

République Algérienne Démocratique et Populaire Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université des Sciences et de la Technologie d'Oran



Faculté de Génie Civil et Architecture
Département d'Architecture

POLYCOPIE DE COURS

Géométrie de l'espace I

1 ère Année Architecture



Dr Amina Kaoutar BELBACHIR

2024

[1]

Table des matières

| | |
|---|----|
| Liste des Figures | 4 |
| Résumé | 7 |
| Préface..... | 8 |
| PRESENTATION DE LA MATIERE | 8 |
| OBJECTIF GENERAL..... | 8 |
| OBJECTIF DES ENSEIGNEMENTS..... | 8 |
| Introduction Générale..... | 9 |
| 1. Représentations de l'Architecture. Système de projection..... | 10 |
| 1.1 Projection orthogonale | 11 |
| 1.1.1Caractéristiques de la projection orthogonale..... | 11 |
| 1.1.2 Principe de projection | 12 |
| Exercices d'application | 13 |
| 1.2 Projection obliques ou axonométriques | 13 |
| 1.2.1 Caractéristiques | 14 |
| 1.2.2 Types de perspective axonométrique | 14 |
| 1.2.3 Méthodes de dessin de cercle, de cône et de cylindre | 17 |
| Exercices d'application | 19 |
| 1.3 Représentation en Perspective..... | 20 |
| 1.3.1 Définition..... | 20 |
| 1.3.2 Aspects de la perspective | 21 |
| 1.3.3 Notions fondamentales | 21 |
| 1.3.4 Types de la perspective | 23 |
| 1.3.5. Conditions préalables permettant de construire la perspective..... | 25 |
| 1.3.6. Éléments devant être fixés pour permettre la construction..... | 25 |
| 1.3.7 Construction de la perspective..... | 25 |
| 1.3.8 Recommandations..... | 29 |
| Exercices d'application (5)..... | 34 |
| 2.épure / axonométrie..... | 35 |
| 2.1 Principes de projection | 35 |
| a. Les plans de projections..... | 35 |
| b. Le passage de l'axonométrie à l'épure | 36 |

| | |
|--|----|
| 2.2.1 Projection orthogonale d'un point..... | 38 |
| 2.2.2 Projection orthogonale d'une droite..... | 40 |
| 2.2.3 Projection orthogonale d'un plan..... | 42 |
| 2.3 Projection de volumes ; les cinq solides de Platon et les corps ronds..... | 47 |
| 2.3.1 Les Solides..... | 47 |
| 2.3.2 Types de solides..... | 48 |
| 2.3.2 Projection de volumes..... | 51 |
| Exercice d'application..... | 51 |
| 2.4 Corps Rond, cercle / Cône / Cylindre / Sphère..... | 56 |
| 2.4.1 Projection du cercle..... | 57 |
| 2.4.2 Projection d'un cône..... | 58 |
| 2.4.3 Projection d'un cylindre..... | 59 |
| 2.4.4 Projection d'une sphère..... | 60 |
| 2.5 Changement de plan de projection..... | 61 |
| 2.5.1 Changement de plan frontal..... | 61 |
| 2.5.2 Changement de plan Horizontal..... | 62 |
| Conclusion..... | 65 |
| Références..... | 66 |

Liste des Figures

| | |
|---|----|
| Figure 1 Méthodes de projection..... | 10 |
| Figure 2 Projection orthogonale d'une maison..... | 11 |
| Figure 3 Les éléments de la projection orthogonale..... | 12 |
| Figure 4 Principe de la boîte de projection..... | 12 |
| Figure 5 L'ouverture de la boîte et nomination des vues..... | 12 |
| Figure 6 Repère des trois axes X, Y, et Z..... | 11 |
| Figure 7 Projection oblique axonométrique..... | 14 |
| Figure 8 Quartes Types d'axonométrie avec $r=2/3$ et $r=1$ | 15 |
| Figure 9 Axonométrie cavalière..... | 15 |
| Figure 10 Axonométrie isométrique..... | 16 |
| Figure 11 Axonométrie militaire..... | 16 |
| Figure 12 Projection d'une forme circulaire, Monnaie..... | 17 |
| Figure 13 Construction des ellipses exactes en perspective isométrique..... | 17 |
| Figure 14 Cylindre tronqué en axonométrie..... | 18 |
| Figure 15 Méthode du parallélogramme..... | 18 |
| Figure 16 Principe de la perspective..... | 21 |
| Figure 17 Les éléments de base de la perspective..... | 21 |
| Figure 18 Principes de la perspective..... | 23 |
| Figure 19 Zones d'accessibilité d'un rectangle..... | 23 |
| Figure 20 Perspective d'angle..... | 24 |
| Figure 21 Perspective centrale..... | 24 |
| Figure 22 Combinaison de perspective d'angle et centrale..... | 25 |
| Figure 23 Construction de la perspective d'angle..... | 26 |
| Figure 24 Construction d'une perspective centrale..... | 25 |
| Figure 25 Construction d'une perspective d'angle intérieur..... | 27 |
| Figure 26 Plan et 2 façades Principe et Profil..... | 28 |
| Figure 27 Perspective avec le Grand volume d'encadrement..... | 28 |
| Figure 28 Perspective de l'ensemble des volumes..... | 29 |
| Figure 29 Perspective finale avec détails des façades (matériaux, texture)..... | 29 |
| Figure 30 Perspectives avec des variations de hauteur..... | 30 |
| Figure 31 Perspectives avec des variations de point de vue..... | 31 |
| Figure 32 Perspectives avec des variations de la position de l'objet..... | 32 |
| Figure 33 Perspective selon des variations du plan du tableau..... | 33 |
| Figure 34 Perspective à plusieurs points de fuite horizontaux..... | 33 |
| Figure 35 Plusieurs points de fuite avec plan inclinés..... | 34 |
| Figure 36 Plan de projection à 2 plans perpendiculaires..... | 35 |
| Figure 37 Plan de projection à 3 plans perpendiculaires..... | 36 |
| Figure 38 Projection orthogonale d'un objet sur 3 plans de projection..... | 36 |
| Figure 39 Le passage de l'axonométrie à l'épure..... | 37 |
| Figure 40 Epure d'une pyramide projection sur 2 plans..... | 37 |
| Figure 41 Epure d'un prisme droit sur 3 plans..... | 38 |

| | |
|---|----|
| Figure 42 Projection du point M sur un seul plan | 38 |
| Figure 43 Projection du point A sur deux plans de projection | 39 |
| Figure 44 Projection du point M sur 3 plans de projection | 39 |
| Figure 45 Projection orthogonale de la droite D | 40 |
| Figure 46 Droites remarquables | 41 |
| Figure 47 Détermination d'un plan | 42 |
| Figure 48 Traces d'un plan triangulaire | 43 |
| Figure 49 Plan horizontal | 44 |
| Figure 50 Plan frontal | 44 |
| Figure 51 Plan de profil | 45 |
| Figure 52 Plan vertical | 45 |
| Figure 53 Plan de bout | 46 |
| Figure 54 Plan parallèle à la ligne de terre | 46 |
| Figure 55 Projection d'un plan triangulaire | 47 |
| Figure 56 Les solides | 47 |
| Figure 57 Propriétés d'un cube | 48 |
| Figure 58 Types de solides | 48 |
| Figure 59 Les polyèdres | 49 |
| Figure 60 Les cinq solides de Platon | 50 |
| Figure 61 Les corps ronds | 50 |
| Figure 62 Les corps hybrides | 50 |
| Figure 63 Exemples de polyèdres | 51 |
| Figure 64 Projection de cube sur un plan | 51 |
| Figure 65 Projection de cube sur 3 plans | 51 |
| Figure 66 Epure d'un cube parallèle au plan horizontal, frontal et profil | 52 |
| Figure 67 Epure d'un cube parallèle au plan frontal, incliné de 30° par rapport au plan horizontal | 52 |
| Figure 68 Epure d'un cube incliné à la fois par rapport au plan horizontal et frontal avec un angle de 30° ... | 53 |
| Figure 69 Tétraèdre | 53 |
| Figure 70 Epure de 3 projections de Tétraèdre | 54 |
| Figure 71 Octaèdre | 54 |
| Figure 72 Dodécaèdre | 55 |
| Figure 73 Icosaèdre | 56 |
| Figure 74 Les corps ronds | 56 |
| Figure 75 Epure d'un Cercle | 57 |
| Figure 76 Projection des Cercles dans la façade | 57 |
| Figure 77 Cône | 58 |
| Figure 78 Epure d'un cône | 58 |
| Figure 79 Epure d'un cône incliné par rapport au plan horizontal 40° (au milieu) et par rapport au plan frontal (30°) et horizontale (40°) à la fois (à droite) | 59 |
| Figure 80 Cylindre | 59 |
| Figure 81 Epure d'un cylindre | 60 |
| Figure 82 Sphère | 60 |

| | |
|--|----|
| Figure 83 Epure de point M avec changement de plan de projection | 61 |
| Figure 84 Changement de plan frontal | 61 |
| Figure 85 Changement de plan Horizontal..... | 62 |

Résumé

Le présent document est un cours de géométrie de l'espace pour les étudiants en première année d'Architecture. Il aborde les techniques de projection des objets dans l'espace, ainsi que les éléments géométriques de base tels que les points, les droites et les plans, en plus des solides comme les polyèdres. La géométrie de l'espace, clé dans divers domaines tels que l'architecture, a évolué depuis les civilisations antiques jusqu'aux avancées modernes comme la géométrie analytique et différentielle. Les notions fondamentales comprennent les figures en trois dimensions, notamment les polyèdres réguliers, et sont essentielles pour les architectes dans la création de designs esthétiques et fonctionnels.

Préface

PRESENTATION DE LA MATIERE

La matière "GEOMETRIE DE L'ESPACE ", initie et prépare l'étudiant à l'apprentissage de la représentation graphique du bâtiment dans l'espace. Cet enseignement permet de se familiariser avec le passage de 2D à 3D et inversement pour forger la capacité de voir dans l'espace.

OBJECTIF GENERAL

« Représenter sur une feuille de dessin, qui n'as que deux dimensions, tous les corps qui en ont trois, pourvu que ces corps puissent être définis rigoureusement ». (Monge)

De résoudre par de constructions effectuées dans le plan de dessin, les problèmes relatifs à ces corps.

OBJECTIF DES ENSEIGNEMENTS

Les chapitres de ce cours Tome I, dans un premier temps, ont pour but le renforcement de la visualisation spatiale chez l'étudiant. Et d'acquérir dans un second temps des connaissances sur les différentes formes et volumes ainsi que leurs propriétés pour pouvoir les représenter ensuite dans l'espace grâce aux méthodes de projection. Les objectifs de ce cours sont donc la familiarisation puis la maîtrise des projections (orthogonale et oblique).

Introduction Générale

Le présent polycopie s'adresse aux étudiants en première année Architecture. Dans ce cours, nous explorerons les différentes méthodes de projections des objets dans l'espace, les caractéristiques des éléments géométriques simples ; point, droite et plan, ainsi que les propriétés et la projection de différents solides polyèdres et non polyèdres.

La géométrie de l'espace est bien plus qu'une discipline mathématique abstraite ; elle est un pilier fondamental dans de nombreux domaines, de la construction à la physique, en passant par l'architecture. Elle offre des outils précieux pour la conception, la compréhension et l'exploration de notre univers.

Elle a une longue histoire, des origines antiques aux développements modernes, avec des avancées majeures. Les premières notions de géométrie dans l'espace remontent à l'Égypte ancienne, la civilisation hindoue, les babyloniens vers 3000 av. J.-C. Ces connaissances étaient nécessaires pour la topographie, l'architecture, l'astronomie et l'agriculture.

Les mathématiciens grecs de l'Antiquité ont grandement développé la géométrie, en étudiant de nouvelles figures en 3D et en établissant des lois générales. Euclide a écrit les "Éléments de géométrie" vers 300 av. J.-C., un des derniers grands traités de géométrie euclidienne. Descartes a créé au XVIIe siècle la géométrie analytique, permettant de représenter l'espace par des coordonnées. Ensuite au XIX e siècle, la géométrie différentielle s'est extraordinairement développée, notamment grâce à Gauss et Riemann. Ils ont introduit les notions de variétés différentielles et de courbure.

Depuis le XXe siècle, la géométrie s'est généralisée à des espaces de dimension quelconque, en utilisant différents corps de scalaires ou en courbant l'espace.

Les concepts de base de la géométrie de l'espace incluent les points, les droites et les plans dans l'espace. Elle étudie aussi les figures géométriques à trois dimensions, comme les polyèdres, les pyramides, les cônes et les sphères. En ajoutant une troisième dimension, la profondeur, aux notions de longueur et de largeur.

L'étude des polyèdres réguliers comme le tétraèdre, le cube, l'octaèdre, le dodécaèdre et l'icosaèdre est centrale en géométrie dans l'espace. Leurs propriétés de symétrie, de dualité et de géodésiques sont fascinantes.

La géométrie est un outil fondamental pour les architectes, leur permettant de concevoir des formes complexes, d'exploiter les proportions et les symétries pour créer des espaces esthétiques et fonctionnels.

1. Représentations de l'Architecture. Système de projection

- La représentation architecturale joue un rôle fondamental à toutes les étapes du processus de conception, depuis les premières esquisses jusqu'aux détails les plus minutieux de la construction. Cela comprend divers modes de projection, tels que les projections orthographiques (plans, élévations, coupes), qui permettent de visualiser les aspects techniques du projet, et les projections en perspective (angle et centrale), qui offrent une vue plus réaliste et immersive du bâtiment dans son contexte. Ces techniques ne sont pas seulement cruciales pour la création et la précision des conceptions, mais aussi pour la présentation des concepts à un public plus large, facilitant ainsi la compréhension et la communication des idées architecturales.
- La notion de projection nous est familière: le Cinéma, les diapositives, les ombres chinoises, les photographies.

Définition

- En géométrie, c'est une opération par laquelle on fait correspondre, à un ou plusieurs points de l'espace, un point ou un ensemble de points sur une droite ou sur une surface, suivant un procédé géométrique défini ; le ou les points ainsi définis. (Dictionnaires Le Robert).

Différentes méthodes de projection

- Dans la géométrie on utilise trois méthodes de représentation de l'objet dans l'espace (Figure 1).

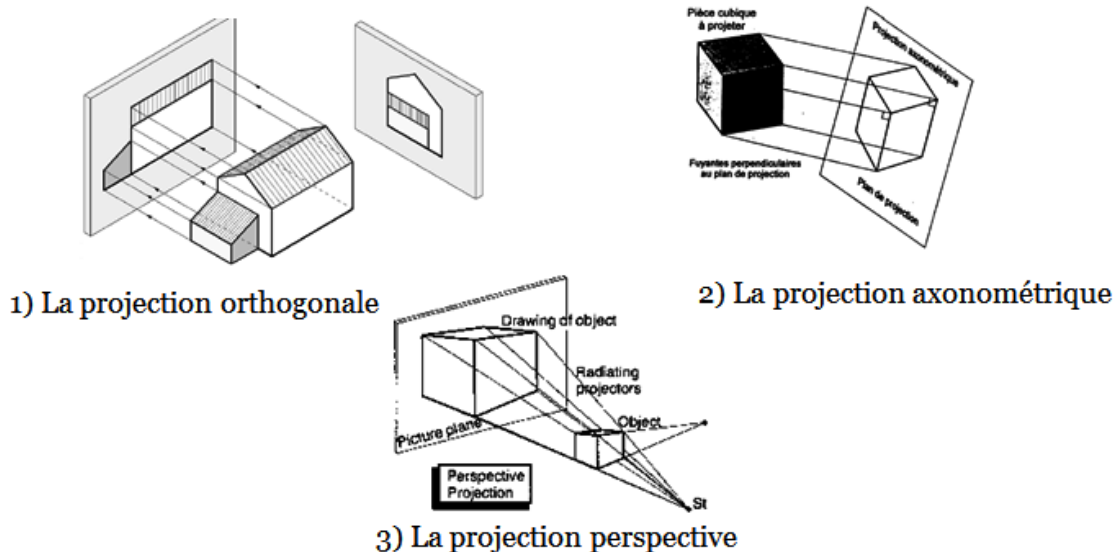


Figure 1 Méthodes de projection
(22), (5), (24)

1.1 Projection orthogonale

- La projection orthogonale représente les vues principales de manière séparée d'un volume en deux dimensions (voir figure 2).

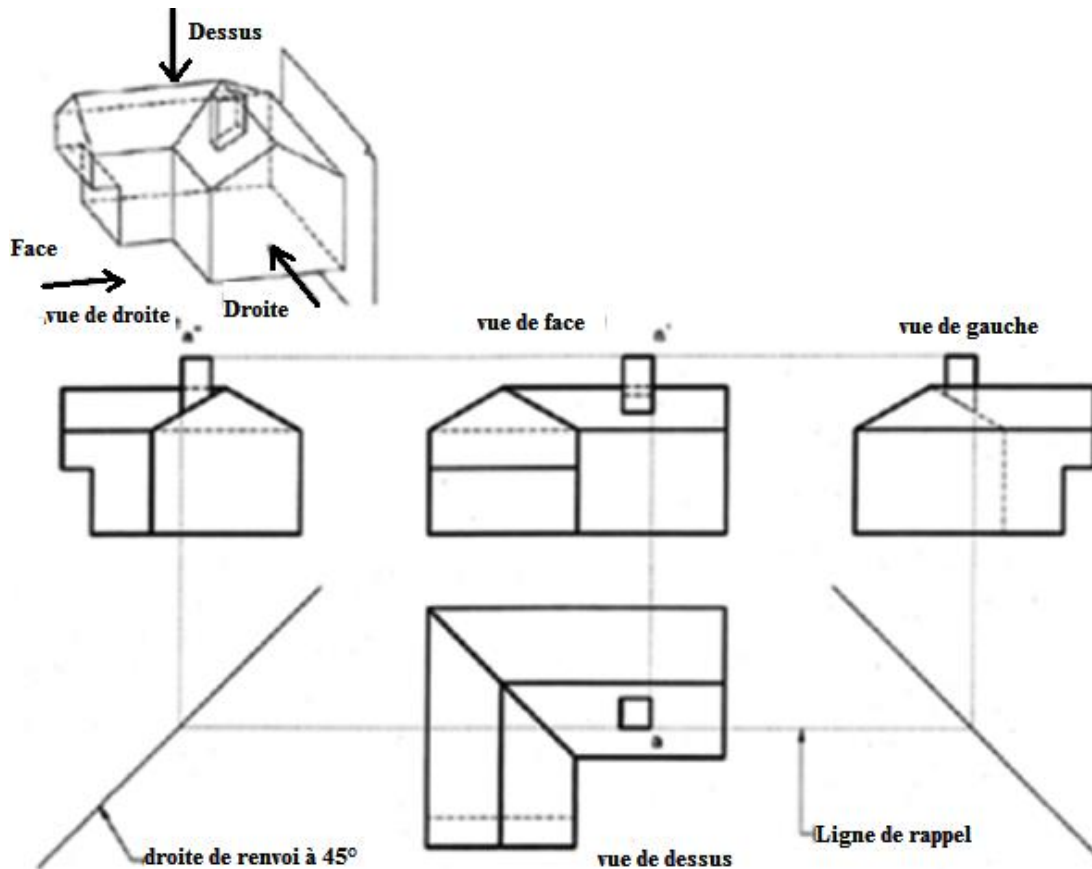


Figure 2 Projection orthogonale d'une maison
(6)

1.1.1 Caractéristiques de la projection orthogonale

- On considère, dans ce type de projection que l'observateur est situé à l'infini, (voir figure 3). Les projetantes sont alors parallèles entre elles.
- La projection orthogonale permet de reproduire un point, une droite, une surface ou un volume comme il existe en réalité sans réduction ni distorsion.
- Ces projections sont également orthogonales puisque les projetantes sont perpendiculaires au plan de projection.

1.1.2 Principe de projection

On imagine le volume à représenter à l'intérieur d'un cube de projection transparent, puis on projette successivement ce volume sur les faces de la boîte selon le principe de la projection orthogonale (projection sur les faces parallèles et situées en arrière du volume, voir figures 4 et 5).

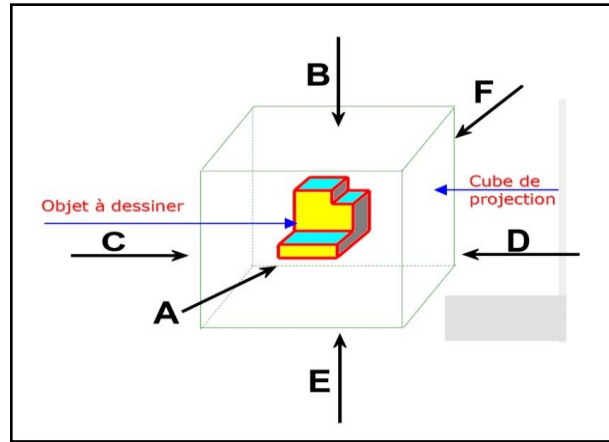
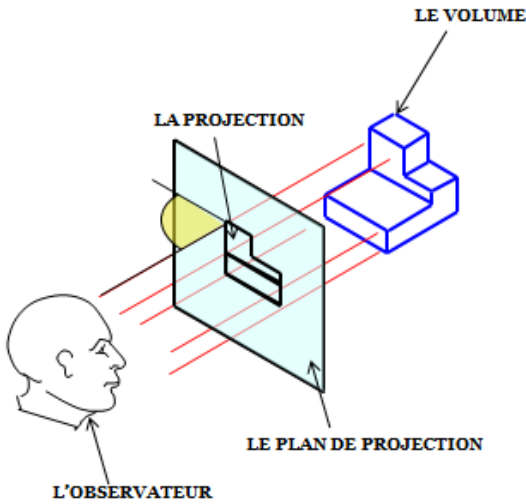


Figure 3 Les éléments de la projection orthogonale

Figure 4 Principe de la boîte de projection

(6)

- On développe la boîte et on mène ainsi les six faces de la boîte sur un même plan. Les vues sont nommées suivant la position de l'observateur par rapport au volume. (Voir figure 5).

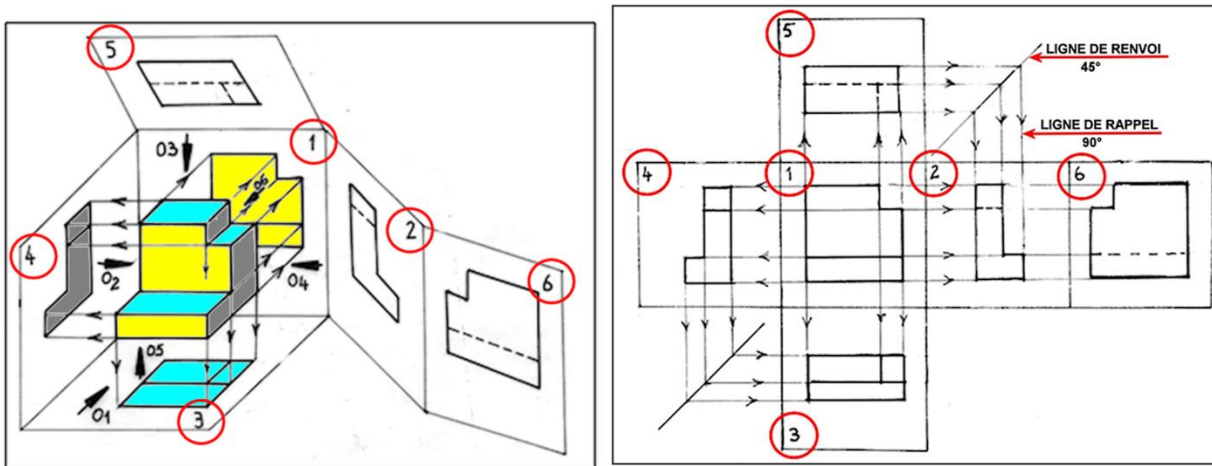


Figure 5 L'ouverture de la boîte et nomination des vues

(6)

- ✓ Les lignes de rappel montrent la correspondance entre les vues.
- ✓ La vue de face(1), de gauche (2), de droite (4) et d'arrière(6) sont alignées horizontalement.

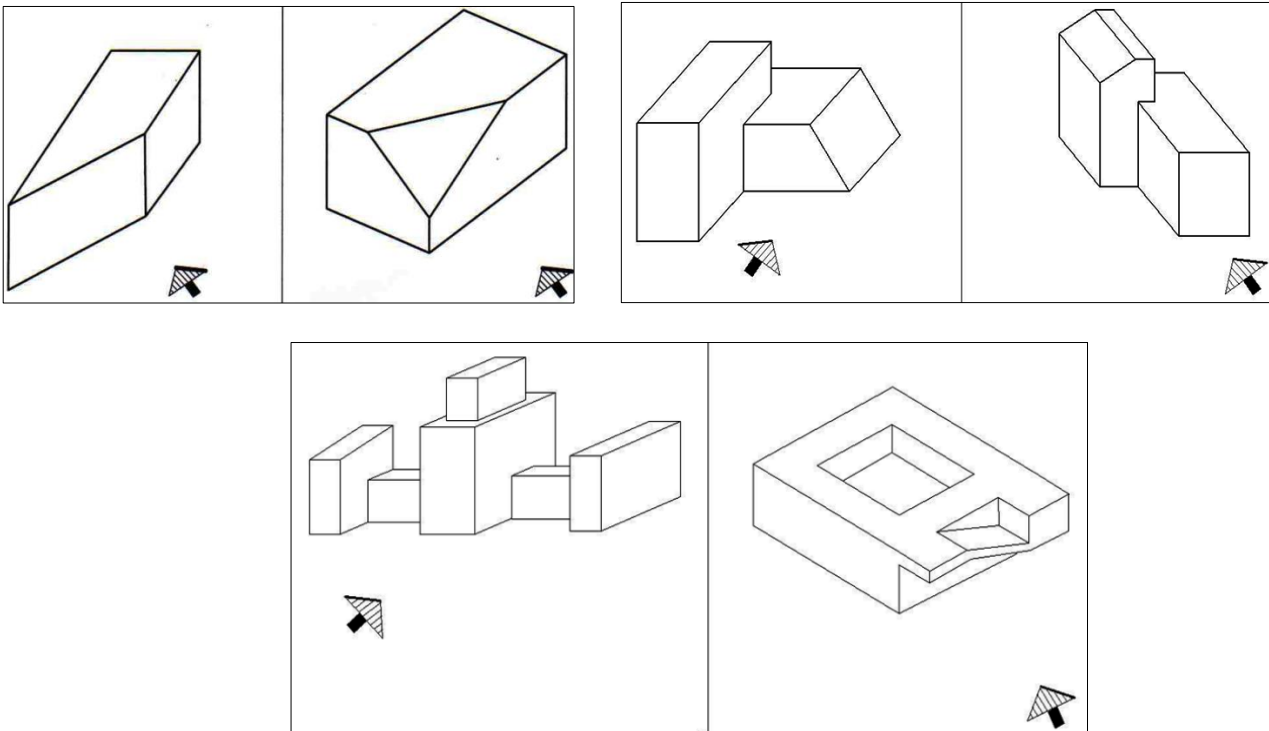
- ✓ La vue de face(1), de dessous(5) et de dessus(3) sont alignées verticalement.
- ✓ La ligne à 45° (ligne de renvoi) facilite la construction et la disposition des vues de plan et de profil.
- ✓ La projection horizontale des lignes du plan sur l'axe à 45° permet de construire la vue de profil.

• **Règles (normalisation)**

- Toutes les faces conservent leurs dimensions (à l'échelle), leurs formes et leurs proportions.
- Il y a des dimensions communes entre les différentes vues.
- Les parties vues de l'objet (arêtes, surfaces) sont dessinées en trait fort. Les parties cachées (arêtes, surfaces, formes intérieures...etc.) sont tracées en traits interrompus.

Exercices d'application

Dessiner les 4 projections orthogonales des volumes suivants (échelle libre) :



1.2 Projection obliques ou axonométriques

- Les projections obliques donnent d'un objet ou d'un espace, une représentation complémentaire qui permet de mieux comprendre l'aspect général de cet objet ou de cet espace.
- Le passage de deux dimensions, aux trois dimensions, est le domaine et le but de la projection oblique pour rendre l'objet proche de la réalité.

1.2.1 Caractéristiques

- C'est une représentation planaire des objets en trois dimensions par rapport à un repère de trois axes (X, Y, Z (voir figure 6)).
- Le parallélisme est conservé des directions des arêtes propres à chaque plan (figure 7).
- Cette représentation ne présente pas de point de fuite : la taille des objets ne diminue pas lorsqu'ils s'éloignent.

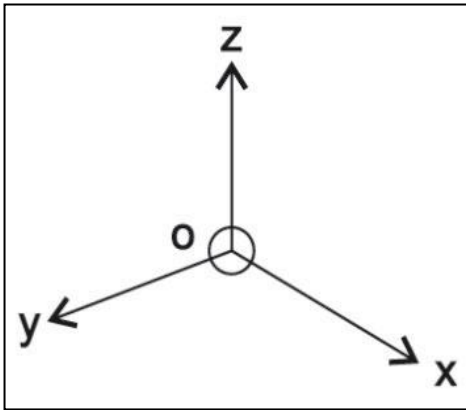


Figure 6 Repère des trois axes X, Y, et Z

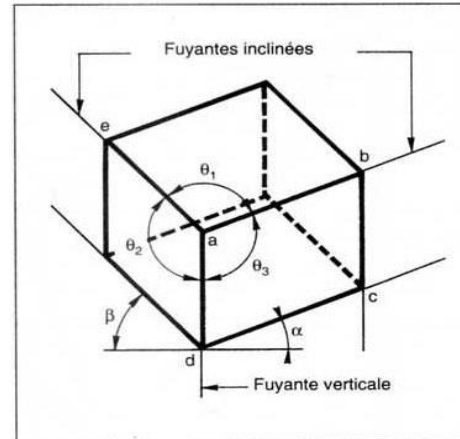


Figure 7 Projection oblique axonométrique

(7)

1.2.2 Types de perspective axonométrique

- Il existe plusieurs types ou variantes de perspectives axonométriques selon **l'angulation choisie pour la représentation des trois directions x, y et z et les rapports de dimensions** entretenus entre ces trois directions de références (figure 8).

✚ Coefficient de réduction r

- Généralement on leur applique un coefficient de réduction r pour améliorer l'image de l'axonométrie. Dans les ouvrages le r varie de 0.5, 2/3, 0,82...etc.
- Toutefois, pour simplifier le tracé, les calculs ou les mesures, on utilise parfois un coefficient $r = 1$.

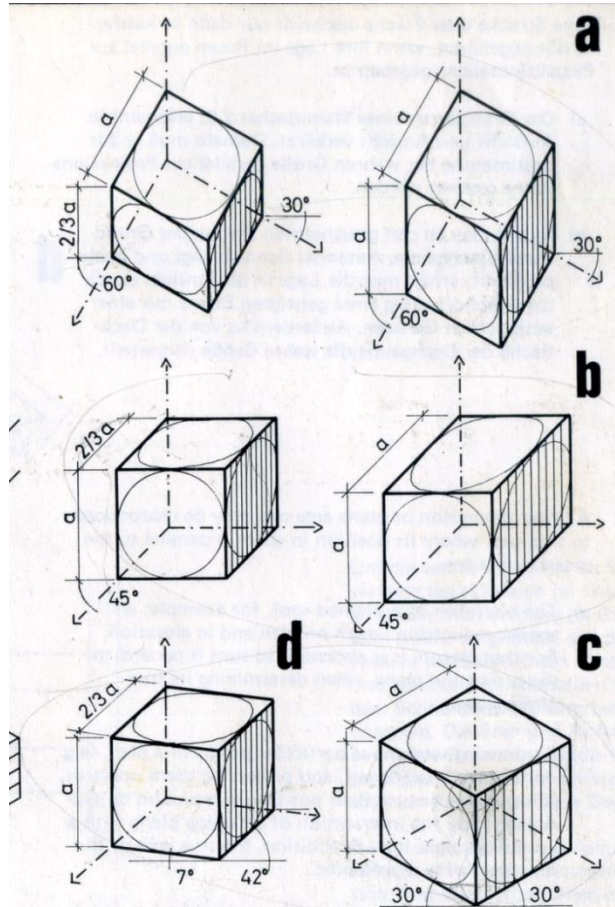


Figure 8 Quatre Types d'axonométrie avec $r=2/3$ et $r=1$

a) Axonométrie militaire, b) Axonométrie cavalière, c) Axonométrie Isométrique, d) Axonométrie Dimétrique. (12)

1.2.2.1 L'axonométrie cavalière

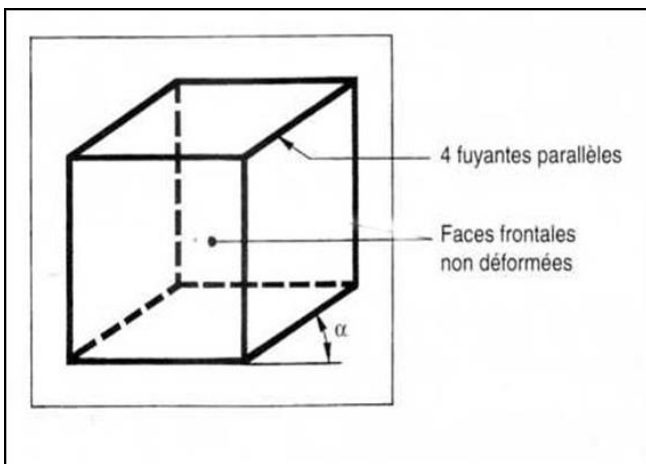


Figure 9 Axonométrie cavalière

(7)

- Dans cette axonométrie (figure 9) :
- Deux des axes sont orthogonaux
- Le troisième axe est incliné à 30° , 45° ou 60° formant l'« angle de fuite ».
- La face frontale garde ses vraies dimensions.
- Le coefficient de réduction $r = 2/3$.
- L'angle de fuite le plus utilisé est l'angle de 45° c'est-à-dire que les angles entre les axes de projection sont 135° , 90° et 135° .

1.2.2.2 L'axonométrie isométrique

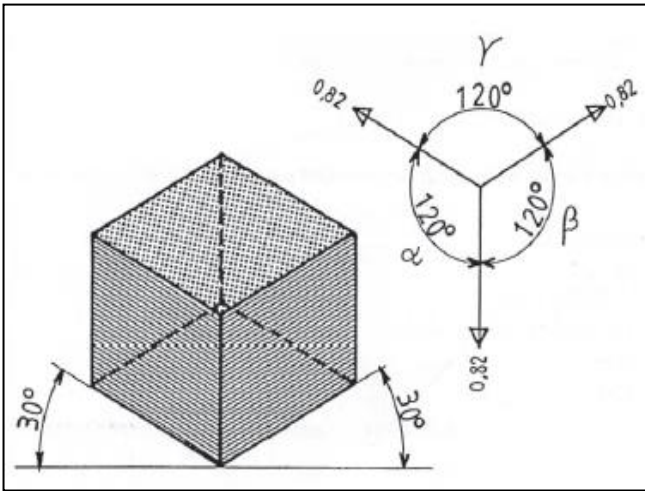


Figure 10 Axonométrie isométrique
(7)

- Dans l'axonométrie isométrique (figure 10) :
 - Les distances sont reportées de la même manière sur les trois axes.
 - Le coefficient réducteur est de 0,82 mais souvent et pour faciliter les calculs on utilise le coefficient 1.
 - Les deux angles de fuite valent 30°.

1.2.2.3 L'axonométrie militaire

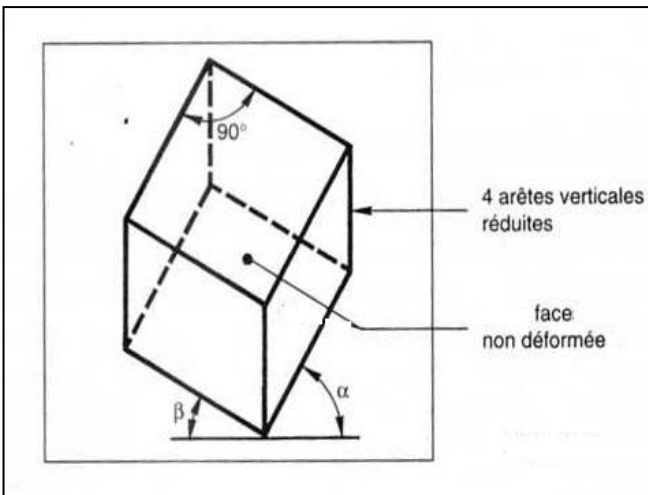
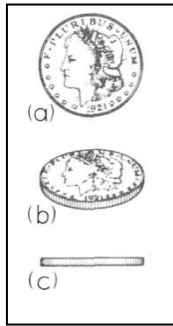


Figure 11 Axonométrie militaire
(7)

- Dans cette axonométrie (figure 11) :
 - La face non déformée est la face de dessus ou de dessous selon le point de vision.
 - Deux des axes sont orthogonaux.
 - La somme des deux angles de fuite est égale à 90° et peut être soit 30° et 60°, soit 45° et 45°, soit 60° et 30°.
 - Le coefficient de réduction est en général 2/3.

1.2.3 Méthodes de dessin de cercle, de cône et de cylindre



- Lorsque le plan d'un cercle n'est pas parallèle au plan de projection, sa projection est une ellipse (figure 12, b). L'ellipse peut être tracée par les coordonnées de ses points constituants.

Figure 12 Projection d'une forme circulaire, Monnaie
(23)

- Dans l'exemple de la figure 13, on reporte les coordonnées (x, a) et (y, b) de deux points du cercle à la perspective pour déterminer les deux points correspondants de l'ellipse.

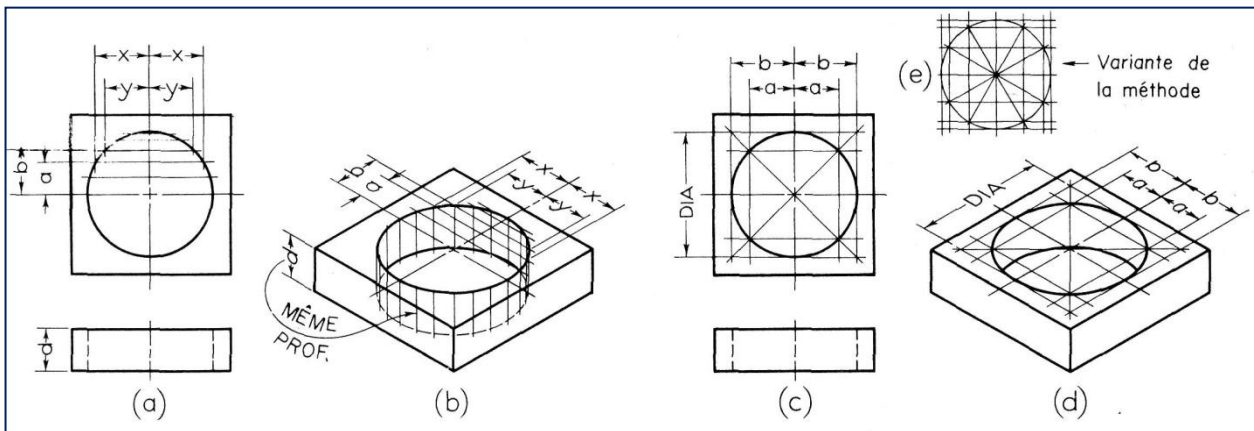
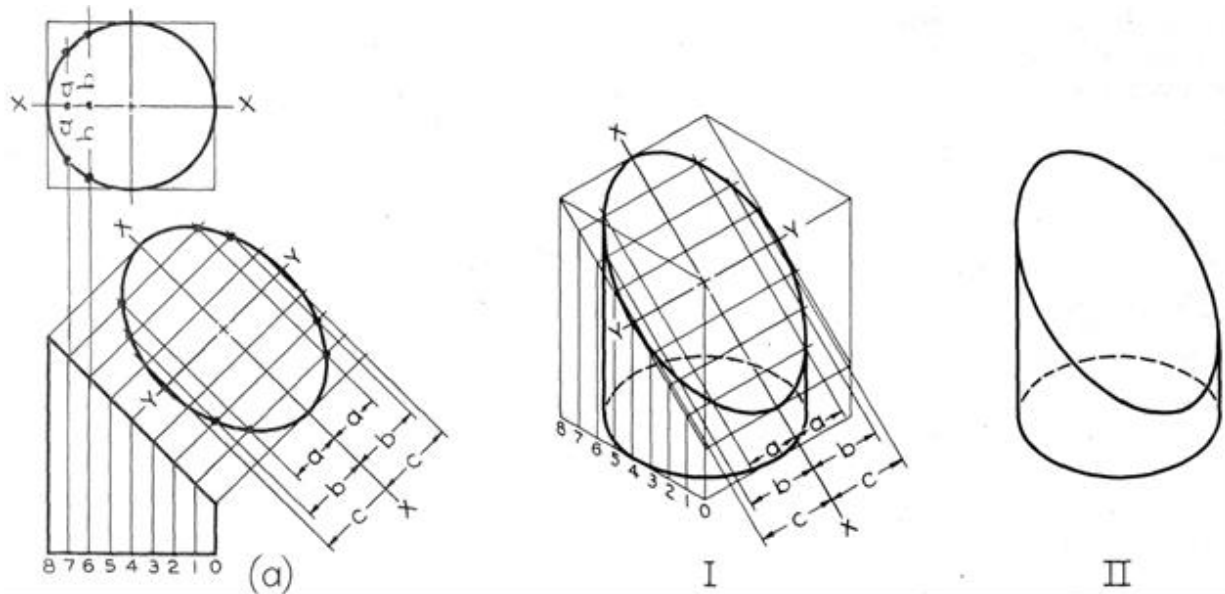


Figure 13 Construction des ellipses exactes en perspective isométrique
(23)

- Une variation de la méthode des coordonnées consiste à choisir huit points équidistants sur le cercle (c) et à les rapporter à la vue en perspective (d).
- Une méthode semblable peut être utilisée si on choisit 12 points équidistants sur le cercle (e), à l'aide d'une équerre à 60°.
- les diagonales représentées en (c) deviendront le petit axe et le grand axe de l'ellipse illustrée en (d). La longueur du petit axe est égale au côté du carré inscrit au cercle. Ainsi, on peut tracer l'ellipse directement à partir de ses deux axes, petit et grand.

Exemple

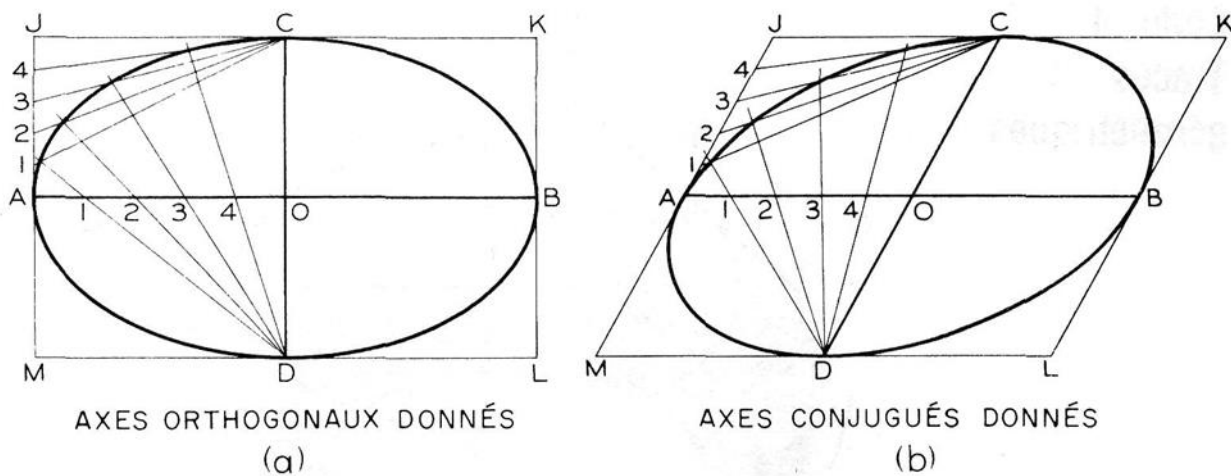
- la face inclinée du cylindre représenté à la figure 14 a possède un contour elliptique qui se trouve sur un plan non isométrique.



**Figure 14 Cylindre tronqué en axométrie
(19)**

- Une vue auxiliaire y est ajoutée pour illustrer la vraie grandeur de cette ellipse. Pour dessiner la perspective isométrique du cylindre, on procède par la méthode de la boîte illustrée en I.
- Les coordonnées des différents points de l'ellipse doivent être reportées sur le plan incliné, comme l'illustre la figure. La perspective définitive est représentée en II.
- Dans ce cas, on peut aussi tracer l'ellipse à partir de son grand axe X-X et de son petit axe Y-Y. (figure.15)

Construction d'une ellipse par la méthode du parallélogramme

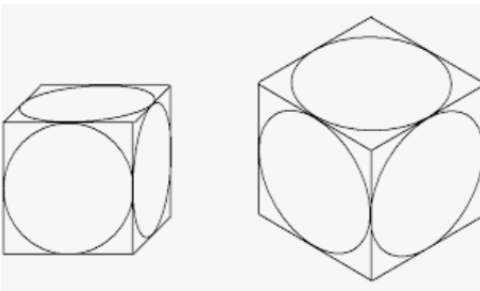


**Figure 15 Méthode du parallélogramme
(24)**

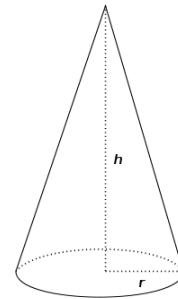
- La méthode du parallélogramme (figure 15) s'applique quand le grand axe et le petit axe sont donnés, ou quand les axes conjugués sont donnés.
1. Tracez un rectangle ou un parallélogramme dont les côtés sont respectivement parallèles aux axes AB et CD.
 2. Divisez AO et AJ en un même nombre de parties égales et tracez légèrement des lignes de construction par ces points, comme l'illustre la figure.
 3. Les intersections des lignes de même numéro sont des points de l'ellipse.
 4. Déterminez, de la même façon, des points dans les trois autres quadrants. Esquissez légèrement l'ellipse à l'aide des points obtenus.

Exercices d'application

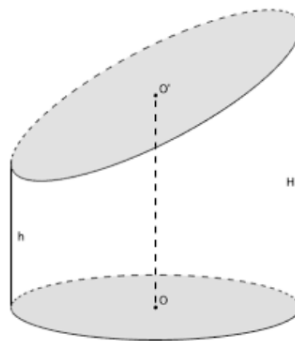
1. A l'aide des méthodes citées ci-dessus dessinez l'axonométrie isométrique, cavalière et militaire des volumes suivants :



Cube de 8cm *8cm*8cm

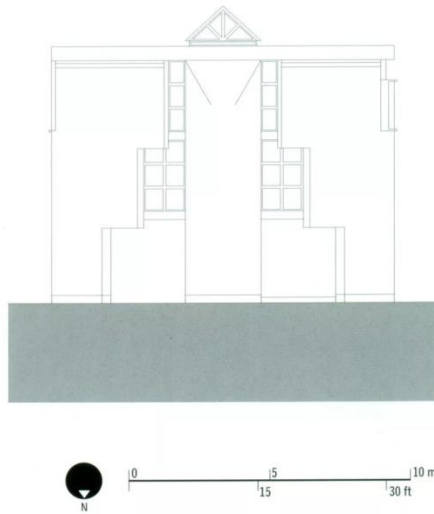
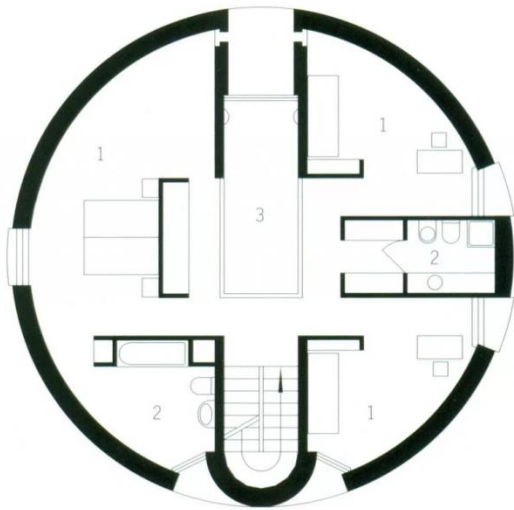


Cône de r =2,5cm et h= 8cm

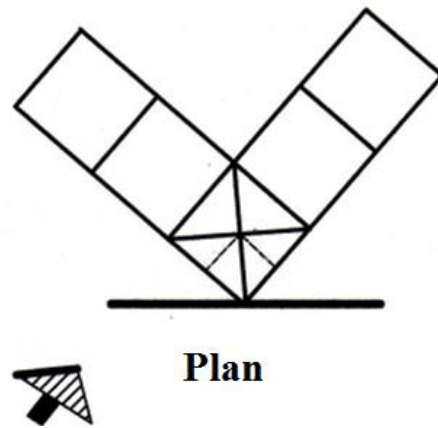
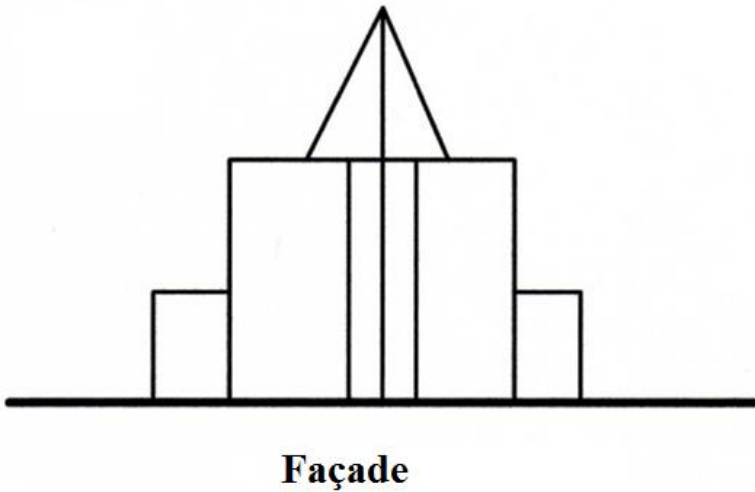


Cylindre tronqué r = 2,5cm, h =4cm, H = 8 cm

2. Dessiner l'axonométrie militaire du plan de niveau 2 de la maison Ronde de Mario Botta ;



3. Dessiner l'axonométrie cavalière et militaire du volume suivant (échelle libre):



1.3 Représentation en Perspective

1.3.1 Définition

- Le mot « perspective » dérive du mot latin « perspicere » et signifie à peu près percevoir ou voir correctement. (Le motif avec effet de relief dans le plan doit être dessiné comme il apparaîtrait à l'observateur à l'état naturel)
- La perspective est une science qui fait partie de la géométrie descriptive et a pour but de substituer à un objet son image, en la reportant sur une surface placée entre l'observateur et l'objet lui-même (figure. 16).

- La perspective est une technique de représentation de la réalité. Son effet produit profondeur et volume sur un plan plat.

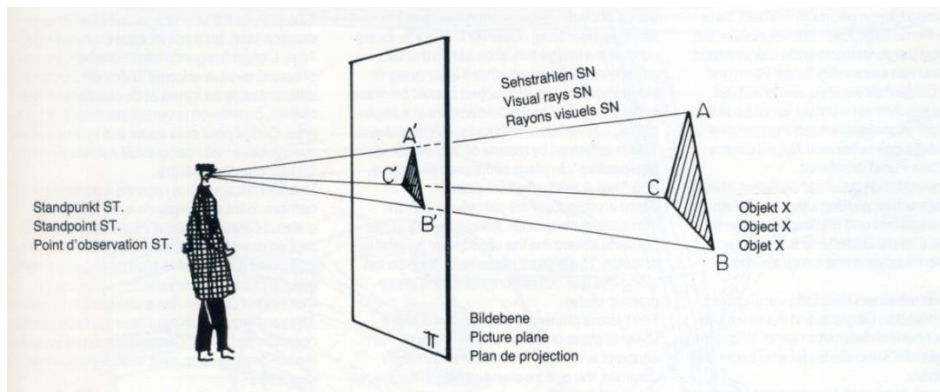


Figure 16 Principe de la perspective
(14)

- ❖ La perspective en architecture, est utilisée avec les projections orthogonales; les coupes et les élévations, pour représenter les projets d'architecture.

1.3.2 Aspects de la perspective

- Toutes les lignes convergent en un point (le cas de perspective centrale).
- Les objets éloignés semblent plus petits que les objets proches (voir taille des bâtiments).
- Une surface horizontale semble ascendante.
- La forme est modifiée selon la mesure dans laquelle elle est tournée vers l'œil.

1.3.3 Notions fondamentales

- Le schéma suivant (figure 17) représente les éléments de base de la perspective :

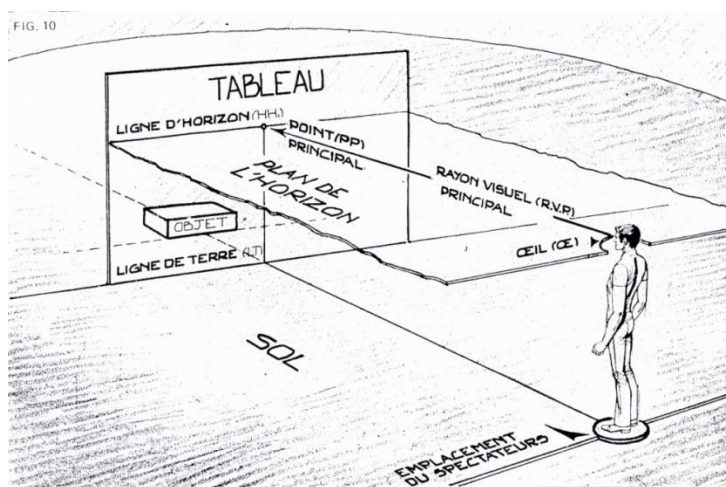


Figure 17 Les éléments de base de la perspective
(8)

- **PLAN DE TERRE (S)** : le plan sur lequel stationne le spectateur et qui s'étend dans la réalité de l'observateur à l'horizon ; c'est également le plan sur lequel l'on pose les objets à reproduire ou leurs projections orthogonales.

Le plan de terre est aussi appelé plan objectif, plan géométrique ou sol

- **PLAN PERSPECTIF** : le plan transparent qui se trouve en face de l'observateur et perpendiculaire au plan de terre
- **TABLEAU PERSPECTIF** : ou plus simplement **TABLEAU** ; la portion du plan perspectif est celle sur laquelle sont à reproduire les objets qui se trouvent sur le sol au-delà du tableau.
- **LA LIGNE DE TERRE (LT)** : ligne d'intersection du tableau avec le sol, appelé également trace du tableau.
- **L'OBSERVATEUR** : celui qui observe l'objet (ou les objets) à travers le tableau pour les reproduire sur le tableau lui-même.
- **L'HORIZON (HH)** : ligne d'intersection sur le tableau du plan imaginaire parallèle au sol, passant par l'œil de l'observateur.

La hauteur de l'horizon par rapport à la ligne de terre, (**LT**), est égale à celle de l'œil par rapport au sol.

- **POINT PRINCIPAL (PP)** : projection sur l'horizon de l'œil de l'observateur
- **ŒIL DU SPECTATEUR (OE)** : appelé également point de vision ou centre de projection
- **RAYONS VISUELS** : lignes droites qui des différents points de l'objet parviennent à l'œil (**OE**). nous pouvons dire que la lumière, en investissant l'objet, se reflète en rayons lumineux qui vont justement de l'objet à l'œil et en délimitent la forme : ces rayons, en traversant le **tableau** dessinent au-dessus de l'image en perspective de l'objet lui-même.
- **LE PONT DE DISTANCE** : il est placé sur la ligne d'horizon (**HH**) à une distance du point principal (**PP**)
- **LE POINT DE FUITE** : est l'intersection de l'**angle de vision** avec le **tableau** (figure 18).
 - Les lignes droites horizontales non parallèles au **tableau** ont leur point de fuite sur la ligne d'horizon (**HH**)
 - Toutes les lignes parallèles à une même direction convergent vers un même point de fuite.
 - Si elles sont perpendiculaires au **tableau**, elles ont leur point de fuite dans le point principal (**PP**).
 - Les lignes horizontales parallèles au **tableau**, restent en perspectives parallèles à **la ligne d'horizon**.
 - Les verticales restent verticales en perspectives.

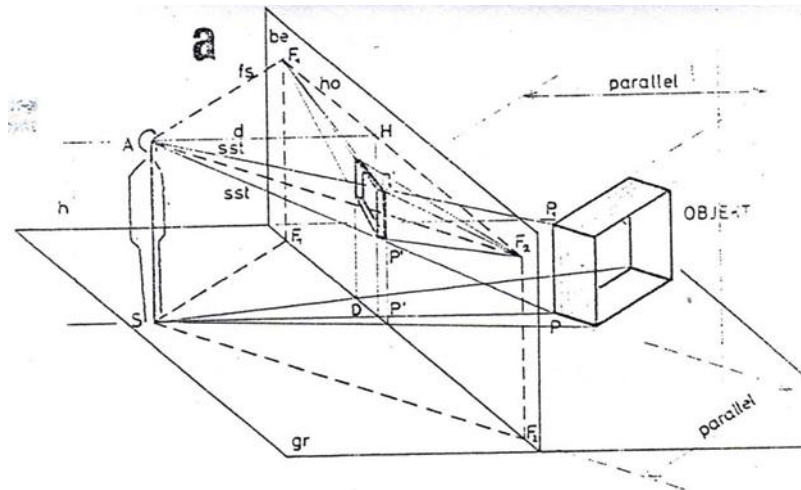


Figure 18 Principes de la perspective
(20)

1.3.4 Types de la perspective

- La zone de visibilité de l'objet qu'on veut projeter détermine le type de perspective. Si l'objet est un prisme rectangulaire droit, autour de ce dernier se trouvent 8 zones d'accessibilité ; 4 zones frontales (hachurées) et 4 zones angulaires ou coins (figure.19). Le choix du point de vue dans une zone frontale de visibilité est utilisé pour les perspectives intérieures ou pour les perspectives d'ensembles de volumes architecturaux disposés en composites concaves. Des zones angulaires de visibilité résultent les perspectives du coin ou de deux points de fuite.

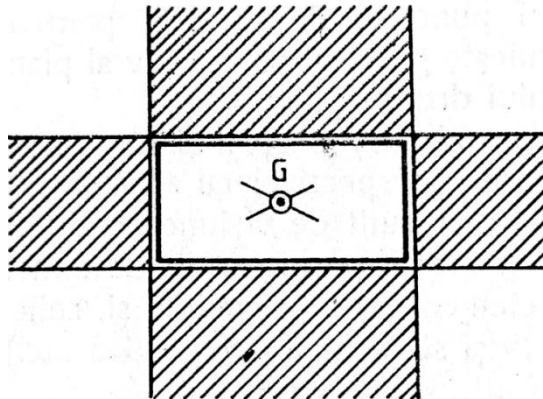


Figure 19 Zones d'accessibilité d'un rectangle
(15)

A. La perspective d'angle

- L'objet est vu sur l'angle (ou de biais) par rapport au plan du tableau « **be** », tandis que le regard est parallèle au plan de base « **gr** » (voir figure 20).

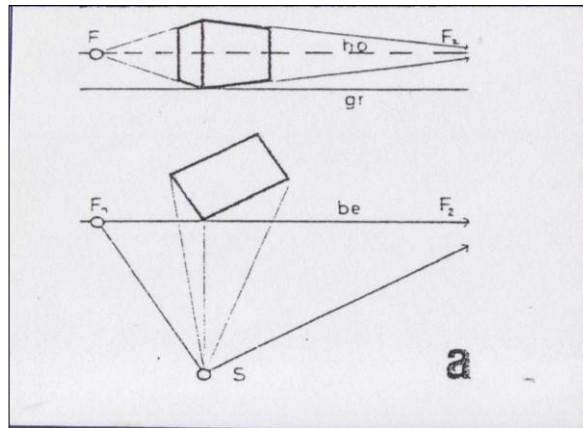


Figure 20 Perspective d'angle
(20)

B. La perspective centrale

- Par un de ses cotés, l'objet est parallèle au plan du tableau « **be** », le regard reste parallèle au plan de base « **gr** » (voir figure 21).
- L'angle fait par l'objet avec le plan du tableau = 0.

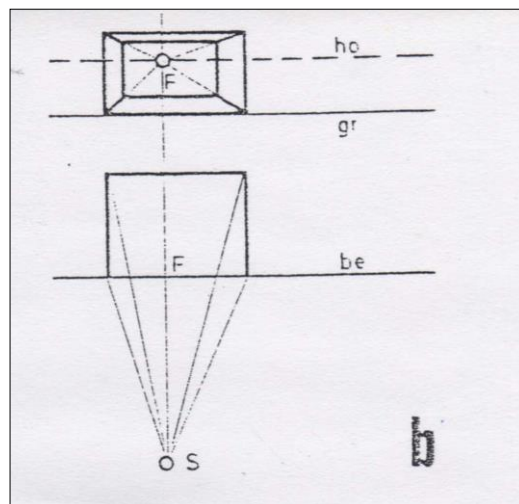


Figure 21 Perspective centrale
(20)

C. Combinaison des deux types de perspectives (centrale et d'angle)

- On peut combiner les deux types de perspective d'angle et centrale pour la même figure.
- Par exemple sur la figure 22, dans le même dessin la perspective d'angle est pour représenter le parallélépipède et la perspective centrale pour dessiner le carrelage.

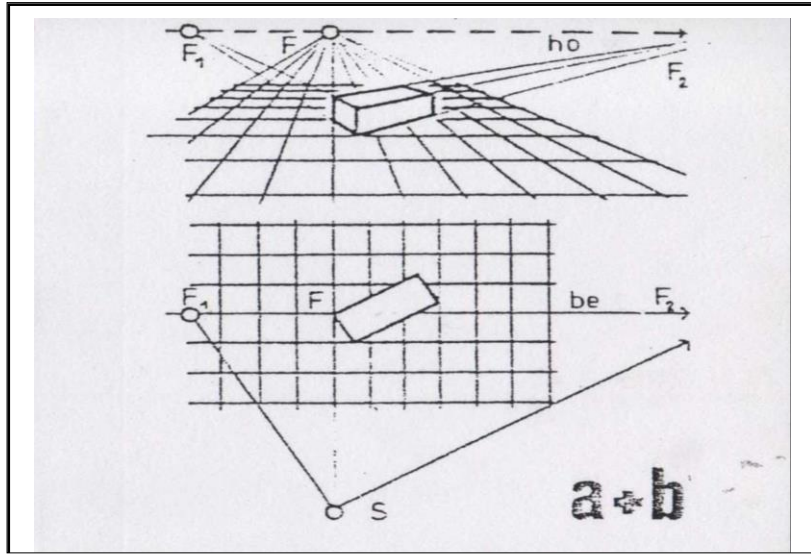


Figure 22 Combinaison de perspective d'angle et centrale
(20)

1.3.5. Conditions préalables permettant de construire la perspective

1. Position recommandée pour l'objet : 30° , 60° par rapport au plan de l'objet.
2. Elévation ou échelle indiquant les hauteurs à partir du plan de base, figurant latéralement.

1.3.6. Éléments devant être fixés pour permettre la construction

1. Déterminer le point de vue **S**, la distance **d** (œil **A** – plan du tableau **be**) sera de 1 fois $\frac{1}{2}$ à 2 fois de la grandeur de l'objet.
2. Choisir la direction du regard, l'**angle de vision** sera de 30° (de 50° au plus) et pris perpendiculairement au **plan du tableau**.
3. Indiquer la trace du plan du tableau « **be** » et choisir ainsi l'échelle de l'image, placer cette trace en la confondant avec l'une des arêtes de l'objet pour faciliter la détermination des hauteurs.
4. Fixer la **hauteur de l'œil** (horizon **ho**).

1.3.7 Construction de la perspective

a. Perspective d'angle

1. Partant du point de vue **S**, on trace en plan deux lignes parallèles aux côtés de l'objet à représenter, jusqu'à leur intersection avec la trace « **be** » du plan du tableau, en relevant ces points, on obtient les points de fuite **F1** et **F2** placés sur la **ligne d'horizon** (voir figure 23).
2. Les points de l'objet en plan sont reliés au point de vue **S** à l'aide de **rayons visuels**.
3. L'intersection **P'** du rayon visuel avec le plan du tableau « **be** » est ensuite relevée dans l'image.

4. Pour déterminer les hauteurs en perspective, les traces des arrêtes verticales des volumes sont prolongées jusqu'à leur intersection avec le plan du tableau « **be** » et relevées dans l'image perspective, ensuite **les hauteurs** prises en **élévation** sont reportées dans la perspective en partant du plan de base **gr**.
5. A l'intersection des **lignes de fuite** et des **verticales** de relèvement des points **P'**, on obtient l'image en perspective des points supérieurs de l'objet.

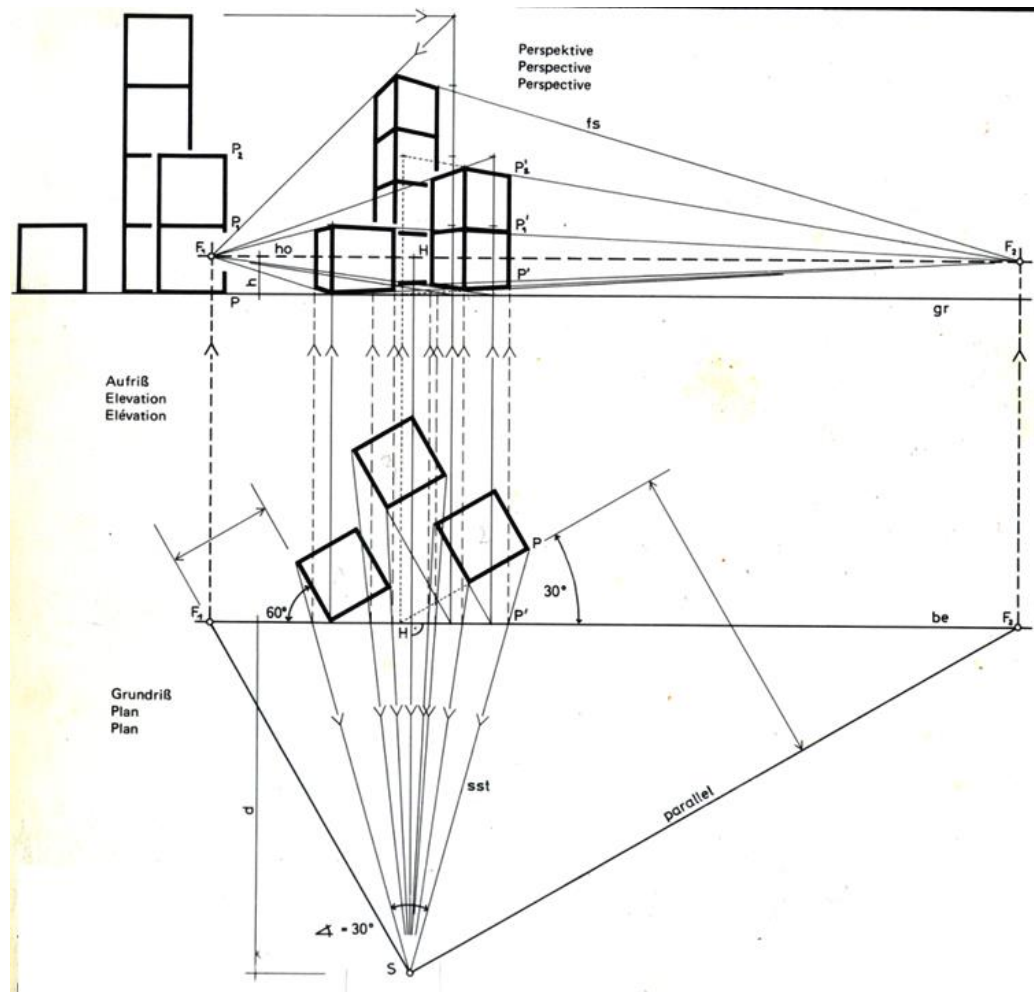


Figure 23 Construction de la perspective d'angle
(20)

b. Perspective centrale

- La construction de la perspective centrale correspond en principe à celle de la perspective d'angle, mais dans ce cas, on ne travaille qu'avec un seul point de fuite (voir figure 24, 25).
1. **L'horizon** étant choisi au préalable, le rayon visuel principal est relevé dans la perspective et constitue **le point de fuite central**.
 2. + la 3ème procéder comme la perspective d'angle.

4. Pour déterminer les hauteurs en perspective, les points du plan sont relevés dans l'image, en correspondance avec leurs projections sur le plan du tableau et les hauteurs sont ensuite reportées comme dans la perspective d'angle.

5. procéder comme pour la perspective d'angle.

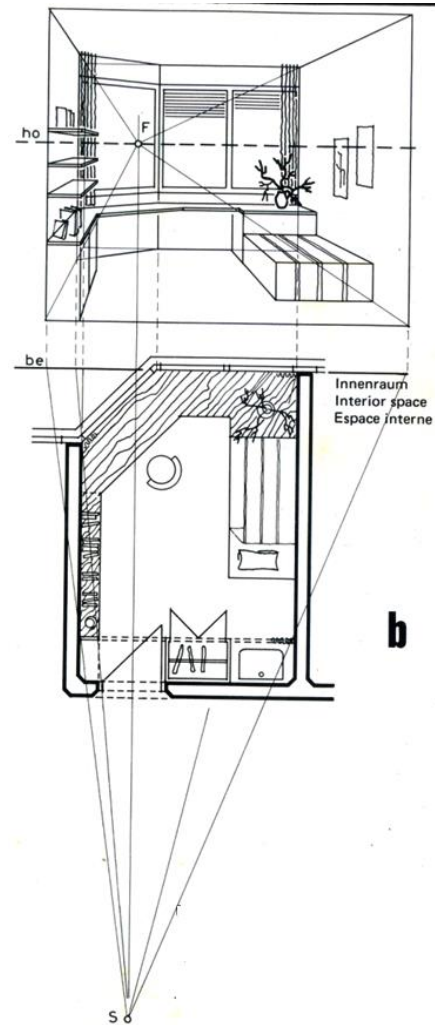
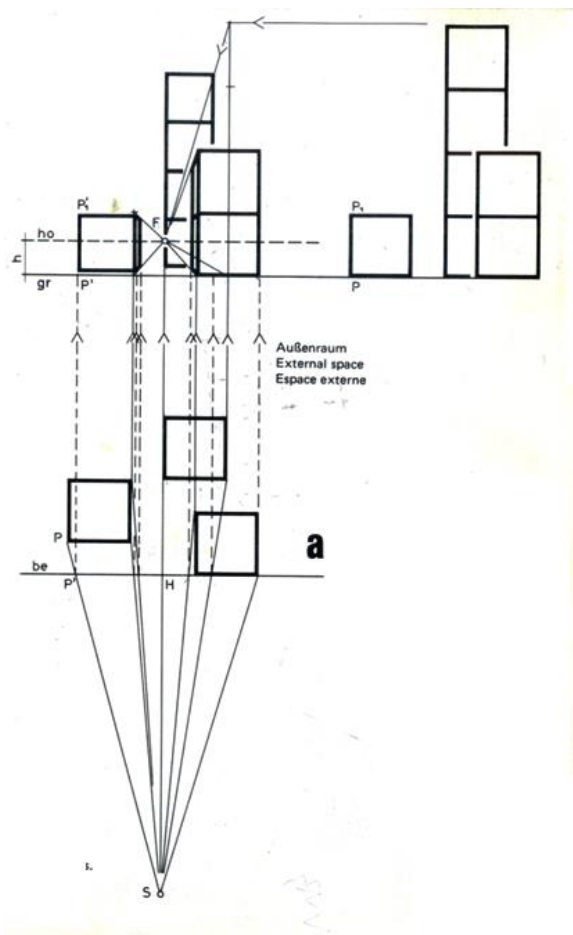


Figure 24 Construction d'une perspective centrale Figure 25 Construction d'une perspective d'angle intérieur
(20)

c. Méthode usuelle de construction de la perspective

▪ En général, pour faciliter la construction de la perspective d'un volume ou d'un ensemble de volumes architecturaux, ça requiert d'encadrer ce volume ou cet ensemble de volumes dans un volume plus simple, généralement dans un prisme rectangulaire droit, voir l'exemple suivant sur la figure 26 :

1) On a besoin du plan et des façades pour pouvoir dessiner la perspective.

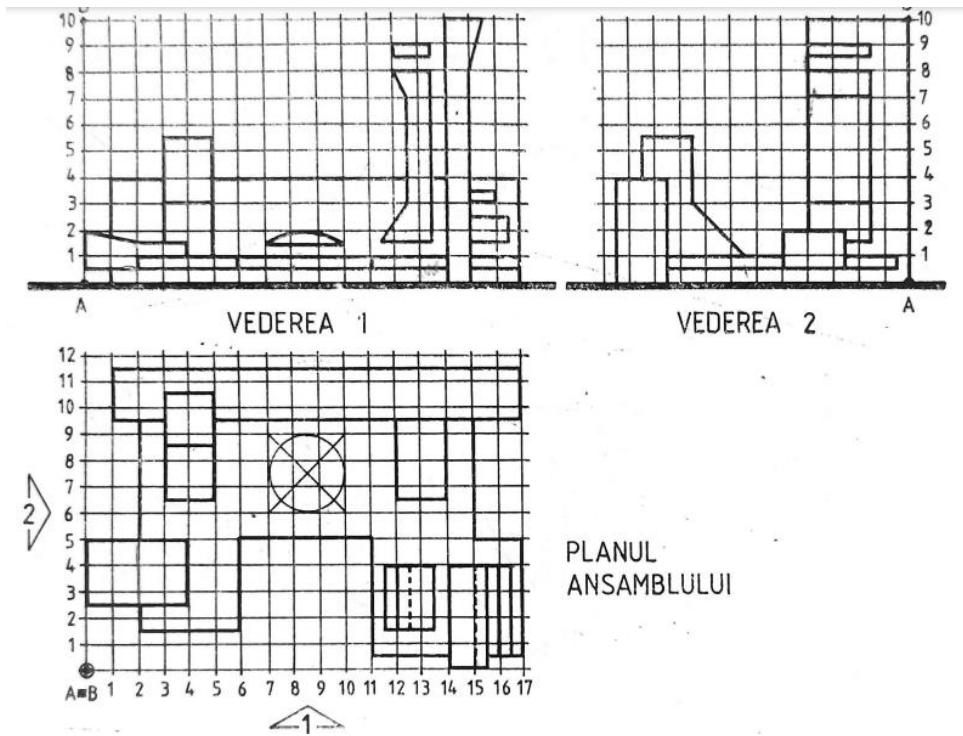


Figure 26 Plan et 2 façades; principale et de profil
(15)

- 2) Après la détermination du point de vue A° et les points de fuite F et M sur la ligne de l'horizon hh' , on commence à dessiner le grand volume qui encadre tous les volumes, ensuite on reporte le plan sur la base de ce grand volume (voir figure27).

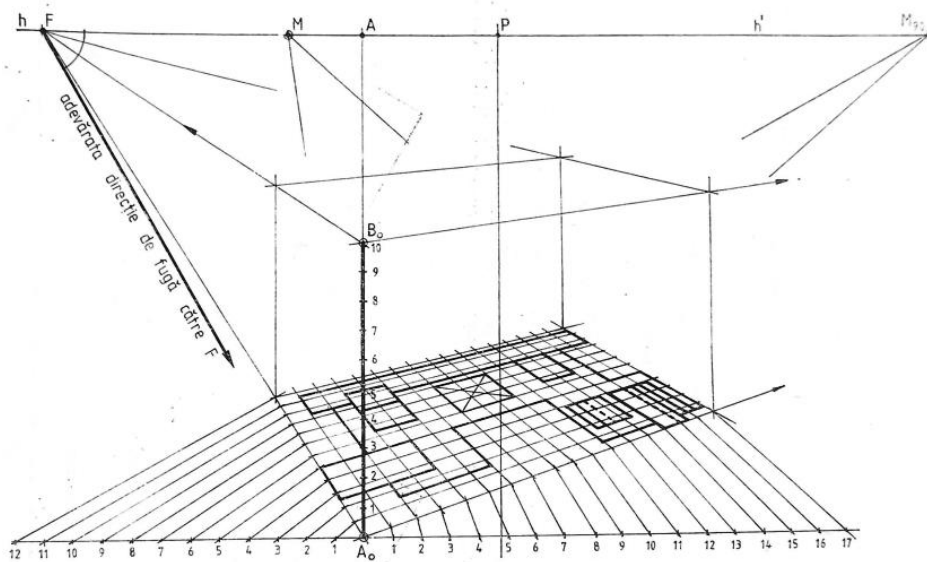


Figure 27 Perspective avec le Grand volume d'encadrement
(15)

3) On rajoute les hauteurs de chaque volume pour compléter la perspective(figure 28).

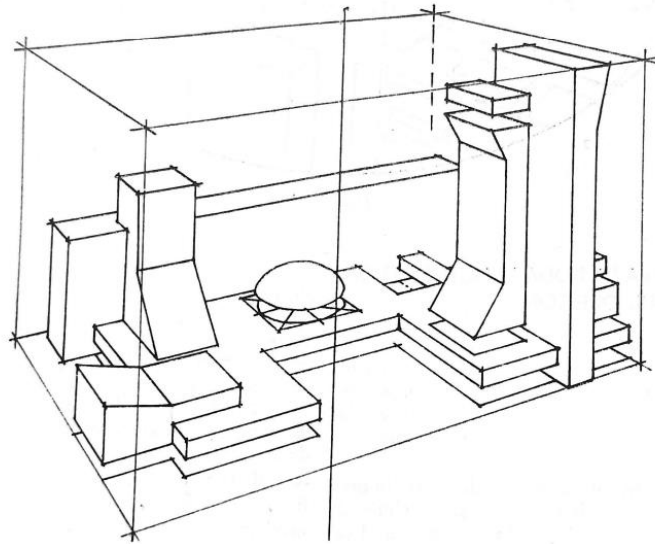


Figure 28 Perspective de l'ensemble des volumes
(15)

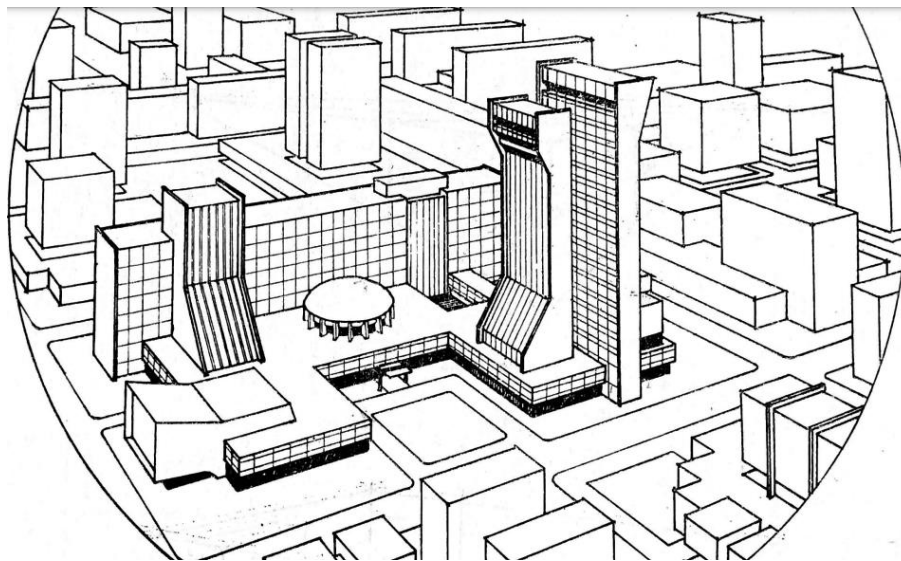


Figure 29 Perspective finale avec détails des façades (matériaux, texture)
(15)

1.3.8 Recommandations

- Nous représentons les diverses variantes obtenues en fixant différemment des éléments tels que la hauteur de l'œil, plan du tableau, le point de vue en montrant les conséquences qui en résultent pour la perspective.

1.3.8.1 Variation de la hauteur de l'œil « h »

- Selon la hauteur h choisie pour l'œil de l'observateur, c'est-à-dire la ligne d'horizon **ho**, l'objet à représenter apparaît sur la figure 30 :

a- **Perspective plongeante** vu d'en haut.

b- **Perspective normale** : vu à hauteur normale.

c- **Perspective plafonnante** : vu d'en bas.

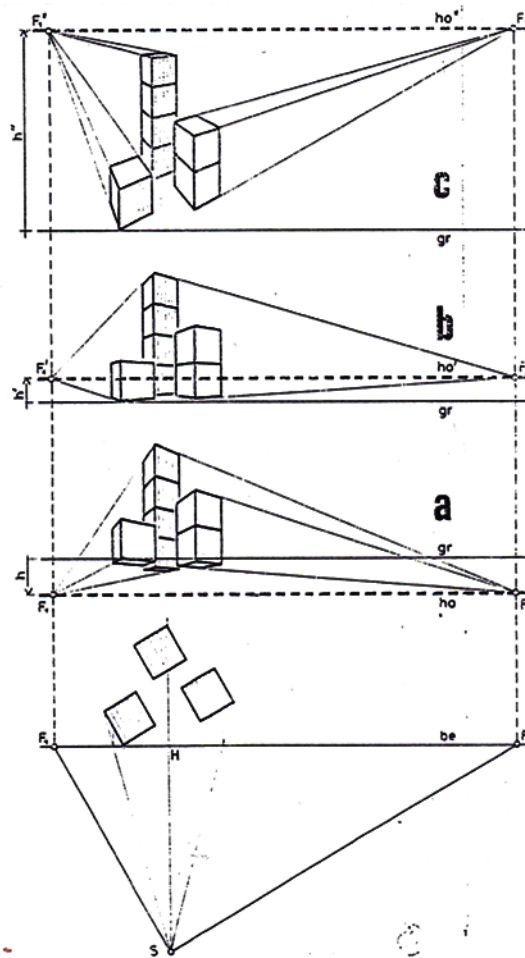


Figure 30 Perspectives avec des variations de hauteur
(20)

1.3.8.2 Variation du point de vue

a- **déplacement latéral** : la direction de l'axe de vision principal se modifie lorsque le point de vue S se déplace. (Voir figure 31.a).

b- **modification de la distance** : la distance d et l'angle de vue se modifie lorsque le point de vue S s'éloigne ou se rapproche. (Voir figure 31.b).

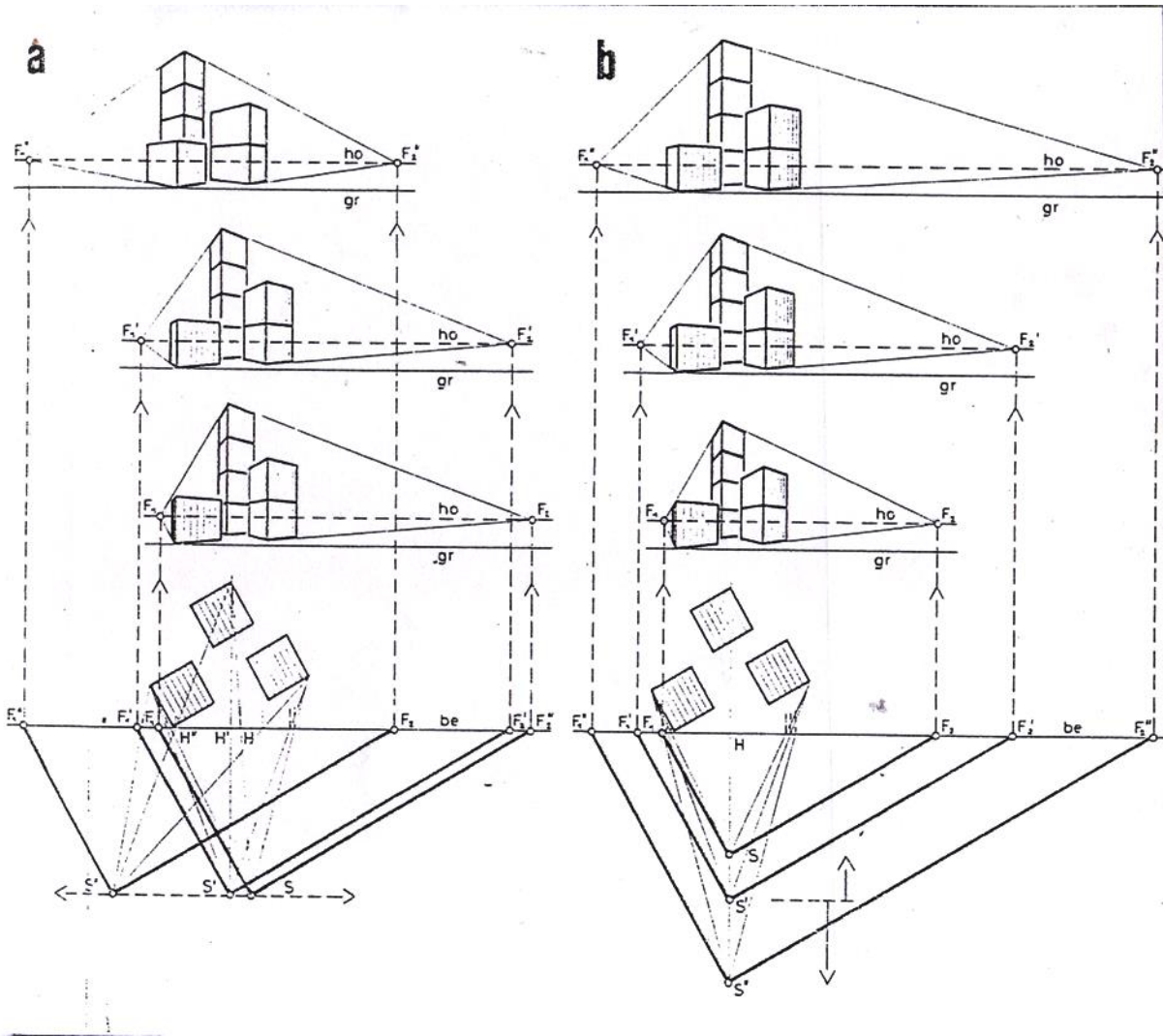


Figure 31 Perspectives avec des variations de point de vue
(20)

- ✓ L'axe de vision principal S-H doit être tracé perpendiculairement sur **be** vers le milieu de l'objet.
- ✓ Distance $d = 1.5$ fois la grandeur de l'objet
- ✓ Angle de vue environ 30° (jusqu'à 50°).

1.3.8.3 Variation de la position de l'objet

- La perspective se modifie avec la situation (angle) de l'observateur par rapport au plan du tableau (figure 32).
- pour les volumes parallélépipédiques nous recommandons les angles suivants :
 - 30° par rapport au long côté.
 - 60° par rapport au petit côté.

- Les longs côtés de l'objet doivent être placés par rapport au plan du tableau de manière telle que perspectivement, le long côté apparaisse effectivement plus long.

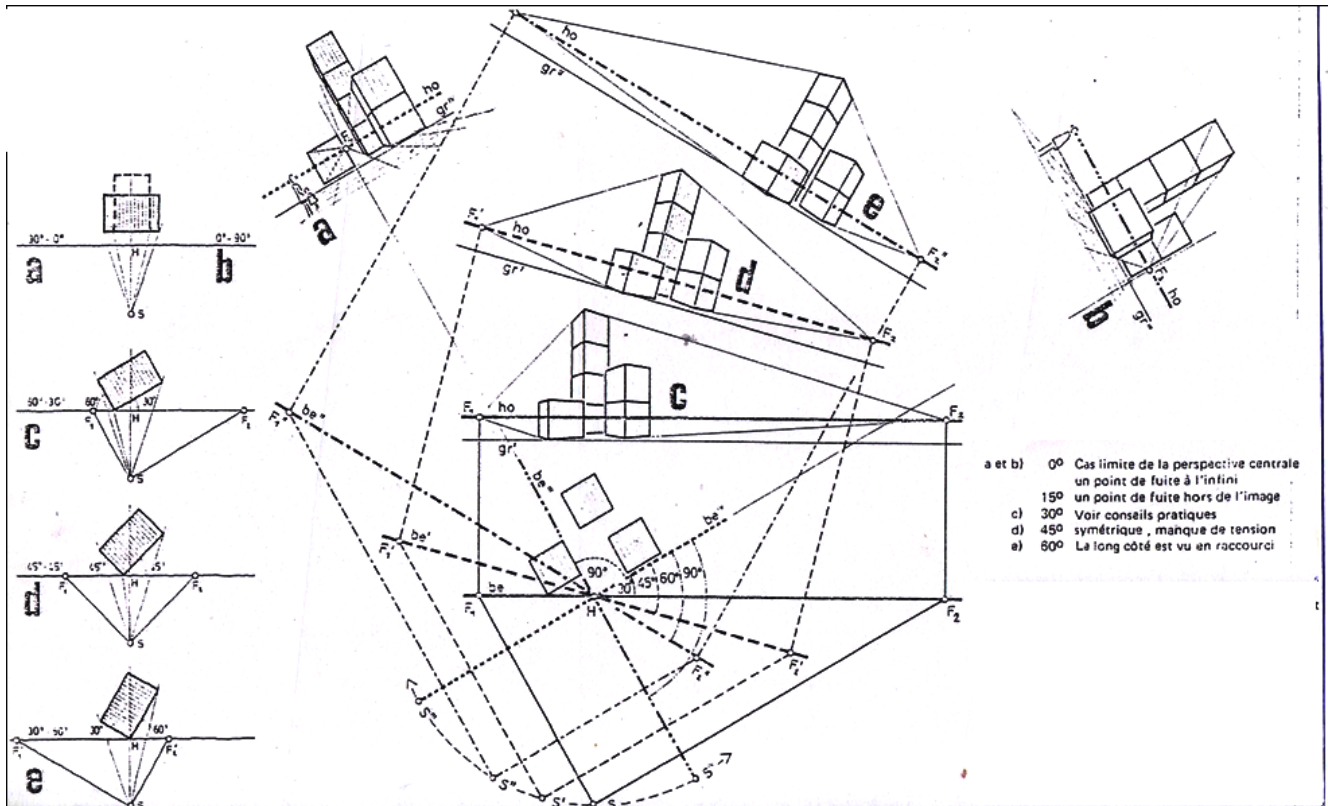
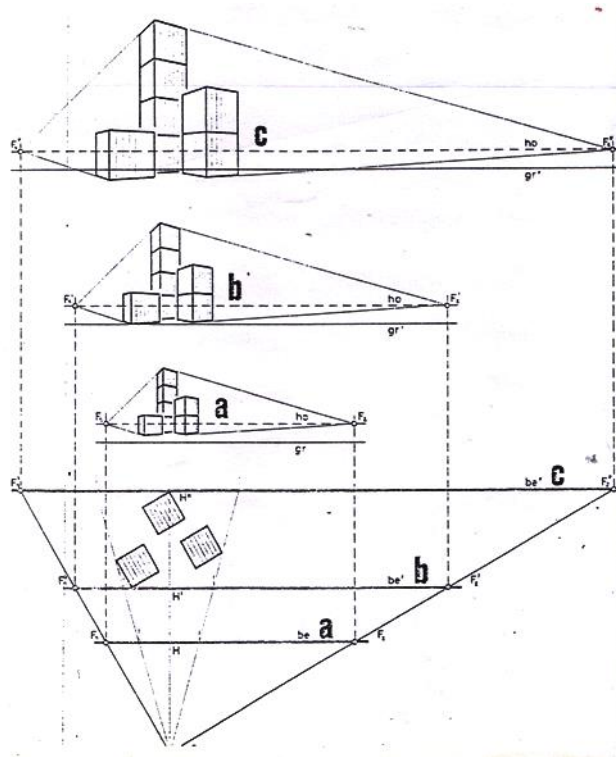


Figure 32 Perspectives avec des variations de la position de l'objet
(20)

1.3.8.4 Variation du plan du tableau

- Par sa position, le plan du tableau « **be** » détermine la grandeur de l'image et l'échelle de la perspective (**d**), il peut être déplacé à volonté en profondeur sans changer la forme de l'image. on admet que le plan du tableau **be** est perpendiculaire au plan de base **gr** et à l'axe visuel **A-H**. les images perspectives apparaissent comme suit (figure 33):

- a- objets derrière le plan du tableau **b** plus petits.
- b- objets dans le plan du tableau **b'** à l'échelle.
- c- objets devant le plan du tableau **b''** plus grands.



**Figure 33 Perspective selon des variations du plan du tableau
(20)**

- ✚ Il est recommandé de placer le plan du tableau de manière à ce qu'il soit confondu avec une arête de l'objet à représenter (ceci facilite la construction des hauteurs à partir de l'élévation).

1.3.8.5 Perspective à plusieurs points de fuite horizontaux

- Il s'agit de dessiner l'image perspective d'une salle d'exposition donnée, dont le plan se rétrécit en profondeur (figure 34).
- Les panneaux d'exposition indiqués en plan par des chiffres sont placés en biais et ne sont pas parallèles entre eux.
- Ils ont donc des points de fuite différents, pour chaque panneau on répètera la construction décrite pour la perspective d'angle (figure 34).
- Les panneaux 3 sont parallèles entre eux et ont le même point de fuite F3.

1.3.8.6 Plusieurs points de fuite avec des plans inclinés

- L'emplacement à choisir pour l'œil, au-dessus du point de vue S, est rabattu dans le plan du tableau (cercle de rayon F1 S avec F1 pour centre) Figure 35.

- Ensuite l'angle d'inclinaison au-dessus (ou en dessous) de l'horizon est reporté en A1, l'intersection de cette dernière droite avec la verticale venant du point de fuite horizontal correspondant donne le point de fuite F1 (F2, etc...) de chaque plan incliné (Figure 35).

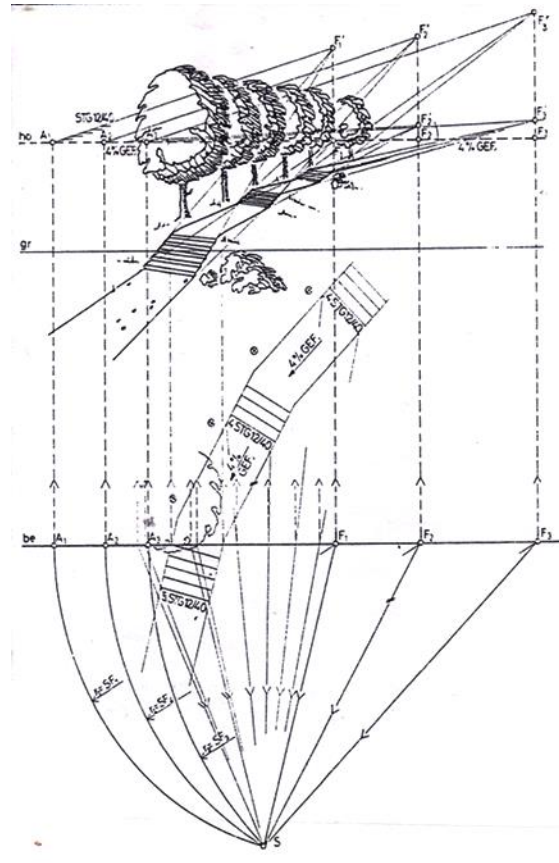
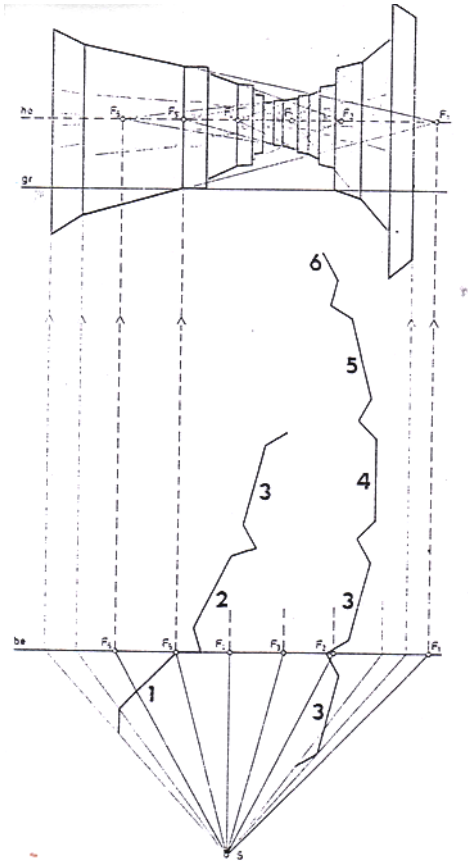
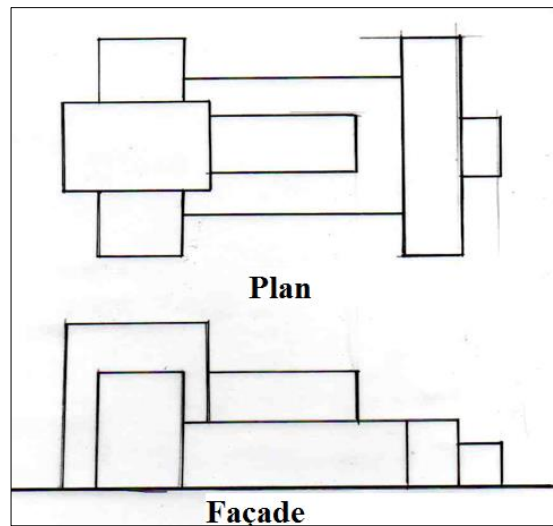
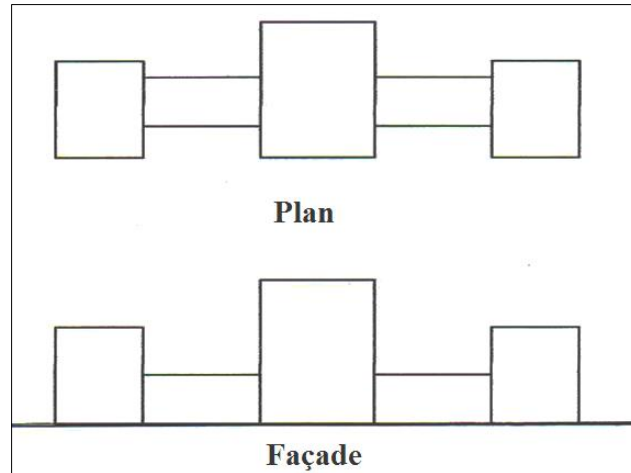
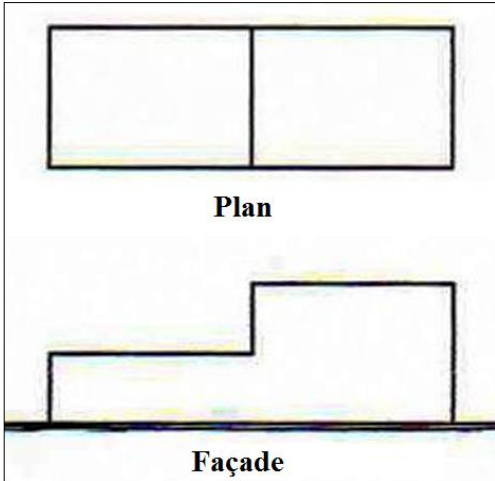


Figure 34 Perspective à plusieurs points de fuite horizontaux (20) Figure 35 Plusieurs points de fuite avec des plans inclinés

Exercices d'application (5)

Dessiner la perspective d'angle de 2 points de fuites des volumes suivants :



2.épure / axonométrie

2.1 Principes de projection

a. Les plans de projections

- Pour définir un point, une droite ou un volume de l'espace, une seule projection sur un seul plan est insuffisante. Alors on utilise généralement deux ou trois plans de projection perpendiculaire entre eux.
- Sur les figures Ci-dessous (36et 37) sont représentés deux systèmes de projection ; à deux et à trois plans de projection en ajoutant le plan de profil (P).
- Les deux plans de projections (F) frontal et (H) horizontal coupent l'espace en quatre zones (dièdres).

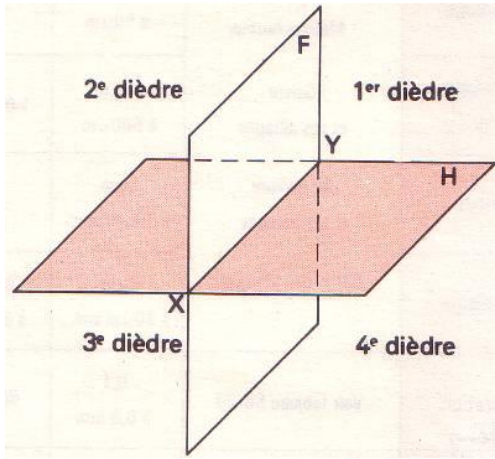


Figure 36 Plan de projection à 2 plans perpendiculaires
(25)

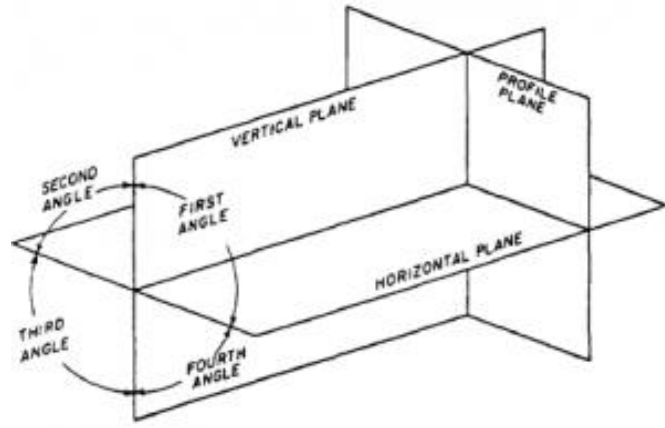


Figure 37 Plan de projection à 3 plans perpendiculaires
(26)

Exemple

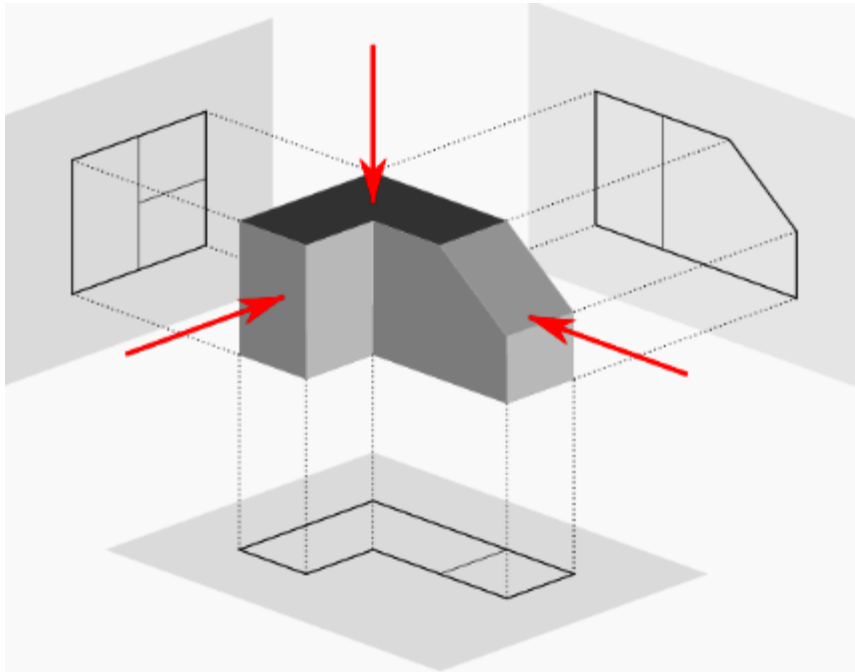


Figure 38 Projection orthogonale d'un objet sur 3 plans de projection
(27)

b. Le passage de l'axonométrie à l'épure

- L'axonométrie est une représentation d'un objet dans l'espace en trois dimensions.
- L'Épure est une représentation plane d'un objet en deux dimensions, qui donne l'élévation, le plan et le profil d'une figure (projetée avec les cotes précisant ses dimensions).

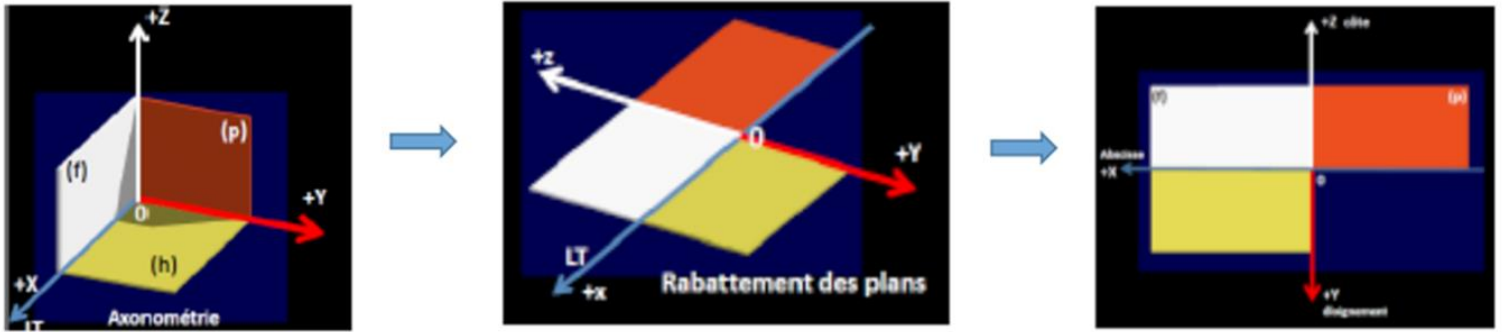


Figure 39 Le passage de l'axonométrie à l'épure
(17)

- En axonométrie, les trois plans de projection sont perpendiculaires (figure 39) les uns aux autres et l'intersection entre chaque deux plans donne les axes de projection :
 - (OX) Abscisses
 - (Oy) Eloignements
 - (OZ) côtes
- La ligne d'intersection entre le plan (f) et (h) qui est l'axe (OX) s'appelle la ligne de terre (LT) (figure 40).
- On obtient l'épure en rabattant (f), (p) et (h) sur un même plan de référence (figure 39, 40,41).

Exemples

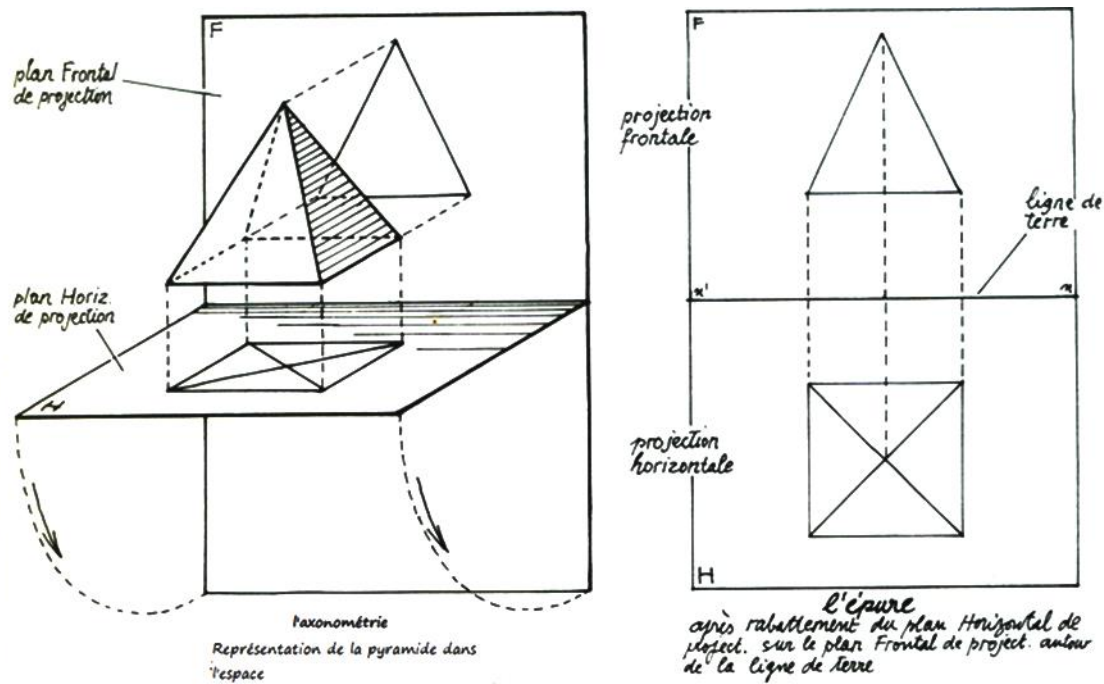


Figure 40 Epure d'une pyramide projection sur 2 plans
(1)

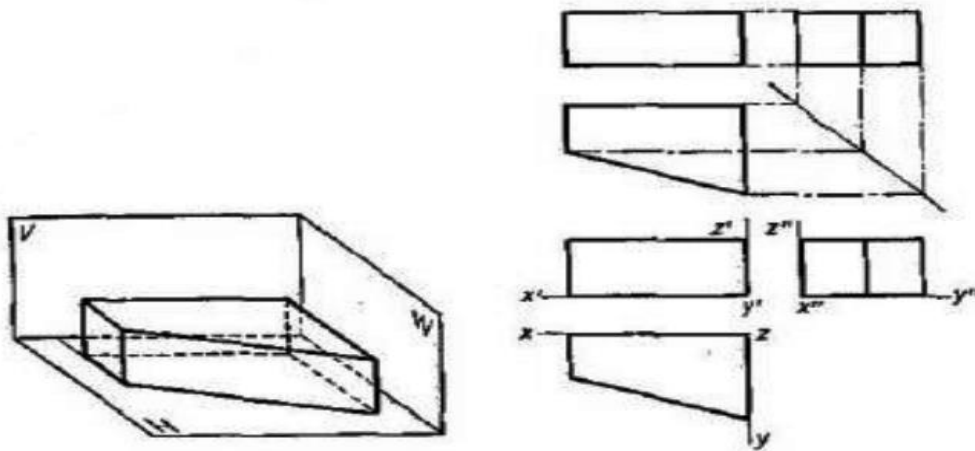


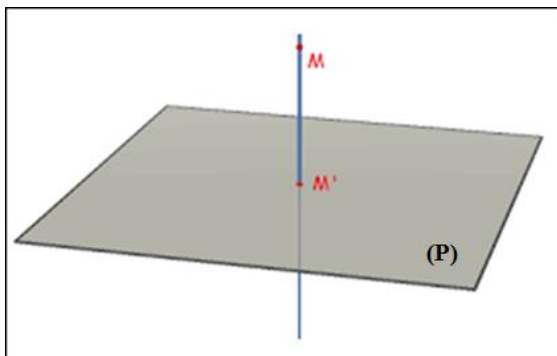
Figure 41 Epure d'un prisme droit sur 3 plans
(9)

NB : L'utilité d'un troisième plan de projection ; On ne peut décrire complètement un objet qu'à travers trois projections.

2.2.1 Projection orthogonale d'un point

- Le point est le plus petit élément géométrique qui existe. Il permet de construire tous les objets représentés dans l'espace.

a. Sur un seul plan de projection



- (M') est la projection orthogonale du point (M) sur le plan de projection (P) , le point d'intersection de la droite issu du point (M) et perpendiculaire au plan (P) .

Figure 42 Projection du point M sur un seul plan
(28)

b. Sur deux plans de projection

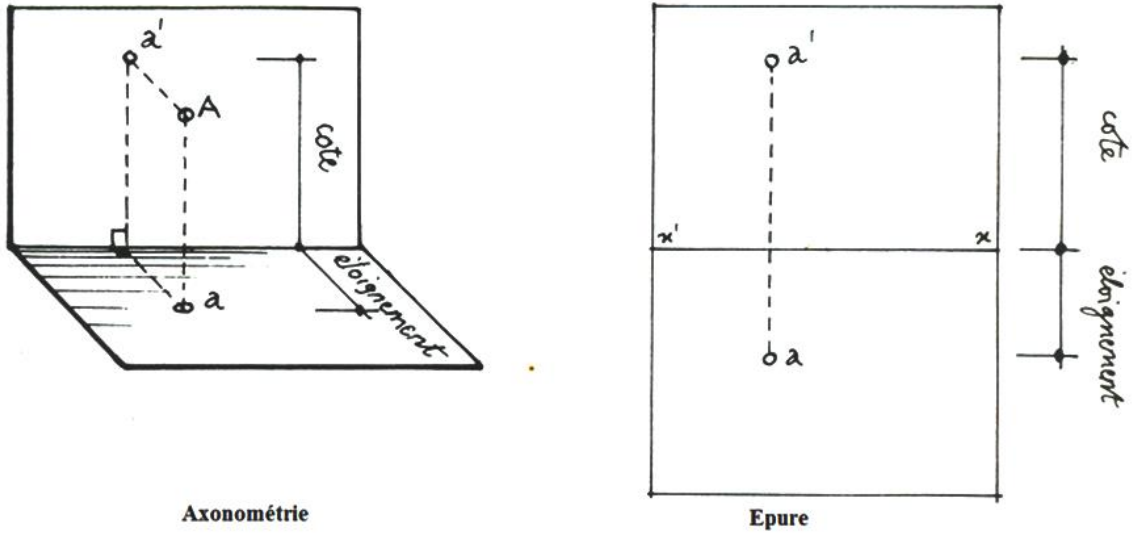


Figure 43 Projection du point A sur deux plans de projection
(1)

c. Sur trois plans de projection

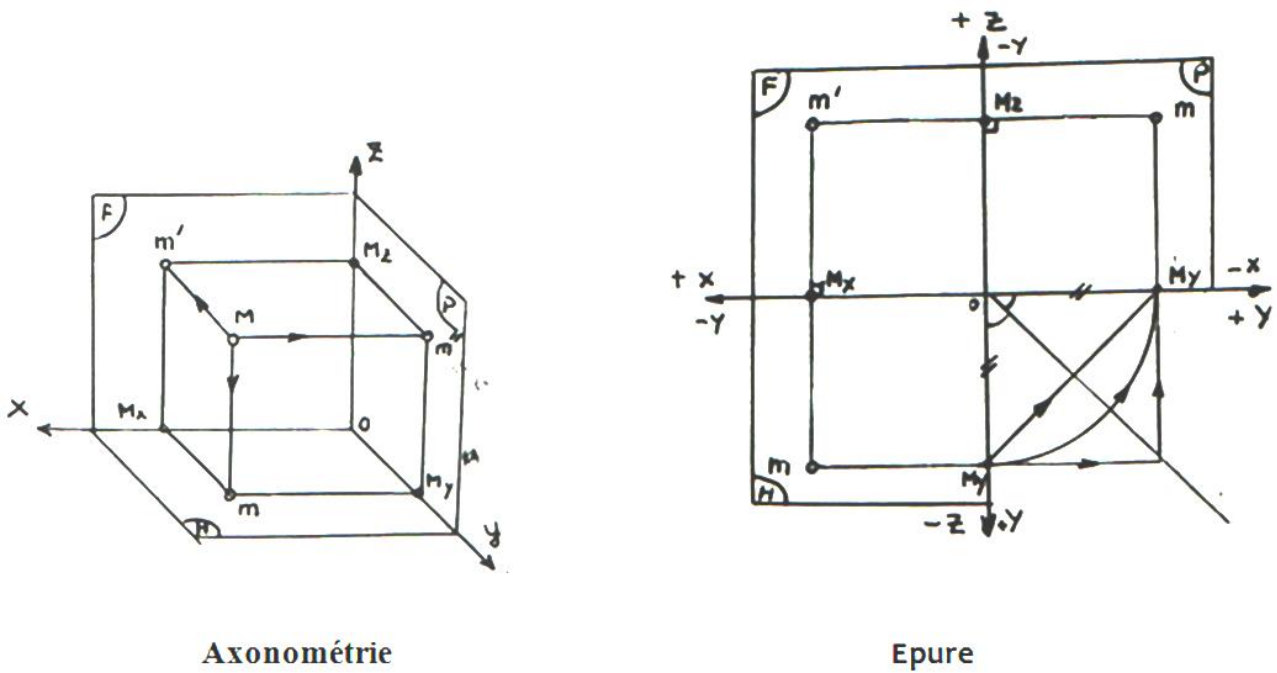


Figure 44 Projection du point M sur 3 plans de projection
(2)

- Le point est connu par trois coordonnées qui sont: **La cote** (m') sur l'axe (OZ); **l'éloignement** (m'') sur l'axe (OY); **l'abscisse** (m) sur l'axe (OX) (figure44).
- ✓ Il est noté que sur l'épure seules les projections du point M seront déterminées, et non pas le point lui-même.
- ✓ Les lignes reliant les différentes projections, sont appelées les lignes de rappel tel que ($m\ m'$, $m'm''$), elles sont perpendiculaires aux axes $X-X'$ pour mm' et $z-z'$ pour $m'm''$.
- ✓ Si nous avons deux projections connues sur une épure, la détermination de la troisième est toujours possible per les lignes de rappel.
- ✓ A partir d'une représentation perspective, nous avons tracé son épure, et inversement est possible.

2.2.2 Projection orthogonale d'une droite

- Dans l'espace une droite est définie par deux points distincts.
- Soit une droite et deux points appartenant à cette droite. Pour déterminer les projections de cette droite, il suffit de déterminer les projections de ses deux points A et B. voir l'épure de cette droite (D) dans la figure 45 ci-dessous.

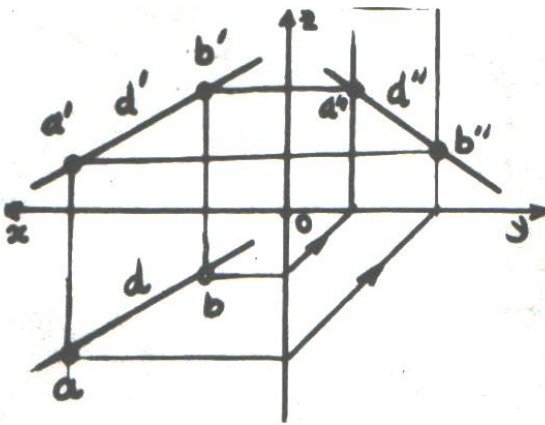


Figure 45 Projection orthogonale de la droite D (2)

- ❖ (a) et (b) les projections horizontales des points (A) et (B), et (a') (b') les projections frontales, (a'') et (b'') projections profiles.
- ❖ (d) projection horizontale de la droite (D), (d') projection frontale, (d'') projection profile.

a. Droites remarquables

- La droite peut avoir plusieurs positions par rapport aux plans de projection. Elle est :

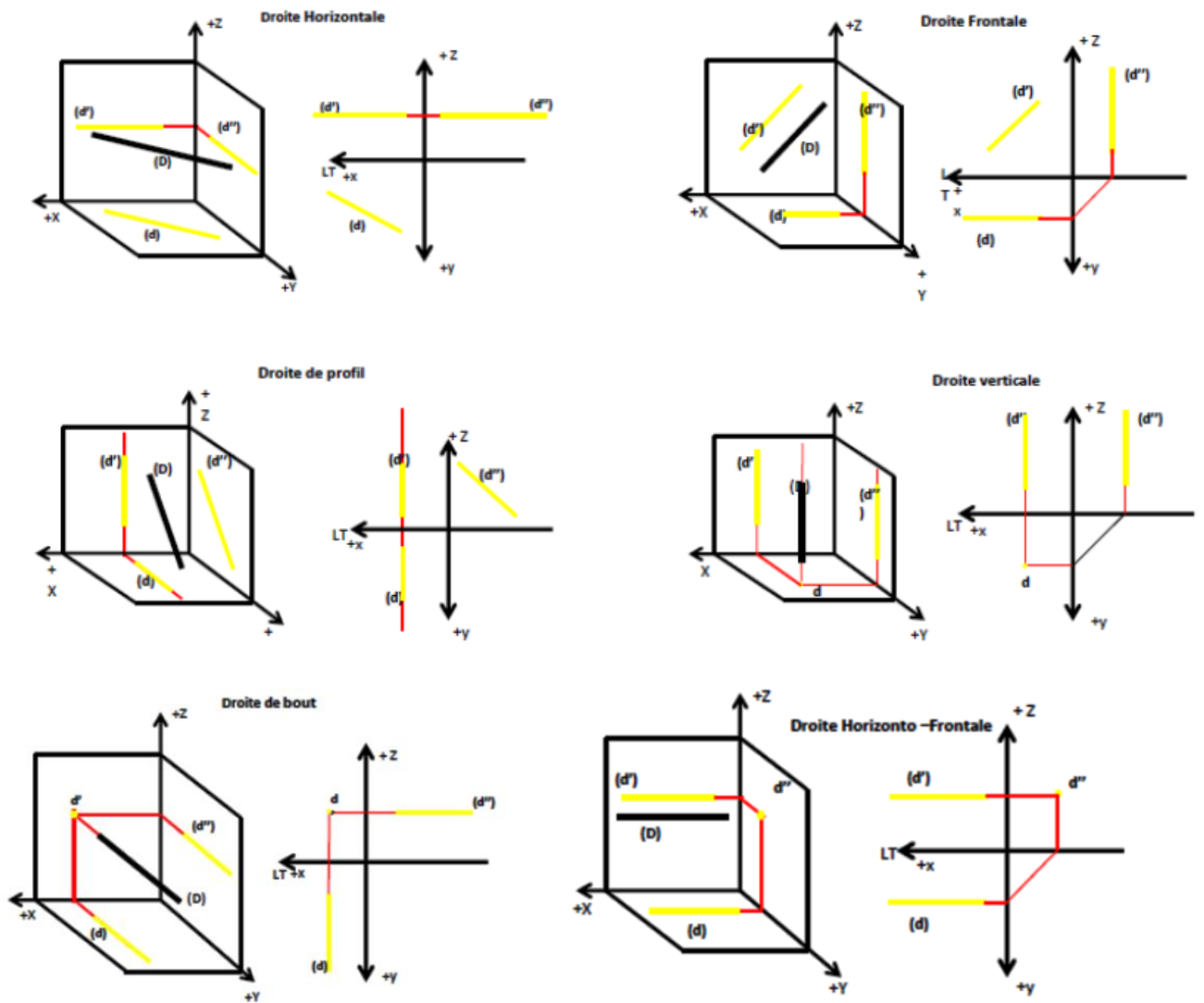
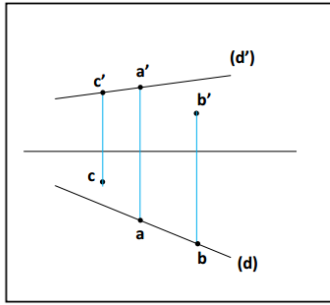
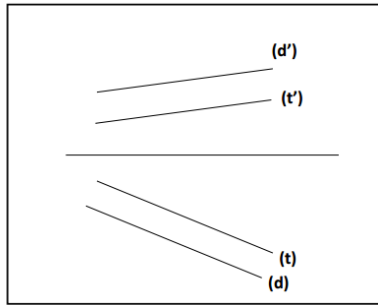


Figure 46 Droites remarquables
(17)

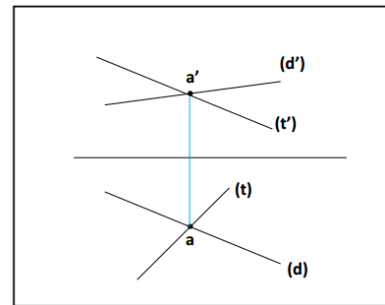
b. Positions relatives des éléments géométriques simples



Appartenance :
 Un point appartient à une droite si ses projections sont sur les projections de la droite (A appartient à (D) mais B et C ne lui appartiennent pas)



Deux droites sont parallèles si leurs projections sont parallèles



Deux droites sont concurrentes si elles ont un point commun. a et a' sont respectivement les intersections des projections horizontales et frontales des deux droites. Si a et a' ne sont pas sur la même ligne de rappel, les deux droites ne sont pas concurrentes

2.2.3 Projection orthogonale d'un plan

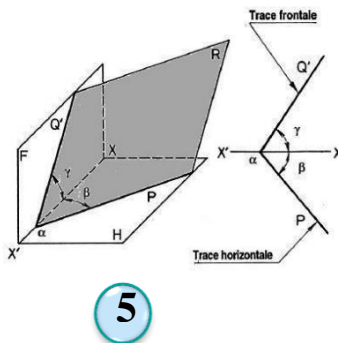
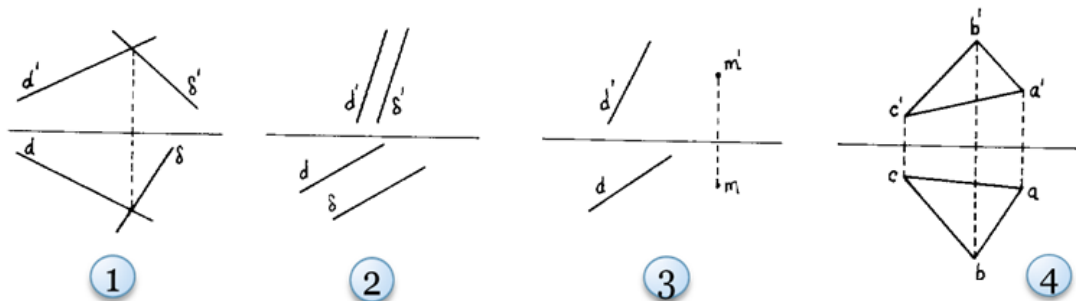
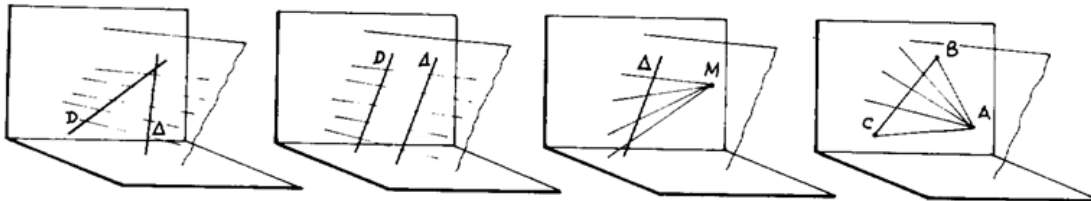


Figure 47 Détermination d'un plan

(1)

Un plan est défini par : voir figure 47

- 1) Deux droites concourantes en un point.
- 2) Deux droites parallèles.
- 3) Une droite et un seul point distinct (non situé sur cette droite).
- 4) Trois points non alignés.
- 5) Ses traces.

2.2.3.1 Traces d'un plan

- On géométrie descriptive on représente souvent un plan par ses tracés.
- Les traces d'un plan sont les droites P, Q' et R'' suivant lesquelles celui-ci coupe les plans de projection (H), (F) et (P).

P : la trace horizontale du plan, c'est l'intersection du plan avec le plan horizontal. Elle représente l'ensemble des points du plan de cote nulle (l'axe Z).

Q' : la trace frontale ou lieu géométrique des points du plan d'éloignement nul (axe X).

R'' : la trace de profil ou lieu géométrique des points du plan d'abscisse nulle (axe y).

- Les projections des traces P, Q' et R'' sont confondu avec les axes X, Y et Z (voir l'épure dans la figure 48).

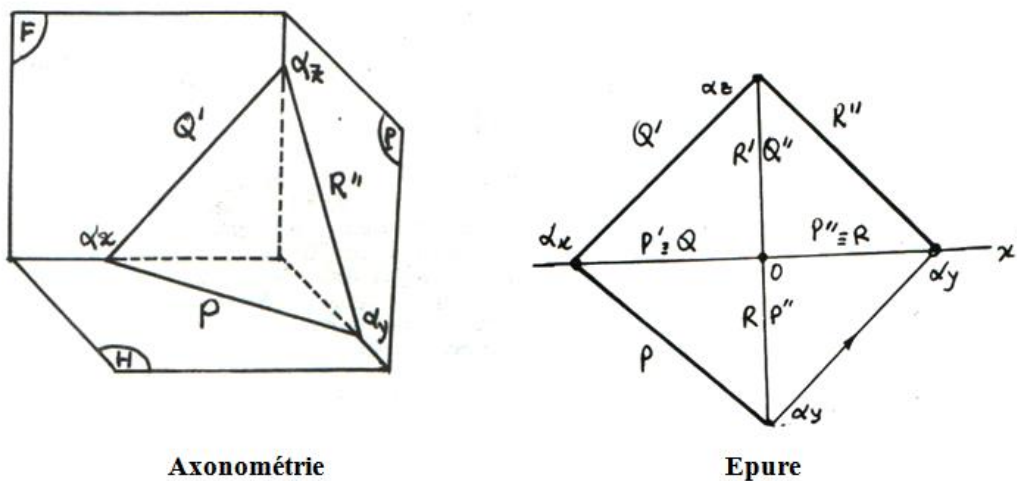


Figure 48 Traces d'un plan triangulaire
(2)

2.2.3.2 Positions remarquables d'un plan

Plan horizontal

- Un plan horizontal est parallèle au plan horizontal (H) ; par conséquent, il est perpendiculaire au plan frontal (F) et plan de profil (figure 49).

- ✓ Toute figure plane contenue dans un plan horizontal est projetée en vraie forme et grandeur sur le plan horizontal (H).
- ✓ La projection orthogonale sur les deux autres plans ; frontal (F) et Profil (P) est une droite.

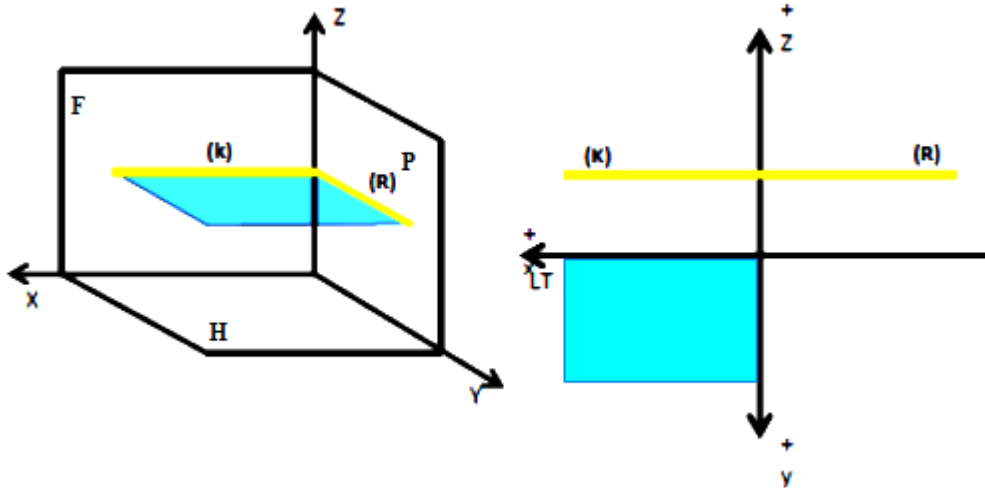


Figure 49 Plan horizontal
(17)

Plan frontal

- Un plan frontal est parallèle au plan frontal (F) ; par conséquent, il est perpendiculaire au plan horizontal (H) et plan de profil (P) (figure 50).
- ✓ La projection horizontale d'un plan frontal est une droite, parallèle à la ligne de terre (l'axe X)
- ✓ La projection frontale de ce plan représente sa vraie forme et grandeur.
- ✓ La projection de profil de ce plan est une droite parallèle à l'axe Z.

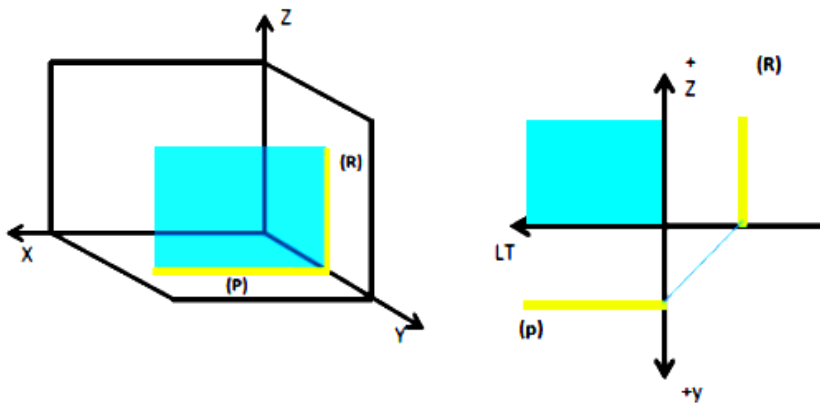


Figure 50 Plan frontal
(17)

Plan de profil

- Un plan de profil est parallèle au plan de profil (P) ; par conséquent, il est perpendiculaire au plan horizontal (H) et plan frontal (F) (figure 51).
- ✓ La projection horizontale d'un plan de profil est une droite, perpendiculaire à la ligne de terre (l'axe X)
- ✓ La projection de profil de ce plan représente sa vraie forme et grandeur.
- ✓ La projection frontale de ce plan est une droite parallèle à l'axe Z.

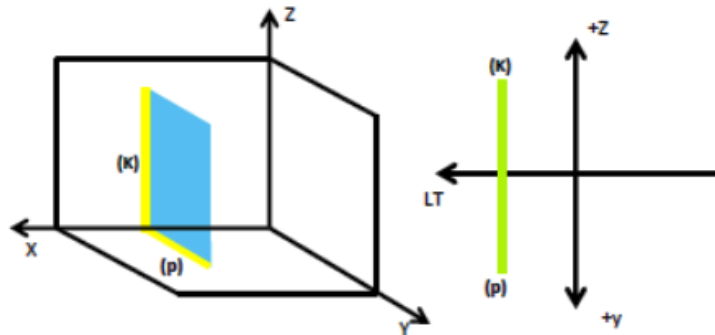


Figure 51 Plan de profil
(17)

Plan vertical

- Il est perpendiculaire au plan horizontal (H).
- Il forme un angle avec le plan frontal (F) et un angle avec le plan de profil (P)
- ✓ La projection horizontale d'un plan vertical est une droite
- ✓ La projection de profil de ce plan ne représente pas sa vraie grandeur et forme.
- ✓ La projection frontale de ce plan ne représente pas sa vraie grandeur et forme.

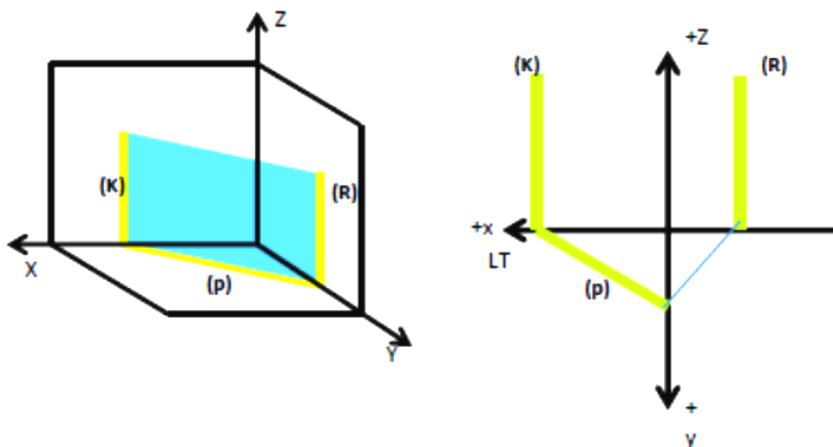


Figure 52 Plan vertical
(17)

Plan de bout

- Il est perpendiculaire au plan frontal.
- Il forme un angle avec le plan horizontal et un angle avec le plan de profil (figure 53).
- ✓ La projection horizontale d'un plan de bout ne représente pas sa vraie forme et grandeur.
- ✓ La projection de profil de ce plan ne représente pas sa vraie forme et grandeur.
- ✓ La projection frontale de ce plan est une ligne.

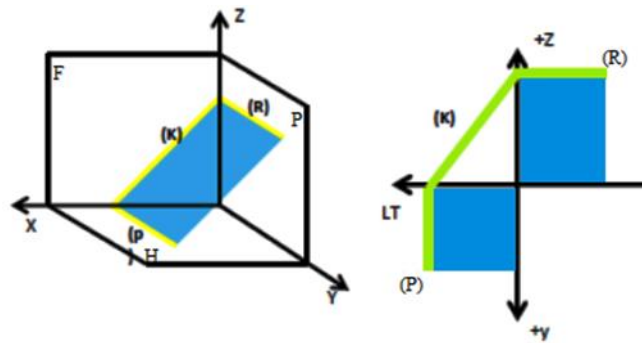


Figure 53 Plan de bout
(17)

Plan parallèle à la ligne de terre

- Il est parallèle à la ligne de terre et perpendiculaire au plan de profil.
- Il forme un angle avec le plan horizontal et un angle avec le plan de frontal et un angle avec le plan horizontal (figure 54).
- ✓ La projection horizontale de ce plan ne représente pas sa vraie forme et grandeur.
- ✓ La projection de profil de ce plan est une ligne.
- ✓ La projection frontale de ce plan ne représente pas sa vraie forme et grandeur.

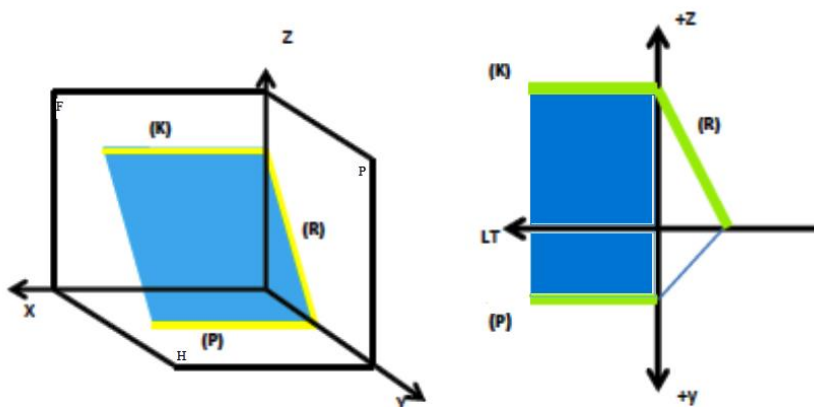


Figure 54 Plan parallèle à la ligne de terre
(17)

Exemple

Projection d'un plan triangulaire dans l'espace

- Soit un plan triangulaire défini par les trois points A, B et C. Dans la **figure 17** la projection de ce plan sur les trois plan horizontal, frontal, et de profil.

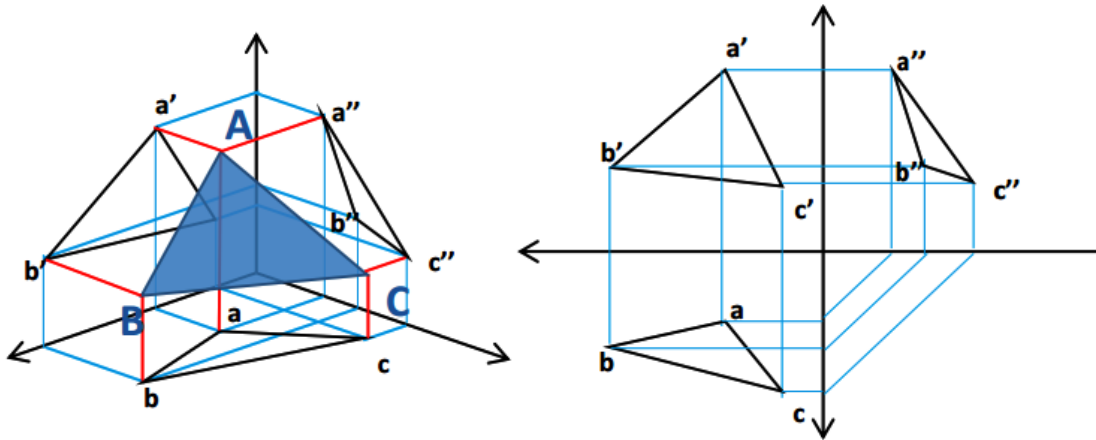


Figure 55 Projection d'un plan triangulaire
(17)

2.3 Projection de volumes ; les cinq solides de Platon et les corps ronds

2.3.1 Les Solides

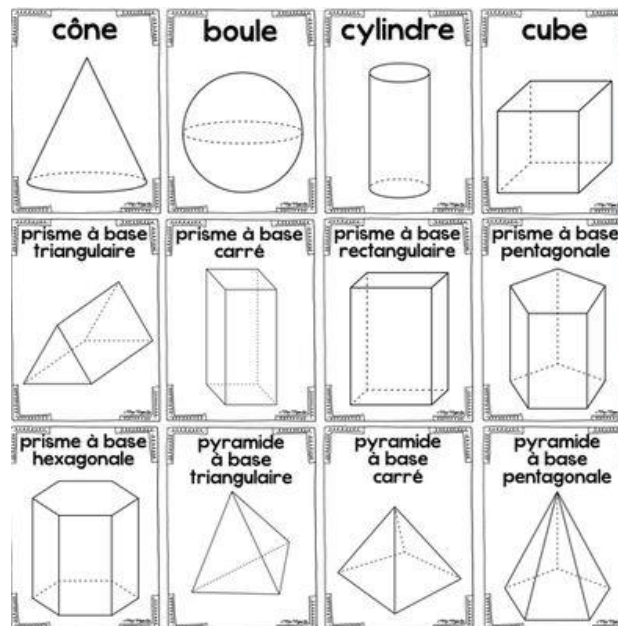


Figure 56 Les solides
(29)

Définition

- « Est solide ce qui possède longueur et largeur et profondeur, et la limite d'un solide est une surface ». Euclide (livre XI des Éléments d'Euclide).
- Un solide est un objet dans l'espace qui a une épaisseur ; une largeur, une longueur et une hauteur. C'est une forme géométrique en trois dimensions.

Propriétés

- Les solides sont composés d'un ensemble de faces, d'arêtes et de sommets.
- **Exemple:** Cube est composé de 4 faces carrées, 4 sommets et 12 arêtes.

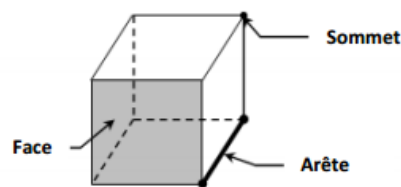


Figure 57 Propriétés d'un cube
(9)

2.3.2 Types de solides

- Il existe trois types de solides: **Les Polyèdres, Les corps ronds et les corps hybrides.**

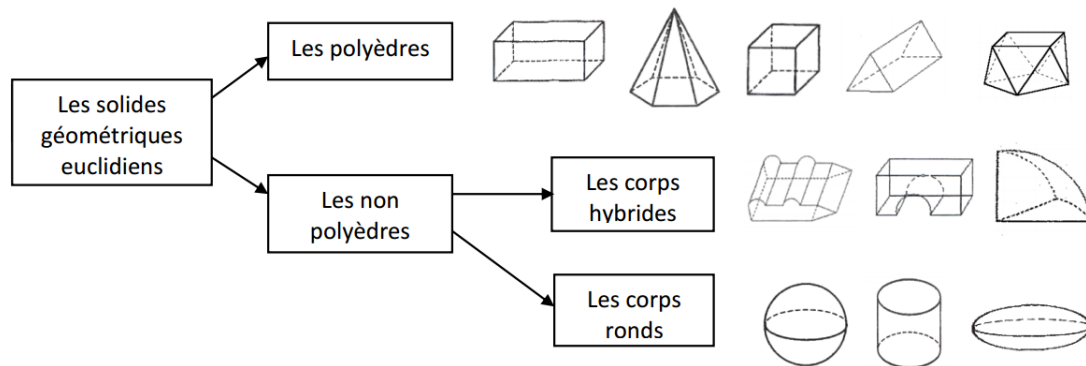
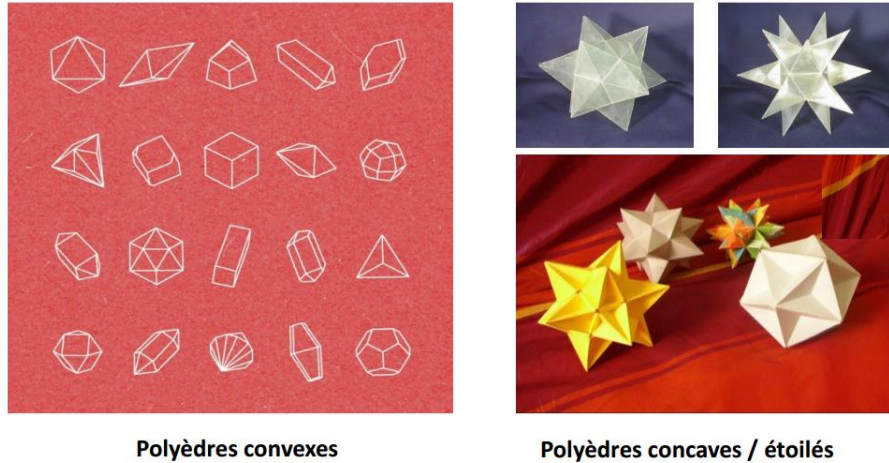


Figure 58 Types de solides
(9)

2.3.2.1 Polyèdres

- Un polyèdre (du grec poly : plusieurs ; èdre : face) est un solide limité dont les faces sont des polygones.
- Chaque côté d'un polygone de cet ensemble est commun à un côté d'un autre polygone de cet ensemble.
- Il existe 2 types de polyèdre (figure 59) : Convexe et Concave ou étoilé



Polyèdres convexes

Polyèdres concaves / étoilés

Figure 59 Les polyèdres

(29)

2.3.2.1.1 Les cinq solides de Platon

- Les solides de Platon sont les cinq seuls polyèdres réguliers convexes qui existent (figure 60). Ils se caractérisent par des faces qui sont des polygones réguliers identiques, avec le même nombre de côtés, et des sommets équivalents.
- Les cinq solides de Platon sont :
- Le tétraèdre (4 faces triangulaires)
- L'hexaèdre ou cube (6 faces carrées)
- L'octaèdre (8 faces triangulaires)
- Le dodécaèdre (12 faces pentagonales)
- L'icosaèdre (20 faces triangulaires)
- Depuis l'Antiquité, ces solides fascinaient par leur esthétique et leurs symétries. Platon leur a donné son nom et les a associés aux quatre éléments de la physique antique (feu, air, eau, terre) et à la quintessence.
- Les solides de Platon font partie de la géométrie sacrée, considérée comme le langage universel de la création. Leurs formes parfaites se retrouvent dans la nature, les cristaux, et même dans la structure moléculaire du corps humain.

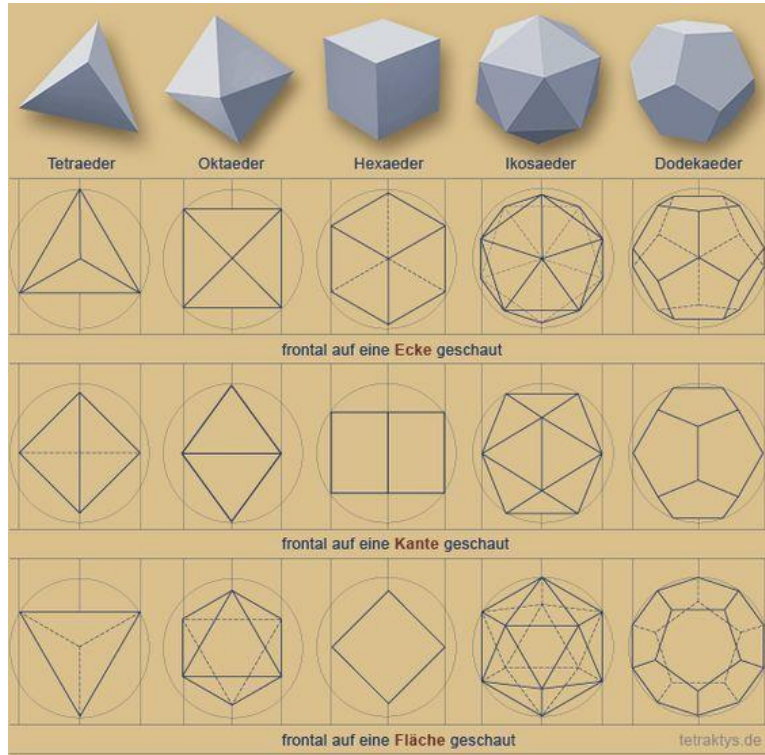


Figure 60 Les cinq solides de Platon
(29)

2.3.2.2 Les corps ronds (non polyèdres)

- Des solides dont toutes les faces sont des faces non planes ou des faces planes et rondes.

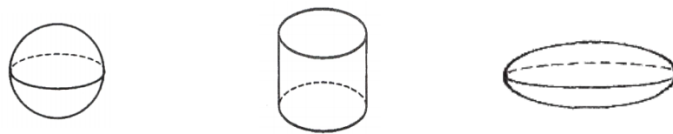


Figure 61 Les corps ronds
(9)

2.3.2.3 Corps hybrides

- Solide géométrique, ou il existe au moins une face plane.

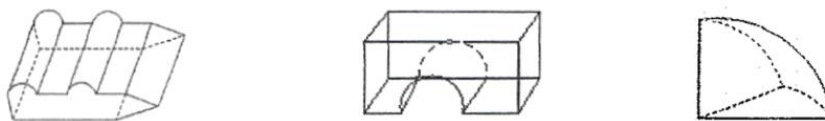


Figure 62 Les corps hybrides
(9)

Exemples de polyèdres

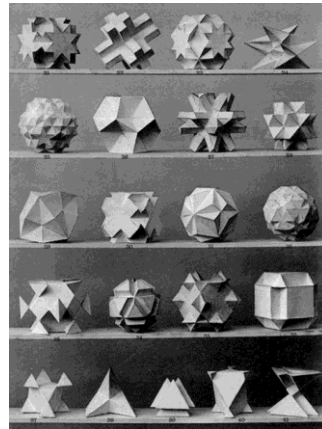


Figure 63 Exemples de polyèdres
(29)

2.3.2 Projection de volumes

2.3.2.1 Le cube

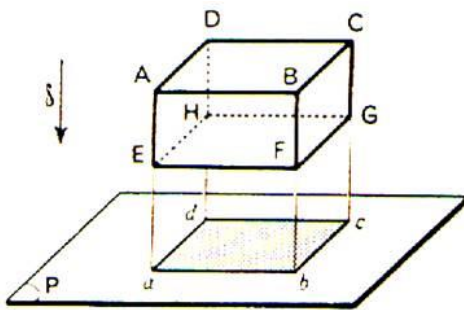


Figure 64 Projection de cube sur un plan

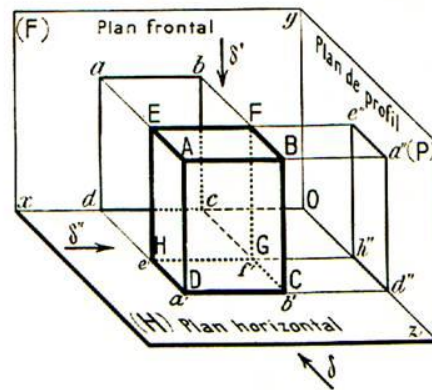
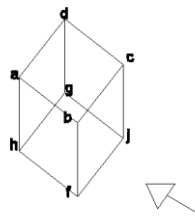


Figure 65 Projection de cube sur 3 plans
(30)

Exercice d'application

- 1) Projection d'un cube : de 4cm*4 cm*4cm en différentes positions.



1) Parallèle au plan horizontal, frontal et profil

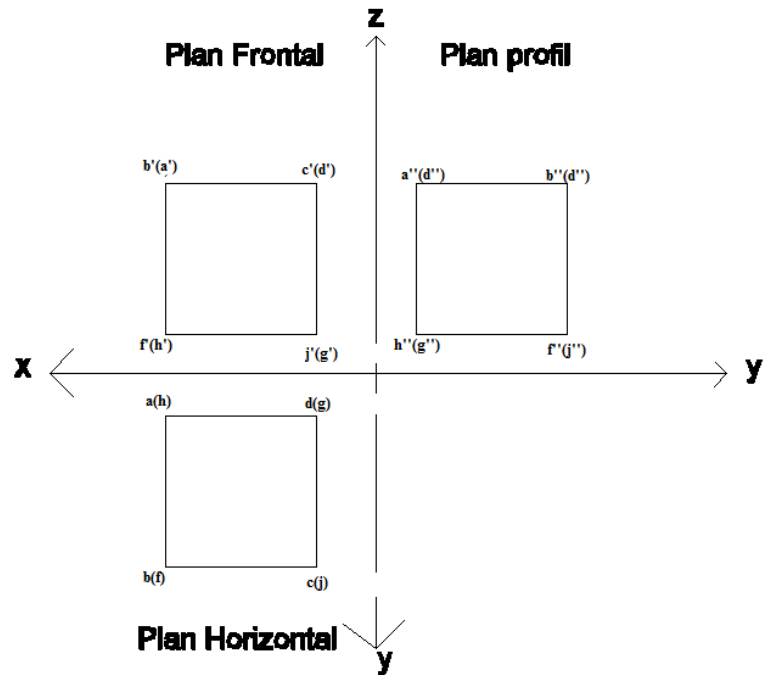


Figure 66 Epure d'un cube parallèle au plan horizontal, frontal et profil (Auteur)

2) Parallèle au plan frontal, incliné de 30° par rapport au plan horizontal

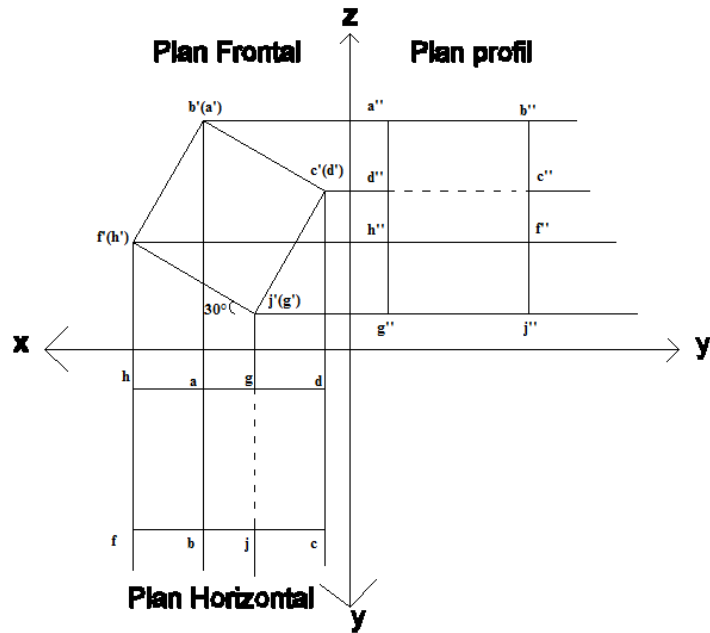


Figure 67 Epure d'un cube parallèle au plan frontal, incliné de 30° par rapport au plan horizontal (Auteur)

3) Incliné par rapport au plan horizontal et frontal (30°)

- A l'aide de l'épure ci-dessus on peut dessiner l'épure d'un cube incliné à la fois par rapport au plan horizontal et plan frontal avec un angle de 30° .

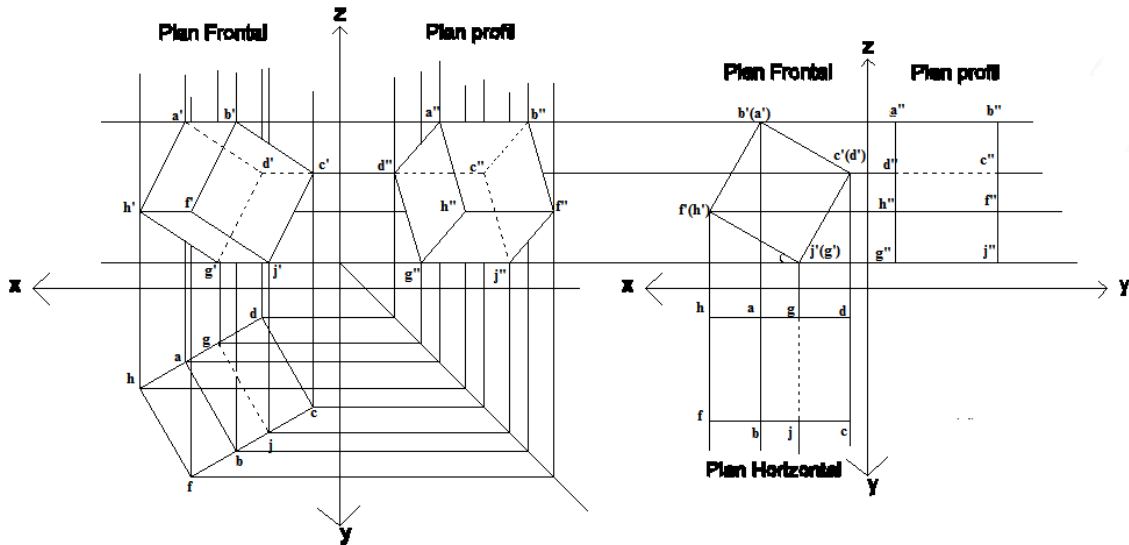


Figure 68 Épure d'un cube incliné à la fois par rapport au plan horizontal et frontal avec un angle de 30°
(Auteur)

2.3.3.2 Tétraèdre

Propriétés : le Tétraèdre est composé de :

- Quatre faces, qui sont des triangles équilatéraux égaux.
- Côtés a . (voir figure 69)

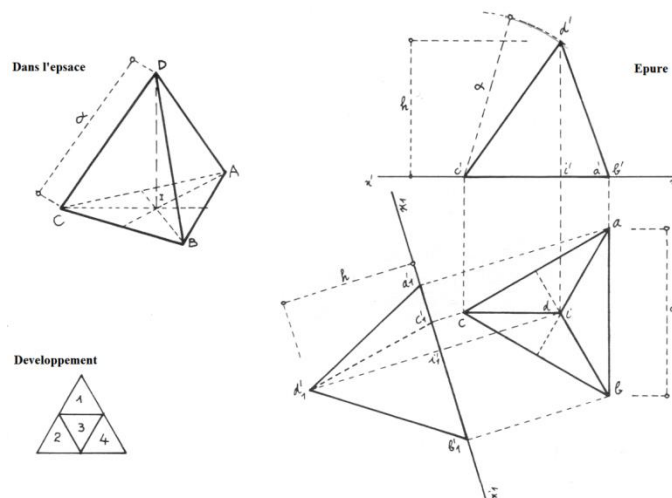


Figure 69 Tétraèdre
(1)

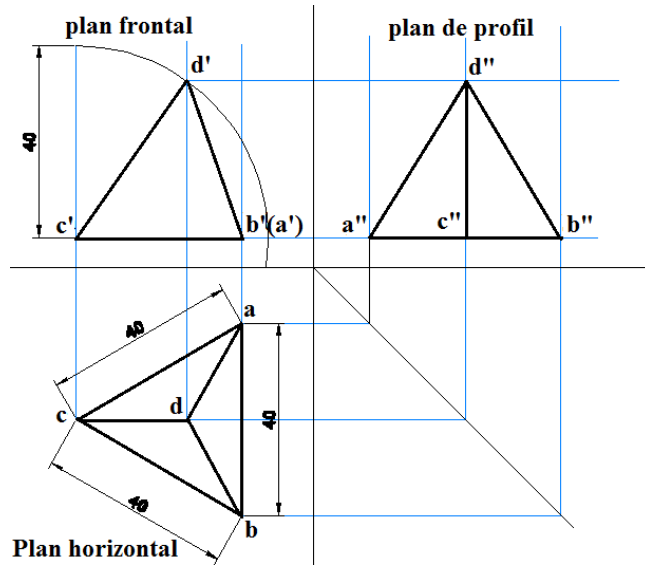


Figure 70 Epure de 3 projections de Tétraèdre (Auteur)

2.3.2.2 Octaèdre

Propriétés : L'Octaèdre est composé de :

- Huit faces, qui sont des triangles équilatéraux égaux.
- 8 Côtés a .
- 2 Sommet (figure 71).

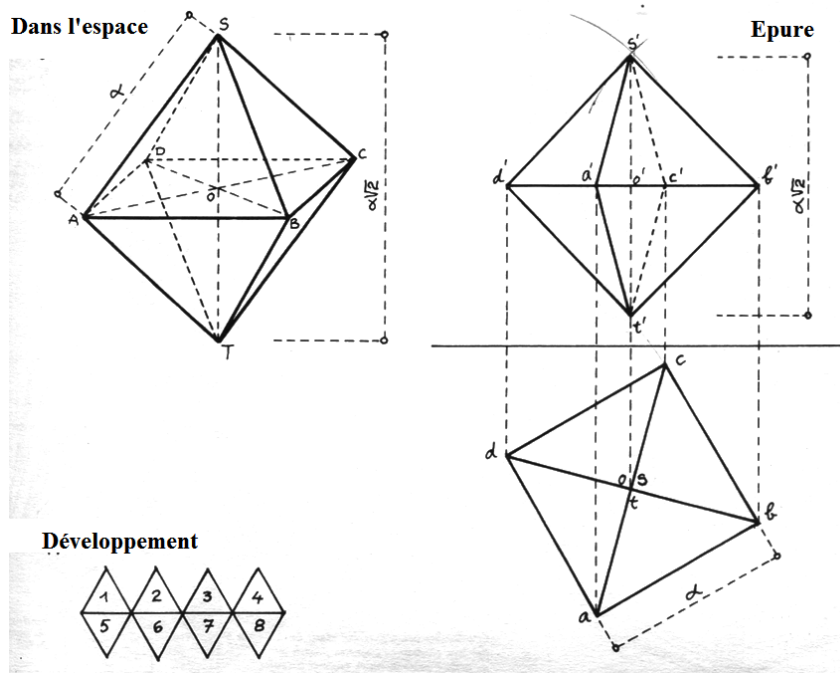


Figure 71 Octaèdre (1)

2.3.2.3 Dodécaèdre

Propriétés : Le Dodécaèdre est composé de :

- 12 pentagones réguliers et égaux entre eux.
- 30 Côtés α .
- 20 Sommet (figure 72).

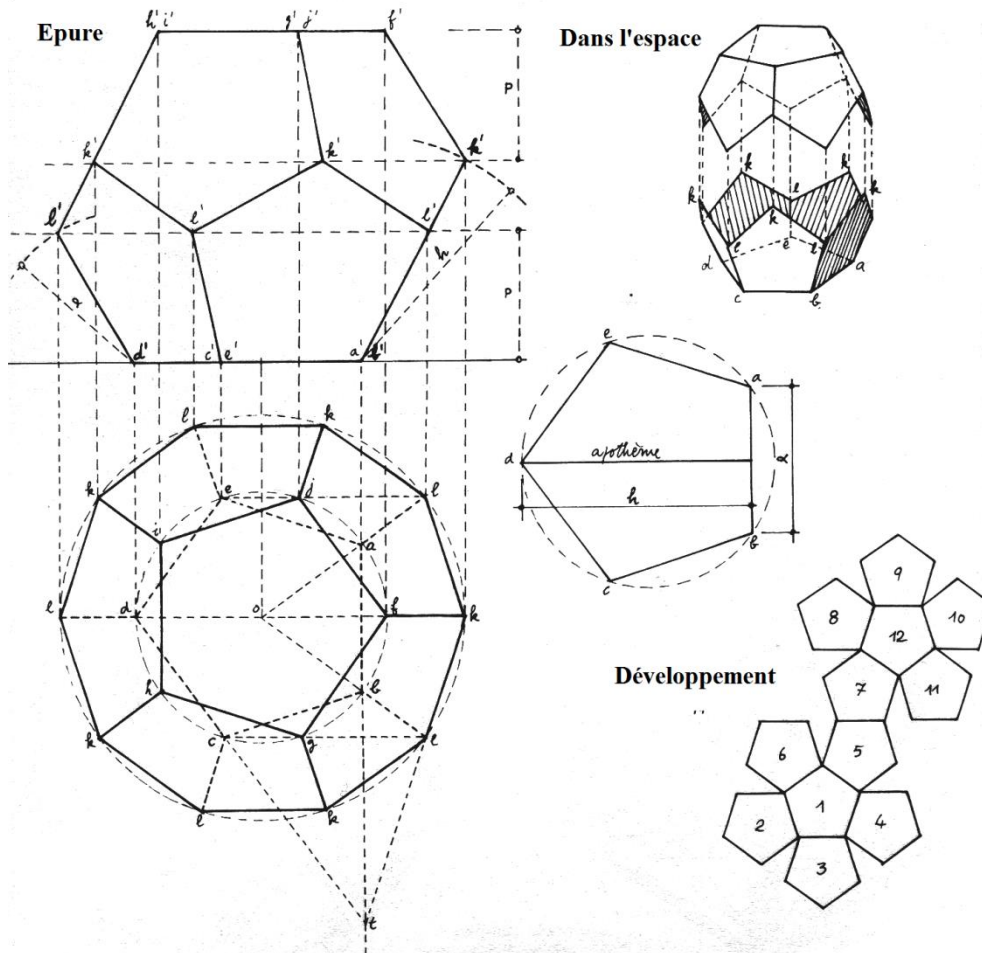


Figure 72 Dodécaèdre

(1)

2.3.2.5 Icosaèdre

Propriétés : L'Icosaèdre est composé de :

- 20 des triangles équilatéraux égaux.
- 30 Côtés α .
- 12 Sommet (figure 73).

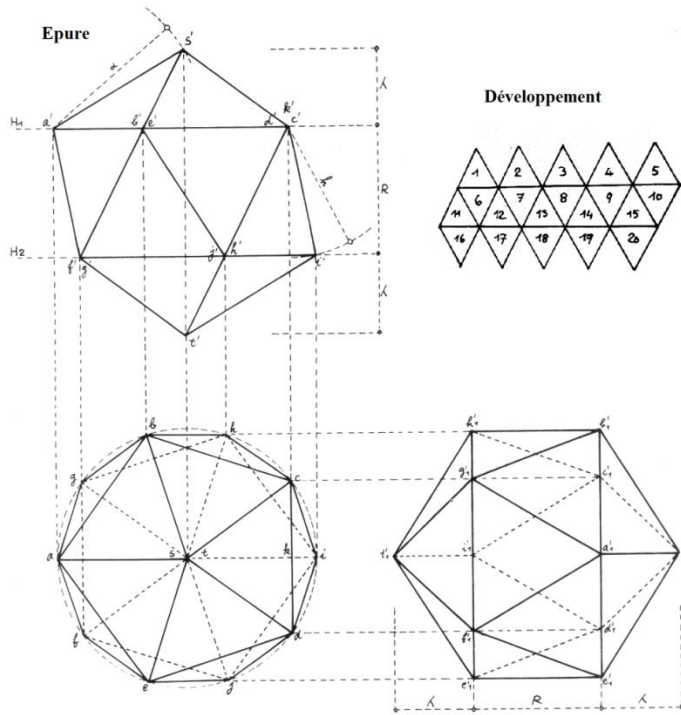
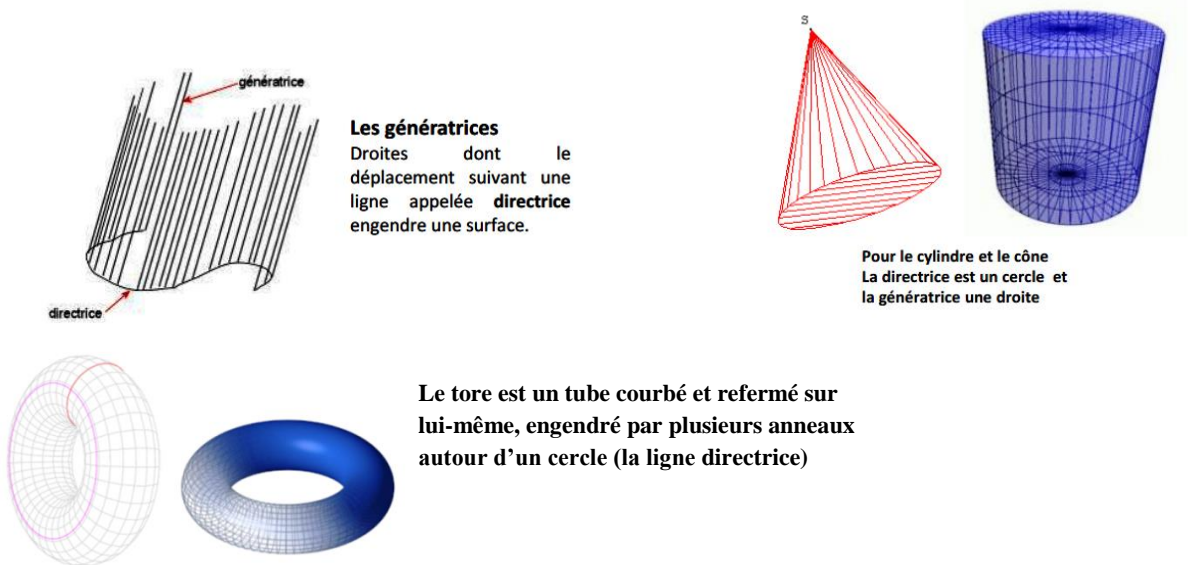


Figure 73 Icosaèdre
(1)

2.4 Corps Rond, cercle / Cône / Cylindre / Sphère

- Sont ceux dont la surface n'est pas composée de polygones rectilignes. On les appelle les surfaces de révolution; c'est une surface engendrée par des lignes génératrices qui tourne autour d'un axe (exemple voir figure 74).



Les génératrices
Droites dont le déplacement suivant une ligne appelée **directrice** engendre une surface.

Pour le cylindre et le cône
La directrice est un cercle et la génératrice une droite

Le tore est un tube courbé et refermé sur lui-même, engendré par plusieurs anneaux autour d'un cercle (la ligne directrice)

Figure 74 Les corps ronds
(9)

2.4.1 Projection du cercle

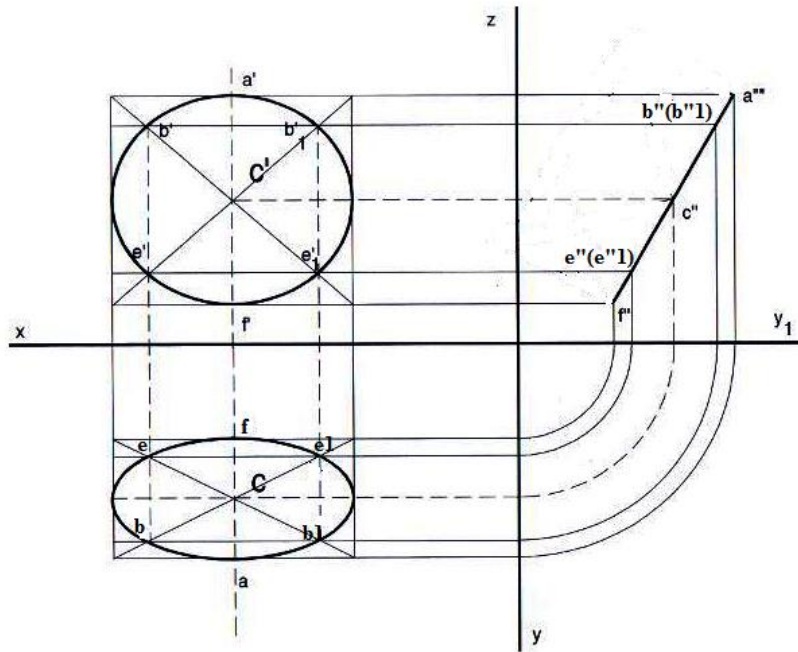
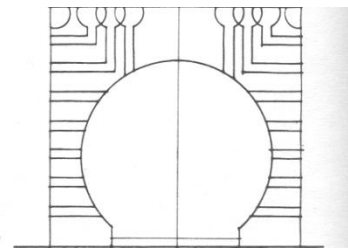
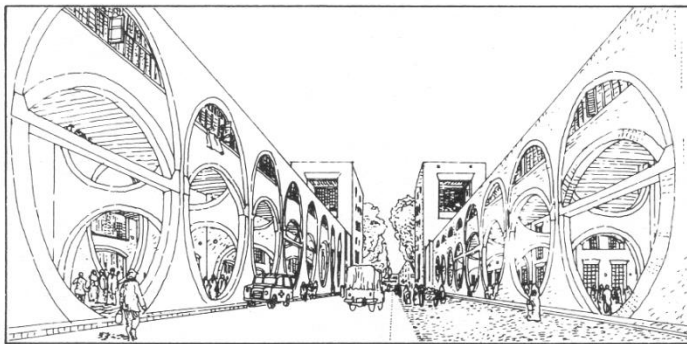


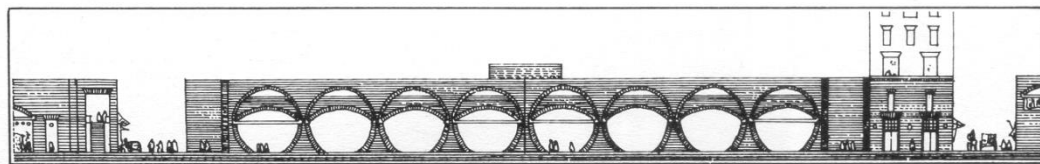
Figure 75 Epure d'un Cercle
(22)

N.B : La projection d'un cercle incliné est une ellipse (figure 76).

- Exemple projection cercle incliné en Architecture



*Venturi & Rauch
Étude de porte*

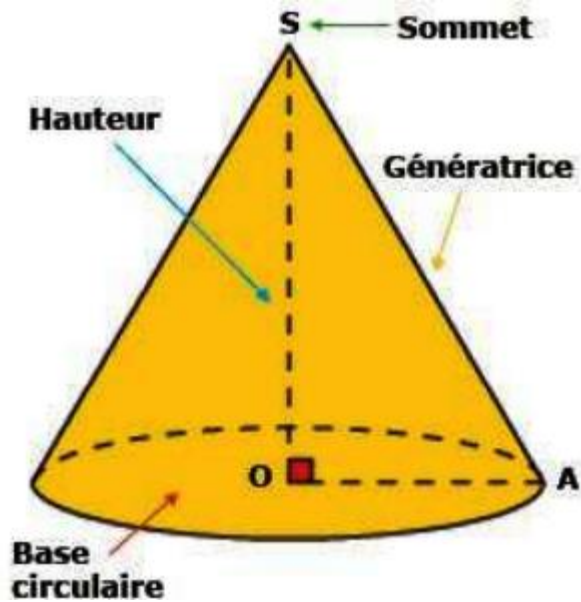


Rodrigo Perez de Arce Transformation de Dacca (Louis Kahn) 1978

Figure 76 Projection des Cercles dans la façade
(1)

2.4.2 Projection d'un cône

Il est constitué d'une base en forme de cercle et d'une surface conique (figure 77).



- On appelle hauteur du cône de révolution, le segment perpendiculaire à la base issu du sommet.
- Le rayon d'un cône de révolution est le rayon de la base.
- On peut générer le cône en faisant tourner un triangle rectangle autour de la hauteur. L'hypoténuse d'un tel triangle est appelé une génératrice

Figure 77 Cône
(10)

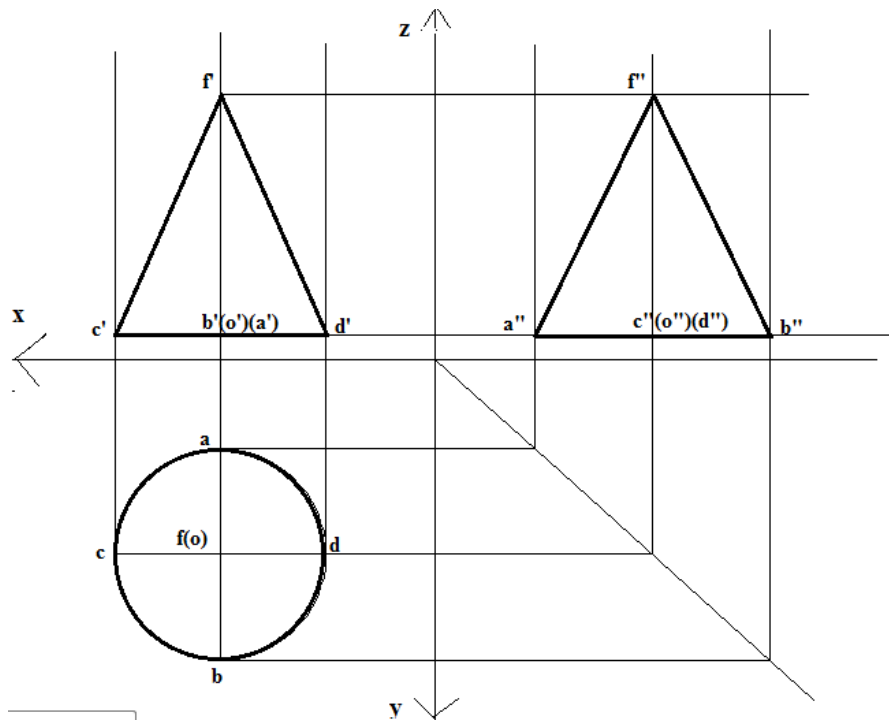


Figure 78 Epure d'un cône
(Auteur)

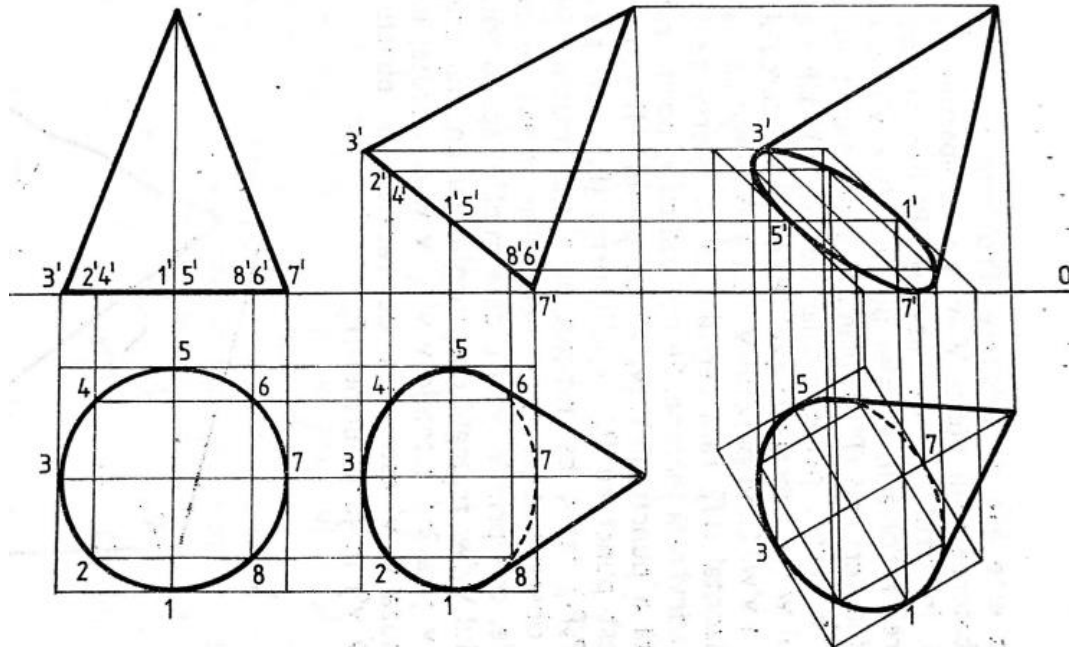


Figure 79 Epure d'un cône incliné par rapport au plan horizontal 40° (au milieu) et par rapport au plan frontal (30°) et horizontale (40°) à la fois (à droite)
(26 modifié par l'auteur)

2.4.3 Projection d'un cylindre

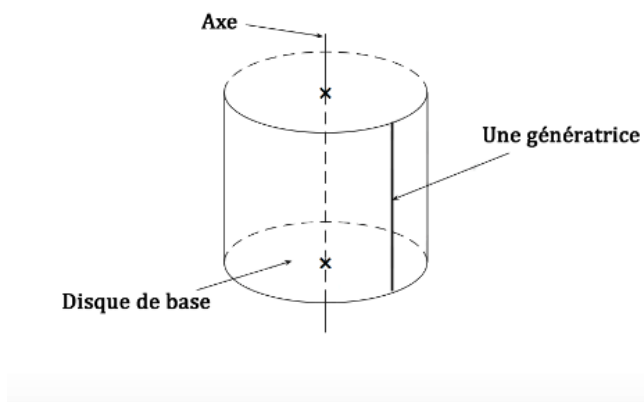


Figure 80 Cylindre
(31)

- C'est un solide composé :
- De deux bases en forme de cercle et parallèles,
- D'une surface latérale appelée surface cylindrique.
- La droite qui passe par le centre des deux cercles de base est perpendiculaire aux bases. C'est l'axe du cylindre.
- De plus, tous les segments de la surface cylindrique perpendiculaires à la base sont des génératrices du cylindre.

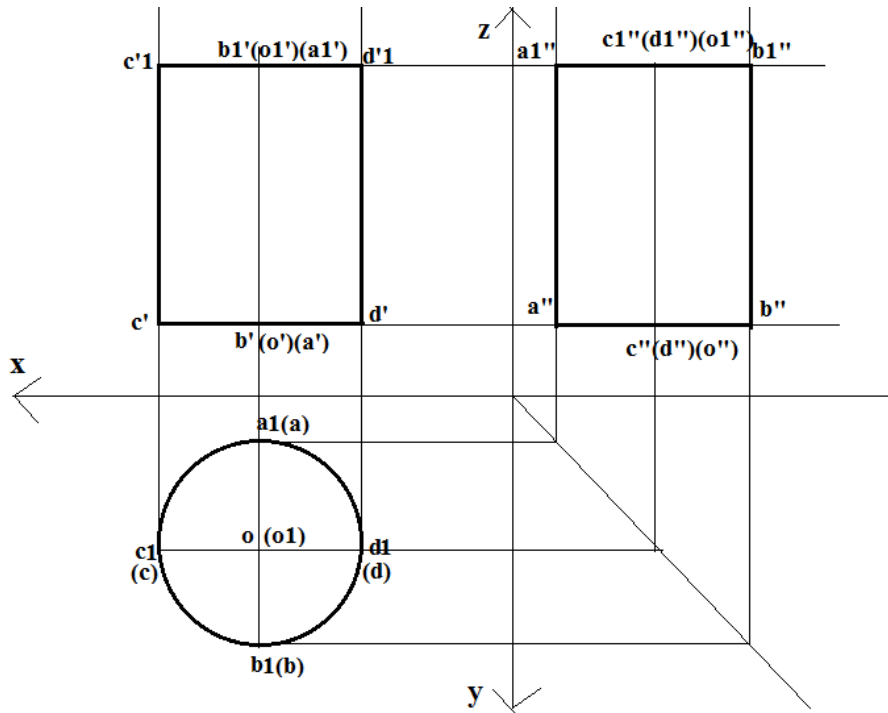


Figure 81 Epure d'un cylindre
(Auteur)

2.4.4 Projection d'une sphère

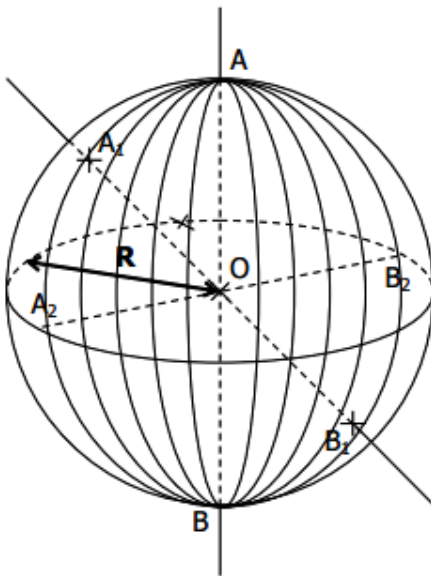


Figure 82 Sphère
(10)

- On appelle **sphère** de centre O et de rayon R l'ensemble de tous les points de l'espace qui sont situés à une distance R du point O
- On appelle **boule** de centre O et de rayon R l'ensemble de tous les points de l'espace qui sont situés à l'intérieur de la sphère de centre O et de rayon R .
- Une sphère est donc l'enveloppe extérieure d'une boule

2.5 Changement de plan de projection

- Cette opération consiste de prendre un nouveau plan de projection frontal avec une orientation quelconque, pour ;
- Pouvoir projeter d'autres vues
- Voir et mesurer la vraie grandeur de l'objet

Exemple

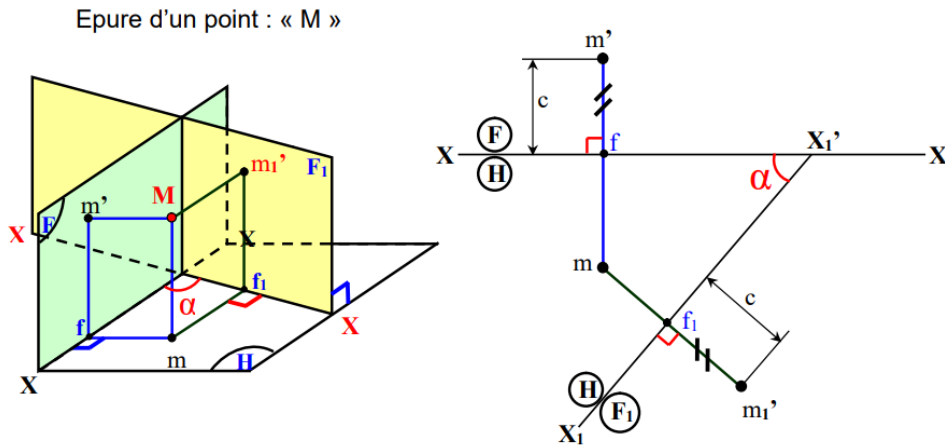


Figure 83 Epure de point M avec changement de plan de projection
(13)

2.5.1 Changement de plan frontal

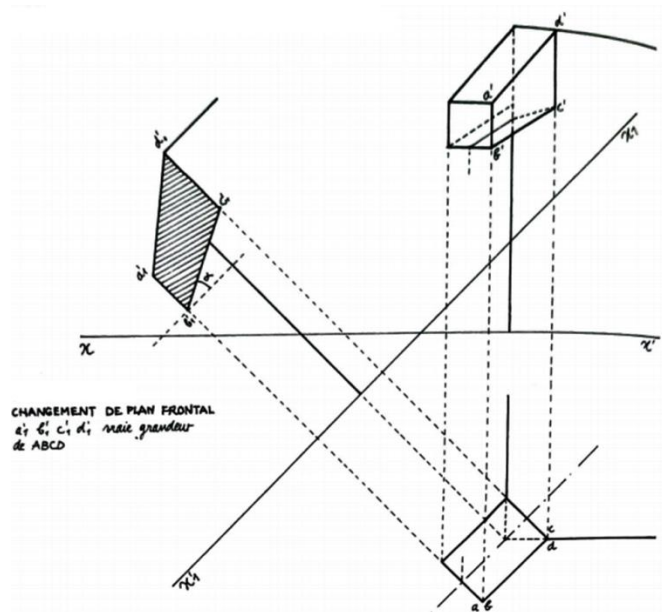


Figure 84 Changement de plan frontal
(1)

- C'est prendre pour nouveau plan frontal de projection, un plan vertical quelconque, le plan horizontal n'étant pas changé.
- La projection horizontale de la figure reste inchangée et les côtes des points sont conservées dans la nouvelle épure.
- Pour la projection frontale, la ligne de terre et les éloignements des points changent (voir l'exemple sur figure 84).

2.5.2 Changement de plan Horizontal

- Faire un changement d'un plan horizontal, ou une projection de bout auxiliaire
- C'est prendre pour nouveau plan horizontal de projection, un plan de bout quelconque, le plan frontal de projection n'étant pas changé.
- La projection frontale de la figure reste inchangée et les éloignements des points sont conservés dans la nouvelle épure.
- Pour la projection horizontale, la ligne de terre et les côtes des points changent (voir l'exemple sur la figure 85).

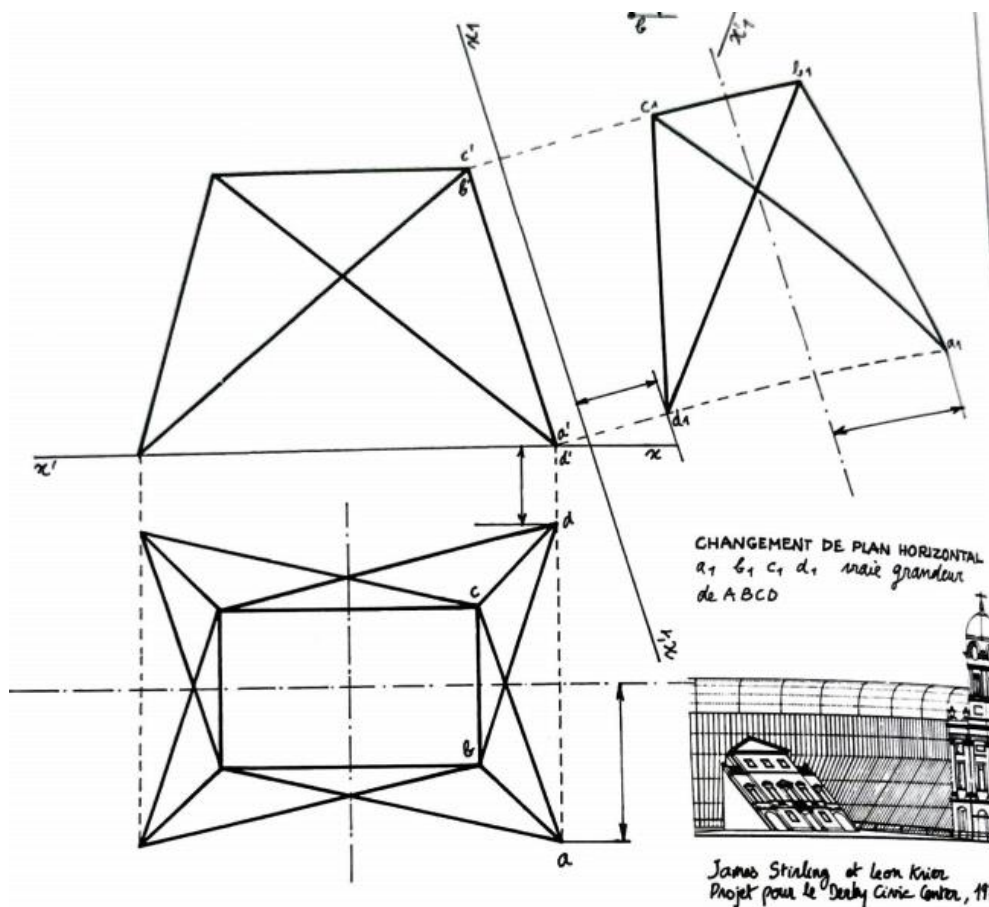
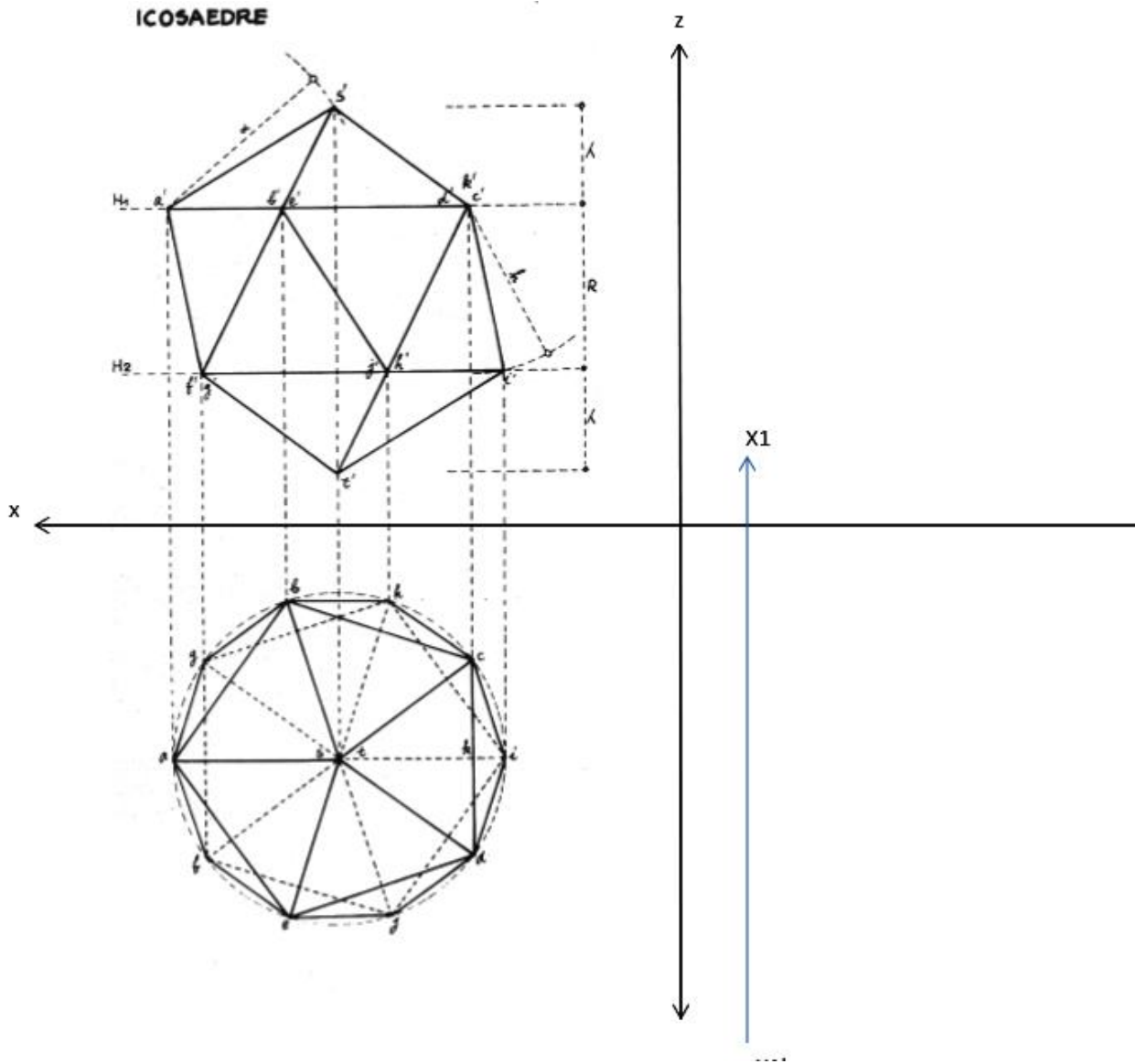


Figure 85 Changement de plan Horizontal

(1)

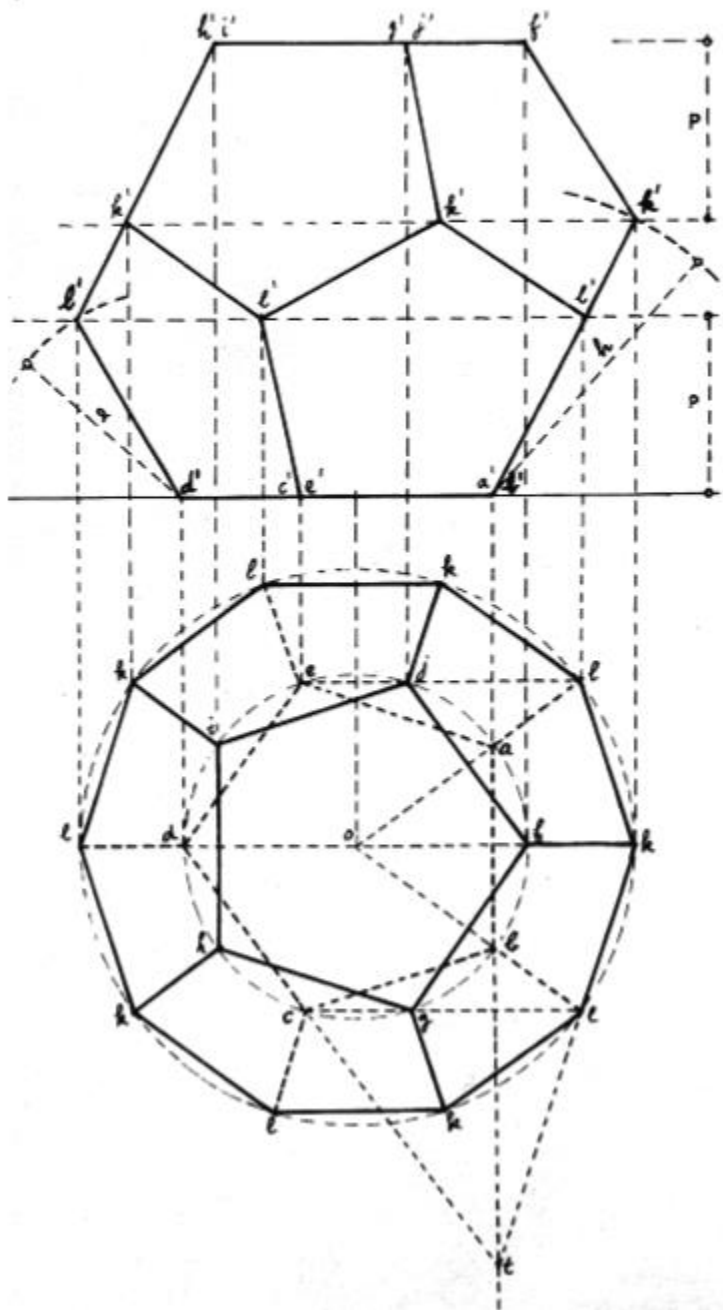
Exercices d'application

- Faites un nouveau plan de projection pour les figures suivantes :



DODECAÈDRE

Choisissez un nouveau plan
(frontal ou horizontal) pour
faire la projection



Conclusion

La géométrie de l'espace est un outil fondamental pour les architectes, leur permettant de concevoir, représenter et matérialiser leurs projets. Bien que parfois perçue comme complexe, sa maîtrise est essentielle pour visualiser les volumes, structurer les formes et organiser l'espace architectural.

Les différentes méthodes de représentation étudiées, comme la projection orthogonale, l'axonométrie et les perspectives, donnent aux étudiants les compétences nécessaires pour passer de l'idée au projet concret. Elles leur permettent de communiquer leurs intentions de manière claire et précise.

Au-delà des techniques, la connaissance des formes géométriques tel que les polyèdres et les non polyèdres, influencent en profondeur la conception architecturale des étudiants et crée des espaces originaux et signifiants.

Nous encourageons les étudiants de faire beaucoup d'exercices d'application pour développer l'imagination en géométrie de l'espace et améliorer leurs compétences en cette matière.

Nous tenons compte à poursuivre notre cours en ajoutant d'autres chapitres dans un deuxième tome, utiles pour les étudiants en première année architecture.

Enfin, la géométrie de l'espace est un outil puissant mais qui doit être maîtrisé avec discernement. Son enseignement en première année d'architecture est fondamental pour donner aux étudiants les bases nécessaires à la conception architecturale.

Références

- 1) AUBERT J. Cours de dessin d'architecture à partir de la géométrie descriptive. Sixième édition de la Villette.Paris. 2007. COTE : 14-05-11
- 2) Bensaada. S, Felliachi. D. Geometrie descriptive, cours et exercices avec solutions.
- 3) BEZINE. Ed. Cours de géométrie descriptive à l'usage des Ecoles d'Arts et Métiers. J. LUBAT éditeur.
- 4) Bonbon B. Perspective moderne. Edition Eyrolles. 1989. COTE : 14-05-18
- 5) Boukhriss, M. Technologie de construction. 2017.
- 6) Cours La projection orthogonale à vues multiples. 1^{ère} Année licence Architecture 2011. Université de Mostaganem
- 7) Cours Projections obliques ou axonométriques. 1^{ère} Année licence Architecture 2011. Université de Mostaganem
- 8) Cours Représentation en perspective. 1^{ère} Année licence Architecture 2011. Université de Mostaganem
- 9) Demal.M, Dramaix.J, Higny.S, Lafot.C, Malaguarnera.A. Les Plyèdres, un monde merveilleux, surprenant et utile dans l'apprentissage du raisonnement. Cellule de Géométrie du Centre de Recherche de la Haute Ecole de la Communauté Français de Hainaut.
- 10) Drilllet. M. Géométrie dans l'espace. <https://mathsalors.jimdofree.com/>
- 11) إلى العمارة مدخل. د. فلاح جبر
- 12) Griffiths Brian. Engineering Drawing for Manufacture. Elsevier Science & Technology Books.2003.
- 13) Hadjoui.F. Methodes de transformation. Université de Tlemcen
- 14) Jannsen. N. Dessin et modèle d'architecture. Ed, Krämer Verlag. Germany. 1985.
- 15) Mircea Enache, Ilulius Ionescu . Geometrie Descriptiva si Perspectiva. Ed Didactica și Pedagogicia București.1983.
- 16) Molle G,Hennevicq D. La mise en perspective. Edition Eyrolles. 1990. COTE : 14-05-07
- 17) Moumene A. Cours Géométrie dans l'Espace. 2022.
- 18) Parrens. L. Precis de perspective d'aspect appliquée à l'architecture. Edition Eyrolles. 1982. COTE : 14-05-28
- 19) Pottman. H, Asperl. A, Hofer. M, Kilian. A. Architectural geometry. Ed Daril Bentley. Bentley institute press, Exton, Pennsylvania USA. 2007.
- 20) Prenzel, R. Dessin d'architecture et technique de representation / bauzeichnung und darstellungstechnik / working and design drawings . 120 p.,Stuttgart : Krämer. Germany. 1978.
- 21) Vieuxbled.R. Dessin de bâtiment. Edition Dunod. 1976.
- 22) https://www.facebook.com/permalink.php/?story_fbid=2188447674499145&id=521824614494801&locale=fr_FR
- 23) http://www.zpag.net/Dessin_Technique/1980/Axonometrique/ellipses_exactes_perspective_iso.htm

- 24) http://www.zpag.net/Dessin_Technique/1980/Tracer/construction_ellipse.htm
- 25) <https://notech.franceserv.com/mathematiques-geometrie-descriptive.html>
- 26) <http://www.manufacturinget.org/2011/07/first-and-third-angle-projection/>
- 27) https://www.kindpng.com/imgv/TJxmwTo_third-angle-orthographic-projection-definition-hd-png-download/
- 28) <https://www.webastro.net/forums/topic/151536-photo-de-la-lune-sur-mod%C3%A8le-3d-comment-faire/>
- 29) <https://www.pinterest.com>
- 30) https://warmaths.fr/MATH/geomdescrip/prosolid.htm#google_vignette
- 31) <https://www.mathsbook.fr/cours-maths/3eme/geometrie-dans-l-espace/cylindres-759>