bande fréquentielle utile qui s'étale de 3 Hz à 35 Hz, le spectre contient également les bandes fréquentielles liées au bruit, notamment **le bruit respiratoire** dont la fréquence est très faible (inférieur à 1 Hz), **le bruit dû au réseau électrique** qui se trouve à des fréquences harmoniques de 50 Hz (ou 60Hz), **le bruit dû à l'activité musculaire** dont la bande fréquentielle est large et s'étend de 25 Hz à 75 Hz.

L'artefact : est un signal d'interférence qui est généré par une autre source bioélectrique qui est différente de la source à étudier, par exemple le signal **EMG** constitue un **artefact** pour le signal **ECG**.

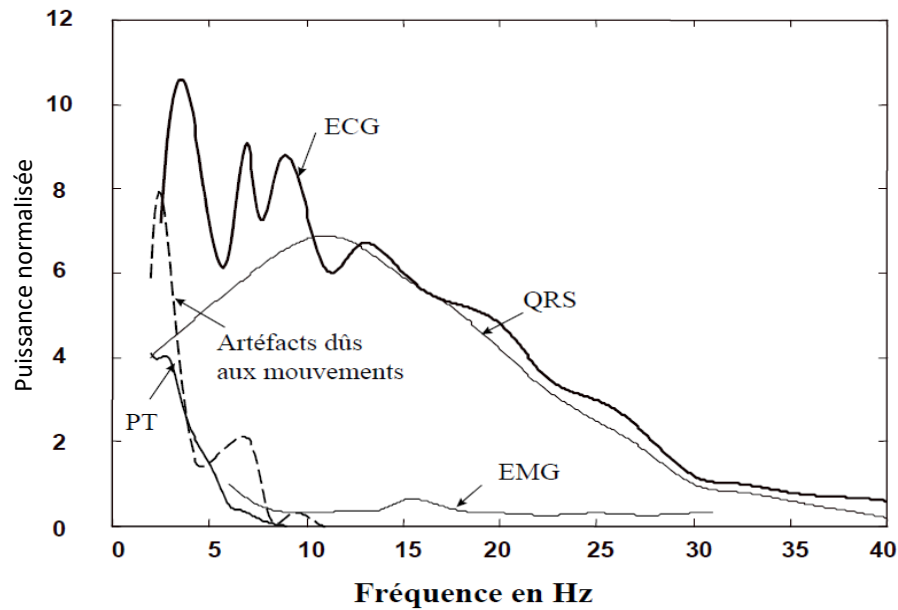


Figure 3.1: Spectre du signal ECG normal dans la bande [0Hz 40Hz] (bande utile)

3.2.1 Les bandes fréquentielles des artefacts dans l'ECG [SOUS 18]

Divers bruits et artefacts sont présents dans le signal ECG. Parmi les plus importants, on peut citer :

- 1) La dérive de la ligne de base (fréquence $< 1\text{Hz}$),
- 2) Les artefacts dus aux mouvements (fréquence 1-10Hz),
- 3) Le secteur et ses harmoniques (de fréquence fondamentale égale à 50Hz ou 60Hz),
- 4) L'EMG (bande fréquentielle de 25 à 75 Hz).

Quand un signal cardiaque est enregistré, il peut être affecté par plusieurs types de bruits, générés par divers phénomènes, qui peuvent être d'origine physiologiques ou bien d'origines instrumentales (dus à l'instrumentation électronique).

3.2.2. Les bruits d'origine physiologique (artefacts) dans l'ECG

- ✚ **La respiration** : les mouvements respiratoires sont capables d'influencer l'aspect cyclique de l'électrocardiogramme, d'une part par des variations de la fréquence cardiaque. D'autre part par des variations d'amplitudes des ondes du tracé de l'ECG. En effet pendant les phases d'inspiration et d'expiration de l'air, le volume d'air augmente et diminue dans les poumons

de manière presque périodique, ceci se traduit sur l'ECG non seulement par une modulation d'amplitude, mais aussi par une variation de la fréquence cardiaque.

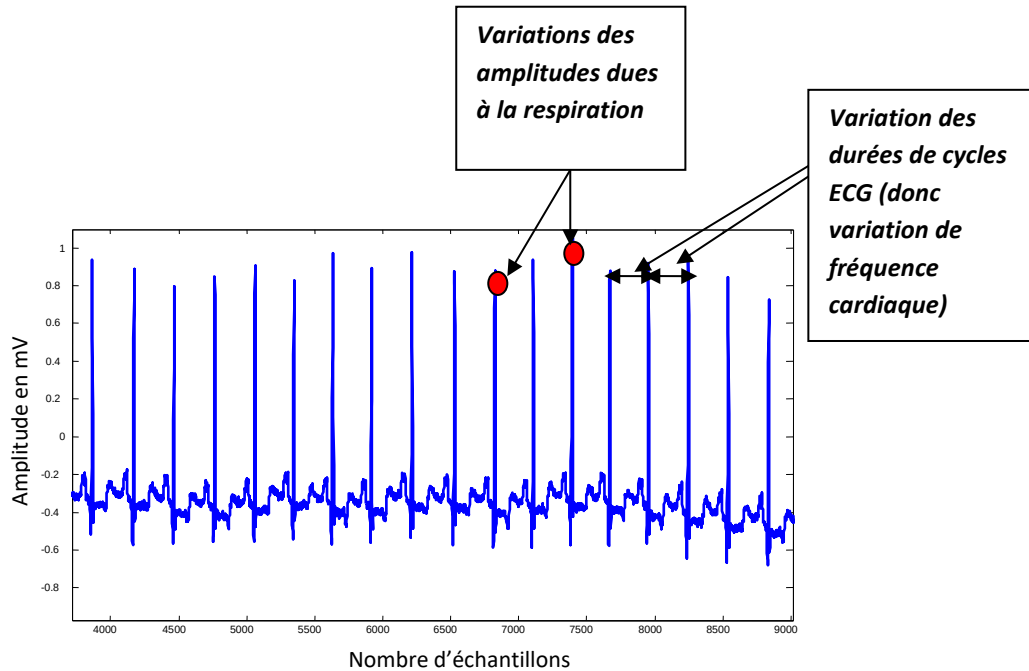


Figure 3.2.(a): influence de la respiration sur le signal ECG

- ✚ **La dérive de la ligne de base** : cette perturbation se traduit par **une variation lente** (de basse fréquence) **qui affecte la ligne de base du signal ECG**. En général sa plus haute fréquence est au-dessous de 1 Hz. Elle est due aux différents mouvements, tel que le mouvement des électrodes d'enregistrement de l'ECG qui génère une variation de l'impédance de contact avec la peau. Ainsi que les mouvements dus au signal respiratoire [SOUS 18].

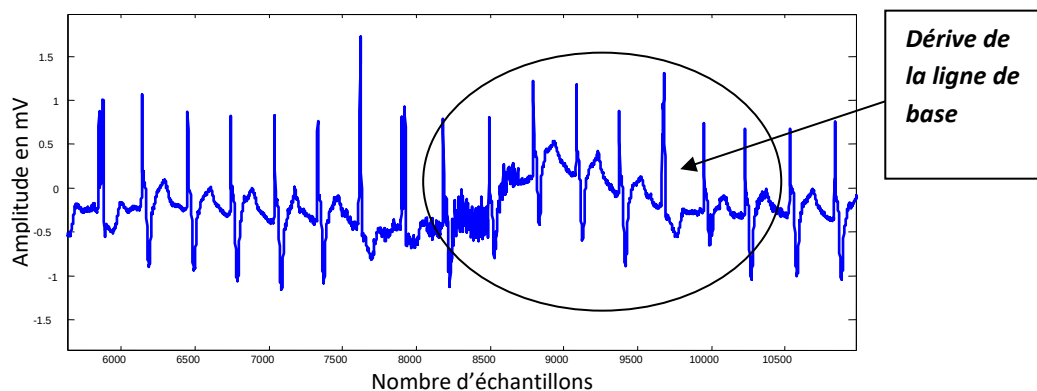


Figure 3.2.(b) : la dérive de la ligne de base du signal ECG

- ✚ **L'activité électromyographique (ou musculaire) :** c'est un signal électrique généré par les tremblements musculaires, dus essentiellement à la décontraction imparfaite du patient, ce qui donne lieu à des oscillations très fines et régulières de la ligne de base. Les fréquences des signaux correspondants à ce type d'interférences sont comprises entre 25 Hz et 75 Hz.

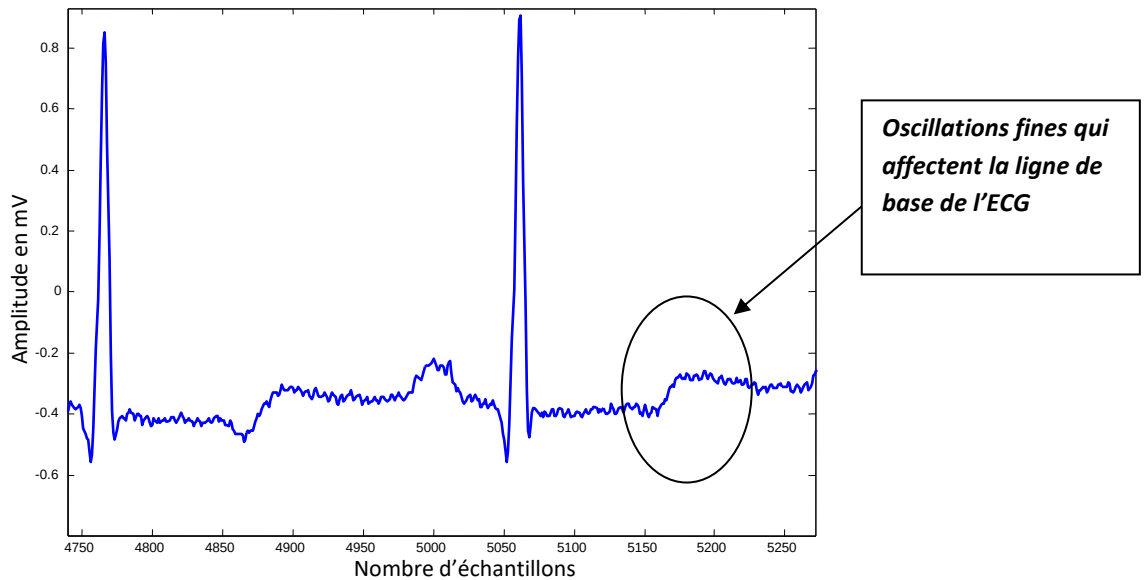


Figure 3.2. (c) : l'interférence de l'activité musculaire qui affecte l'ECG

3.2.3. Les bruits d'origine instrumentale dans l'ECG

- ✚ **Le bruit thermique :** l'utilisation d'équipement d'enregistrement électronique implique l'existence d'un bruit thermique dont la puissance est proportionnelle à la valeur absolue de la température. Ce type de bruit est dû à l'échauffement de l'appareillage électronique.
- ✚ **Le bruit de contact :** ce deuxième phénomène de bruit peut être causé par le contact entre les électrodes et la peau du patient (appelé potentiels de jonctions). En effet il existe des instabilités des potentiels de jonction dues aux mouvements du patient et au mauvais contact entre la peau et l'électrode. Le résultat de ces instabilités est une différence de potentiel équivalente qui est enregistrée par les électrodes et qui s'ajoute comme un bruit au signal ECG.
- ✚ **Le bruit de quantification :** ce type de bruit prend naissance dans l'opération d'échantillonnage et de conversion du signal analogique en un signal numérique. Il est approximativement modélisé par un bruit additif.

✚ **L'interférence du réseau électrique** : lors de l'enregistrement du signal cardiaque, son corps se comporte comme une antenne qui capte le rayonnement du réseau électrique, ce qui provoque la superposition de signaux périodiques à des fréquences harmonique (multiples) de 50 Hz (ou 60 Hz), dont l'amplitude est variable. Ces signaux apparaissent comme des oscillations fines et régulières qui se superposent au signal cardiaque. Dans ce cas l'ECG est caractérisé par une dentelure régulière de la ligne isoélectrique dans le domaine temporel et par la présence d'un pic à la fréquence 50 Hz (ou 60 Hz) dans le spectre fréquentiel de l'ECG.

3.3. Le bruit dans le signal EMG [CAO 10]

Le signal EMG est influencé par de nombreux bruits physiologiques et non physiologiques sur son chemin à partir de la membrane musculaire jusqu'au matériel d'analyse et de traitement.

3.3.1. Les bruits de nature physiologique dans l'EMG

✚ **Les caractéristiques du tissu conducteur**

La mesure du signal EMG est possible grâce au volume conducteur, qui correspond à l'ensemble des tissus présents entre le muscle et les électrodes (par exemple la graisse). Malheureusement, les propriétés de ce chemin intermédiaire sont complexes et souvent non homogène. Ces propriétés peuvent influencer le signal EMG de surface plus ou moins selon le genre, l'épaisseur, le changement physiologique et la température du tissu conducteur.

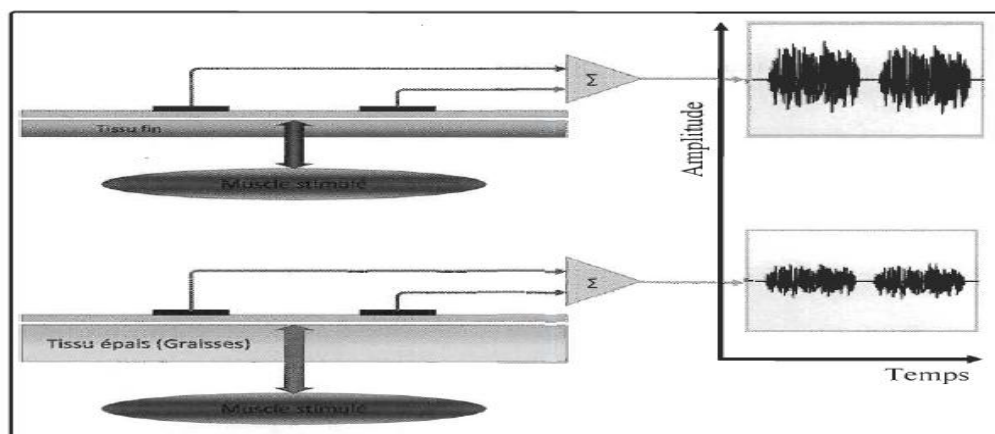


Figure 3.3 : L'influence du tissu conducteur sur l'EMG

La diaphonie (Cross Talk)

Les signaux provenant des muscles avoisinants ou plus profonds peuvent influencer le signal EMG provenant d'une électrode placée sur un muscle de surface, ce phénomène est appelé la diaphonie. En pratique, cette diaphonie ne dépasse pas 10 à 15% du contenu du signal EMG dans de bonnes conditions d'acquisition.

Le signal ECG (battements de Cœur)

Les pics de l'ECG peuvent interférer avec les enregistrements du signal EMG, surtout lorsqu'il est effectué sur une partie proche du cœur, par exemple les muscles du tronc/épaule ou le muscle diaphragmatique (muscle qui se trouve entre la partie thoracique et la partie abdominaux-pelvienne). La difficulté du filtrage du signal ECG revient au fait qu'il recouvre en partie la même plage fréquentielle que le signal EMG, ce qui nécessite de développer des algorithmes puissants afin de l'éliminer.

3.3.2. Les bruits de nature instrumentale dans l'EMG

L'emplacement des électrodes

Toute modification dans la distance entre l'origine du signal (fibre musculaire) et le site de détection (l'électrode) va modifier la lecture du signal EMG. Donc il s'agit d'un problème assez délicat.

Bruit externe

C'est le bruit résultant de l'appareillage électronique présent dans l'environnement où est effectuée la mesure du signal EMG. Des précautions particulières (isolation, ... etc.) doivent être prises dans les environnements électriques bruyants. Le bruit le plus répandu, c'est l'intervention directe du 50 Hz (ou 60 Hz) issus du réseau électrique.

Électrodes et amplificateurs

La mauvaise qualité des électrodes et le bruit interne de l'amplificateur peuvent être ajoutés au contenu du signal EMG et ils affectent vraiment l'évaluation des activités musculaires.

3.4. Le bruit dans le signal EEG

3.4.1. Les bruit de nature physiologique dans l'EEG [NAJA 12]

Mouvements oculaires

Plusieurs phénomènes biologiques fournissent des signaux plus puissants que les signaux EEG, tels que les contractions musculaires et les mouvements des yeux. L'œil est un grand dipôle et en tant que tel, il produit des signaux importants dans les cerveaux gauche et droit. Les yeux se déplacent de gauche à droite à environ 10 fois par seconde. Les signaux résultants de ce phénomène peuvent être éliminés en plaçant l'électrode de référence sur le nez, et en utilisant une amplification différentielle, les signaux dus au mouvement de l'œil seront rejetés par le facteur de rejet en mode commun de l'amplificateur.

Artefacts dus à la variation de la température

Un autre artefact observé dans l'EEG est dû au fait que ce signal est très dépendant de la température. Généralement, un ralentissement de l'activité EEG est observé pendant **l'hypothermie**, lorsque la température corporelle descend en dessous de 35 ° C. Cela ne signifie pas nécessairement que le patient a subi des dommages au cerveau. C'est pourquoi il est souvent recommandé que les signaux EEG soient pris dans une pièce avec une température fixe et des réglages d'éclairage.

Il existe d'autres sources d'interférence qui peuvent être introduites par :

-  Les fils conducteurs agissant comme des antennes captant des signaux ambiants.
-  Les contractions musculaires du visage causées par le clignotement des yeux, le mouvement du thorax dû à la respiration, les artefacts du signal musculaire et l'ECG sont toutes des sources importantes de potentiels électriques qui s'ajoutent au signal EEG, ceux-ci doivent donc être filtrés lors de la mesure de l'EEG.

3.4.2. Les bruit de nature instrumentale dans l'EEG

Mouvement des électrodes

Une autre source potentielle de bruit est le mouvement des électrodes. Chaque électrode forme un équilibre électrochimique avec la peau de la tête, et lorsque l'électrode est déplacée, il y a

naissance de potentiel de jonction donnant naissance à un artefact affectant le signal EEG utile. Ce type de bruit a souvent une fréquence de quelques Hertz, il peut donc être éliminé grâce à un filtre passe haut.

- ✚ Comme pour les signaux ECG et EMG, le signal EEG est aussi affecté par le bruit du réseau électrique (50 Hz-60Hz).

Le filtrage des bandes de fréquences spécifiques à partir de l'EEG peut être utilisé pour réduire l'influence du bruit et des sources d'interférences mentionnées précédemment.

3.5. Conclusion :

Qu'ils soient d'origine physiologique ou instrumentale, les bruits qui affectent les signaux physiologiques constituent un vrai obstacle lors de la mesure de ces signaux. Ces derniers doivent donc être mesurés en respectant les conditions qui permettent d'effectuer les enregistrements les plus précis afin de diminuer l'effet du bruit d'origine instrumentale. Les bruits d'origine physiologiques quant à eux sont réduits en utilisant le filtrage des signaux physiologiques après leurs enregistrement.

Chapitre 4

Analyse spectrale et modélisation

4.1. Introduction

Le but de ce chapitre est de définir les **méthodes d'analyse spectrale (fréquentielle)** d'un signal, avant d'aborder ce sujet il est important de faire un rappel sur la transformation de Fourier, la transformation de Fourier à temps discret et la transformation de Fourier discrète. La transformée de Fourier discrète s'introduit quand il s'agit de calculer la transformée de Fourier à l'aide d'un calculateur numérique. En effet un tel calculateur ne peut traiter que des nombres en quantité limitée par la taille de sa mémoire.

4.2. Rappel sur la Transformation de Fourier (TF), la transformation de Fourier à temps discret (TFTD) et la transformation de Fourier Discrète (TFD)

✚ La transformée de Fourier d'un signal **continu** est donnée par [BAUD 01]:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt \quad (4.1)$$

✚ La transformée de Fourier d'un signal **discret** est appelée **transformation de Fourier à temps discret**, elle est calculée pour un signal discret $x(n)$, telle que $t = nT_e$ (temps discret), la fréquence f est continue, l'équation (4.1) devient alors :

$$X(f) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j2\pi nT_e f} \quad (4.2)$$

Avec :

N est le nombre d'échantillons (la taille) du signal $x(n)$.

$X(f)$ est continue et la fréquence f est continue.

✚ **La transformée de Fourier discrète d'un signal discret est une transformation de Fourier obtenue en discrétisant le temps et la fréquence** [BAUD 01] :

- **Discrétisation de la variable temps** : $t = nT_e$
- **Discrétisation de la fréquence** : la discrétisation de la variable fréquence consiste à remplacer la fréquence f par $K\Delta f$, $K=0, \dots, N-1$, ces fréquences sont appelées fréquences harmoniques de la TFD.

$$\Delta f = \frac{Fe}{N},$$

Telle que Δf est appelée résolution spectrale ou distance entre deux raies spectrales.

A partir de là on définit la transformée de Fourier discrète en remplaçant t et f dans l'équation (4.2) :

$$X(K) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi n T_e \cdot K \frac{Fe}{N}} \quad (4.3)$$

D'où par simplification de calcul ($T_e \cdot Fe = 1$):

$$X(K) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi n \frac{K}{N}},$$

$$K = 0, \dots, N-1$$

(4.4)

4.2.1 Propriétés de la TFD

- $X(K)$ et $x(n)$ sont tous deux de même longueur finie N .
- $X(K)$ est périodique de période N car :

$$X(K+N) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi n \frac{(K+N)}{N}} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi n \frac{K}{N}} \cdot e^{-j2\pi n}$$

D'où
$$X(K+N) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi n \frac{K}{N}} = X(K) \quad (4.5)$$

- La transformée de Fourier discrète **inverse** est donnée par :

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{K=0}^{N-1} X(K) e^{+j2\pi n \frac{K}{N}}, \quad n = 0, \dots, N-1,$$

(4.6)

Pour simplifier les écritures on pose souvent :

$$W_N = e^{-j2\pi/N}$$

D'où la nouvelle écriture de la TFD et de la TFD inverse :

$$\begin{aligned} X(K) &= \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{nK}, & K &= 0, \dots, N-1 \\ x(n) &= \frac{1}{N} \sum_{K=0}^{N-1} X(K) W_N^{-nK}, & n &= 0, \dots, N-1 \end{aligned}$$

(4.7)

➤ **Linéarité :** $TFD[\alpha \cdot x(n) + \beta \cdot y(n)] = \alpha \cdot TFD[x(n)] + \beta \cdot TFD[y(n)]$ (4.8)

➤ **Translation :** $TFD[x(n - n_0)] = e^{-j2\pi n_0 \frac{K}{N}} \cdot TFD[x(n)] = W_N^{n_0 K} \cdot TFD[x(n)]$, de même :

$$TFD^{-1}[X(K - K_0)] = W_N^{-n_0 K} \cdot TFD^{-1}[X(K)]$$
 (4.9)

➤ **Egalité de PARSEVAL :** $\sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2 = \frac{1}{N} \sum_{K=0}^{N-1} |X(K)|^2$ (4.10)

➤ **Symétrie :** si $x(n)$ est réelle alors : $X(K) = X^*(N - K) = X^*(-K)$ (4.11)

Où $*$: est le complexe conjugué

- **Convolution discrète:**

$$si : h(n) = x(n) * y(n) = \sum_{p=0}^{N-1} x(p) \cdot y(n - p)$$
 (4.12)

$$\text{alors} : TFD[h(n)] = TFD[x(n)] \cdot TFD[y(n)] \quad (4.13)$$

➤ **Produit :** si $h(n) = x(n) \cdot y(n)$ alors $TFD[h(n)] = TFD[x(n)] * TFD[y(n)]$ (4.14)

Telle que ci-dessus $*$: indique la convolution linéaire.

➤ **Fonction d'intercorrélation des signaux de durées limitées :** cette fonction est donnée par :

$$C_{xy}(m) = \sum_{n=0}^{N_x-1} x(n)y(n+m) \quad (4.15)$$

où N_x est la durée de $x(n)$,

Si N_y est la durée de $y(n)$, alors la durée de $C_{xy}(m)$ est $N = N_x + N_y - 1$ et :

$$TFD[C_{xy}(n)] = [TFD[x(n)]]^* \cdot TFD[y(n)] \quad (4.16)$$

Où $*$: indique le complexe conjugué.

Avant de parler de la densité spectrale il est nécessaire de parler des fonctions de corrélation, car la relation entre les deux est inévitable.

4.3. Fonctions de corrélation

Les fonctions de corrélation ou d'intercorrélation permettent de comparer des signaux distincts en fonction du retard entre ces signaux. La transformée de Fourier des fonctions de corrélation est le spectre d'énergie ou le spectre de puissance de ces signaux [TISS 08].

4.3.1 Définitions et propriétés

4.3.1.1 Définitions

Les fonctions de corrélation et d'intercorrélation se calculent différemment suivant que le signal est à énergie finie ou à puissance moyenne finie.

✚ Les signaux à **énergie finie** ce sont des signaux à support limité, ils sont à **puissance moyenne nulle** (par exemple le signal rectangulaire) :

$$W_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x|^2 dt < \infty \quad (\text{énergie finie bornée}) \quad (4.17)$$

✚ Les signaux à **puissance moyenne finie** ce sont des signaux à **énergie infinie** :

$$P_x = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x|^2 dt < \infty \text{ (puissance moyenne finie)} \quad (4.18)$$

Avec $|x| = x \cdot x^*$ et x^* : est le complexe conjugué de x .

✚ Les signaux périodiques sont des signaux qui durent dans le temps, ils sont à support temporel illimité, ils sont donc à énergie infinie, donc à **puissance moyenne finie**.

✚ Les signaux biomédicaux tels que l'ECG, L'EMG et l'EEG, sont des signaux à **puissance moyenne finie**, c'est-à-dire à **énergie infinie**.

A partir de là, les **fonctions de corrélation** sont définies pour chaque type de signaux d'une manière différente :

➤ Pour les signaux à **énergie finie**, les fonctions de corrélation sont définies par :

$$L'intercorrélation : C_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot y^*(t - \tau) dt \quad (4.19)$$

$$L'autocorrélation : C_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot x^*(t - \tau) dt \quad (4.20)$$

➤ Pour les signaux à **puissance moyenne finie**, les fonctions de corrélation sont définies par :

$$L'intercorrélation : C_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cdot y^*(t - \tau) dt \quad (4.21)$$

$$L'autocorrélation : C_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cdot x^*(t - \tau) dt \quad (4.22)$$

Où $*$: est le complexe conjugué.

4.3.1.2. Propriétés des fonctions de corrélations

➤ Propriété de Symétrie

➤ Symétrie hermitienne :

$$C_{xy}(-\tau) = C_{yx}^*(\tau) \quad (4.23)$$

$$C_{xx}(-\tau) = C_{xx}^*(\tau) \quad (4.24)$$

tel que $*$: indique le complexe conjugué,

Pour les **signaux réels** cette propriété s'écrit :

$$C_{xy}(-\tau) = C_{yx}(\tau) \quad (4.25)$$

$$C_{xx}(-\tau) = C_{xx}(\tau) \quad (4.26)$$

Cela veut dire que la fonction **d'autocorrélation** est **paire** pour les signaux réels.

➤ Inégalité de SCHWARTZ

$$|C_{xx}(\tau)| \leq C_{xx}(0) \quad (4.27)$$

La valeur $C_{xx}(0)$ constitue donc un maximum de la fonction d'autocorrélation.

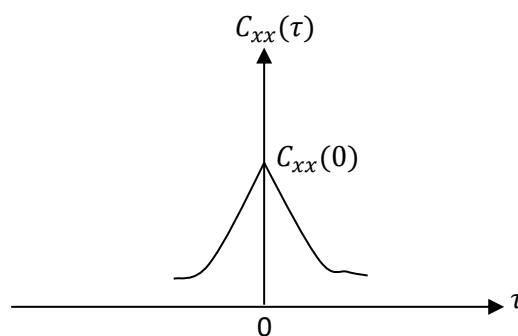


Figure 4.1 : Fonction d'autocorrélation

✚ Signification de $C_{xx}(0)$:

- Pour les signaux à **énergie finie** $C_{xx}(0)$ représente l'énergie du signal car :

$$C_{xx}(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot x^*(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt \quad (4.28)$$

- Pour les signaux à **puissance moyenne finie** $C_{xx}(0)$ représente la puissance du signal car :

$$C_{xx}(0) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x(t) \cdot x^*(t) dt = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt \quad (4.29)$$

4.4. Densité spectrale d'énergie et de puissance

On appelle **densité spectrale de puissance (DSP)**, pour les signaux à puissance moyenne finie) et **densité spectrale d'énergie (DSE)**, pour les signaux à énergie finie) : les transformées de Fourier des fonctions de corrélations, données par les équations ci-dessous :

- Pour les signaux à énergie finie, la DSE est donnée par :

$$S_{xx}(f) = X(f) \cdot X(f)^* = |X(f)|^2 = TF(C_{xx}(\tau)) \quad (4.30)$$

Où $X(f)$ représente la transformée de Fourier du signal $x(t)$.

- Pour les signaux à puissance moyenne finie, la DSP est donnée par :

$$S_{xx}(f) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} X_T(f) \cdot X_T(f)^* = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} |X_T(f)|^2 = TF(C_{xx}(\tau)) \quad (4.31)$$

Où $X_T(f)$ représente la transformée de Fourier du signal $x(t)$ sur une durée T .

✚ Le théorème de PARSEVAL : il est défini par :

- Pour les signaux à énergie finie : $\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df$ (4.32)

Où $X(f)$ représente la transformée de Fourier du signal $x(t)$.

- Pour les signaux à puissance moyenne finie :

$$\lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} |X_T(f)|^2 df \quad (4.33)$$

Où $X_T(f)$ représente la transformée de Fourier du signal $x(t)$ sur une durée T .

Le théorème de PARSEVAL implique que l'énergie est **conservée** lors du passage du domaine **fréquentiel** au domaine **temporel**.

4.5. Estimation de la densité spectrale de puissance d'un signal discret

Les signaux physiologiques (ECG, EMG, EEG) sont des signaux à **puissance moyenne finie** (donc à énergie infinie). Dans ce paragraphe on s'intéresse à la densité spectrale de puissance (DSP) d'un signal discret. Deux méthodes sont couramment utilisées pour estimer cette densité, la méthode du **périodogramme** et celle du **corrélogramme** [TISS 08].

4.5.1. Méthode du périodogramme

Soit un signal $x(n)$ de N échantillons, la densité spectrale de ce signal est estimée en utilisant la méthode du périodogramme par [TISS 08] :

$$\widehat{S_{xx}}(K) = \frac{1}{N} |X(K)|^2 \quad (4.34)$$

Où $X(K)$ est la TFD de $x(n)$ sur N points.

4.5.1.1. Méthode du périodogramme moyenné

On considère un signal numérique $x(n)$ de durée N sur lequel on applique la procédure suivante [TISS 08] :

1. Le signal à analyser est découpé en M segments $x_i(n)$ comportant Nt échantillons. Ces segments peuvent se recouvrir partiellement.
2. Les valeurs de chaque segment sont pondérées par une fenêtre temporelle $w(n)$.

3. Le module au carré de la transformation de Fourier de chaque segment pondéré est calculé et divisé par Nt (comme si on calculait la DSP de chaque segment).
4. Enfin, la densité spectrale de puissance est estimée par la moyenne des spectres de M segments consécutifs.

$$\widehat{S_{xx}}(K) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{|TFD(x_i(n).w(n))|^2}{Nt} \quad (4.35)$$

Avec : $n=0,..N-1$ et $K=0,..N-1$ (durée du signal $x(n)$ et de sa densité spectrale)

4.5.2. Méthode du corrélogramme

Cette méthode est une application directe du **théorème de Wiener-Khinchine** qui stipule que la DSP d'un signal est égale à la transformation de Fourier de sa fonction d'autocorrélation [TISS 08]:

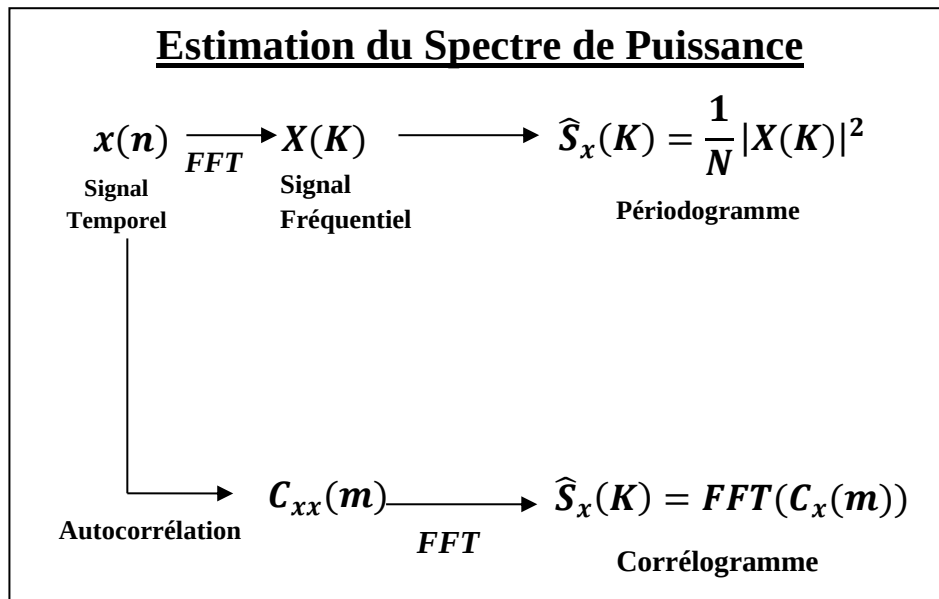
$$\widehat{S_{xx}}(K) = TFD(C_{xx}(m)) \quad (4.36)$$

Cependant, il existe deux méthodes afin d'estimer la fonction d'autocorrélation d'un signal discret $x(n)$ de N échantillons, en utilisant deux estimateurs :

➤ Estimateur biaisé : $\hat{C}_{xx}(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-m-1} x(n).x(n+m)$ (4.37)

➤ Estimateur non biaisé : $\hat{C}_{xx}(m) = \frac{1}{N-m} \sum_{n=0}^{N-m-1} x(n).x(n+m)$ (4.38)

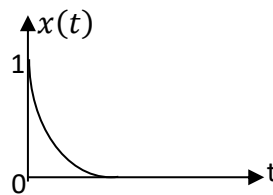
avec $0 \leq m \leq N - 1$ pour les deux estimateurs.



Exercice : Soit le signal à énergie finie : $x(t) = e^{-at} \cdot u(t)$ (avec $u(t)$ est l'échelon unitaire). Trouver la fonction d'autocorrélation. Calculer la densité spectrale d'énergie. Vérifier l'égalité de Parseval.

Solution :

1) Le signal $x(t) = e^{-at} \cdot u(t)$ est à énergie finie (quand $t \rightarrow +\infty$ alors $x(t) \rightarrow 0$) :



La fonction d'autocorrélation est donnée par :

$$C_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot x^*(t - \tau) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-at} \cdot u(t) \cdot e^{-a(t-\tau)} \cdot u(t - \tau) dt$$

Sachant que $u(t - \tau) = \begin{cases} 1 & \text{si } t > \tau \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$, alors :

$$C_{xx}(\tau) = \int_{\tau}^{+\infty} e^{-at} \cdot u(t) \cdot e^{-a(t-\tau)} dt$$

Pour calculer cette intégrale il faut connaître le signe de τ :

1^{er} cas : $\tau > 0$:

$$C_{xx}(\tau) = \int_{\tau}^{+\infty} e^{-at} \cdot e^{-a(t-\tau)} dt = \int_{\tau}^{+\infty} e^{-2at+a\tau} dt = e^{a\tau} \int_{\tau}^{+\infty} e^{-2at} dt = \frac{e^{a\tau}}{-2a} [e^{-2at}]_{\tau}^{+\infty}$$

D'où :

$$C_{xx}(\tau) = \frac{e^{-a\tau}}{2a}$$

2^{ème} cas : $\tau < 0$:

$$C_{xx}(\tau) = \int_{\tau}^{+\infty} e^{-at} \cdot u(t) \cdot e^{-a(t-\tau)} dt = \int_{\tau}^0 e^{-at} \cdot u(t) \cdot e^{-a(t-\tau)} dt + \int_0^{+\infty} e^{-at} \cdot u(t) \cdot e^{-a(t-\tau)} dt$$

$u(t)$ est nul pour les valeurs négatives de t , d'où :

$$C_{xx}(\tau) = \int_0^{+\infty} e^{-at} \cdot e^{-a(t-\tau)} dt = e^{a\tau} \int_0^{+\infty} e^{-2at} dt = \frac{e^{a\tau}}{-2a} \cdot [e^{-2at}]_0^{+\infty}$$

On obtient donc :

$$C_{xx}(\tau) = \frac{e^{-a|\tau|}}{2a}$$

Donc en récapitulant les résultats des deux cas, la fonction d'autocorrélation est donnée par :

$$C_{xx}(\tau) = \frac{e^{-a|\tau|}}{2a}$$

2) La densité spectrale d'énergie :

On calcul la densité spectrale d'énergie en utilisant l'équation (4.30) :

$$S_{xx}(f) = |X(f)|^2$$

$$\text{Avec } X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt = \int_0^{+\infty} e^{-at} \cdot e^{-j2\pi ft} dt$$

$$X(f) = \int_0^{+\infty} e^{-(a+j2\pi f)t} dt = \frac{1}{-(a+j2\pi f)} \cdot [e^{-(a+j2\pi f)t}]_0^{+\infty} = \frac{1}{(a+j2\pi f)}$$

D'où la densité spectrale d'énergie:

$$S_{xx}(f) = \frac{1}{(a^2 + 4\pi^2 f^2)}$$

La densité spectrale d'énergie peut être aussi calculée en utilisant la méthode du corrélogramme :

$$S_{xx}(f) = TF(C_{xx}(\tau)) = \int_{-\infty}^{+\infty} C_{xx}(\tau) \cdot e^{-j2\pi f\tau} d\tau$$

D'où :

$$S_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-a|\tau|}}{2a} \cdot e^{-j2\pi f\tau} d\tau = \int_{-\infty}^0 \frac{e^{a\tau}}{2a} \cdot e^{-j2\pi f\tau} d\tau + \int_0^{+\infty} \frac{e^{-a\tau}}{2a} \cdot e^{-j2\pi f\tau} d\tau$$

$$S_{xx}(f) = \frac{1}{2a} \frac{1}{(a-j2\pi f)} \cdot [e^{(a-j2\pi f)\tau}]_{-\infty}^0 - \frac{1}{2a} \frac{1}{(a+j2\pi f)} \cdot [e^{-(a+j2\pi f)\tau}]_0^{+\infty}$$

$$S_{xx}(f) = \frac{1}{2a} \cdot \left(\frac{1}{(a-j2\pi f)} + \frac{1}{(a+j2\pi f)} \right) = \frac{1}{(a^2 + 4\pi^2 f^2)}$$

On constate bien que les deux méthodes de calcul de la densité spectrale d'énergie aboutissent au même résultat.

3) Vérification de l'égalité de PARSEVAL :

D'après l'équation (4.32), cette égalité s'écrit :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df$$

Pour vérifier cette égalité, on commence par calculer son premier membre :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2at} \cdot u(t) dt = \int_0^{+\infty} e^{-2at} dt = \frac{-1}{2a} [e^{-2at}]_0^{+\infty} = \frac{1}{2a}$$

Le deuxième membre de l'égalité de PARSEVAL :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(a^2 + 4\pi f^2)} df = \frac{1}{a^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1 + \left(\frac{2\pi f}{a}\right)^2} df$$

On pose $u = \frac{2\pi f}{a}$ donc $du = \frac{2\pi}{a} df$, d'où $df = \frac{a}{2\pi} du$, on remplace dans l'intégrale :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df = \frac{1}{a^2} \cdot \frac{a}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1 + (u)^2} du$$

Sachant que $\int \frac{1}{1+(u)^2} du = \arctang(u)$, on obtient :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df = \frac{1}{2\pi a} [\arctang(u)]_{-\infty}^{+\infty} = \frac{1}{2\pi a} \left[\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right] = \frac{1}{2a}$$

Donc d'après ce qui précède les deux membres de l'égalité de PARSEVAL sont égaux.

L'égalité de PARSEVAL est donc vérifiée.

4.6 Conclusion :

Les principaux outils de l'analyse spectrale ont été présentés dans ce chapitre, principalement la transformation de Fourier, la transformation de Fourier à temps discret et la TFD, ainsi que les fonctions d'intercorrélation et d'autocorrélation. Les principales propriétés de ces outils ont été données. A la fin du chapitre on aborde les deux méthodes de calcul de la densité spectrale de puissance, la méthode du périodogramme et celle du corrélogramme. Ces méthodes sont appliquées à des signaux ECG, pendant les travaux pratiques, selon le contenu précisé par le canevas officiel de la matière "travaux pratiques de traitement des signaux physiologiques".

Chapitre 5

Traitement des signaux physiologiques bruités

5.1 Introduction

Dans ce chapitre on abordera une méthode de traitement des signaux physiologiques bruités qui est le filtrage. Le filtrage d'un signal est une opération qui permet principalement **l'élimination** ou **la réduction** des composantes fréquentielles relatives au **bruit** ou aux **interférences** qui peuvent entacher ce signal. Un filtre est un système linéaire (ou non linéaire) dont le rôle est de modifier la composition spectrale d'un signal sans y ajouter de nouvelles composantes. Il permet le renforcement ou l'atténuation d'une ou plusieurs bandes de fréquences, ces bandes fréquentielles sont généralement relatives au bruit et aux interférences.

5.2. Rappel sur le filtrage linéaire et le filtrage analogique

5.2.1. Définition

Un filtre linéaire est un système **linéaire invariant** dans le temps, il permet de **modifier** la distribution fréquentielle d'un signal selon des spécifications données. La réponse d'un filtre linéaire à une entrée $x(t)$ est la **convolution** de cette entrée avec la réponse impulsionnelle du filtre $h(t)$ [KPAL 03].

$$y(t) = h(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(u)x(t - u)du \quad (5.1)$$

* : est convolution linéaire

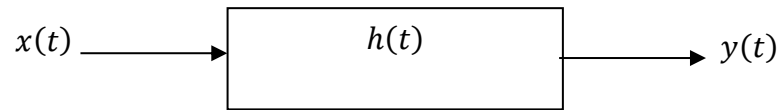


Figure 5.1 : Schéma bloc d'un filtre linéaire dans le domaine temporel

Dans le domaine fréquentiel, le filtre est modélisé comme suit

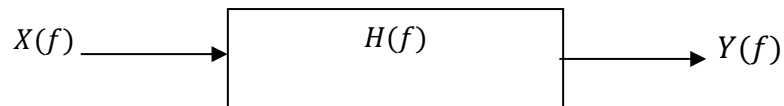


Figure 5.2 : Schéma bloc d'un filtre linéaire dans le domaine fréquentiel

$$Y(f) = H(f).X(f) \quad (5.2)$$

Où,

$X(f)$, $Y(f)$ et $H(f)$ sont les transformations de Fourier de $x(t)$, $y(t)$ et $h(t)$ respectivement.

5.2.2 Gabarit d'un filtre

Le gabarit d'un filtre définit le comportement caractéristique de sa réponse fréquentielle. A partir de la réponse fréquentielle d'un filtre qui est de la forme $H(f) = |H(f)|.e^{j\varphi(f)}$, telle que $|H(f)|$ est le gain fréquentiel et $\varphi(f)$ est la phase, on définit aussi le gain en dB (décibel) de la façon suivante [KPAL 03]:

$$G_{dB}(f) = 20\log_{10}(|H(f)|) \quad (5.3)$$

Pour définir les paramètres importants du gabarit d'un filtre, nous allons prendre l'exemple d'un filtre passe bas (voir figure 5.3) :

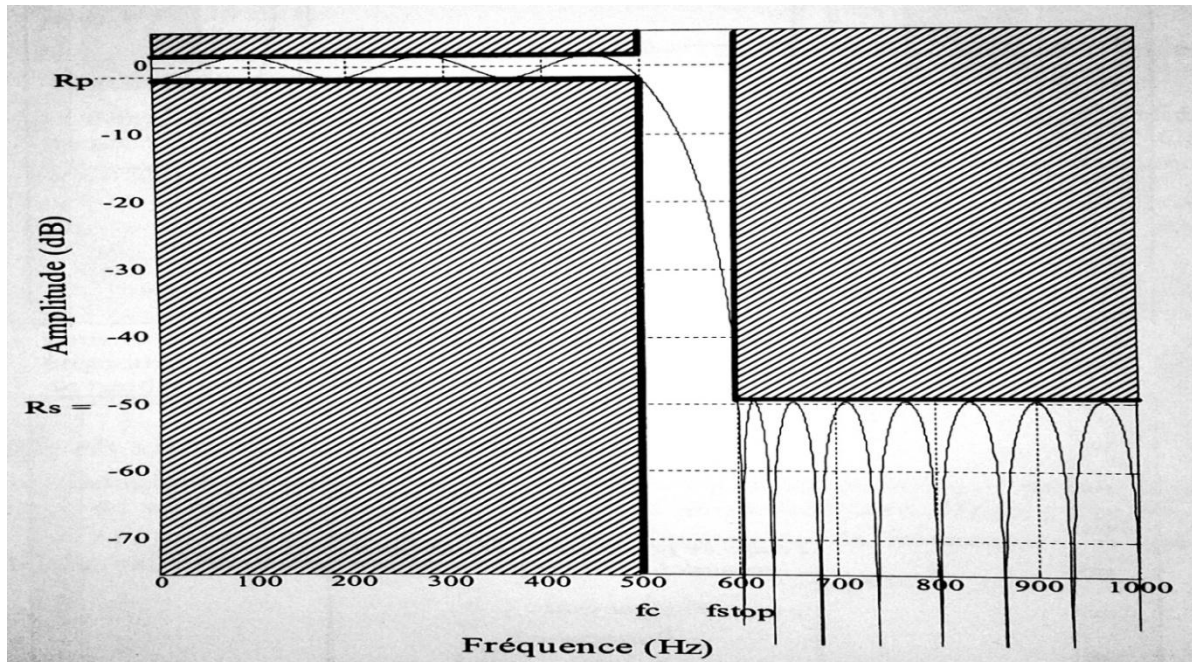


Figure 5.3 : Gabarit d'un filtre passe bas [KPAL 03]

- ✓ La fréquence de coupure f_c qui correspond au gain fréquentiel $-3dB$ ($\frac{1}{\sqrt{2}}$ en linéaire), la connaissance de f_c détermine la largeur de la zone appelée **bande passante**.
- ✓ L'atténuation maximale R_p dans la bande passante ; l'atténuation ne doit pas dépasser cette valeur dans la bande passante.
- ✓ La fréquence f_{stop} qui correspond à la limite de la zone appelée bande coupée, c'est la fréquence atténuée.
- ✓ L'atténuation minimale R_s dans la bande coupée ; l'atténuation ne doit pas être inférieure à cette valeur dans la bande coupée.
- ✓ La zone délimitée par les fréquences f_c et f_{stop} est appelée bande de transition.

Le choix des paramètres f_c , f_{stop} , R_p , R_s déterminent la pente de l'atténuation du filtre dans la bande de transition.

5.2.3 Les différents types de filtres

- **Filtre passe bas** : il élimine les composantes fréquentielles supérieures à la fréquence de coupure f_c du filtre.

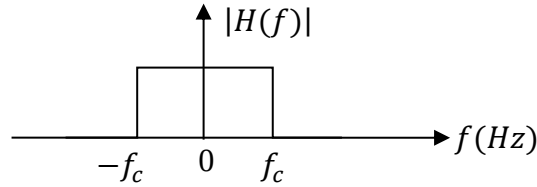


Figure 5.4 : filtre passe bas

Remarque : les parties négatives relatives aux fréquences négatives sont dus à la transformation de Fourier (calcul mathématique), physiquement il n'existe pas de fréquences négatives. Dans la réponse du filtre, les bandes fréquentielles relatives aux fréquences négatives sont appelées bandes images (c'est comme un effet miroir (image) par rapport aux fréquences positives). Cette remarque est valable aussi pour les autres types de filtres décrits ci-dessous.

- **Filtre passe haut** : il ne laisse passer que les composantes fréquentielles supérieures à sa fréquence de coupure f_c .

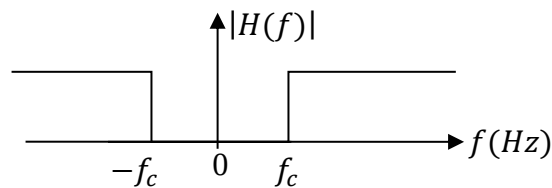


Figure 5.5 : filtre passe haut

- **Filtre passe bande** : il est défini par une fréquence de coupure basse f_{c1} et une fréquence de coupure haute f_{c2} . Ce filtre conserve toutes les composantes fréquentielles situées entre les deux fréquences de coupure basse et haute.

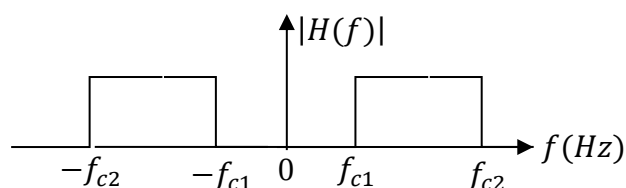


Figure 5.6 : filtre passe bande

- **Filtre coupe bande ou réjecteur de bande** : ce filtre élimine les composantes fréquentielles situées entre les fréquences basse et haute, f_{c1} et f_{c2} .

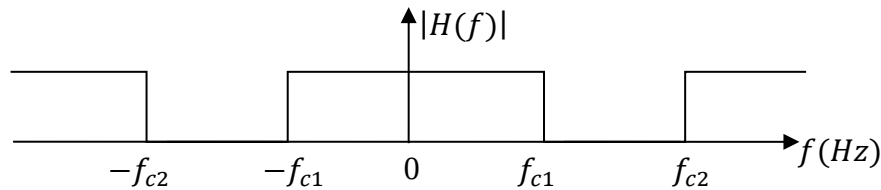


Figure 5.7 : filtre coupe bande

- **Filtre passe tout ou déphaseur pure** : comme son nom l'indique ce filtre n'a pas pour but d'éliminer telle ou telle composante fréquentielle, en effet le gain fréquentiel de ce filtre est **constant** quel que soit la fréquence par contre il engendre un déphasage.

5.2.4. Réponses impulsionnelles des filtres analogiques idéaux [ENDE 12]

✚ Filtre passe bas

On commence par décrire la réponse **fréquentielle en gain d'un filtre passe bas** qui se présente dans le domaine des fréquences comme un signal rectangulaire (voir **figure 5.4**) :

$$H_{LP}(f) = \begin{cases} 1 & |f| < f_c \\ 0 & |f| > f_c \end{cases} \quad (H_{LP}(f): \text{Low pass filter}) \quad (5.4)$$

La **réponse impulsionnelle du filtre analogique passe bas idéal** étant la transformé de Fourier inverse de sa réponse fréquentielle $H_{LP}(f)$, elle est donc donnée par :

$$h_{LP} = 2f_c \cdot \text{sinc}(2 \cdot f_c \cdot t) = 2f_c \cdot \frac{\sin(2\pi \cdot f_c \cdot t)}{2\pi \cdot f_c \cdot t}$$

(5.5)

Remarques :

- La formule (5.4) constitue une formule de base pour la synthèse d'un filtre analogique passe bas.
- Les arguments du sinus cardinal et du sinus sont en radians.

+ Filtre passe haut

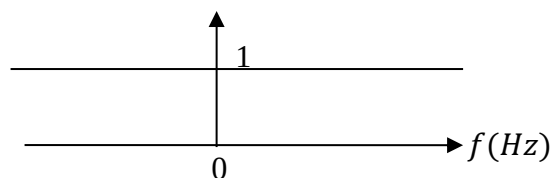
La fonction de transfert du filtre passe haut est déduite en utilisant la réponse fréquentielle du filtre passe bas comme suit :

$$H_{HP}(f) = \begin{cases} 1 & |f| > f_c \\ 0 & |f| < f_c \end{cases} \quad (H_{HP}(f): \text{High pass filter}) \quad (5.6)$$

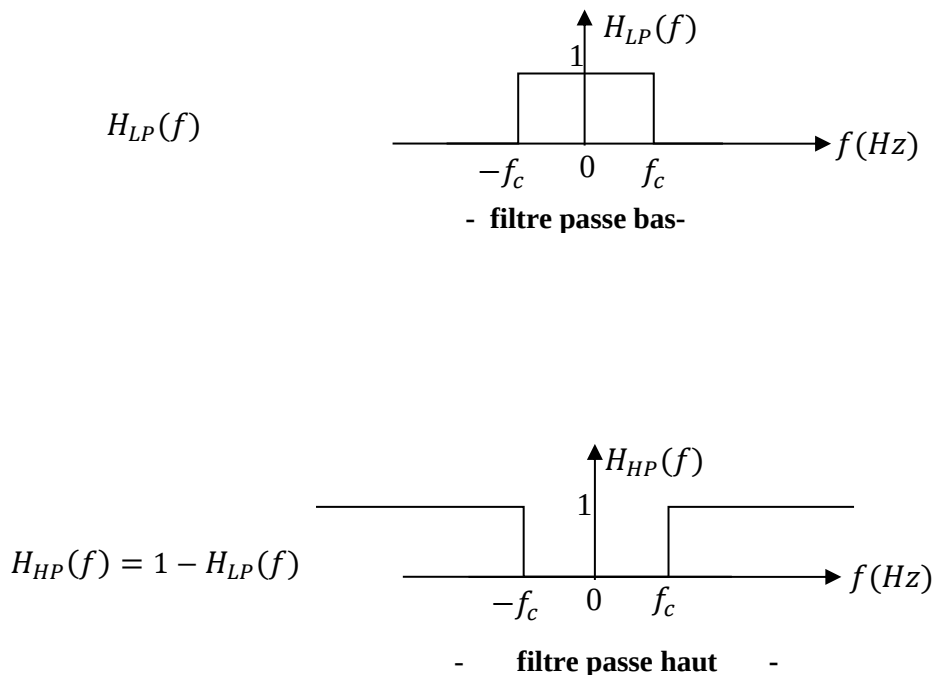
Donc :

$$H_{HP}(f) = 1 - H_{LP}(f) \quad (5.7)$$

L'équation (5.6) est prouvée graphiquement de la façon suivante :



- signal constant d'amplitude égale à 1 -



Donc la réponse impulsionnelle du filtre analogique passe haut idéal est déduite en calculant la transformation de Fourier inverse de $H_{HP}(f)$:

$$\begin{aligned} TF^{-1}(H_{HP}(f)) &= h_{HP}(t) = TF^{-1}(1 - H_{LP}(f)) = \delta(t) - h_{LP}(t) \\ &= \delta(t) - 2f_c \cdot \text{sinc}(2f_c \cdot t) = \delta(t) - 2f_c \cdot \frac{\sin(2\pi \cdot f_c \cdot t)}{2\pi \cdot f_c \cdot t} \end{aligned}$$

(5.8)

Car : $TF^{-1}(1) = \delta(t)$.

Filtre passe bande

$$H_{BP}(f) = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} f_{c1} < |f| < f_{c2} \\ \text{ailleurs} \end{matrix} \quad (H_{BP}(f): \text{Band pass filter}) \quad (5.9)$$

Et en fonction des réponses fréquentielles des filtres passe haut $H_{HP}(f)$ et passe bas $H_{LP}(f)$:

$$H_{BP}(f) = H_{HP}(f) \cdot H_{LP}(f) \quad (5.10)$$

Donc la réponse impulsionnelle du filtre analogique passe bande idéal est déduite en calculant la transformation de Fourier inverse de $H_{BP}(f)$:

$$h_{BP}(t) = h_{HP}(t) * h_{LP}(t) \quad (5.11)$$

Telle que : * indique la convolution linéaire.

Ce qui conduit à la formule ci-dessous :

$$h_{BP}(t) = 2(f_{c2} - f_{c1}) \cdot \cos(\pi t(f_{c2} + f_{c1})) \cdot \text{sinc}(t(f_{c2} - f_{c1})) \quad (5.12)$$

✚ Exemple de synthèse d'un filtre analogique

Soit un signal EMG dont le **contenu fréquentiel utile s'étend de 25 Hz à 100Hz**, concevoir un filtre analogique qui permet d'éliminer les fréquences indésirables dues au bruit et aux interférences [ENDE 12].

Solution :

D'après l'énoncé de l'exercice, la bande fréquentielle utile du signal EMG est comprise entre 25Hz et 100Hz, en dehors de cet intervalle, les composantes fréquentielles sont considérées comme indésirables. Pour éliminer ces fréquences indésirables on conçoit un filtre analogique **passe bande** dont les fréquences de coupure sont :

Fréquence de coupure basse est $f_{c1} = 25 \text{ Hz}$.

Fréquence de coupure haute est $f_{c2} = 100 \text{ Hz}$.

La formule à utiliser est celle de l'équation (5.12):

$$h_{BP}(t) = 2(f_{c2} - f_{c1}) \cdot \cos(\pi t(f_{c2} + f_{c1})) \cdot \text{sinc}(t(f_{c2} - f_{c1}))$$

On obtient donc la réponse impulsionnelle du filtre passe bande analogique :

$$h_{BP}(t) = 150 \cdot \cos(125 \cdot \pi \cdot t) \cdot \text{sinc}(75 \cdot t)$$

On peut utiliser la formule de l'équation (5.11) :

$$h_{BP}(t) = h_{HP}(t) * h_{LP}(t)$$

Donc en remplaçant par la formule de la réponse impulsionnelle $h_{HP}(t)$, on peut écrire :

$$h_{BP}(t) = (\delta(t) - h_{LP1}(t)) * h_{LP}(t)$$

Donc

$$h_{BP}(t) = (\delta(t) - 2f_{c1} \cdot \text{sinc}(2 \cdot f_{c1} \cdot t)) * 2f_{c2} \cdot \text{sinc}(2 \cdot f_{c2} \cdot t)$$

$$h_{BP}(t) = (\delta(t) - 50 \cdot \text{sinc}(50 \cdot t)) * 200 \cdot \text{sinc}(200 \cdot t)$$

Remarque : un filtre passe bande possède deux fréquences de coupures : une fréquence de coupure basse f_{c1} et une fréquence de coupure haute f_{c2} , **ce filtre peut être conçu à partir d'un filtre passe haut de fréquence de coupure f_{c1} et d'un filtre passe bas de fréquence de coupure f_{c2} .**

5.2.5. Inconvénients des filtres idéaux

Les filtres idéaux permettent de construire une variété de fonctions de filtrage pour les systèmes analogiques et discrets. Malheureusement, le filtre passe-bas idéal n'est pas physiquement réalisable. En effet, Il existe deux limitations pratiques associées au filtre passe-bas idéal. Tout d'abord, notez que la réponse impulsionnelle du filtre passe-bas idéal a une durée infinie, allant de $-\infty$ à $+\infty$. Ainsi, la mise en œuvre d'un filtre passe-bas idéal nécessite une quantité infinie de temps. Le moyen le plus simple pour surmonter cette limitation est de tronquer la réponse impulsionnelle sur un intervalle de temps fini de $-T$ à T . Cependant, la troncature conduit à un second effet indésirable, elle induit des transitions brusques qui peuvent être vu dans le domaine fréquentiel comme une déformation dans la zone de transition (Phénomènes de Gibbs). Le filtre tronqué présente des erreurs dans les régions de bande passante et de bande d'arrêt aussi.

En utilisant la réponse impulsionnelle du filtre passe-bas idéale comme référence de départ, une fonction de filtre modifiée est développée, celle-ci surmonte la limitation de troncature brusque des filtres idéaux. La conception d'un filtre à **réponse impulsionnelle finit (Finit Impluse Response, FIR)** à l'aide de l'opération de fenêtrage est illustrée ci-dessous pour le cas d'un filtre passe-bas, mais les mêmes procédures et concepts s'appliquent aux filtres passe-haut et passe-bande.

5.2.6. Filtre à réponse impulsionnelle finit (FIR)

Une façon à surmonter la limitation de troncature brusque est de tronquer progressivement la réponse impulsionnelle du filtre avec une fonction de fenêtre lisse, $W(t)$. Le filtre passe-bas modifié est exprimé en tant que produit du filtre idéal et de la fonction fenêtre [ENDE 12] :

$$h(t) = h_{LP}(t).W(t) \quad (5.13)$$

Où $W(t)$ est limitée sur un intervalle de temps par exemple de $-T$ à $+T$:

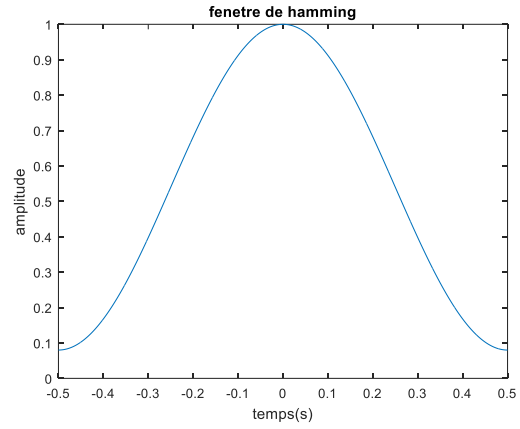
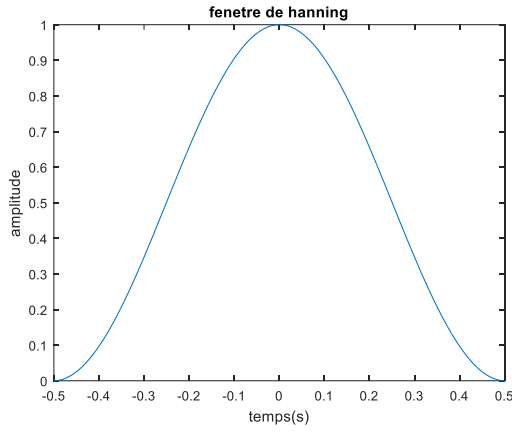


Figure 5.8 : Exemples de Fenêtre de pondération $W(t)$

En visualisant la figure 5.8, on remarque que la transition de troncature n'est pas brusque, elle est plutôt graduelle et lisse ceci a pour effet de diminuer le phénomène de Gibbs dans la réponse fréquentielle du filtre. Il existe plusieurs fonctions de fenêtrage pour les filtres : **Kaiser**, **Hanning**, **Hamming**, etc, [LATH 18].

5.3 Synthèse des filtres à réponse impulsionnelle finie discrète (filtres numériques)

5.3.1. Filtre passe bas FIR discret (numérique)

La synthèse d'un filtre discret (numérique) est effectuée en discrétisant la réponse impulsionnelle du filtre analogique en posant $t = kT_e = k/F_e$, k étant un entier. Donc en discrétisant l'équation (5.5), la réponse impulsionnelle du filtre passe bas devient [ENDE 12] :

$$h_{LP}(k) = \frac{1}{F_e} \cdot \left(2f_c \text{sinc}(2f_c t) \right) = \frac{1}{F_e} \cdot \left(2f_c \cdot \text{sinc} \left(\frac{2f_c}{F_e} k \right) \right) \quad (5.14)$$

On applique par la suite **un fenêtrage**, on obtient la nouvelle formule du filtre passe bas fenêtré (à réponse impulsionnelle finie) :

$$h_{LP}(k) = W(k) \cdot \left[\frac{2f_c}{F_e} \cdot \text{sinc} \left(\frac{2f_c}{F_e} k \right) \right] \quad (5.15)$$

Remarque importante : le facteur $\frac{1}{F_e}$ est dû au fait que la transformée de Fourier d'un signal **discret** est multipliée par F_e , donc pour obtenir un gain unitaire pour la représentation fréquentielle du filtre passe bas on pré-multiplie sa réponse impulsionnelle par un gain de $\frac{1}{F_e}$.

5.3.2 Filtre passe haut FIR discret (numérique)

Dans le cas d'un **filtre passe haut FIR**, la réponse **discrète** est obtenue en discrétisant la réponse impulsionnelle du filtre passe haut analogique donnée par l'équation (5.8) et en appliquant un fenêtrage, on obtient alors :

$$h_{HP}(k) = W(k) \cdot [\delta(k) - h_{LP}(k)] = W(k) \cdot \left[\delta(k) - \left(\frac{2f_c}{F_e} \cdot \text{sinc} \left(\frac{2f_c}{F_e} k \right) \right) \right] \quad (5.16)$$

Le filtre **passe bande** FIR discret peut être obtenu en discrétisant l'équation (5.12) en plus du fenêtrage.

Remarque : les fréquences $\frac{f_c}{F_e}$ sont appelés les **fréquences de coupure normalisées**.

Exemples de synthèse des filtres discrets :

Exemple 1 :

Effectuer la synthèse d'un filtre **RIF passe-bas discret** à $N=9$ coefficients dont la fréquence de coupure **normalisée** est égale à $f_c/F_e = 0,33$. Un fenêtrage de type Hanning est recommandée. Sachant que la fenêtre de type Hanning est donnée par [TISS 08]:

$$W(k) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi k}{N} \right) \right] & \text{pour } |k| < \frac{N-1}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

 Solution :

L'équation de la réponse impulsionnelle d'un **filtre passe-bas FIR discret** est donnée par :

$$h_{LP}(k) = W(k) \cdot \left[\frac{2f_c}{F_e} \cdot \text{sinc} \left(\frac{2f_c}{F_e} k \right) \right]$$

$$h_{LP}(k) = W(k) \cdot [2(0.33) \text{sinc}(2(0.33)k)]$$

Avec $W(k)$: la fenêtre de Hanning :

Donc en remplaçant par la valeur de $N = 9$, on obtient :

$$W(k) = \begin{cases} 0.5 \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi k}{9} \right) \right] & \text{pour } -4 < k < 4 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Donc calculons les 9 coefficients du filtre synthétisé :

$$h_{LP}(k) = W(k) \cdot \left[\frac{2f_c}{F_e} \cdot \text{sinc} \left(\frac{2f_c}{F_e} k \right) \right] = W(k) \cdot [2(0.33) \text{sinc}(2(0.33)k)]$$

Notons : $g_{LP}(k) = \left[\frac{2f_c}{F_e} \cdot \text{sinc} \left(\frac{2f_c}{F_e} k \right) \right] = [2(0.33) \text{sinc}(2(0.33)k)] ,$

tel que : $h_{LP}(k) = W(k) \cdot g_{LP}(k).$

Les coefficients du filtre sont donnés par le tableau ci-dessous :

k	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$W(k)$	0.0302	0.2500	0.5868	0.8830	1.0000	0.8830	0.5868	0.2500	0.0302
$g_{LP}(k)$	0.0720	-0.0067	-0.1344	0.2789	0.6600	0.2789	-0.1344	-0.0067	0.0720
$h_{LP}(k)$	0.0022	-0.0017	-0.0789	0.2463	0.6600	0.2463	-0.0789	-0.0017	0.0022

Ainsi nous avons terminé par synthétiser le **filtre FIR numérique passe-bas**.

✚ Exemple 2 :

Soit un signal ECG régulier, échantillonné à $F_e = 250$ Hz, l'analyse spectrale de ce signal permet de localiser **la première raie spectrale de fréquence non nulle** à $f = 1.4$ Hz :

1. Que représente cette fréquence ? Que peut-on déduire de cette fréquence ? calculer ce paramètre.
2. En considérant que ce signal est entaché d'un bruit dû à l'interférence du réseau électrique (50 Hz) :
 - a). Concevoir un filtre **numérique** sans fenêtrage et de fréquence de coupure $f_c = 45$ Hz, qui permet d'éliminer le bruit du réseau électrique tout en conservant le contenu utile du signal ECG, calculer ses **cinq** premiers coefficients.
 - b). Quel est l'inconvénient de ce filtre ? Comment résoudre ce problème ?
3. On voudra éliminer la dérive de la ligne de base causée par le signal respiratoire de fréquence 1 Hz, quel type de filtre numérique utiliser ? Calculer ses **cinq** premiers coefficients en choisissant sa fréquence de coupure $f_c = 2$ Hz.
4. On désire visualiser le spectre du signal ECG numérisé en utilisant la FFT, sachant que la **durée** du signal ECG est de **10 secondes**, quelle sera la **résolution fréquentielle** (distance entre deux raies spectrales) ?

 Solution :

1. Cette fréquence représente **la fréquence fondamentale** du signal ECG.

On peut déduire à partir de cette fréquence la fréquence cardiaque HR (Heart Rate) en battement par minute (bpm) :

$$HR = \frac{60}{T} = 60 \cdot f = 60 \times 1.4 = 84 \text{ bpm}$$

2.

- a) Le filtre permettant d'éliminer le bruit du réseau électrique doit être un **filtre passe bas discret** (car le signal est discret), sa formule est donnée par :

$$h_{LP}(k) = \frac{2f_c}{F_e} \cdot \text{sinc}\left(\frac{2f_c}{F_e}k\right)$$

Avec : $f_c = 45 \text{ Hz}$ et $F_e = 250 \text{ Hz}$.

Ce qui donne :

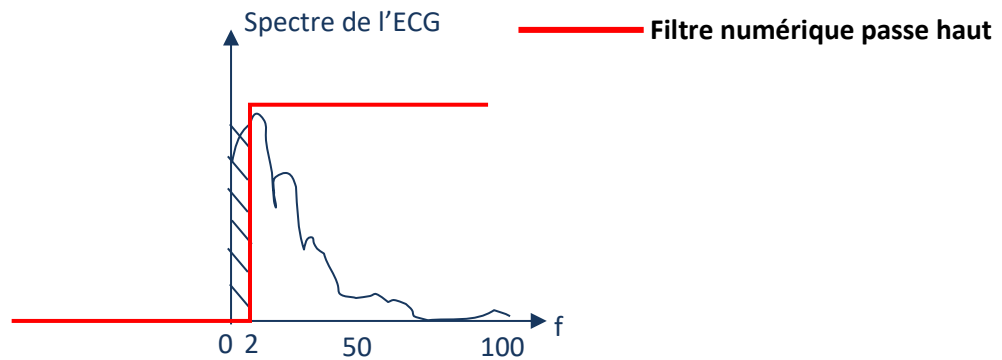
$$h_{LP}(k) = 0.36 \cdot \text{sinc}(0.36k)$$

Les cinq premiers coefficients de ce filtre sont donnés par :

k	-2	-1	0	1	2
$h_{LP}(k)$	0.1226	0.2880	0.36	0.2880	0.1226

- b) Ce filtre présente l'inconvénient d'être sans fenêtrage, ceci induit qu'il présente un nombre infini de coefficients, ce qui rend difficile sa réalisation pratiquement. Pour résoudre ce problème, il faudra utiliser une fenêtre de troncature lisse de type Hanning ou bien Hamming, etc.

3. Pour éliminer l'interférence de la dérive de la ligne de base il faut utiliser un filtre passe **haut discret**, car les fréquences de la dérive de la ligne de base sont au-**dessous** de 1Hz (voir chapitre 3) :



Ce filtre est donné par l'équation suivante :

$$h_{HP}(k) = \delta(k) - \left(\frac{2f_c}{Fe} \cdot \text{sinc} \left(\frac{2f_c}{Fe} \cdot k \right) \right)$$

Sachant que : $\text{sinc} \left(\frac{2f_c}{Fe} k \right) = \frac{\sin \left(\frac{2\pi f_c k}{Fe} \right)}{\left(\frac{2\pi f_c k}{Fe} \right)}$ ($\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$)

Avec : $f_c = 2 \text{ Hz}$ et $Fe = 250 \text{ Hz}$, d'où :

$$h_{HP}(k) = \delta(k) - (0.016 \cdot \text{sinc}(0.016 \cdot k))$$

Les **cinq premiers** coefficients de ce filtre sont donnés par le tableau ci-dessous :

k	-2	-1	0	1	2
$h_{HP}(k)$	-0.016	-0.016	0.9840	-0.016	-0.016

Remarque : on rappelle que $\delta(k) = 0$ quand $k \neq 0$ et $\delta(k) = 1$ quand $k = 0$.

4. La résolution fréquentielle:

La résolution fréquentielle est définie par (chapitre 4) :

$$\Delta f = \frac{Fe}{N},$$

Sachant que $Fe = 250 \text{ Hz}$, il nous reste à déterminer N le nombre d'échantillons du signal *ECG* discret. La durée T du signal ECG est 10 secondes. On peut donc écrire la durée T comme suit :

$$T = N \cdot Te = \frac{N}{Fe} = 10 \text{ seconde}$$

On déduit donc le nombre d'échantillons correspondant à la durée du signal ECG :

$$N = T \cdot Fe = 10 \times 250 = 2500$$

La résolution fréquentielle est donc : $\Delta f = \frac{250}{2500} = 0.1 \text{ Hz}$.

5.4 Conclusion :

Les méthodes de filtrage constituent une étape essentielle dans le traitement des signaux physiologiques afin de réduire le bruit, qu'il soit d'origine physiologique ou instrumentale. Le choix du type de filtre dépend de la nature du bruit selon sa bande fréquentielle et aussi selon la bande fréquentielle du signal physiologique à traiter.

CONCLUSION GENERALE

Ce manuscrit a fait l'objet du cours de traitement des signaux physiologiques, il présente les notions de base sur la nature et l'origine de ces signaux, les méthodes de mesure employées pour leurs enregistrements et les différents bruits qui les affectent. Les techniques d'analyse spectrale y sont définies aussi. Enfin, le traitement des signaux physiologiques bruités en utilisant le filtrage est abordé au dernier chapitre.

Le traitement des signaux physiologiques représente une étape primordiale dans l'analyse des signaux biomédicaux. Les analyses temporelle et fréquentielle permettent d'offrir une image plus précise sur les paramètres médicaux qu'on veut extraire. Le contenu de ce cours représente la partie théorique du traitement des signaux physiologiques, l'application des notions présentées dans ce manuscrit se fait en travaux pratiques de traitement des signaux physiologiques, qui fera l'objet d'un autre manuscrit portant sur ce thème.

Listes des abréviations

DSE : Densité Spectrale d'Energie.

DSP : Densité Spectrale de Puissance.

ECG : ELECTROCARDIOGRAMME.

EEG : ELECTROENCEPHALOGRAMME.

EMG : ELECTROMYOGRAMME.

FIR: Finite Impulse Response Filter.

HR: Heart Rate.

HRV: Heart Rate Variability.

IEMG : Invasif ELECTROMYOGRAM.

MIT-BIH : Massachusetts Institute of Technology, BIH: Beth Israel Hospital.

PA: Potentiel d'Action.

TPAUM: Train des Potentiels d'Action des Unité Motrice.

TFD: Transformation de Fourier Discrète.

UM: Unité Motrice.

Références Bibliographiques

- [ABOZ 15] M. ABO-ZAHHAD, SABAH M. AHMED, SHERIF N. ABBAS, ‘‘ A New EEG Acquisition Protocol for Biometric identification Using Eye Blinking Signals’’, International Journal of Intelligent Systems Technologies and Applications, May 2015
- [ALAN 14] ALAN V. OPPENHEIM RONALD W. SCHAFER, ‘‘ Discrete-Time Signal Processing’’, Third edition, Pearson new international edition, 2014.
- [BAUD 01] G. BAUDOIN et J. F. BERCHER , ‘‘Transformée De Fourier Discrète’’, École Supérieure d’Ingénieurs en Électrotechnique et Électronique, Novembre 2001.
- [CAO 10] Hua CAO, ‘‘Modélisation et évaluation expérimentale de la relation entre le signal EMG de surface et la force musculaire’’, Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Compiègne, Janvier 2010.
- [ENDE 12] John ENDERLE, Joseph BRONZINO, ‘‘ Introduction to biomedical signal processing’’, Third Edition, Academic Press Series in Biomedical Engineering, 2012.
- [KPAL 03] Kidiyo KPALMA, Véronique HAESE-COAT, ‘‘ Traitement numérique du signal, Théorie et applications ’’, TECHNOSUP, 2003.
- [NAJA 12] Kayvan NAJARIAN , Robert SPLINTER, Biomedical Signal and Image Processing, 2nd edition 2012, CRC Press, Francis and Taylor Group.
- [SCHE 83] S. Scheidt, ‘‘Basic Electrocardiography : Leads, Axes, Arrhythmias’’, Clinical Symposia, CIBA Pharmaceutical Company, Vol. 35, N°2, 1983.
- [SELL 89] P. SELLIER, ‘‘ Précis de l’ECG’’, les laboratoires Servier, département de cardiologie, 1989.

[SOUS 18] Imène SOUSSI, ‘’ Compression des signaux ECG par Quantification Vectorielle Adaptative Et Compensation de l’Erreur Résiduelle’’, Thèse de Doctorat en Science, département d’électronique, université des sciences et de la technologie d’Oran, USTOMB, Novembre 2018.

[TISS 08] ÉTIENNE TISSERAND, JEAN-FRANÇOIS PAUTEX, PATRICK SCHWEITZER, ‘’Analyse et traitement des signaux, Méthodes et applications au son et à l’image’’, 2^{ème} édition, Sciences SUP, Cours et exercices corrigés, DUNOD , 2008.

[TOMP 93] W. J. TOMPKINS, ‘’Biomedical digital signal processing: C-language examples and laboratory experiments for the IBM PC ’’, Prentice-Hall, 1993.

Webographie

[MIT-BIH] <http://www.physionet.org/physiobank/database/mitdb/>

[MONI 11] MONIKA EISERMANN, Service de Neurophysiologie Clinique des Hôpitaux Saint Vincent de Paul et Necker Enfants Malades, Paris, France :

<https://physio.sorbonne-universite.fr/wp-content/uploads/2014/01/DUneurophysioclinaireEEG-pediatrie2011.pdf>

[VIRG 21] VIRGINIE_LAMBRECQ, Fiche technique sur l’EEG, Juin 2021 :

<https://neurologies.fr/fiche-technique-sur-leeg/>