



Par :

Dr BENDAOU D Nadia

2020-2021

Avant-propos

Tribologie : La science des frottements, de l'usure et de la lubrification

La tribologie est la science et la technologie qui traite de l'interaction de surfaces en mouvement relatif. Cette science comporte ainsi l'étude des frottements, de l'usure et de la lubrification de surfaces en contact de basse pression et haute pression, ainsi que celle de leurs interactions à leur interface. Ces interactions peuvent être une transmission de forces, la conversion d'une énergie mécanique, les propriétés chimiques des surfaces en question, ou les phénomènes enclenchés par leur morphologie et leur topographie. L'essence même de la tribologie est donc de comprendre ces interactions en vue de résoudre les problèmes qui en découlent, et de trouver des solutions adéquates.

Le cours débute par un aperçu sur la tribologie tout en précisant la topographie de surface, les principes de la mécanique de contact. Le cours se réunit ensuite les différents modes de frottements et d'usure, essentiellement sur l'usure par adhésion et abrasion (érosion), Enfin ce cours illustre tout une bonne partie sur la lubrification avec les différents modes.

Ce cours est destiné pour les Master 2 génie mécanique, option énergétique et Installation énergétique et turbomachine, ainsi que pour les chercheurs dans le domaine des sciences des contacts lubrifiés, les surfaces complexes, revêtus.

Tables des matières	4
Chapitre 1	5
1. Tribologie	6
1.1 Généralités sur la tribologie	6
1.1.1 Définition	6
1.1.2 Systèmes tribologiques	6
1.1.3 Le but de la tribologie	7
1.1.4 Optimisation du système tribologique	7
1.1.5 Pourquoi la tribologie est-elle récente ?	8
1.2 Surface de contact solide	8
1.2.1 Définition	9
1.2.2 Structure de surface	9
1.2.3 Différentes couches de matériau	10
1.2.4 Topographie de surface	11
1.2.5 Propriétés de surface	13
Chapitre 2	14
2. Friction	14
2.1 Définition	14
2.1.1 Contribution de l'adhérence au frottement	15
2.1.2 Contribution plastique au frottement	16
2.2 Friction pour différents types de contact	16
2.2.1 Contact entre deux solides en révolution	16
2.2.2 Contact entre deux solides cylindriques selon une direction	17
2.2.3 Point de contact entre solide	18
2.3 Contraintes et déplacements entre contacts	21
2.3.1 contact avec un chargement «linéaire»	22
2.3.2 Chargement "ponctuel"	23
2.4 Facteur de frottement et forces résultantes lors du déplacement d'un corps par rapport à un autre.....	24
2.4.1 Force normale	24
2.4.2 Force de frottement statique et cinétique	24
2.4.3 Force appliquée au corps incliné par rapport au plan	25
2.4.4 Friction dans un plan incliné	26

2.5 Calcul du frottement dans les paliers.....	27
2.6 Mesure de frottement.....	28
Chapitre 3	29
3.1 Usure.....	30
3.2 Les différents mécanismes d'usure.....	30
3.3 Usure de l'adhésif	31
3.4 Usure abrasive	31
3.5 Phases d'usure	31
3.6 Taux d'usure	32
Chapitre 4	34
4. Lubrification hydrodynamique	35
4.1- Définition	35
4.2- Contacts lubrifiés	35
4.2.1 Les contacts de surface	36
a) Lubrification limite	36
b) Lubrification mixte	37
c) Lubrification hydrodynamique	37
d) Lubrification hydrostatique	38
4.2.2 Contacts hertziens	38
a) Lubrification extrême pression	39
b) Lubrification mixte	39
c) Lubrification élastohydrodynamique	39
4.3 Equations de base de la lubrification hydrodynamique.....	39
4.3.1 Equations de Reynolds.....	40
4.3.2 Equation de l'énergie.....	43
4.3.3 Le champ de pression pour deux plaques parallèles.....	44
4.3.4 Le champ de pression pour deux plaques non parallèles.....	46
4.3.4 Equation de Reynolds pour les Paliers lisse cylindriques en régime laminaire	48
4.3.4.1 - Résolution de l'équation de Reynolds.....	49
4.4 Lubrification Hydrodynamique dans les paliers et butée hydrodynamiques.....	50
4.4.1 Butées Hydrodynamiques.....	50
4.4.2 Paliers hydrodynamiques.....	51

Chapitre 1

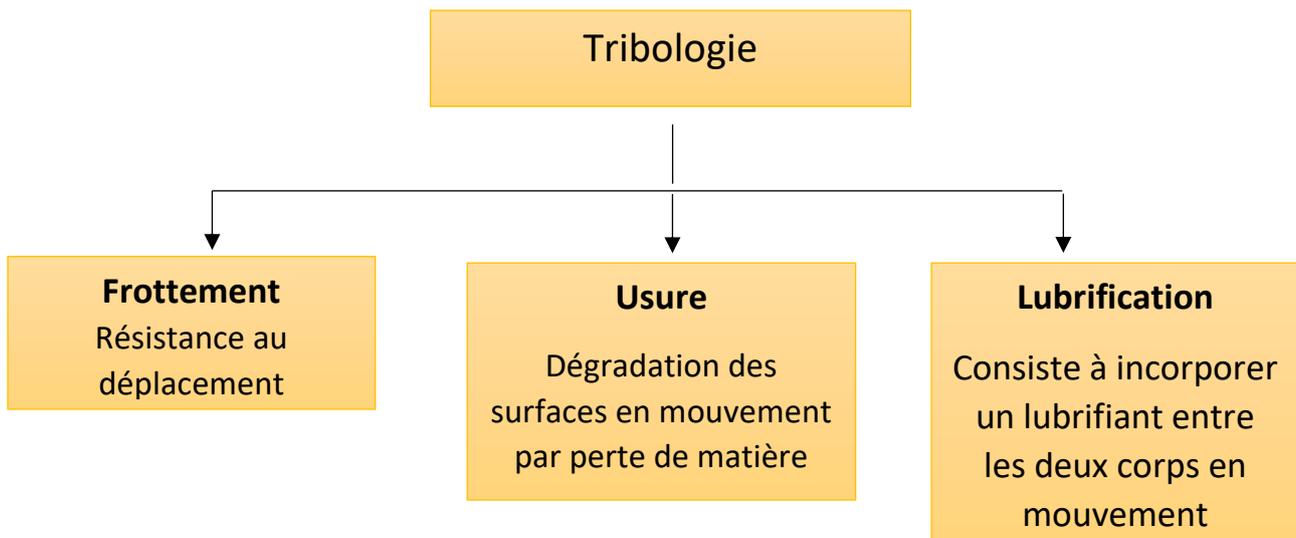
Généralité sur la Tribologie

1.1 Généralité sur la Tribologie

1.1.1 Définition

Tribologie vient du grec « TRIBEN » : étude de la friction (frottement) : La tribologie fait partie intégrante du domaine de la construction des machines.

La tribologie est la science qui étudie les interactions de deux surfaces **en mouvement l'une par rapport à l'autre**. Elle englobe la technique associée et l'ensemble des secteurs de **la friction et de l'usure**, y compris **la lubrification**. Elle y étudie les interactions entre les surfaces de contact, mais aussi celles des solides, liquides et gaz présents entre ces surfaces. Elle développe des technologies visant à optimiser les frictions.



1.1.2 Les systèmes tribologiques

On trouve les applications de la tribologie partout où il y a mouvement relatif entre deux éléments. Par exemple : Paliers lisses (entre arbre et palier), Roulements (entre corps du roulement et billes, entre billes, pistes et cages), Engrenages (entre les profils des pignons et des roues dentées) Ces couples d'éléments se retrouvent dans toutes les machines : moteurs, transmissions, compresseurs, hydraulique et ainsi de suite... On rencontre de nouveau la tribologie dans le travail des métaux (tournage, fraisage, perçage etc), mais dans ce cas, c'est entre la pièce usinée et l'outil qu'il y aura friction.

1.1.3 Le but de la tribologie

Le frottement est l'un des phénomènes physiques les plus anciens connus. C'est certainement l'un des plus importants par ses implications technologiques. C'est la raison pour laquelle le concept de tribologie a été introduit en 1966.

Le but de la tribologie consiste à minimiser les pertes de matériau et d'énergie liées à l'usure et au frottement ; c'est donc d'arriver à fabriquer des systèmes mécaniques et énergétiques efficaces. L'amélioration qu'elle apporte aux surfaces en mouvement (au système tribologique donc) permet d'améliorer efficacité et durée de vie des machines.

Les aspects (tant techniques qu'économiques) améliorés par la tribologie sont :

- Performance et rendement
- Fiabilité et durée de vie
- Économie d'énergie et de composants
- Impact environnemental

1.1.4 Optimisation du système tribologique

Cette optimisation passe par trois types d'adaptations :

1. Diminution des contacts : Ce sont les changements qui visent à effectuer des mouvements sans aucun contact. Par exemple : Rails et Glissières magnétiques.

2. Diminution des efforts : Ce sont les mesures qui sans modifier les mouvements diminuent les efforts nécessaires pour les réaliser. Par exemple : remplacement d'un palier lisse par un palier à roulement.

3. Changements structurels du système :

a) Par des choix à la construction : Envisager dès sa conception le système dans sa configuration et son dimensionnement sous un angle tribologique.

b) Par le choix de la lubrification : Application et choix du lubrifiant adéquat. Pour le choix, il y a deux solutions : soit le lubrifiant sépare les surfaces en mouvement, soit il intervient par des réactions physiques ou chimiques.

c) Par des choix de matières adaptées : La sélection des couples optimaux de matériaux ou l'usage de revêtements de surface optimisés.

1.1.5 Pourquoi la Tribologie est récente ?

Les mécanismes existent depuis longtemps, mais l'étude de la tribologie est relativement récente pour plusieurs raisons :

❖ **Raison scientifique :**

La tribologie a peu intéressé les scientifiques à cause de la complexité de la matière.

❖ **Raison technique :**

- 1) La surface : calcul des structures pour améliorer la résistance, ont été accomplis depuis plus d'un siècle.
- 2) Le frottement : le frottement présente une source principale de gaspillage d'énergie.
- 3) L'usure : La durabilité des pièces est limitée.
- 4) Les indisponibilités : Le couts des pièces de rechange d'un groupe turbo alternateur est élevée.

1.2 Surface solide de contact

1.2.1 Définition

Une surface solide de contact est l'interface entre un solide et un deuxième milieu qui peut être un autre solide, un gaz (atmosphère) ou un liquide.

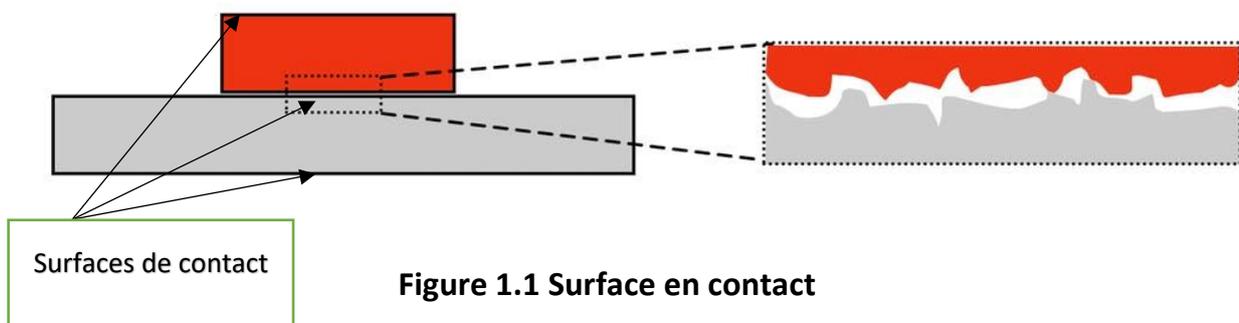


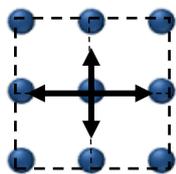
Figure 1.1 Surface en contact

1.2.2 Structure des surfaces

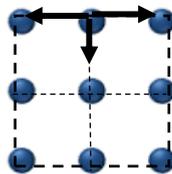
Les solides présentent des propriétés physiques différentes en surface et de celle de cœur de matériau. Un atome situé à l'intérieur de la matière est en équilibre sous l'action des forces exercées par ses voisins.

Un atome de surface est soumis aux forces des atomes qui seraient situés de l'autre côté de la surface.

Ceci traduit par une réduction des distances interatomiques par suite, les propriétés mécaniques du matériau sont affectées en surface. Ainsi que les atomes de surface sont susceptibles d'interagir avec l'atmosphère.



Atome de cœur



atome de surface

Figure 1.2 aspect Cristallographique des surfaces

1.2.3 Différentes couches du matériau

Il est possible d'identifier différentes couches :

- **Couche de gaz absorbé :**
Cette couche contient des molécules de gaz, vapeur d'eau, oxygène qui ont été absorbés par le solide, son épaisseur est de 0,3 à 3nm.
- **Couche d'oxyde :**
La plupart des matériaux réagissent avec l'oxygène pour former une couche d'oxyde, son épaisseur est de 1 à 100nm.
- **Couche de Beilby :**
La structure cristalline de cette couche est différente à celle du matériau de base, elle est de 1 à 100nm d'épaisseur
- **Couche Déformée :**
Cette couche est soumise à des contraintes résiduelles résultantes du procédé de fabrication, son épaisseur varie de 1 à 100µm.

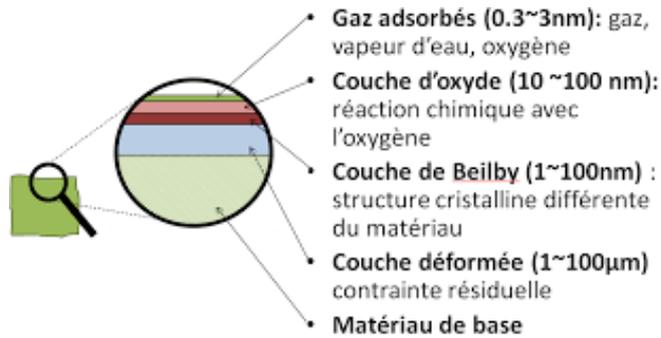


Figure 1.3 Différentes couches du matériau

1.2.4 Topographie des surfaces

Les surfaces présentent des écarts géométriques par rapport à leur forme théorique. On peut classer les défauts en fonction de leur longueur d'onde 'L'.

- Si **L** est de l'ordre de la taille de la surface c'est « Défaut de forme »
- Si $0,001m < L < 0,01m$ c'est « Défaut d'ondulation »
- Si le défaut de longueur est inférieur, c'est « Rugosité »

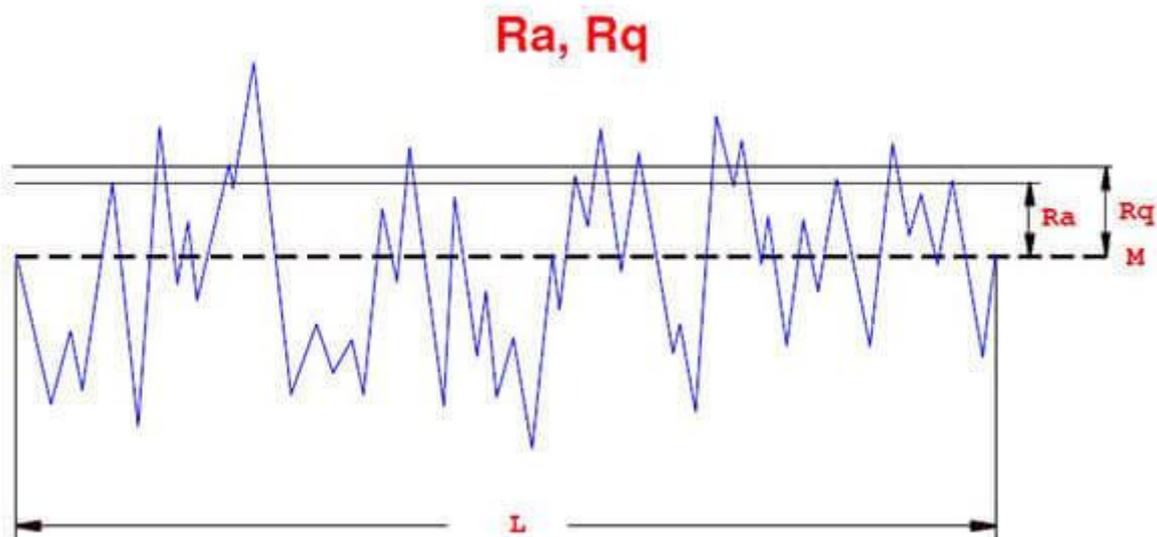


Figure 1.4 Topologie de la surface

1.2.5 Propriétés des surfaces

a) Duretés des surfaces

Dureté caractérise la capacité d'un matériau (surface) à résister à la déformation. Elle est généralement mesurée en appliquant un effort au moyen d'un poinçon plus dur que le matériau testé de façon à laisser une empreinte sur la surface.

Selon la forme du poinçon, on distingue différents types de dureté :

- Dureté Brinel avec une bille (HB)
- Dureté Vickers avec une pyramide (HV)
- Dureté Rockwel avec un cône (HRC) ou bille (HRB)
- Dureté Shore (Matériau mous)

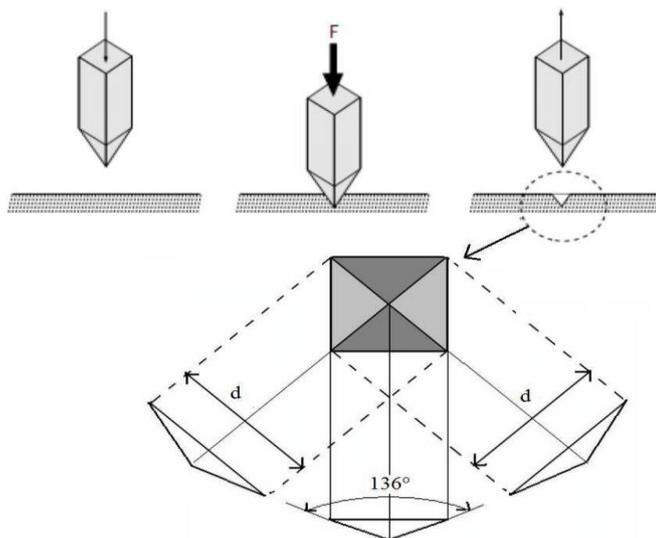


Figure 1.5 Mesure de la dureté

Tableau 1.1 Dureté des matériaux

matériau	HV (MPa)
Acier en carbone	55-120
Acier inox	140
Alumine AL2O3	1800
Diamant	10 000

b) Amélioration des propriétés de surface

Pour améliorer les performances et la tenacité des surfaces, on cherche à modifier sa dureté, son énergie ou sa résistance à la corrosion. Il existe deux techniques :

- **Traitement de surface :**

Consiste à modifier la constitution chimique ou la structure cristalline du matériau. Pour l'acier, il existe plusieurs techniques pour augmenter la dureté superficielle du matériau :

- Nitruration : Implantation d'atome d'azote dans l'acier
- Carburation : Implantation d'atome du carbone dans l'acier
- Trempe superficielle ou à cœur : Modification de la structure cristalline de l'acier

- **Revêtement :**

Consiste à déposer une couche d'un matériau différent sur le solide, il existe :

- **Dépôt dur** : pour améliorer la dureté de la surface
- **Dépôt mou** : pour réduire l'énergie de la surface

c) Énergie de la surface (γ) : cette énergie provient des atomes en surface qui sont libres d'interagir avec l'environnement. Plus cette énergie est élevée plus la surface use facilement, les valeurs de γ sont faibles mais leur impact n'est pas négligeable.

Tableau 1.2 Énergie de surface

matériau	γ (mJ/m ²)
Métaux	800-3000
Céramique	50-120
Polymères	10-30

Chapitre 2

Frottement (Friction)

2.1 Définition

La friction mécanique est une force. Cette force diminue le mouvement relatif de deux pièces en contact (adhérence) et s'oppose au mouvement conduisant ainsi à une perte d'énergie mécanique

- Lorsque deux corps se déplacent l'un par rapport à l'autre, dans un milieu visqueux (air, eau, huile), il se produit une résistance au mouvement (**Force de frottement cinétique**).

- Lorsqu'on pousse un objet reposant sur un plan horizontal, il faut appliquer une certaine force pour que l'objet se mette en mouvement. Le glissement de cet objet sur le plan provoque une (**Force de frottement statique**).

Dans les deux cas, le frottement provient de liaison entre les deux surfaces, précisément entre les molécules en contactes des deux surfaces.

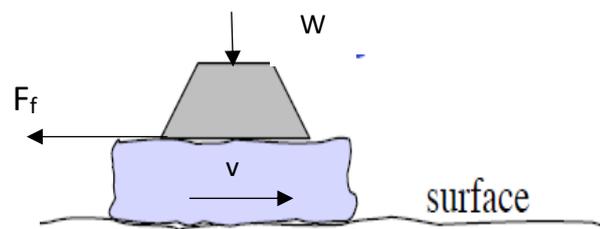


Figure 2.1 Surfaces en contact

Le facteur de frottement est défini par la relation suivante :

$$f = \left| \frac{F_f}{W} \right|$$

- Lorsque $v \neq 0$, on parle de frottement dynamique ou cinétique

$$F_f = f \cdot |W|$$

- Lorsque $v = 0$, on parle de frottement statique

$$F_f < f \cdot |W|$$

Lors du frottement, une puissance est dissipée :

$$P = F_f v = f \cdot W \cdot v$$

La force de frottement dynamique (F_f) peut être une résultante par des forces adhésives (F_a) et de force de déformation (F_d) donc :

$$F_f = F_a + F_d = (f_a + f_d) \cdot W$$

F_a : coefficient de frottement adhésive

F_d : coefficient de frottement de déformation plastique

2.1.1 Contribution l'adhésion au frottement

Dans la zone où les solides sont en contact, des forces d'adhésion dues aux interactions atomiques se développent. Pour rompre ces liaisons, une contrainte de cisaillement (τ_a) est nécessaire. La force qui permet de rompre ces liaisons est la force d'adhésion qui est donnée par :

$$F_a = \tau_a \cdot A$$

A : Aire (section) totale de contact

Le facteur de frottement adhésive est donné par la relation suivante :

$$f_a = \frac{F_a}{W} = \frac{\tau_a \cdot A}{W}$$

Pour un contact élastique superficiel, le facteur de frottement est donnée par :

$$f_a = \tau_a \frac{2}{E} \sqrt{\frac{2 \pi R}{\sigma}}$$

E : module d'élasticité du matériau

σ : l'écart type entre les deux surfaces

R : rayon de courbure

Si les aspérités se déforment de manière plastique, le rapport force normale et la surface de contact sont égales à la dureté (H) d'un matériau donc le facteur de frottement est exprimé par :

$$f_a = \frac{\tau_a}{H}$$

Pour un contact élastique, le facteur de frottement d'adhésion est donnée par la relation suivante :

$$f_a = \frac{\tau_a \sqrt{2\pi}}{\Psi H}$$

Ψ : indice de plasticité qui est inférieur à 1

2.1.2 Contribution plastique au frottement

Cas d'un matériau rigide de surface rugueuse glissant sur un matériau mou de surface lisse. Les aspérités de la surface dure vont laisser des sillons sur la surface mole.

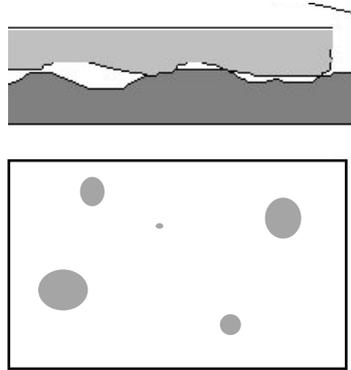


Figure 2.2 Air de contact entre deux solides

2.2 Frottement pour différent types de contact

2.2.1 Contact entre deux solides en révolution

* Aire de contact

$$a = \left(\frac{3 \cdot P \cdot R}{4 \cdot E^*} \right)^{1/3} \quad m^2$$

* Rapprochement normale des deux solides

$$\sigma = \left(\frac{3 \cdot P^2}{16 \cdot R \cdot E^{*2}} \right)^{1/3} \quad m$$

* Pression maximale sous le contact

$$P_0 = \left(\frac{6 \cdot P \cdot E^{*2}}{\pi^2 \cdot R^2} \right)^{1/3} \quad Pa$$

Avec :

R : Rayon de courbure (m)

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}$$

γ_1 et γ_2 : coefficient de poisson du corps 1 et 2

E_1 et E_2 : moduls de Young du corps 1 et 2

***Cotrainte de cisaillement sous le contact**

$$\tau_S = 0,31 \cdot P_0 \quad Pa$$

***coefficient de frottement**

- contact élastique $fa = \tau_S \cdot \frac{1}{E} \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot R}{\sigma}}$

- contact plastique $fa = \frac{\sigma_S}{H}$

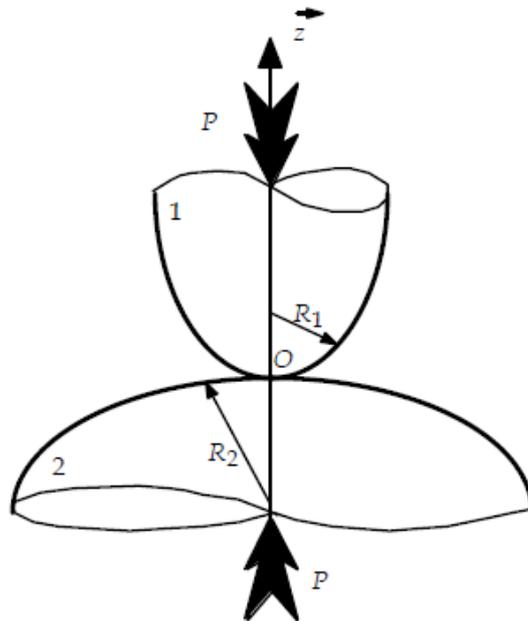


Figure 2.3 Contact entre deux corps de révolution

2.2.2 Contact entre deux solides cylindrique le long d'une direction

***Aire de contact**

$$a = \frac{4 \cdot R \cdot P}{\pi \cdot L \cdot E^*} \quad m^2$$

L : Longueur du contact cylindrique en m

*** Pression maximale sous le contact**

$$P_0 = \left(\frac{P \cdot E^*}{\pi \cdot L \cdot R} \right)^{1/2} \quad Pa$$

* Contrainte de cisailment maximale sous le contact

$$\tau_s = 0,3 \cdot P_0 \quad Pa$$

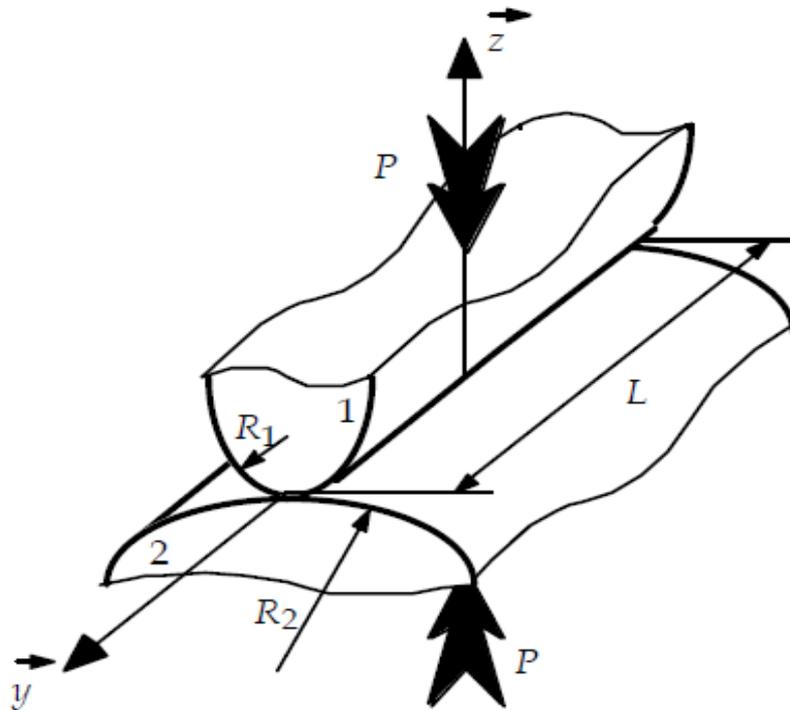


Figure 2.4 Contact entre deux solides cylindrique le long d'une direction

2.2.3 Contact ponctuel entre solide

*Demi-Axes de l'ellipse de contact

$$a = e_a \left(\frac{11550 \cdot P}{E^* \cdot \Sigma \rho} \right)^{1/3}$$

$$b = e_b \left(\frac{11550 \cdot P}{E^* \cdot \Sigma \rho} \right)^{1/3}$$

Avec :

e_a et e_b : coefficient selon les courbures principales des solides au points de contact

$$\Sigma \rho = \rho'_1 + \rho''_1 + \rho'_2 + \rho''_2$$

ρ'_1, ρ''_1 et ρ'_2, ρ''_2 : les courbures principales des solides au point de contact

$$F(\rho) = \frac{f(\rho)}{\Sigma\rho}$$

avec :

$$f(\rho) = ((\rho'_1 - \rho''_1)^2 + (\rho'_2 - \rho''_2)^2 + 2(\rho'_1 - \rho''_1)(\rho'_2 - \rho''_2)\cos(2\alpha))^{1/2}$$

et α l'angle entre les directions de courbure maximale des deux solides.

*Rapprochement des deux solides :

$$\sigma = e_\rho \left(P^2 \Sigma\rho \left(\frac{11550}{E^*} \right)^2 \right)^{1/3} \text{ m}$$

*Pression maximale sous le contact

$$P_0 = \frac{3 \cdot P}{2 \cdot \pi \cdot a \cdot b} \quad Pa$$

*Contrainte de cisaiment maximale sous le contact

$$\tau_s = 0,3 \cdot P_0 \quad Pa$$

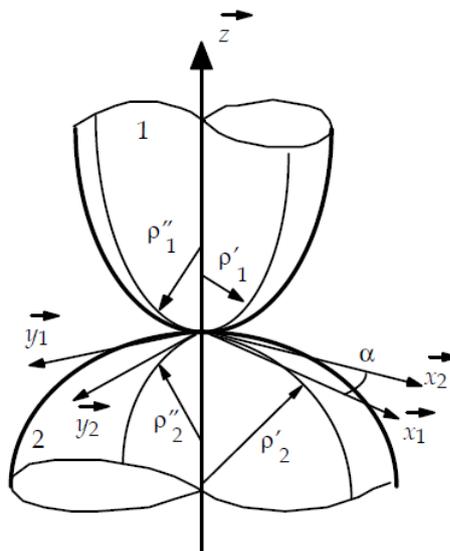


Figure 2.5 contact ponctuel

F(p)	e_a	e_b	e_s
0.0000	0.0507	0.0507	0.00128
0.0466	0.0523	0.0491	0.00128
0.1075	0.0545	0.0472	0.00128
0.1973	0.0582	0.0445	0.00127
0.2545	0.0607	0.0429	0.00126
0.3204	0.0639	0.0411	0.00125
0.3954	0.0681	0.0391	0.00124
0.4795	0.0738	0.0369	0.00121
0.5342	0.0780	0.0354	0.00119
0.5721	0.0814	0.0344	0.00117
0.6113	0.0853	0.0333	0.00116
0.6521	0.0899	0.0322	0.00113
0.6716	0.0925	0.0316	0.00112
0.6920	0.0953	0.0310	0.00111
0.7126	0.0984	0.0304	0.00109
0.7332	0.102	0.0298	0.00108
0.7538	0.106	0.0291	0.00106
0.7579	0.107	0.0290	0.00106
0.7620	0.107	0.0289	0.00105
0.7661	0.108	0.0287	0.00105
0.7702	0.109	0.0286	0.00105
0.7743	0.110	0.0285	0.00104
0.7784	0.111	0.0283	0.00104
0.7825	0.112	0.0282	0.00103
0.7866	0.113	0.0280	0.00103
0.7907	0.114	0.0279	0.00103
0.7948	0.115	0.0278	0.00102
0.7988	0.116	0.0276	0.00102
0.8029	0.117	0.0275	0.00101
0.8069	0.118	0.0273	0.00101
0.8110	0.119	0.0272	0.00100
0.8150	0.120	0.0270	0.00100
0.8190	0.121	0.0269	0.000995
0.8230	0.123	0.0267	0.000990
0.8270	0.124	0.0266	0.000985

F(p)	e_a	e_b	e_s
0.8270	0.124	0.0266	0.000985
0.8310	0.125	0.0264	0.000980
0.8350	0.126	0.0263	0.000975
0.8389	0.128	0.0261	0.000970
0.8428	0.129	0.0260	0.000965
0.8468	0.130	0.0258	0.000960
0.8507	0.132	0.0256	0.000955
0.8545	0.133	0.0255	0.000949
0.8584	0.135	0.0253	0.000943
0.8623	0.137	0.0251	0.000938
0.8661	0.138	0.0250	0.000932
0.8699	0.140	0.0248	0.000926
0.8737	0.142	0.0246	0.000920
0.8774	0.144	0.0245	0.000914
0.8811	0.146	0.0243	0.000907
0.8849	0.148	0.0241	0.000901
0.8885	0.150	0.0239	0.000894
0.8922	0.152	0.0237	0.000888
0.8958	0.154	0.0236	0.000881
0.8994	0.156	0.0234	0.000874
0.9030	0.159	0.0232	0.000866
0.9065	0.161	0.0230	0.000859
0.9100	0.164	0.0228	0.000851
0.9134	0.166	0.0225	0.000844
0.9269	0.179	0.0218	0.000811
0.9428	0.198	0.0206	0.000765
0.9458	0.202	0.0204	0.000755
0.9488	0.207	0.0202	0.000745
0.9517	0.212	0.0199	0.000734
0.9574	0.223	0.0194	0.000712
0.9705	0.258	0.0180	0.000650
0.9818	0.312	0.0163	0.000575
0.9909	0.408	0.0143	0.000481
0.9973	0.648	0.0113	0.000347
1.0000	∞	0.0000	0.000000

2.3 Contraintes et les déplacements entre les contacts

Les composantes de contraintes et de déplacements sont exprimées soit en coordonnées cartésiennes, soit en coordonnées cylindriques selon le cas le plus adapté.

Dans ces bases différentes, les composantes seront notées :

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}_{(x, y, z)} \quad \text{ou} \quad \sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{rr} & \sigma_{r\theta} & \sigma_{rz} \\ \sigma_{\theta r} & \sigma_{\theta\theta} & \sigma_{\theta z} \\ \sigma_{zr} & \sigma_{z\theta} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}_{(e_r, e_\theta, e_z)}$$

$$\vec{U} = \begin{bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{bmatrix}_{(x, y, z)} \quad \text{ou} \quad \vec{U} = \begin{bmatrix} U_r \\ U_\theta \\ U_z \end{bmatrix}_{(e_r, e_\theta, e_z)}$$

D'autre part, les contraintes principales seront notées : $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$

2.3.1 contact avec un chargement "linéique"

a) Pression concentrée - problème de Flamant (1892)

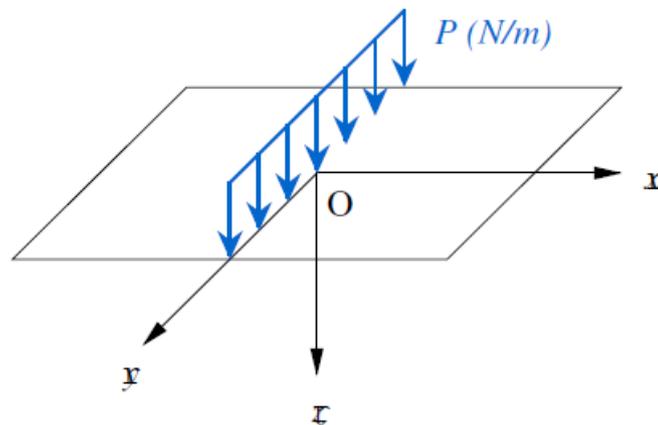


Figure 2.6 Chargement linéique

P : effort linéique normal (N/m)

$$\sigma_{rr} = -\frac{2P \cos \theta}{\pi r} \quad \text{et} \quad \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{r\theta} = 0$$

Sur la surface : $\theta = \pi/2$

$$U_r = -\frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{2E}P$$

$$U_\theta = -\frac{1-\nu^2}{\pi E}2P \ln \frac{r_0}{r} \quad (r_0 = \text{constante})$$

Contact avec un effort linéique tangentiel

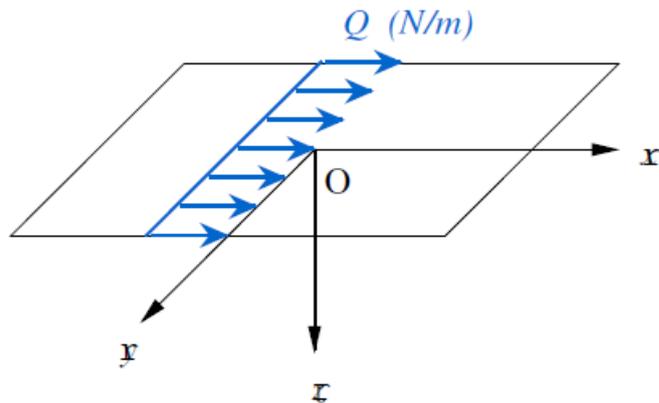


Figure 2.7 Effort linéique tangentiel

Q : effort linéique tangentiel (N/m)

$$\sigma_{rr} = -\frac{2Q \sin \theta}{\pi r} \quad \text{et} \quad \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{r\theta} = 0$$

Sur la surface : $\theta = \pi/2$

$$U_r = -\frac{1-\nu^2}{\pi E}2Q \ln r + U_0 \quad (U_0 = \text{constante})$$

$$U_\theta = \frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{2E}Q$$

2.3.2 Chargement "ponctuel"

a) Effort normal concentré - Problème de Boussinesq (1885), Cerruti (1882)

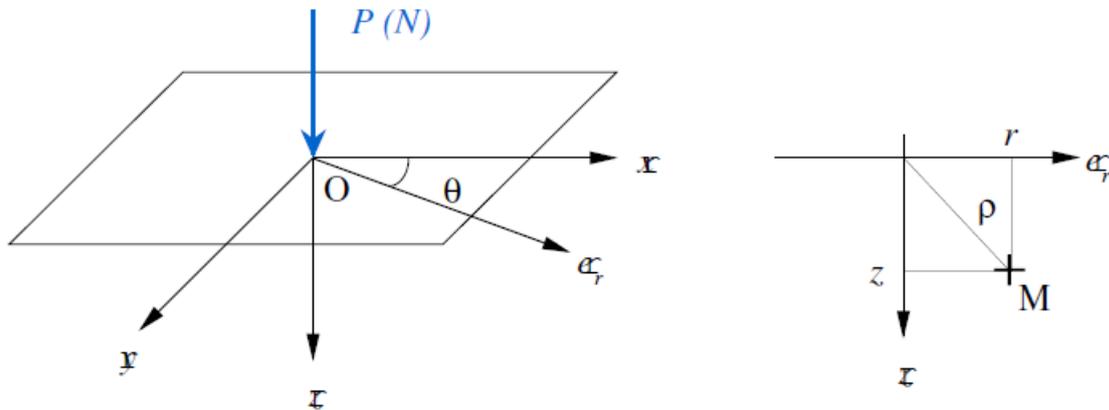


Figure 2.8 Effort normal concentré

P : effort normal concentré (N)

$$\sigma_{rr} = \frac{P}{2\pi} \left[(1 - 2\nu) \left(\frac{1}{r^2} - \frac{z}{\rho r^2} \right) - \frac{3zr^2}{\rho^5} \right]$$

$$\sigma_{\theta\theta} = -\frac{P}{2\pi} (1 - 2\nu) \left(\frac{1}{r^2} - \frac{z}{\rho r^2} - \frac{z}{\rho^3} \right)$$

$$\sigma_{zz} = -\frac{3Pz^3}{2\pi\rho^5} \quad \text{et} \quad \sigma_{rz} = -\frac{3Prz^2}{2\pi\rho^5}$$

Sur la surface S :

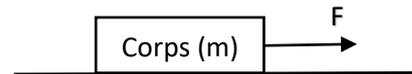
$$U_r = -\frac{1 - 2\nu P}{4\pi G r} \quad \text{et} \quad U_z = \frac{1 - \nu P}{2\pi G r}$$

2.4 facteur de frottement et les force résultante au cours du déplacement d'un corps par rapport à l'autre

2.4.1 Force Normale

Un corps qui se repose sur un plan imprime une force dû à son poids, on appelle la **force gravitaire** $\vec{F}_g = m \cdot \vec{g}$ et le plan aussi imprime une force sur le corps qui est la **force normale**

Cette force est toujours perpendiculaire au plan.



Lorsque deux corps interagissant, les forces qu'il exercent l'un sur l'autre sont toujours égale en grandeurs mais en directions opposé.

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{F}_N - \vec{F}_g \Rightarrow \vec{F}_N = \vec{F}_g = m \cdot \vec{g}$$

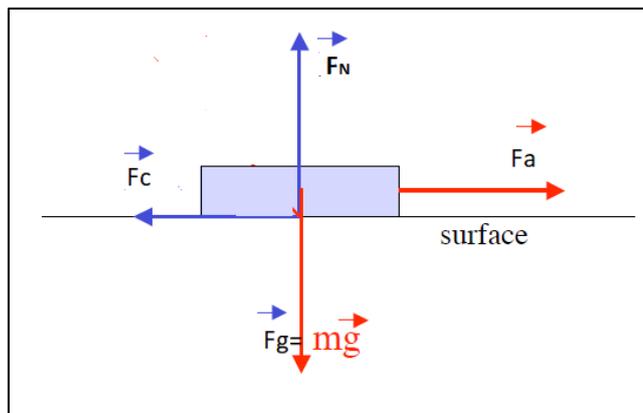


Figure 2.9 Diagramme de Force

2.4.2 Force de frottement statique et cinétique

Les deux forces de frottement statique (F_s) et cinétique (F_c) sont proportionnelles à la force normale F_N et qui dépend des surfaces en contact selon un coefficient de frottement (f)

$$F_s \leq f_s \cdot F_N$$

$$\text{avec } f_s > f_c \Rightarrow F_c < F_s$$

$$F_c = f_c \cdot F_N$$

La force de frottement est parallèle au plan et opposé à la force appliquée au corps, cette dernière est toujours parallèle au plan également.

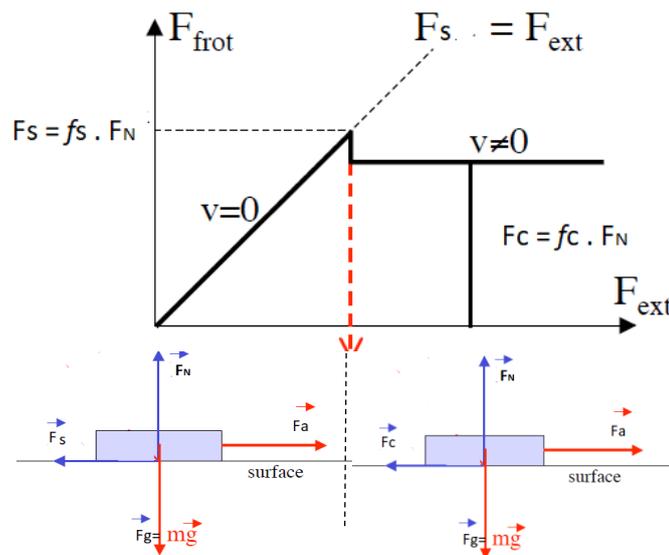


Figure 2.10

2.4.3 Force appliquée au corps inclinée par rapport au plan :

Force de frottement statique est déterminée comme suite

$$\sum \vec{F}_X = 0$$

$$\vec{F}_S - \vec{F}_X = 0$$

$$\text{On a } F_x = T \cos \theta$$

Donc

$$F_s = T \cos \theta$$

On retire l'expression de la force normale $F_s = f_s \cdot F_N$

$$f_s \cdot F_N = T \cos \theta \Rightarrow F_N = T \cos \theta / f_s$$

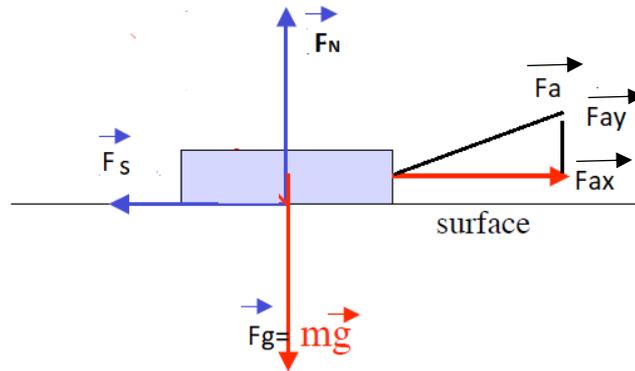


Figure 2.11

Remarque :

Lorsque le corps se met à bouger, la force de frottement est réduite puisque le coefficient cinétique (f_c) est inférieur au coefficient statique (f_s). Et la force appliquée $\mathbf{F}_a = \mathbf{m} \cdot \mathbf{a}$ est égale à la masse fois l'accélération du corps et c'est le coefficient cinétique f_c qui va intervenir.

2.3.4 le frottement dans un plan incliné :

Le frottement statique (f_s) est maximal lorsque la tangente du plan incliné est importante, dans ce cas la force de frottement est égale au coefficient de frottement statique $\mathbf{F}_s = \mathbf{f}_s$, il est indépendant de la masse et de l'accélération gravitationnelle.

Si deux corps de masse glissent à partir du même angle, leurs coefficients de frottement statique est le même.

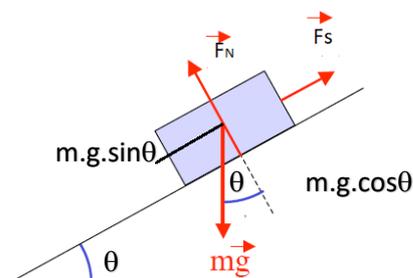


Figure 2.12

2.5 Calcul du frottement dans les paliers :

En 1883, Nicolai Pavlovich Petrov (1836-1920), présente une relation pour le calcul du frottement et il montre que seules les caractéristiques physiques d'une huile (viscosité) qui jouent un rôle important sur le frottement. Il montre que le frottement « f » du palier est proportionnel à la vitesse « v » et à la surface de contact « S_c » ainsi qu'à la viscosité du lubrifiant.

$$F = \frac{\mu \cdot v \cdot S_c}{e + \frac{\mu}{\lambda_1} + \frac{\mu}{\lambda_2}}$$

Avec :

e : épaisseur moyenne du film lubrifiant

λ_1 et λ_2 : coefficient du glissement du fluide au parois.

Remarque :

Pour un palier non chargé, $\frac{\mu}{\lambda_1} + \frac{\mu}{\lambda_2} = 0$, il n'y a pas de glissement aux parois.

Calcul de la pression diamétrale :

$$P = W / D \cdot L \quad (\text{N/mm}^2)$$

Avec

W : charge radiale (N)

D : diamètre du coussinet (mm)

L : longueur du palier (mm)

Le nombre de frottement à partir du couple de frottement :

$$f = \frac{Ca}{C \cdot W}$$

Ca : Couple de frottement (N.m)

C : jeu radial $C = Rc - Ra$

Le couple de frottement pour palier court et de dimension finie $L/D \leq 1$

$$Ca = \frac{\mu \cdot \omega \cdot Rc^3 \cdot L}{C} \cdot \frac{\pi \cdot (2 + \varepsilon)}{(1 + \varepsilon) \cdot \sqrt{1 + \varepsilon^2}}$$

ω : vitesse angulaire (rad/s) $\omega = 2 \pi \cdot N$

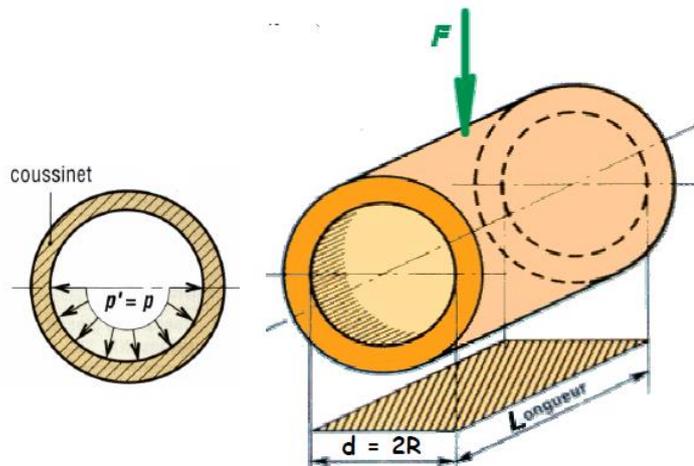


Figure 2.13 Palier cylindrique

$\varepsilon = e/C$ Excentricité relative

e : excentricité

μ viscosité dynamique (Pa.s)

2.6 Mesure de frottement

La mesure de frottement fait partie des mesures mécaniques où l'on calcule un coefficient de frottement à l'aide d'un tribomètre. La mesure de frottement est fréquemment utilisée dans plusieurs domaines tels que la mécanique, la maintenance des machines.

Un tribomètre est un appareil utilisé pour mesurer en particulier le coefficient de frottement entre deux surfaces en contact, μ , et la durée de vie des lubrifiants, en simulant différentes conditions tribologiques.

Pour le système présenté ci dessous, l'éprouvette est serrée entre deux mâchoires avec une force F_s . On relève la force de traction F_t . Le coefficient (ou facteur) de frottement est déterminé par

$$\mu = F_t / 2 F_s$$

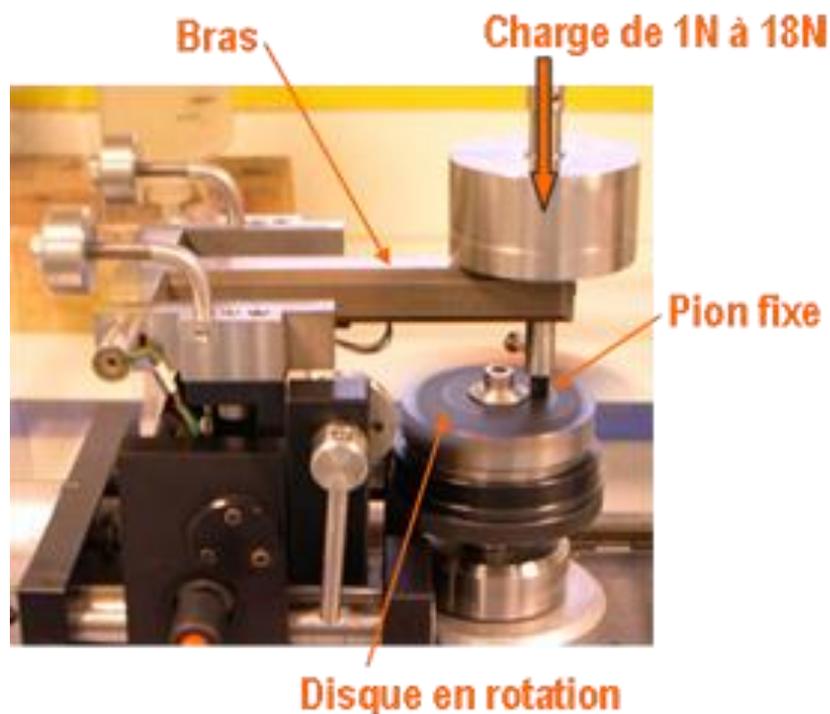


Figure 2.14 Tribomètre

Chapitre 3

Usure

3.1 Usure

Usure est définie comme perte de matière, une transformation de matière en surface du solide sous l'effet d'une interaction avec un autre milieu (solide ou fluide).

Les principaux facteurs d'usure sont :

- * La nature des matériaux en contact ;
- * Les conditions de fonctionnement (Pression, température, lubrification, ambiance corrosive, etc....).

Le frottement est la cause principale de l'usure qui entraîne les effets suivants :

- Détérioration dimensionnelle des pièces ;
- Augmentation des jeux de fonctionnement ;
- Dégradation des caractéristiques superficielles.

3.2 Les différents mécanismes d'usure

Les mécanismes de dégradation des surfaces rencontrés sont nombreux. L'usure correspond à l'ensemble des phénomènes conduisant à des pertes de masse ou à des évolutions géométriques significatives du contact pouvant s'accompagner d'effets secondaires liés au jeu dans le mécanisme en mouvement, à la perte de cote, à l'émission de débris, à l'endommagement de surfaces.

a) Corrosion

La corrosion résulte d'une interaction chimique de la surface avec le milieu environant.

b) Erosion

L'érosion est provoquée par l'écoulement d'un fluide chargé de particules contre la surface.

c) Fatigue superficielle

La figure superficielle est provoquée par le passage répéter d'un contact localisé, des contraintes de cisaillements élevées se développent sur la surface, qui conduit progressivement à l'écaillage de la surface (Roulements, Engrenages).

3.4.4 Usure Adhésive

Usure adhésive est l'arrachement de matière irrégulière sur la surface. Les particules arrachées du matériau le plus tendre vont adhérer sur l'autre surface. L'adhésion dépend de l'énergie de surface des matériaux en contacts. On peut atteindre un régime sévère d'adhésion ou les surfaces sont soudées, le mécanisme se bloque (Grippage), la pression de contact est très élevée.

3.4.5 Usure Abrasive

Un solide rigide vient indenter et labourer un matériau qui se déforme plastiquement (mou).

- Le solide rigide peut être une particule dure qui s'est introduite dans le contact (Abrasion à trois corps).
- Le solide rigide peut être une particule des deux surfaces (Abrasion à deux corps).

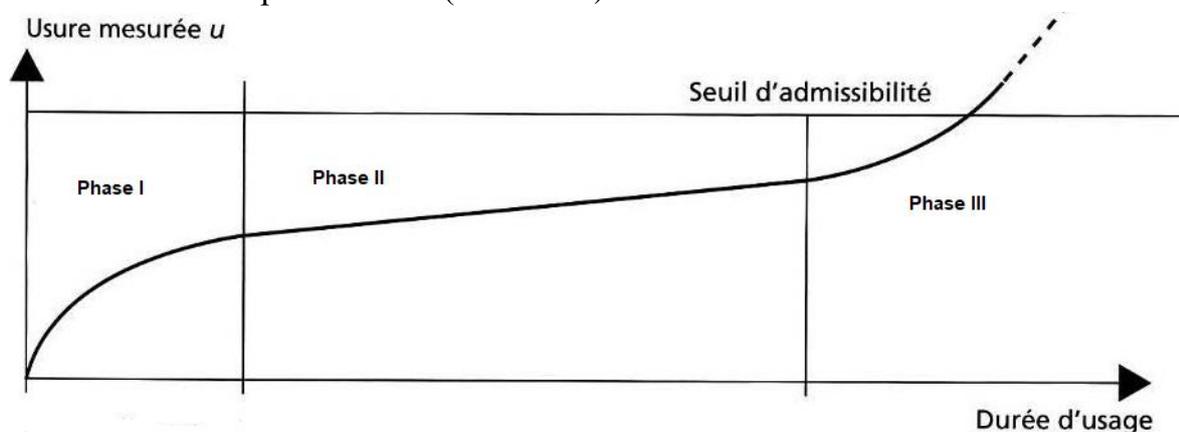
Ce type d'usure est limité en augmentant la dureté du matériau le plus tendre, ou réduire l'indice de plasticité afin de rester dans le régime plastique et de limité labourage.

3.5 Phases d'usure

Phase 1 : Dans les premières heures de fonctionnement d'un mécanisme, c'est une phase d'adaptation des surfaces (Rodage).

Phase 2 : Le contact entre dans une phase d'usure normale.

Phase 3 : Phase rapide d'usure (Fin de vie)



3.6 Taux d'Usure

Le volume de matière usée est proportionnelle à la distance de glissement, d'autre part, plus la charge appliquée (W) sera élevée, plus l'aire de contact est élevée donc l'usure sera élevée.

- **Le volume de matière usée V est donnée par la relation suivante :**

$$V = K \cdot F \cdot d$$

K : coefficient d'usure ($\text{mm}^3/\text{N}/\text{m}$)

d : Distance de glissement (m)

F : force appliquée (N)

Avec

$$K = k/H$$

K : coefficient d'usure normale

H : dureté

- **Hauteur usée est donnée par la relation suivante :**

$$h_{\text{usée}} = K \cdot P_n \cdot d$$

$$d = v \cdot T_d$$

Donc

$$h_{\text{usée}} = K \cdot P_n \cdot v \cdot T_d$$

avec

P_n : pression nominale de contact (N/m^2)

v : vitesse de glissement (m/s)

T_d : durée de vie (s)

Pour les matériaux fragiles, l'usure est contrôlée essentiellement par les mécanismes de rupture puisque l'enlèvement de matière se produit par l'intersection des fissures latérales ou par leur propagation jusqu'à la surface. Le volume d'usure par rayage des matériaux fragiles sous la forme suivante :

$$V = \alpha \cdot K_C^n \cdot H^m$$

où α dépend des conditions expérimentales et des caractéristiques mécaniques des matériaux,

et où, $-2 < n < -3/4$ et $-1/2 < m < 1/2$.

K_C tenacité du matériau

Chapitre 4

Lubrification

4.1- Définition

La lubrification ou le graissage est un ensemble de techniques permettant de réduire le frottement, l'usure entre deux éléments en contact et en mouvement l'un par rapport à l'autre. Elle permet souvent d'évacuer une partie de l'énergie thermique engendrée par ce frottement, ainsi que d'éviter la corrosion... Dans ces situations, les écoulements fluides sont parallèles aux surfaces, ce qui simplifie leur description et leur calcul (théorie de la lubrification).

4.2- Les contacts lubrifiés :

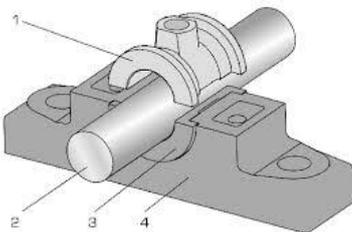
Dans les contacts lubrifiés un film protecteur sépare les surfaces en contact. Selon les pressions de contact et la vitesse relative des surfaces, différents régimes de lubrification peuvent exister.

Selon les conditions de fonctionnement, différents types de lubrification existent dans les systèmes lubrifiés :

Selon la valeur de la pression dans le contact, on distingue :

- les contacts basses pressions ou contacts surfaciques,

Les paliers, les butées hydrodynamiques et les joints d'étanchéité à faces radiales.



Palier



Butée



joint d'étanchiéité

- les contacts à haute pression ou contacts hertziens.

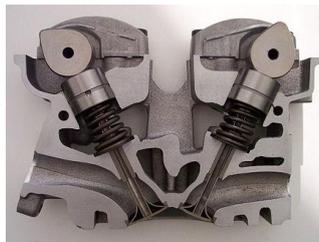
Les roulements, les engrenages, les systèmes cames poussoirs et les joints à lèvres relèvent sont classées dans la catégorie des contacts hertziens.



Roulement



Engrenage



cames poussoirs



joints à lèvres

Pour présenter une classification des différents phénomènes de lubrification, il est commode d'utiliser tant pour les contacts surfaciques que pour les contacts hertziens, la courbe de Stribeck dont la première représentation a été donnée en 1902 dans le cas d'un palier lisse.

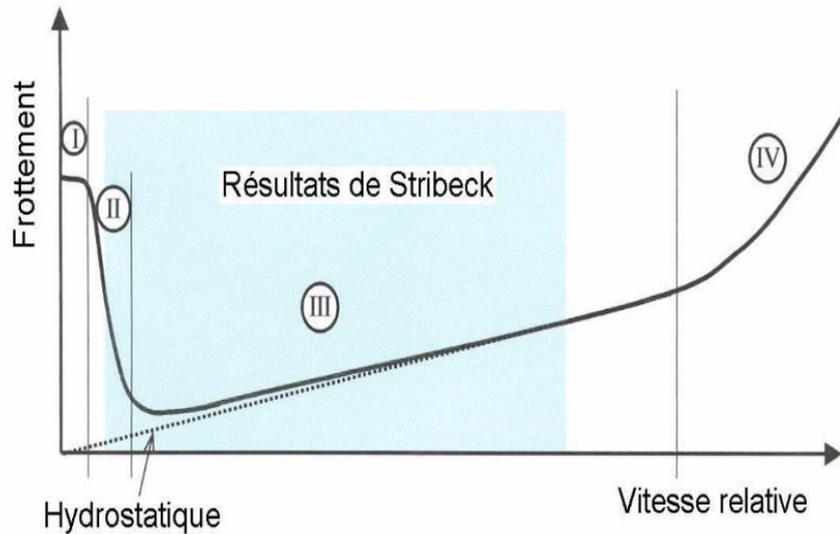


FIG 4 .1 courbe de Stribeck

4.2.1 Les contacts surfaciques

Le contact surfacique représente tous les contacts lubrifiés pour lesquels les pressions dans le film restent relativement faibles c'est-à-dire inférieures ou de l'ordre de quelques dizaines de Mega Pascal (quelques centaines de bars).

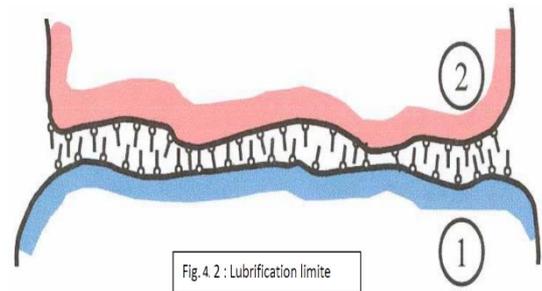
La courbe de Stribeck correspond à quatre régimes de lubrification différent :

- La zone I présente la lubrification limite,
- la zone II expose la lubrification mixte,
- la zone III montre la lubrification hydrodynamique,
- la zone IV définit la lubrification hydrodynamique non laminaire.

La ligne en trait discontinu, présente la lubrification hydrostatique qui peut être réalisée en régime laminaire ou non laminaire.

a) Lubrification limite

A faible vitesse et pour des pressions de contact modérées, la séparation des surfaces est essentiellement due aux molécules d'huile adsorbées. Ce type de lubrification qui correspond à la zone I de la courbe Stribeck est assuré par des molécules d'huile polaire qui « s'accrochent » aux surfaces (figure 4.2).

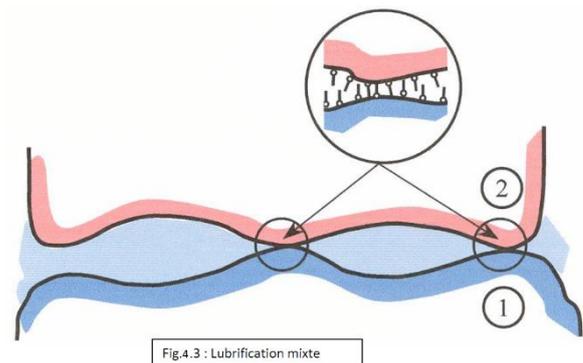


En fait les molécules lubrifiantes forment soit des monocouches épilâmes de substances polaires (acides gras ou savons) qui adhèrent aux surfaces par adsorption ou par chimisorbsion soit des colloïdes compacts (carbonate de calcium amorphe par exemple) qui forme un film qui sépare les surfaces.

Ce type de lubrification se rencontre dans les petits mécanismes comme les serrures, les machines à coudre ...etc

b) Lubrification mixte

La zone II correspond à la lubrification mixte. Cette lubrification peut être considérée comme une transition entre la lubrification limite et la lubrification hydrodynamique. Ce phénomène est due généralement à la rugosité des surfaces il existe des zones convergentes dans le film fluide qui permettent la génération de pression hydrodynamique. Ainsi une partie de la charge est supportée par des zones fluides et l'autre partie par des zones où le contact est en lubrification limite (figure 4.3).



Le contact piston-segments-chemise au point mort haut et au point mort bas du cycle des moteurs à combustion interne correspond à ce type de lubrification.

c) lubrification hydrodynamique

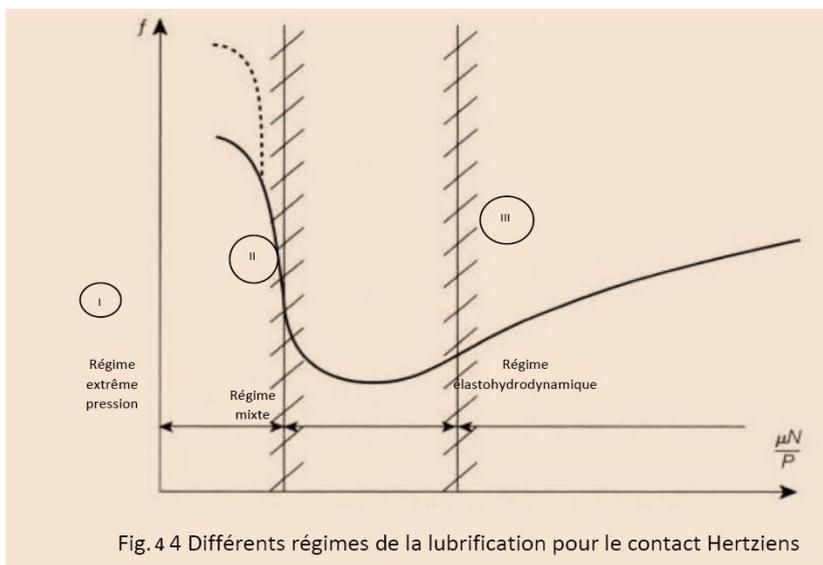
La zone III est une représentation de la lubrification hydrodynamique. Le lubrifiant visqueux est entraîné dans le contact qui forme un espace convergent dans lequel se développe une pression hydrodynamique. Cette pression permet la séparation totale des surfaces antagonistes en contact et équilibre la charge.

d) Lubrification hydrostatique

Dans les zones III et IV de la courbe de Stribeck les surfaces sont totalement séparées par un film fluide. Les seules avaries possibles sont dues à une érosion éventuelle liée aux impuretés en suspension dans le lubrifiant, aux phénomènes de cavitations qui peuvent exister dans le film sous charges dynamiques, ainsi que sous l'effet de températures trop élevées et à des piqûres par décharges électriques s'il existe une différence de potentiel entre les deux surfaces du contact.

4.2.2 Les contacts Hertiens

Les contacts hertiens concernent essentiellement les roulements à billes ou à rouleaux, les engrenages, les systèmes cames poussoirs, les joints élastomères à lèvre. Dans ce type de contact, la pression générée dans le film est suffisamment élevée pour déformer élastiquement les surfaces et le calcul des caractéristiques du contact doit être effectué en résolvant simultanément l'équation de Reynolds et les équations de l'élasticité. Par ailleurs la viscosité du fluide varie considérablement avec la pression. Les charges appliquées au contact ne sont pas nécessairement très grandes mais la surface du contact est très petite ce qui conduit à des pressions très élevées qui peuvent être supérieures à 3 Giga Pascal. Dans le cas du contact entre un cylindre et un plan la courbe de variation du frottement en fonction de la vitesse de roulement dans le contact est donnée par la figure 4.4.



Cette courbe est semblable à la courbe de Stribeck obtenue dans le cas du contact surfacique et présente trois zones qui correspondent à trois types de lubrification.

- La zone I correspond à la lubrification extrême pression,
- la zone II à la lubrification mixte,
- la zone III à la lubrification élastohydrodynamique.

1-La lubrification extrême pression

En lubrification extrême pression (EP), les surfaces sont séparées par un film réactif formé par réaction chimique entre les additifs extrêmes pressions contenues dans le lubrifiant. Ces additifs sont des macromolécules comportant des atomes de soufre, de chlore ou de phosphore, les macromolécules sont liées à la surface et les protègent. Sous l'effet des pressions, des températures et des forts taux de cisaillement existant dans le contact, les macromolécules sont détruites.

2- La lubrification mixte

La zone II correspond à la lubrification mixte. Comme pour les contacts surfaciques, c'est une zone de transition. Pour les contacts à haute pression cette transition s'effectue entre la lubrification extrême pression et la lubrification élastohydrodynamique sous l'effet du déplacement des surfaces il se forme, dans les zones convergentes du film, une génération de pression avec une augmentation de la vitesse, sépare progressivement les surfaces.

3- La lubrification élastohydrodynamique

La zone III correspond à la lubrification élastohydrodynamique pour laquelle le lubrifiant sépare totalement les surfaces. La détermination des caractéristiques du mécanisme est obtenue par la résolution simultanée de l'équation de Reynolds dans le film et des équations de l'élasticité dans les matériaux formant le contact en tenant compte du comportement rhéologique du lubrifiant.

4.3 Equations de base de la lubrification hydrodynamique

En lubrification hydrodynamique, le film de fluide sépare totalement les surfaces, ce qui suppose que les aspérités et les défauts de forme des surfaces aient des dimensions inférieures à l'épaisseur du film. Dans le cas contraire, il y aura contact en différents points des deux surfaces, on parlera soit de lubrification mixte, soit de lubrification limite. La formation et le maintien d'un film de fluide impose l'existence d'une pression dans ce film afin d'équilibrer la charge appliquée entre les deux surfaces du mécanisme. Cette pression qui, en lubrification hydrodynamique est engendrée par un système extérieur (pompes ou compresseurs), dans le cas hydrodynamique crée par le déplacement relatif des surfaces.

Le calcul de cette pression permet de déterminer la charge qui peut supporter le contact, le couple de frottement et le débit du mécanisme.

4.3.1 Equation de Reynolds

L'équation de Reynolds en lubrification peut être déduite des équations de la mécanique des milieux continus et la loi de comportement de fluides newtoniens, en tenant compte de la forme particulière du film lubrifiant, pour lequel l'épaisseur est très faible devant la largeur et la longueur du contact.

L'équation de Reynolds traduit la loi de conservation du débit dans le contact :

$$\frac{\delta}{\delta x} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\delta P}{\delta x} \right) + \frac{\delta}{\delta Z} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\delta P}{\delta Z} \right) = 6(U_1 - U_2) \frac{\delta h}{\delta x} + 6(W_1 - W_2) \frac{\delta h}{\delta Z} + 6h \frac{\delta}{\delta x} (U_1 + U_2) + 6h \frac{\delta}{\delta Z} (W_1 + W_2) + 12V_2 \dots \dots \dots (4.1)$$

En coordonnées cartésiennes

La figure 4.5 où l'épaisseur du film h est mesurée selon les conditions aux limites sur les vitesses du fluide sont:

Selon la paroi 1; pour $y = 0$: $u = U_1$, $V = 0$, $w = W_1$

Selon la paroi 2; pour $y = h$: $u = U_2$, $V = V_2$, $w = W_2$

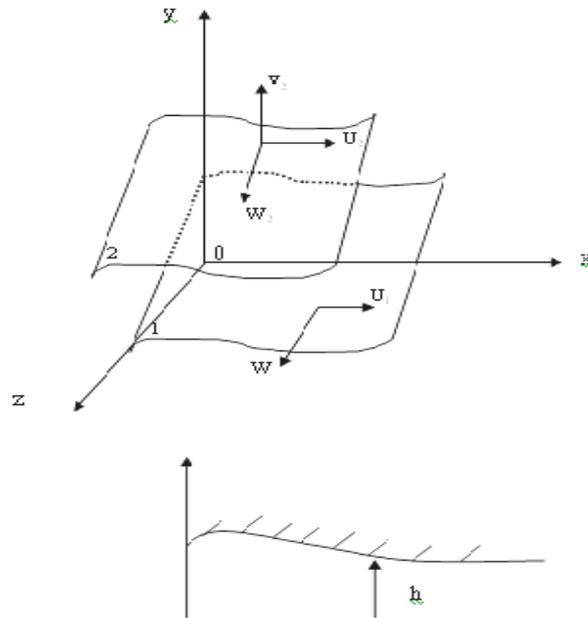


Fig.4.5 Système d'axe en coordonnées cartésiennes

Avec :

u, v, w : composantes de la vitesse du fluide dans les direction x, y, z .

U_2, V_2, W_1 , et W_2 : sont les vitesses des surfaces 1 et 2 dans la direction x, y, z

La vitesse V_1 de la surface 1 dans la direction y est nulle.

P : pression dans le film

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{\delta P}{\delta x} y(y-h) + \frac{h-y}{h} U_1 + \frac{y}{h} U_2 \dots \dots \dots (4.2)$$

$$w = \frac{1}{2\mu} \frac{\delta P}{\delta z} y(y-h) + \frac{h-y}{h} W_1 + \frac{y}{h} W_2 \dots \dots \dots (4.3)$$

Dans ces relations, on déduit les contraintes de cisaillement dans le fluide :

$$\tau_{xy} = \mu \frac{\delta u}{\delta y} = \frac{1}{2} \frac{\delta P}{\delta x} (2y-h) + (U_2 - U_1) \frac{\mu}{h} \dots \dots \dots (4.4)$$

$$\tau_{xz} = \mu \frac{\delta w}{\delta y} = \frac{1}{2} \frac{\delta P}{\delta z} (2y-h) + (W_2 - W_1) \frac{\mu}{h} \dots \dots \dots (4.5)$$

En coordonnées cylindriques : r, θ, z Figure 4.6

h est mesurée dans la direction Oz

Conditions aux limites :

Selon la paroi 1 ; pour $z = 0$: $u = U_1, V = V_1, w = 0$

Selon la paroi 2 ; pour $z = h$: $u = U_2, V = V_2, w = W_2$

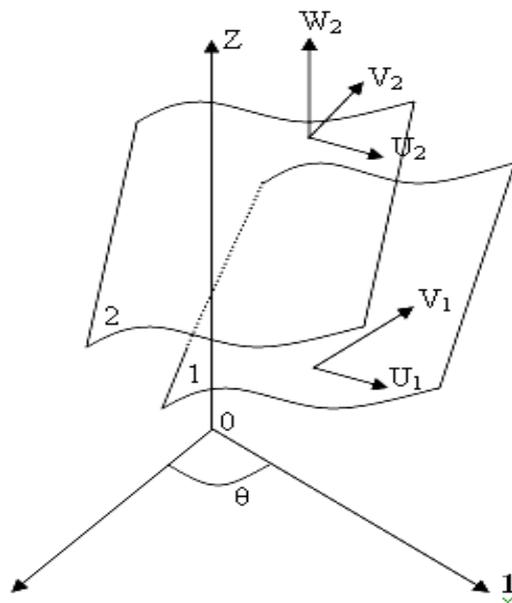


Fig.4.6 Système d'axe en coordonnées cylindriques

L'équation de Reynolds s'écrit :

$$\frac{\delta}{\delta r} \left(\frac{r h^3}{\mu} \frac{\delta P}{\delta r} \right) + \frac{\delta}{\delta \theta} \left(\frac{h^3}{\mu r} \frac{\delta P}{\delta \theta} \right) = 6r(U_1 - U_2) \frac{\delta P}{\delta r} + 6(V_1 - V_2) \frac{\delta h}{\delta \theta} + 6rh \frac{\delta}{\delta r} (U_1 + U_2) + 6h \frac{\delta}{\delta \theta} (U_1 + U_2) + 6h(U_1 + U_2) + 12rW_2 \dots \dots \dots (4.6)$$

Avec :

u, v : composantes de la vitesse du fluide dans les direction radiale et tangentielle sont données par la relation (2.7) et (2.8) respectivement:

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{\delta P}{\delta r} Z(Z-h) + \frac{h-Z}{h} U_1 + \frac{Z}{h} U_2 \dots \dots \dots (4.7)$$

$$w = \frac{1}{2\mu r} \frac{\delta P}{\delta \theta} Z(Z-h) + \frac{h-Z}{h} V_1 + \frac{Z}{h} V_2 \dots \dots \dots (4.8)$$

On déduit les contraintes de cisaillement dans le fluide :

$$\tau_{ry} = \mu \frac{\delta u}{\delta Z} = \frac{1}{2} \frac{\delta P}{\delta r} (2Z-h) + (U_2 - U_1) \frac{\mu}{h} \dots \dots \dots (4.9)$$

$$\tau_{\theta z} = \mu \frac{\delta V}{\delta Z} = \frac{1}{2r} \frac{\delta P}{\delta \theta} (2Z-h) + (V_2 - V_1) \frac{\mu}{h} \dots \dots \dots (4.10)$$

L'équation de Reynolds est une équation aux dérivées partielles du second ordre de type elliptique dont l'inconnue principale est la pression.

La valeur de la pression dans le film dépend non seulement de la géométrie du contact et de sa cinématique mais aussi des conditions aux limites sur la pression retenue lors de la résolution de l'équation de Reynolds.

Deux types de conditions sont généralement employés :

- 1- La frontière du domaine d'intégral supposée connu, avec la pression P connue dans tous les points,
- 2- Le reste de la frontière où le film est rompu sera déterminé par une condition supplémentaire sur la pression.

4.3.2- Equation de l'énergie

Le champ de température dans le film de lubrifiant est déterminé avec la résolution l'équation d'énergie [20]:

$$\rho C_p \left(\frac{u}{R^2} \frac{\partial T}{\partial \theta} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = K \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] \dots \dots \dots (4.11)$$

En outre, l'analyse de THD implique le traitement du transfert de chaleur dans le coussinet en utilisant l'équation de Laplace:

$$\frac{\partial^2 T_c}{\partial r_c^2} + \frac{1}{r_c} \frac{\partial T_c}{\partial r_c} + \frac{1}{r_c^2} \frac{\partial^2 T_c}{\partial \theta_c^2} + \frac{\partial^2 T_c}{\partial z_c^2} = 0 \dots \dots \dots (4.12)$$

Afin de déterminer le champ de température, des conditions aux limites thermiques suivantes sont appliquées:

- La continuité du flux de chaleur à l'interface coussinet/ film est imposé.
- La température moyenne au bord d'attaque est obtenue à l'aide d'une balance de flux thermique dans la rainure.
- Un bilan énergétique nul détermine la température à l'interface film d'huile et l'arbre.

Pour les lubrifiants, la viscosité dynamique μ_L dépend du champ de température, la relation de Mac Coull et Walther peut être utilisée:

$$\log_{10} \log_{10} \left(\frac{\mu_L(\theta, y, z)}{\rho_L} + a \right) = -m \log_{10} [T(\theta, y, z)] + n \dots\dots\dots(4.13)$$

Où les coefficients m et n dépendent de la nature du lubrifiant et sont déterminés par deux valeurs de viscosité obtenues pour différentes températures. Pour le coefficient a prend une valeur de 0,6 mm².s⁻¹ est appliquée, comme couramment utilisé dans les simulations numériques.

4.3.3 Le champ de pression pour deux plaques parallèles

a) Effet d'étirement

Soit l'écoulement entre deux plaques planes parallèles de largeur infinie selon Oz. La plaque supérieure de longueur B est fixe. La plaque inférieure se déplace en s'étirant avec une vitesse de translation $U_1=U(x)$, (fig. 2).

Ceci est une schématisation élémentaire du formage plasto-hydrodynamique des métaux

L'équation de Reynolds s'écrit :

$$\frac{d^2p}{dx^2} = \frac{6\mu}{h^2} \frac{dU}{dx}$$

soit

$$\frac{dp}{dx} = \frac{6\mu U}{h^2} + C1$$

Et

$$P = \frac{6\mu}{h^2} \int U dx + C1x + C2$$

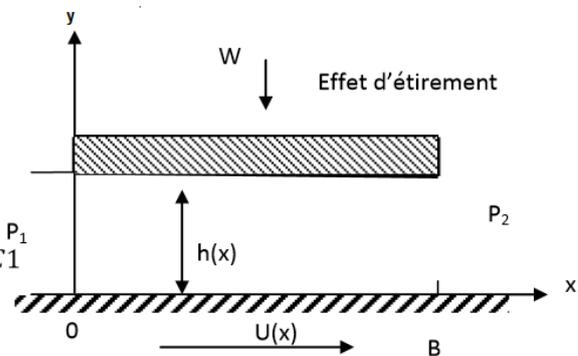


Figure IV.5 Faces parallèles

Les constantes C1 et C2 sont déterminées par les conditions aux limites sur la pression. Dans le cas particulier où $U = Ax + D$ et compte tenu des conditions aux limites $p = 0$ pour $x = 0$ et $x = B$, la pression s'écrit :

$$P = -\frac{3\mu A}{h^2} x (B - x)$$

et la charge pour une largeur L suivant Oz :

$$W = -L \frac{\mu AB}{2h^2}$$

Le signe négatif de la charge rend compte de l'effet de pompage du fluide qui se produit lorsqu'on impose à la distance entre les deux plaques de rester constante et égale à h.

b) Effet d'écrasement

Soit l'écoulement entre deux plaques planes parallèles, de largeur infinie suivant Oz. La plaque inférieure est immobile et la plaque supérieure, de longueur B est animée d'une vitesse $V_2 = V$ suivant Oy, (fig. 3), les deux plaques restent constamment parallèles.

L'équation de Reynolds s'écrit :

$$\frac{d^2 p}{dx^2} = \frac{12\mu V}{h^3}$$

Soit

$$\frac{dp}{dx} = \frac{12\mu V}{h^3} x + C1$$

et

$$P = \frac{6\mu V}{h^3} x^2 + C1x + C2$$

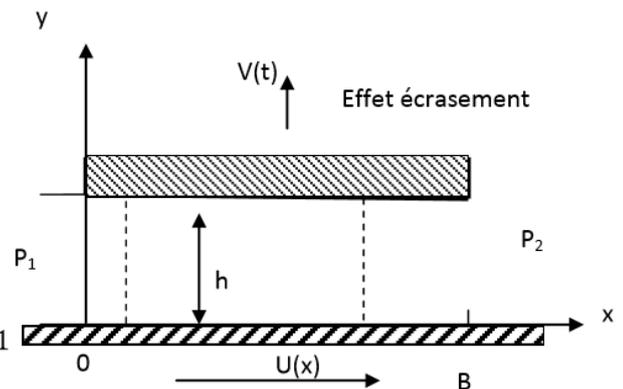


Figure IV.5 Faces parallèles

Les fonctions C1(t) et C2 (t) sont déterminées par les conditions aux limites sur la pression. La répartition de pression compte tenu des conditions aux limites $p=0$ pour $x=0$ et $x=B$

La pression s'écrit :

$$P = \frac{6\mu V}{h^3} (x^2 - Bx)$$

La portance hydrodynamique W résultant de cet effet d'écrasement s'écrit :

$$W = -\frac{\mu V B^3 L}{h^3} \quad \text{avec } V = \frac{dh}{dt}$$

4.3.4 Le champ de pression pour deux plaques non parallèles

Soit l'écoulement entre deux plaques non parallèles de largeur infini suivant Oz. La plaque inférieure est animée d'un mouvement de translation uniforme de vitesse $U_1 = U$, la plaque supérieure est immobile et inclinée dans la plan xOy d'un angle α très petit, figure (4.7).

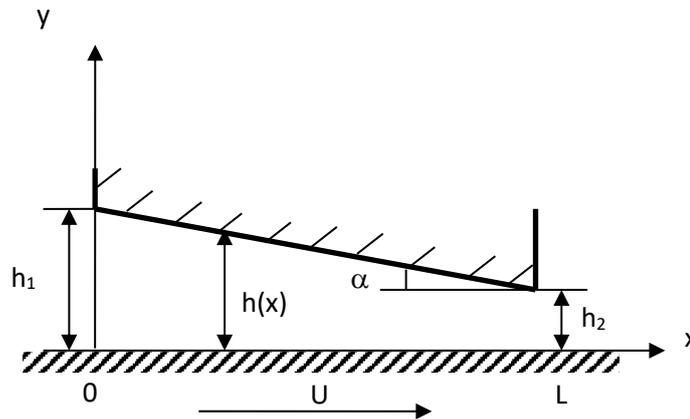


Figure 4.7 Coin d'huile

Pour deux surfaces non parallèles, l'équation de Reynolds s'écrit :

$$\frac{d}{dx} \left(h^3 \frac{dp}{dx} \right) = 6\mu U \frac{dh}{dx} \dots\dots\dots (4.14)$$

Soit
$$\frac{dp}{dx} = 6\mu U \frac{h-h^*}{h^3} \dots\dots\dots (4.15)$$

Où h^* représente l'épaisseur du film au point d'abscisse x^* pour lequel le gradient de pression s'annule.

On peut caractériser l'épaisseur du film de façons différentes. Nous retiendrons l'expression :

$$h = h_2 + (L - x) \operatorname{tg} \alpha \dots\dots\dots (4.16)$$

Où h_2 est l'épaisseur minimale du film ;

L est la longueur du film

$\operatorname{tg} \alpha = (h_1 - h_2)/L$ la pente de plan incliné.

Pour intégrer l'équation de Reynolds il est commandé de l'écrire en fonction de l'épaisseur du film h uniquement en posant :

$$dh = -dx \operatorname{tg} \alpha \dots\dots\dots (4.17)$$

Il vient après intégration :

$$P = \frac{6\mu U}{\operatorname{tg} \alpha} \left(\frac{1}{h} - \frac{h^*}{2h^2} + C_1 \right) \dots\dots\dots (4.18)$$

Si l'entrée et la sortie du film sont à la pression atmosphérique et si celle-ci est prise comme référence ; il faut prendre les conditions aux limites suivantes.

Les conditions aux limites :

$$\left. \begin{aligned} p = 0 \text{ pour } x = 0 \text{ ou } h = h_1 \\ p = 0 \text{ pour } x = L \text{ ou } h = h_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots (4.19)$$

Ces conditions permettent de calculer les deux constantes h^* et C_1 ; il vient aussi :

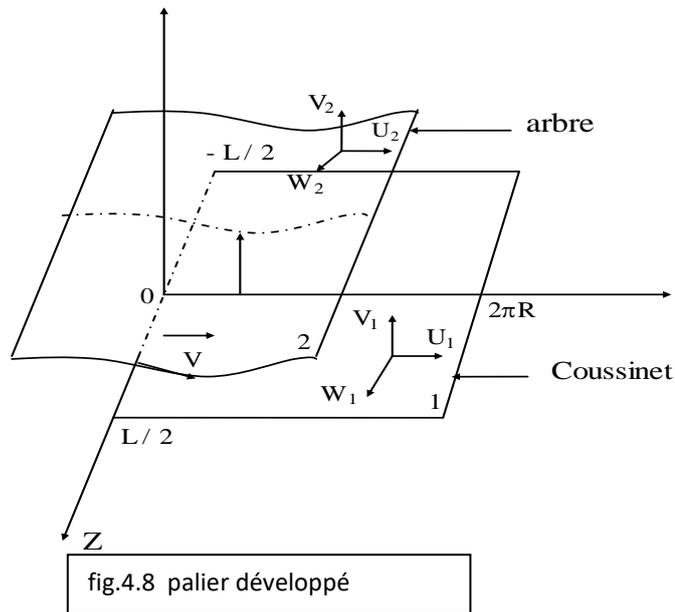
$$h^* = \frac{2h_1 h_2}{h_1 + h_2} \text{ et } C_1 = -\frac{1}{h_1 + h_2} \dots\dots\dots (4.20)$$

Le champ de pression est donc donné par la relation suivante :

$$P = \frac{6\mu U}{\operatorname{tg} \alpha} \left[\frac{1}{h} - \frac{1}{h^2} \cdot \frac{h_1 h_2}{(h_1 + h_2)} - \frac{1}{h_1 + h_2} \right] \dots\dots\dots (4.21)$$

4.3.4 Equation de Reynolds pour les Paliers lisse cylindriques en régime laminaire

la figure 4.8 présente un palier cylindrique développé.



Le rayons R_a et R_c étant très voisins, on peut négliger la courbe du film et développer le coussinet (ou l'arbre) et assimiler à un plan (figure 4.8). Les conditions cinématiques relatives aux surfaces s'écrivent :

$$\left. \begin{aligned}
 U_1 &= R_c \omega & ; & & V_1 &= W_1 = 0 \\
 U_2 &= R_a \omega \cos \alpha & ; & & V_2 &= R_a \omega \sin \alpha & & W_2 = 0
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.22)$$

Où α représente la pente de la courbe $h(x)$

$$\text{tg } \alpha = \frac{dh}{dx} = \frac{1}{R_a} \frac{dh}{d\theta} = -\frac{e}{R_a} \sin \theta \dots\dots\dots (4.23)$$

La quantité e / R_a étant très petite, on peut effectuer un développement et se limiter au 1^{re} ordre : $\cos \alpha \approx 1$; $\sin \alpha = \alpha = \frac{dh}{dx}$

Dans ces conditions (3) s'écrit :

$$\left. \begin{aligned}
 U_1 &= R_c \omega
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.24)$$

$$U_2 = R_a \omega \quad ; \quad V_2 = R_a \omega \frac{dh}{dx}$$

Si on reporte (I, 5) dans l'équation de Reynolds (2) et si on pose $R \approx Ra \approx Rc$, on obtient :

$$\frac{d}{dx} \left(h^3 \frac{dp}{dx} \right) + \frac{d}{dz} \left(h^3 \frac{dp}{dz} \right) = 6\mu R (\omega a + \omega c) \frac{dh}{dx} \dots\dots\dots (4.25)$$

- Conditions aux limites

On doit résoudre l'équation (6) sur le domaine représenté sur la figure 9b compte tenu des conditions aux limites sur la pression :

$$\begin{aligned} \text{-selon } Z : \quad P\left(\theta, Z = \frac{L}{2}\right) = P_1 \quad , \quad P\left(\theta, Z = -\frac{L}{2}\right) = P_2 \\ \dots\dots\dots (4.26) \end{aligned}$$

$$\text{- selon } \theta : \quad P(\theta=0, Z) = P(\theta=2\pi, Z)$$

Où P_1 et P_2 représentent les pressions extérieures aux extrémités du palier.

Si le palier possède des rainures d'alimentation en lubrifiant, il faut alors écrire les conditions aux limites correspondantes :

- pour une rainure circonférentielle en $Z = 0$

$$P(\theta, Z=0) = Pa$$

- pour une rainure axiale située à l'abscisse $\theta = \theta a$

$$P(\theta a, Z) = Pa \dots\dots\dots (4.27)$$

4.3.4.1 - Résolution de l'équation de Reynolds

1- Palier infiniment long : On peut négliger le débit axial, l'écoulement est purement circonférentiel lorsque le rapport L / D de la longueur au diamètre du palier est grand .ce calcul s'applique aux paliers tels que $L / D > 4$ et l'arbre est animé d'un mouvement de rotation uniforme $\omega a = \omega$, l'équation de Reynolds (I,6) se réduit à :

$$\frac{d}{d\theta} \left(h^3 \frac{dp}{d\theta} \right) = 6\mu R^2 \omega \frac{dh}{d\theta} \dots\dots\dots (4.28)$$

2 - Le palier court : Lorsque le rapport L / D est faible, on peut négliger le gradient de pression circonférentiel devant le gradient de pression axiale.

L'équation de Reynolds s'écrit

$$\frac{d}{dz} \left(h^3 \frac{dP}{dz} \right) = 6\mu R \omega \frac{dh}{dx}$$

Soit encore :

$$\frac{d}{dz} \left(h^3 \frac{dP}{dz} \right) = 6\mu \omega \frac{dh}{d\theta} \dots\dots\dots(4.29)$$

Avec les conditions aux limites :

$$\left. \begin{array}{l} P(\theta, z = -\frac{L}{2}) = 0 \\ \\ P(\theta, z = +\frac{L}{2}) = 0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots(4.30)$$

Le champ de pression s'écrit

$$P(\theta, Z) = -\frac{3\mu\omega}{C^2} \left(z^2 - \frac{L^2}{4} \right) \frac{\varepsilon \sin \theta}{(1 + \varepsilon \cos \theta)^3} \dots\dots\dots(4.31)$$

Il est évident que la pression varie comme $\sin \theta$, elle est positive pour $\theta \in [0, \pi]$.

4.4 Lubrification Hydrodynamique dans les paliers et butée hydrodynamiques

4.4.1 Butée Hydrodynamique

Une butée hydrodynamique se compose d'un grain mobile en rotation et un autre fixe de rayon interne $R1$ et de rayon externe $R2$.

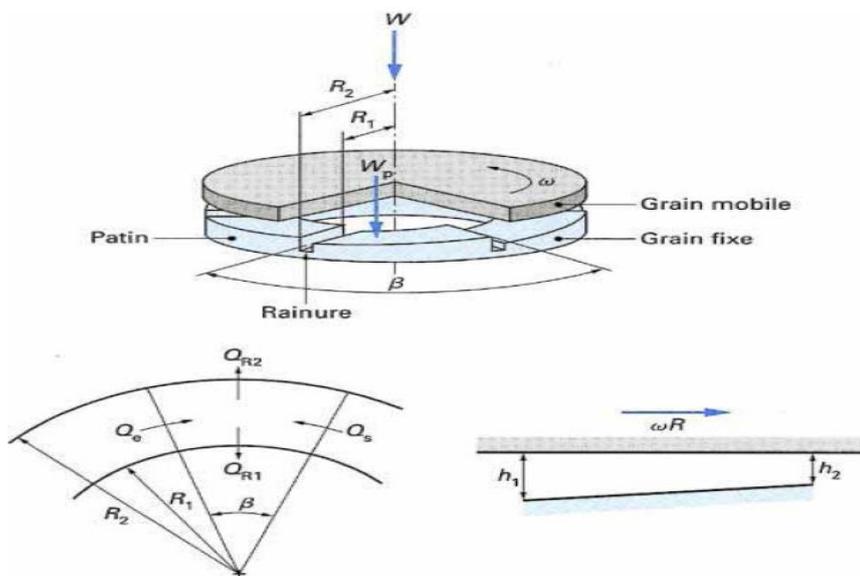
- Epaisseur du fil entre les surfaces :

$$h(r, \theta) = h_2 \left[1 + \delta \left(1 - \frac{\theta}{\beta} \right) \right]$$

avec

β : étendue angulaire d'un patin

$\delta = (h_1 - h_2) / h_2$ rapport de forme



- **Distribution de la pression ;**

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r h^3 \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{h^3}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = -6 \mu \omega r \frac{h_2}{\beta}$$

Conditions aux limites

$$p(r=R_1)=p(r=R_2)=0$$

$$p(\theta=0)=p(\theta=\beta)=0$$

- **Calcul les principaux paramètres de fonctionnement d'une butée à patins**

Le comportement des butées dépend de leurs caractéristiques géométriques, étendue angulaire (β), rapport d'épaisseur (δ) et le rapport de forme (γ)

$$\gamma = (R_2 - R_1) / R_2$$

- ***Charge supportée par le patin :**

$$W_P = \overline{W_P} \frac{\mu \omega (R_1 + R_2) \beta (R_2 - R_1)^3}{4 \pi (h_1 - h_2)^2}$$

$\overline{W_P}$ Coefficient de la charge sans dimension (Table 1)

- ***Couple de frottement par patin**

$$C_P = \overline{C_P} \frac{\mu \omega R_2^4}{2 \pi (h_1 - h_2)}$$

$\overline{C_P}$ Coefficient du couple sans dimension (Table 1)

- ***Débit de frontière d'un patin**

$$Q = \overline{Q} \frac{\omega}{2} R_2 (R_2 - R_1) (h_1 - h_2)$$

\overline{Q} Coefficient du débit sans dimension (Table 1)

γ	δ	β	W_p	C_p	Q_{R_1}	Q_{R_2}
1/3	1	80	0.703	1.22	0.34	0.46
		55	0.903	0.84	0.32	0.44
		40	1.06	0.63	0.28	0.395
		30	1.15	0.475	0.235	0.35
	2	80	3.11	1.97	0.35	0.47
		55	3.89	1.35	0.32	0.44
		40	4.44	1	0.28	0.4
		30	4.74	0.785	0.24	0.36
	4	80	11.7	2.98	0.35	0.47
		55	14	2.12	0.32	0.44
		40	15.3	1.62	0.29	0.41
		30	15.75	1.27	0.245	0.36
	8	80	36	4.26	0.36	0.48
		55	40.5	3.12	0.33	0.45
		40	42	2.43	0.29	0.41
		30	41.3	1.96	0.25	0.37
1/2	1	80	0.581	1.45	0.23	0.405
		55	0.669	0.98	0.19	0.36
		40	0.697	0.735	0.145	0.31
		30	0.672	0.565	0.11	0.26
	2	80	2.49	2.36	0.23	0.41
		55	2.79	1.67	0.19	0.33
		40	2.84	1.25	0.15	0.31
		30	2.7	0.96	0.11	0.26
	4	80	8.79	3.66	0.24	0.42
		55	9.42	2.65	0.2	0.37
		40	9.26	2.03	0.15	0.32
		30	9.07	1.59	0.11	0.27
	8	80	24.9	5.4	0.25	0.42
		55	25.1	4.03	0.2	0.38
		40	23.6	3.15	0.16	0.32
		30	21.3	2.51	0.11	0.27
2/3	1	80	0.446	1.53	0.12	0.35
		55	0.458	1.06	0.082	0.295
		40	0.431	0.785	0.052	0.245
		30	0.386	0.6	0.033	0.2
	2	80	1.86	2.54	0.13	0.35
		55	1.86	1.8	0.084	0.3
		40	1.73	1.35	0.053	0.25
		30	1.53	1.04	0.034	0.2
	4	80	6.26	4	0.13	0.36
		55	6.04	2.9	0.087	0.3
		40	5.49	2.22	0.055	0.25
		30	4.8	1.73	0.035	0.21
	8	80	16.7	6.04	0.14	0.365
		55	15.4	4.49	0.09	0.31
		40	13.6	3.47	0.056	0.25
		30	11.6	2.74	0.036	0.21

Table 1 Abaque de calcul d'une butée hydrodynamique

4.4.2 Palier Hydrodynamique

Paliers hydrodynamique se composent d'un arbre en rotation à l'intérieur d'un coussinet de diamètre plus grand. Ce dernier est mené d'une rainure qui permet d'alimenter en fluide lubrifiant. L'arbre n'est pas centré dans le coussinet, ce qui crée une zone convergente où il sera possible de générer une pression hydrodynamique.

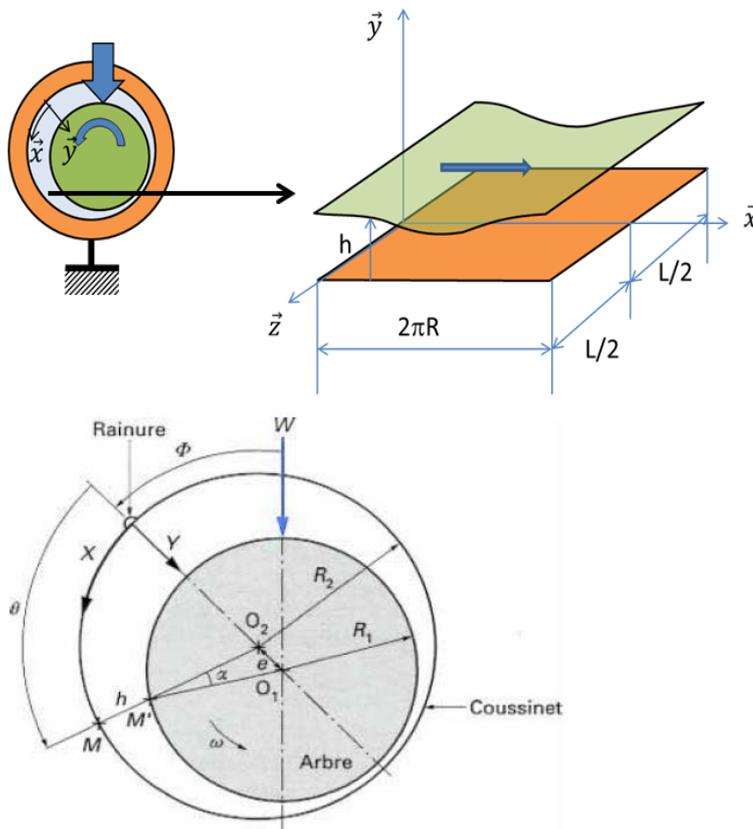
Paramètres géométriques d'un palier hydrodynamique :

- Jeu radial $C = R_c - R_a$
- L'excentricité relative $\varepsilon = e/C$
- Epaisseur du film $h = C (1 + \varepsilon \cos\theta)$
- ϕ Angle de calage entre la ligne des centres et la ligne du chargement

R_c : rayon du coussinet

R_a : rayon de l'arbre

e : excentricité



- Champ de pression

Le champ de pression est de la relation suivante :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + h^3 R^2 \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 6 \mu \omega R^2 \frac{\partial h}{\partial \theta}$$

Condition aux limites :

$$p(z = L/2) = p(z = -L/2) = 0$$

$$p(\theta = 0) = p(\theta = 2\pi) = 0$$

- **Calcul des paramètres de fonctionnement**

La configuration géométrique dépend d'excentricité relative ϵ et du rapport L/D

***Charge supportée par le palier**

$$W = \frac{\mu L D \omega}{2 \pi S} \left(\frac{R}{C}\right)^2$$

S le nombre de Sommerfeld (Table 2' et 2'')

• **Couple de frottement généré par le frottement visqueux sur les surfaces**

$$C_a = \frac{\mu L D \omega R^2}{2 \pi C} \bar{C}_a$$

\bar{C}_a Coefficient du couple de frottement (Table 2' et 2'')

• **Débit de fuite traversant du palier**

$$Q = \bar{Q} L C R \omega$$

\bar{Q} Coefficient du débit de fuite (Table 2' et 2'')

ϵ	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
S	4.32	2.03	1.21	0.784	0.508	0.318	0.184	0.0912	0.0309	0.0116
ϕ (°)	82	75	68.5	61.53	55	48	41	33	23.5	17
\bar{Q}	0.0938	0.187	0.281	0.374	0.468	0.562	0.657	0.751	0.845	0.89
\bar{C}_a	19	18.57	18.64	18.81	19.57	20.97	23.53	28.4	41.1	60.34

TABLE 2' - Abaque de calcul des paliers hydrodynamiques pour $L/D = 0.5$ [Frèb].

ϵ	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
S	1,33	0,631	0,388	0,260	0,178	0,120	0,0776	0,0443	0,0185	0,00831
ϕ (°)	79,5	74	68	62,5	56,5	50,5	44	36	26	19
\bar{Q}	0,0801	0,159	0,237	0,314	0,390	0,466	0,542	0,616	0,688	0,721
\bar{C}_a	19,06	18,81	18,94	19,5	20,62	22,5	25,64	31,6	46,43	67,75

TABLE 2'' - Abaque de calcul des paliers hydrodynamiques pour $L/D = 1$ [Frèb].

Références

[1] FRENE J., NICOLAS D., DEGUEURCE B., BERTHE D. et GODET M., « Lubrification hydrodynamique : Paliers et Butées » Collection de la direction des études et recherche d'électricité de France n°72, Edition Eyrolle, (1999).

[2] FRENE (J.). – Butées et paliers hydrodynamiques. Techniques de l'Ingénieur, Génie mécanique, B 5 320, août 1995.

[3] CAZAUD (R.). – Le frottement et l'usure des métaux, les antifrictions. Dunod (1959).

[4] Dominique, B. Aurélian, F et Dominique, S. " Paliers hydrodynamiques 1 : équations, modèles numériques isothermes et lubrification mixte". Hermes science publications/Lavoisier. 2011.

[5] Noël Brunetière, « Introduction à la TRIBOLOGIE », Institut Pprime Futuroscope 2016