

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE D'ORAN
MOHAMED BOUDIAF

FACULTÉ GÉNIE ÉLECTRIQUE
DÉPARTEMENT AUTOMATIQUE

Thèse

Présentée pour l'obtention du diplôme de Doctorat L.M.D

Spécialité: Automatique

Option:

Automatisation et contrôle des systèmes industriels

Par: Mr. Larbi Mohamed Elamine

Synthèse des Observateurs pour un Dorne Hélicoptère

Soutenu le: 07/05/2015, devant le jury composé par:

Présidente:	Mme. R. GHOUL HADIBY	Professeur, U.S.T.O-MB
Rapporteur:	Mr. K. ZEMALACHE MEGUENNI	MCA, U.S.T.O-MB
Examineurs:	Mr. A. OMARI	Professeur, U.S.T.O-MB
	Mr. M. BOUHAMIDA	Professeur, U.S.T.O-MB
	Mr. A. MANSOURI	Professeur, ENP d'Oran
	Mr. H. TEBBIKH	Professeur, Université de Guelma

Résumé

Cette thèse traite de la modélisation, du contrôle et l'observation de robots volants miniatures. Le travail est focalisé, plus précisément sur les Quadrotors. La thèse introduit un modèle mathématique pour la simulation, le contrôle et l'observation. Elle décrit une méthodologie de conception pour hélicoptères miniatures. Basé sur le modèle, des techniques non linéaires ont été utilisées pour concevoir divers contrôleurs et observateurs.

Le modèle dynamique et le simulateur ont évolué d'un simple set d'équations, à un modèle complexe comprenant des coefficients aérodynamiques plus réalistes.

Deux techniques de contrôle et trois Observateurs ont été utilisées le long de cette thèse. Les deux techniques de contrôle sont basées sur la théorie de Lyapunov, elles a été appliquée au contrôle de position et l'assiette. Les trois techniques d'observateurs sont respectivement le Grand Gain, Mode Glissant et Backstepping. Leurs performances ont été comparées.

Mots clés : *Quadrotor, Modélisation Dynamique, Backstepping, Observateur, Sliding Mode, Grand gain.*

Remerciements

Je remercie *DIÉU*, *le tout puissant*, pour m'avoir donné, le courage, la patience, la volonté et la force nécessaire, pour affronter toutes les difficultés et les obstacles, qui se sont hissés au travers de mon chemin, durant toutes mes années d'études.

Je adresse mes sincères remerciements à tous mes enseignants de L'université de USTO-MB, notamment à mon encadreur Mr. Kadda Zemalache Meguenni, d'avoir proposé le sujet sur lequel j'ai travaillé, et qui a assuré la direction et l'encadrement du travail présenté dans ce mémoire, et d'avoir bien voulu de me faire profiter pleinement de ces compétences scientifiques et de ses idées pour l'accomplissement de ce travail.

Je tiens à exprimer mes remerciements à Mme R. GHOUL HADIBY, Professeur à l'Université des Sciences et de la Technologie d'Oran, pour avoir accepté de participer à ce jury d'en assumer la tache de présidente.

Mes remerciements vont également à Mr. A. OMARI, Professeur à l'Université des Sciences et de la Technologie d'Oran pour avoir accepté de juger ce travail. Qu'il trouve ici l'expression de mon respect et ma profonde reconnaissance.

Mes remerciements vont également à Mr. M. BOUHAMIDA, Professeur à l'Université des Sciences et de la Technologie d'Oran pour avoir accepté de juger ce travail. Qu'il trouve ici l'expression de mon respect et ma profonde reconnaissance.

Mes remerciements vont également à Mr. A. MANSOURI, Professeur à ENP d'Oran pour avoir accepté de juger ce travail. Qu'il trouve ici l'expression de mon respect et ma profonde reconnaissance.

Mes remerciements vont également à Mr. H. TEBBIKH, Professeur à l'Université de Guelma pour avoir accepté de juger ce travail. Qu'il trouve ici l'expression de mon respect et ma profonde reconnaissance.

Je remercier très chaleureusement les anciens et nouveaux doctorants que j'ai côtoyés durant ces années est avec qui j'ai partagé des moments mémorables, *Litim Mustapha*, *Youssouf Meddahi*, *Karfa Djoudi*, *Abdelkader Sayah*, et à tous mes amis.

Enfin, mes remerciements vont à tous ceux qui m'ont soutenu de près ou de loin à réussir ce travail.

Mes vives salutations.

Table des matières

Résumé	i
Remerciements	iii
Table des Matières	vii
Table des Figures	xi
Symboles	xiii
Introduction générale	1
1 Classification des Drones	4
1.1 Les Drones	4
1.1.1 Définitions	4
1.1.2 Classification	5
1.2 Formules des Drones existantes	5
1.2.1 Les cellules à voilures tournantes	6
1.2.1.1 Monorotors	6
1.2.1.2 Birotors contrarotatifs	8
1.2.1.3 Configurations à 3 rotors	10
1.2.1.4 Les Quadrirotors	11
1.2.2 Les cellules convertibles	12
1.2.2.1 Convertibles à variation de structure	12
1.2.2.2 Les convertibles rotor/aile (convertiplanes)	13
1.3 Technologie des capteurs pour la localisation des drones	14
1.3.1 Capteurs à ultrasons	14
1.3.2 Caméra	14
1.3.3 Système de positionnement général (GPS)	14
1.3.4 Centrale inertielle	14
1.3.5 Carte intelligente	15
1.4 Mission et Application des drones	15
1.5 Conclusion	16
2 Modélisation d'un hélicoptère type quatre rotor	18
2.1 Modélisation dynamique d'un hélicoptère	18
2.1.1 Dynamique d'un corps rigide	18
2.1.2 Paramétrisation par les angles d'Euler	19
2.1.3 Analyse de la modélisation dynamique d'un Quadrotor	21

2.1.3.1	Modèle cinématique et dynamique de translation	22
2.1.3.2	Modèle cinématique et dynamique de l'orientation	23
2.2	Représentation d'état	25
2.2.1	Liaisons non holonomes	25
2.3	Conclusion	26
3	Synthèse de Lois de Commande pour Quadrotor	28
3.1	État de l'art de la commande du Quadrotor	28
3.2	Principe de la commande par mode de glissement (SMC)	30
3.2.1	Notions de base de la commande SMC	30
3.2.1.1	Surface de glissement	31
3.2.1.2	Condition d'existence et d'unicité du régime glissant	31
3.2.2	Les systèmes à structure variable en mode de glissement	31
3.2.2.1	Théorie des équations différentielles à second membre discontinu	31
3.2.2.2	Méthode de la commande équivalente	33
3.2.2.3	Problème de réticence (Chattering problem)	34
3.2.2.4	Adoucissement de la commutation	34
3.2.2.5	La Fonction de saturation	34
3.2.2.6	La Fonction « com_{sin} »	35
3.2.2.7	La Fonction « $smooth$ »	36
3.2.2.8	La Fonction « com_{arctg} »	36
3.2.3	Synthèse de la commande par mode de glissement pour le Quadrotor	37
3.2.4	Résultats de simulation	37
3.3	Conception de loi de commande par Backstepping	40
3.3.1	Les Propriétés de la fonction de Lyapunov	40
3.3.1.1	Première méthode de Lyapunov	40
3.3.1.2	Deuxième méthode de Lyapunov	41
3.3.2	Théorie du Backstepping	42
3.3.3	Synthèse de la commande par Backstepping pour le Quadrotor	48
3.4	Conclusion	50
4	Synthèse d'observateurs non linéaires	52
4.1	Observabilité	52
4.1.1	Observabilité des systèmes linéaires :	53
4.1.2	Le critère de Kalman	53
4.1.3	Observateurs asymptotiques	54
4.1.4	Observabilité non linéaire	54
4.1.4.1	Définition	55
4.2	Observateurs des systèmes linéaires	55
4.2.1	Observateur de Luenberger	56
4.2.2	Observateur réduit de Luenberger	56
4.2.3	Filtre de Kalman	57
4.2.4	Observateur à entrée inconnue	57
4.3	Observateurs des systèmes non linéaires	58
4.3.1	Observateur de Luenberger étendu	58
4.3.2	Filtre de Kalman Etendu (EKF)	59
4.3.3	Observateurs à grand gain	59
4.3.4	Observateurs adaptatifs	60
4.3.5	Observateurs à mode glissant	61
4.3.5.1	Observateurs à mode glissant des systèmes linéaires	62
4.3.5.2	Observateurs à mode glissant étape par étape	64
4.3.6	Observateurs Backstepping	66

4.4	Conclusion	69
5	Résultats de simulation pour la boucle contrôleur observateur	71
5.1	État de l'art d'observation du Quadrotor	71
5.2	Observabilité du modèle de Quadrotor	73
5.3	Synthèse des observateurs du modèle de quadrotor	74
5.3.1	Observateur à grand gain	75
5.3.1.1	Résultats de simulation	75
5.3.1.2	Résultats de simulation sans perturbations	75
5.3.1.3	Simulation avec perturbations et variations paramétriques	81
5.3.2	Observateur à mode glissant	85
5.3.2.1	Résultats de simulation	86
5.3.2.2	Résultats de simulation sans perturbations	86
5.3.2.3	Simulation avec perturbations et variations paramétriques	92
5.3.3	Observateur Backstepping	95
5.3.3.1	Résultats de simulation sans perturbations	95
5.3.3.2	Simulation avec perturbations et variations paramétriques	101
5.4	Comparaison récapitulative	105
5.4.1	Comparaison sans perturbations.	105
5.4.2	Comparaison avec perturbations	107
5.5	Conclusion	108
	Conclusion générale	110
	Annexe	112
	A Les Caractéristiques physiques du drone.	113
	Bibliographie	122

Table des figures

1.1	Les axes de rotation.	6
1.2	Monorotor - Catégorie 1.	7
1.3	Monorotor - Catégorie 2.	7
1.4	Monorotor - Catégorie 3.	8
1.5	Birotor - Catégorie 1.	9
1.6	Birotor - Catégorie 2.	9
1.7	Birotor - Catégorie 3.	10
1.8	Trirotor.	10
1.9	Les Quadrotors.	11
1.10	Mouvement du drone en fonction de la vitesse des rotors.	12
1.11	Prototype de birotors pivotants réalisé par Gary Gress en 2003.	13
1.12	Convertiplanes	13
1.13	(a) Capteur à ultrasons. (b) Caméra. (c) Système de positionnement général. . .	14
1.14	(a) Centrale inertielle. (b) Carte intelligente.	15
2.1	Modèle géométrique d'un corps rigide.	19
2.2	Définition des angles d'Euler.	21
2.3	Configuration du Quadrotor.	22
3.1	Schéma de control de Quadrotor.	29
3.2	Mode de glissement.	30
3.3	Mode glissant au sens de Filippov.	33
3.4	Fonction saturation $sat(s)$	35
3.5	Fonction com_{sin}	35
3.6	Fonction $smooth(s(t))$	36
3.7	Fonction com_{arctg}	36
3.8	Entrées de la commande par mode glissement.	38
3.9	(a) Poursuite des trajectoires selon les axes (x, y, z) , et le lacet (ψ) , (b) Zoom de poursuite des trajectoires.	38
3.10	(a) Trajectoire à grand hélicoïdale, (b) Trajectoire à petit hélicoïdale.	39
3.11	Stabilité par la fonction de Lyapunov.	41
3.12	Bloc diagramme d'un système récurive.	43
3.13	Bloc diagramme du premier sous système.	43
3.14	Bloc diagramme du premier sous système avec une sortie virtuelle z_1	44
3.15	Bloc diagramme du deuxième sous système.	44
3.16	Bloc diagramme du deuxième sous système avec une sortie virtuelle z_2	45
3.17	Bloc diagramme du troisième sous système.	45
3.18	Le bloc diagramme du $n^{\text{ième}}$ sous système avec une sortie virtuelle z_n	47

3.19 (a) Entrées de la commande par Backstepping, (b) Poursuite des trajectoires en 3D.	49
3.20 (a) Trajectoire à grand hélicoïdale, (b) Trajectoire à grand arc.	49
4.1 Schéma structurel de l'observateur de Luenberger.	56
4.2 Schéma fonctionnel d'un observateur à mode glissant.	62
5.1 Schéma de principe d'un observateur.	72
5.2 Entrées de commande par Backstepping.	76
5.3 Poursuite des trajectoires selon les axes (x, y, z)	76
5.4 Zoom de poursuite des trajectoires.	77
5.5 Les angles d'Euler.	77
5.6 Poursuite des trajectoires en 3D.	78
5.7 Vitesses linéaire.	78
5.8 Vitesses angulaire.	79
5.9 Erreurs d'observation selon les axes (x, y, z)	79
5.10 Erreurs d'observation des angles d'Euler.	80
5.11 Erreurs d'observations des vitesses linéaire.	80
5.12 Erreur de poursuite selon les axes (x, y, z) et de l'angle de lacet (ψ)	81
5.13 Entrées de commande par Backstepping.	82
5.14 Zoom de poursuite des trajectoires.	82
5.15 Erreur de poursuite des positions et l'angle de lacet ψ	83
5.16 Erreurs d'observations des positions (x, y, z)	83
5.17 Erreurs d'observation des angles d'Euler.	84
5.18 Erreurs d'observations des vitesses linéaire.	84
5.19 Entrées de commande par Backstepping.	86
5.20 Poursuite des trajectoires selon les axes (x, y, z)	87
5.21 Zoom de poursuite des trajectoires.	87
5.22 Les angles d'Euler.	88
5.23 Erreur de poursuite selon les axes (x, y, z) et l'angle de lacet (ψ)	88
5.24 Vitesses linéaire.	89
5.25 Vitesses angulaire.	89
5.26 Erreurs d'observations selon les axes (x, y, z)	90
5.27 Erreurs d'observation des angles d'Euler.	90
5.28 Erreurs d'observations des vitesses linéaire.	91
5.29 Poursuite des trajectoires en 3D.	91
5.30 Entrées de commande par Backstepping.	92
5.31 Zoom de poursuite des trajectoires.	93
5.32 Erreur de poursuite des positions et l'angle de lacet ψ	93
5.33 Erreurs d'observations selon les axes (x, y, z)	94
5.34 Erreurs d'observations des vitesses linéaire.	94
5.35 Erreurs d'observation des angles d'Euler.	95
5.36 Entrées de commande par Backstepping.	96
5.37 Poursuite des trajectoires selon les axes (x, y, z)	96
5.38 Zoom de poursuite des trajectoires.	97
5.39 Les angles d'Euler.	97
5.40 Erreurs de poursuite selon les axes (x, y, z) et l'angle de lacet (ψ)	98
5.41 Vitesses linéaires.	98
5.42 Vitesses angulaires.	99
5.43 Erreurs d'observations selon les axes (x, y, z)	99
5.44 Erreurs d'observation des angles d'Euler.	100
5.45 Erreurs d'observations des vitesses linéaire.	100

5.46	Poursuite des trajectoires en 3D.	101
5.47	Entrées de commande par Backstepping.	102
5.48	Zoom de poursuite des trajectoires.	102
5.49	Erreur de poursuite des positions et l'angle de lacet ψ	103
5.50	Erreurs d'observations selon les axes (x, y, z)	103
5.51	Erreurs d'observations des vitesses linéaire.	104
5.52	Erreurs d'observation des angles d'Euler.	104
5.53	Zoom de poursuite suivant l'axe (z)	105
5.54	Zoom de poursuite suivant l'axe (x)	106
5.55	Zoom de poursuite suivant l'axe (y)	106
5.56	Zoom de poursuite suivant l'axe (z)	107
5.57	Zoom de poursuite suivant l'axe (x)	107
5.58	Zoom de poursuite suivant l'axe (y)	108

Symboles

F	Force de poussée
\mathcal{I}	Repère inertiel.
Ω	Vitesse angulaire exprimées dans le repère local.
v	Vitesse linéaire dans le repère inertiel.
\mathcal{R}	Matrice de rotation.
ξ	Position linéaire exprimées dans le repère inertiel.
τ	Couples extérieurs.
ϕ	Angle de roulis.
θ	Angle de tangage.
ψ	Angle de lacet.
m	Masse du corps.
g	Accélération de gravité.
b	Constante de portance.
ω_i	Vitesse de rotation du rotor.
J	Matrice d'inertie.
τ_g	Couples gyroscopique.
J_r	Inertie du rotor.
d	Distance entre le centre et le rotor.
M_i	Couple de traînée.
u	La commande.
x	Variante d'état .
x_d	Etat désiré.
e	Erreur de poursuite.
s	Surface de glissement.
z	Erreur d'estimation.
t	Variante de temps.
λ	Paramètres de glissement.
V	Fonction de Lyapunov.
y	Variante de sortie.
y_r	Trajectoire désirée.

Introduction Générale

Le développement de plates-formes robotiques volantes connaît un essor croissant depuis quelques années grâce aux progrès enregistrés en technologie des capteurs et des actionneurs, et surtout grâce à la possibilité d'embarquer des cartes de commande toujours plus performantes et rapides capables d'exécuter une masse de calcul considérable. Ces robots volants sont connus sous le nom de drones ou UAV (Unmanned Aerial Vehicle). Parmi lesquels nous pouvons citer les mini drones de quelque kilogrammes, les micros drones de quelques dizaine de grammes et les nano drones de quelques grammes [62, 63, 29, 149].

Ces véhicules aériens ont suscité un grand intérêt ces véhicules aériens grâce à leur versatilité, manœuvrabilité, capacité d'exécuter des décollages et atterrissages verticaux et leur grand champ d'applications tant militaire que civile, surtout lorsque l'intervention humaine devient difficile ou dangereuse. Ajoutant à cela les applications civiles comme la surveillance des grandes infrastructures telle que les lignes haute tension, les barrages et les ouvrages d'art [29, 39, 149]. Dans l'environnement, ces UAV peuvent être très utiles pour la surveillance des forêts et pour l'intervention dans des environnements hostiles, et également dans le cas de déminage des terrains sans intervention humaine [29, 26, 24].

La recherche dans le domaine des drones exige des contributions de différentes disciplines y compris l'aéronautique, l'électronique, le traitement du signal, la commande automatique, l'informatique, la mécanique et les capteurs, et même le domaine de la biologie dans les travaux de recherche sur les nano drones [39, 29, 43, 149].

Le Quadrotor est un système sous actionné (le nombre d'entrées de commande est inférieur au nombre de degrés de liberté), ce qui induit une grande difficulté dans la conception de la commande. D'autre part, une représentation complète de son comportement dynamique dans tous ses modes de vol n'existe pas. Ceci est dû au fait que sa dynamique complexe résulte principalement de la nature variable des forces aérodynamiques dans les différentes conditions de vol.

Souvent, les lois de commande nécessitent la connaissance totale ou partielle de l'état du système à commander. Ceci n'est pas toujours possible à cause de l'inaccessibilité de l'état et/ou le manque des capteurs. En plus les mesures des capteurs sont souvent entachées de bruit, ce qui limite les performances d'une boucle de commande. Pour ces différentes raisons, nous faisons alors appel à la théorie de l'observation pour reconstituer l'état de notre système.

L'objectif de notre projet est le suivant :

- Établir une modélisation cinématique et dynamique décrivant le comportement du Quadrotor.
- Synthèse et implémentation de lois de commande sur le modèle dynamique pour la stabilisation du Quadrotor.
- Synthèse des observateurs pour répondre à la question du manque de l'information sur l'état de système pour garantir la stabilité et la poursuite en boucle fermée.

Les travaux menés pour répondre à cet objectif sont présentés dans cette thèse selon l'organisation suivante :

Dans le premier chapitre, On définit dans un premier temps ce qu'est un drone, on rappelle les différents types des voilures tournantes en général et au Quadrotor en particulier à savoir leur classification et leur avantages, et nous terminons par les missions et les applications des drones (civil et militaire).

Dans le second chapitre, nous décrivons le modèle dynamique du Quadrotor, ceci passe impérativement par donner une vue générale sur sa constitution et son principe de fonctionnement. Sous certaines hypothèses simplificatrices et en utilisant un modèle vectoriel basé sur le formalisme de Newton-Euler, on aboutit aux modèles dynamiques de translation et de rotation valables pour le cas de petits angles. On finira par donner la représentation d'état du système modélisé.

Le chapitre trois est consacré à la conception des méthodes de commande pour la stabilisation de l'engin volant et la poursuite des trajectoires désirées simples ou complexes selon les trois axes (x, y, z) .

Le quatrième chapitre aborde la théorie des observateurs non linéaire. En effet, après l'introduction des notions de base, nous allons évoquer les différentes techniques de conception.

le cinquième chapitre est consacré à l'application des observateurs sur le modèle du Quadrotor, pour ce faire plusieurs combinaisons de contrôleurs-observateurs ont été réalisées et testées.

Nous terminerons cette thèse par une **conclusion générale** dans laquelle sont récapitulés les résultats obtenus, l'ensemble du travail réalisé dans ce projet, les perspectives à exploiter.

Chapitre 1

Classification des Drones

Introduction

On définit dans un premier temps ce qu'est un drone, on rappelle les différentes classifications suivant leur taille caractéristique, leur endurance ou encore l'altitude opérationnelle. Ensuite nous spécialisons le propos en introduisant les mini-drones et plus particulièrement les mini-drones capable de vol stationnaire et de vol en avancement rapide économique; un état des lieux des différents concepts aboutit dans ce domaine est présenté. Dans ce cadre on propose un réagencement de la classification des mini-drone pour faire apparaître deux grandes familles qui sont les cellules à voilures tournantes et les cellules convertibles. Pour finir on s'intéresse au mission et application des drones dans le domaine civil comme dans le domaine militaire.

1.1 Les Drones

1.1.1 Définitions

Il est intéressant de lire ce que retiennent les dictionnaires pour définir un drone. Le Petit Robert nous apprend que le mot drone est apparu dans la langue française en 1954, il vient de l'anglais signifiant "Faux bourdon". L'autre définition du Petit Robert indique que c'est un petit avion de reconnaissance, sans pilote, télécommandé ou programmé. L'encyclopédie Universalis propose une définition un peu plus générale. Elle indique qu'un drone (en anglais U.A.V. pour Unmanned Aerial Vehicle) est un véhicule aérien sans pilote. Il peut donc faire appel au concept de l'avion, de l'hélicoptère voir de la fusée. Il sert, d'une façon générale, pour des missions de surveillance du champ de bataille, d'acquisition du renseignement ou de combat. Si le drone est d'abord apparu pour répondre à des besoins militaires, il est aussi désormais envisagé pour des applications civiles comme dans le domaine de la surveillance de zones et d'installations, dans l'agriculture, pertochimique etc...

Toujours selon les dictionnaires un drone est un aéronef disposant d'une ou plusieurs charges utiles nécessaires à l'observation ou destinées au combat (missiles, bombes). Généralement, il est contrôlé et piloté à partir de stations au sol, avec ou sans le relais des satellites, mais il peut aussi effectuer des missions de manière autonome. Dans l'avenir, il est prévu d'assister les drones par des systèmes de contrôle disposés sur des aéronefs (poste de commandement volant ou avion de combat). Chargés dans leur majorité de l'acquisition de renseignements, les drones disposent

de différents capteurs opérant dans différentes longueurs d'ondes (domaines du visible, de l'infrarouge ou des ondes radars). Ils peuvent aussi être équipés de moyens d'écoute électronique et de brouillage.

Aujourd'hui lorsque l'on parle de drone et de leur mise en oeuvre il est plus juste de parler de système de drone. En effet, le drone fait partie d'un système qui est composé d'un ou plusieurs vecteurs aériens, d'une ou plusieurs stations sol de commande ainsi que de liaisons de données entre le vecteur et la partie sol. Il peut y avoir des drones terrestres, marins, sous-marins et aériens. On voit donc que la définition s'étend progressivement et englobe les nombreux systèmes autonomes. Si on se restreint aux drones aériens on peut les classer en différentes catégories en fonction de leurs tailles aujourd'hui très variées : de quelques centimètres à plusieurs mètres. Leurs formes également, tout comme leurs types de propulsion : certains sont équipés de réacteurs, d'autres d'hélices, d'autres encore utilisent des rotors, à l'instar des drones hélicoptères par exemple.

1.1.2 Classification

La classification des drones est un exercice très difficile, dans la mesure où elle est différente selon les pays. Cependant les drones aériens peuvent être classés selon trois critères que sont l'altitude de croisière, l'endurance en terme de temps de vol et leur dimension principale. Dans ce cadre, le domaine opérationnel des drones peut se décomposer en trois segments :

- les drones tactiques ;
- les drones de Moyenne Altitude et Longue Endurance (MALE) permettant d'utiliser une charge utile de l'ordre de $100kg$;
- les drones de Haute Altitude et Longue Endurance (HALE).

Le segment tactique se décompose lui-même en six segments :

- les micro-drones (Micro Air Vehicule ou MAV), pouvant être contenu dans une sphère de 30 cm ;
- les mini-drones (Mini Air Vehicule ou MAV également), pouvant être contenu dans une sphère de 70 cm ;
- les drones de très courte portée (TCP) ;
- les drones moyenne portée lents (multicharges multimiissions ou MCMM lents) ;
- les drones rapides basse altitude (MCMM rapides) ;
- les drones maritimes tactiques (DMT).

Cela peut surprendre de distinguer en deux segments les micro-drones et les mini-drones, mais la différence d'échelle entre les deux impose aujourd'hui encore des contraintes fortes pour le choix des matériaux des capteurs et des systèmes embarqués. Par conséquent ces deux familles sont fortement différenciées par l'autonomie en vol et la qualité des contrôles, cependant la miniaturisation des cartes électroniques jointe à l'augmentation des capacités de calculs des mini-systèmes embarqués tendent à réduire ces écarts.

1.2 Formules des Drones existantes

Deux grandes familles de machines volantes ont d'abord vu le jour : celles à voilures fixes, où la vitesse relative résulte du mouvement du véhicule (elles répondent au besoin de vol en translation rapide) et celles à voilures tournantes, où la vitesse relative résulte de la mise en rotation des pales par rapport à un corps qui lui, reste immobile dans l'air (elle répondent au besoin de vol stationnaire). Aujourd'hui, un besoin émergeant dans le monde des mini-drone, celui imposant à une même cellule d'avoir des qualités de vol stationnaire et de vol en translation rapide économique, impose une modification de ce classement. Nous devons pour cela rappeler la notion de convertibilité appliquée aux mini-drones. Nous parlerons alors de deux familles de

convertibles, ceux dont la convertibilité découle d'une déformation mécanique (rotor basculant, tête basculante...) et ceux dont la convertibilité apparaît par le basculement totale ou partiel de la cellule "Tail-sitter".

FIGURE 1.1 – Les axes de rotation.

Dans la suite de ce chapitre nous présenterons donc les concepts les plus pertinents de mini drones classifiés dans les deux familles de cellules à voilures tournantes et de cellules convertibles. En préalable à ce qui va suivre, on présente sur la figure (1.1) les noms et conventions d'axes de rotations qui seront utilisés.

1.2.1 Les cellules à voilures tournantes

Les cellules à voilures tournante ont toutes au moins une caractéristique commune : ce sont des objets volant à décollage et à atterrissage vertical, capable de faire du vol stationnaire. Ils utilisent un (ou des) rotors(s) pour se sustenter et se propulser. Nous établissons un classement des cellules à voilures tournantes en 4 catégories :

- monorotor
- birotors contrarotatifs
- trirotor
- quadrirotor

1.2.1.1 Monorotors

Les monorotors se composent avant tout d'un rotor principal (bipale avec barre stabilisatrice de Bell ou quadripale) qui permet la sustentation et la propulsion. Ils se divisent en 3 sous catégories selon la configuration utilisée pour permettre au drone de se déplacer dans ses différents axes (en translation et en rotation), ainsi que pour l'empêcher de tourner sur lui même sous l'action du couple de réaction du rotor principal.

1. Les drones utilisant un rotor arrière (ou rotor anti-couple) correspondant typiquement aux hélicoptères. Dans le cas où le rotor principal est caréné, le rotor arrière est placé soit en périphérie soit à l'intérieur du carénage (figure (1.2)).

Translation Verticale : la variation de vitesse de rotation de l'hélice principale permet de faire varier la vitesse verticale du drone. Une augmentation le fait monter, tandis qu'une diminution le ferait descendre. Une variation collective du pas (si elle existe) permet également de déplacer le drone sur l'axe vertical.

Translation horizontale : l'inclinaison du cône rotor (pas cyclique) permet de faire varier l'assiette de l'appareil, et ainsi, modifie le vecteur translation en grandeur et en direction.

FIGURE 1.2 – Monorotor - Catégorie 1.

Lacet : la variation de vitesse du rotor anti-couple permet le positionnement en lacet.

Tangage : le mouvement de tangage du drone est obtenu par la variation cyclique du pas. De plus en vol translaté, les gouvernes de profondeur permettent de faire varier l'assiette de l'appareil.

Roulis : le mouvement de roulis est obtenu par les variations cycliques du pas.

2. Les drones utilisant des volets positionnés sous le rotor principal (figure (1.3)).

Translation Verticale : la variation de vitesse de rotation de l'hélice principale permet de faire varier la vitesse verticale du drone. Une augmentation le fait monter, tandis qu'une diminution le ferait descendre. Une variation collective du pas (si elle existe) permet également de déplacer le drone sur l'axe vertical.

Translation horizontale : le braquage des volets permet de faire pivoter le drone, et ainsi modifie le vecteur translation en longueur et en direction.

Lacet : le braquage des volets permet le positionnement du drone en lacet.

Tangage : idem pour le tangage.

Roulis : idem pour le roulis.

3. Les drones utilisant 2 rotors électriques latéraux indépendants situés de part et d'autre du rotor principal et des volets positionnés sous le rotor principal (figure (1.4)).

Translation Verticale : la variation de vitesse de rotation de l'hélice principale permet de faire varier la vitesse verticale du drone. Une augmentation le fait monter, tandis qu'une diminution le ferait descendre. Une variation collective du pas (si elle existe) permet également de déplacer le drone sur l'axe vertical.

Translation horizontale : la translation horizontale est permise par grâce aux deux petits rotors latéraux. Dans un premier temps, on fait varier le cap de l'appareil dans la direction voulue et ensuite on impose une même intensité de traction aux deux rotors latéraux.

Lacet : les vitesses de rotation des deux petits rotors latéraux peuvent être commandées par le pilote indépendamment l'une de l'autre, ce qui permet de positionner le drone dans le plan horizontal.

Tangage : le mouvement de tangage du drone est obtenu par la variation cyclique du pas. De plus en vol translaté, les gouvernes de profondeur permettent de faire varier l'assiette de l'appareil.

Roulis : le mouvement de roulis du drone est obtenu par les variations cycliques du pas.

FIGURE 1.3 – Monorotor - Catégorie 2.

FIGURE 1.4 – Monorotor - Catégorie 3.

1.2.1.2 Birotors contrarotatifs

Le principe des birotors contrarotatifs est le suivant : ils se composent de deux rotors (co-axiaux ou en tandems) tournant en sens opposés et à même vitesse de rotation. Ce système de rotation inversée du second rotor permet d'annuler l'action du couple de réaction du premier. Le second rotor permet également de rendre le flux d'air plus laminaire et plus rapide en sortie. Les performances de la motorisation en sont ainsi augmentées. Les deux rotors permettent, dans la plupart des cas, la sustentation, la translation et le mouvement en lacet. Les birotors sont divisés en 3 sous catégories selon la configuration utilisée pour permettre au drone de se déplacer suivant ses différents axes.

- birotors à pas cyclique et collectif.
- birotors augmentés d'une ou plusieurs hélices (dans le plan horizontal).
- birotors utilisant des volets.

1. Les drones utilisant la variation cyclique et collective du pas pour se positionner (figure (1.5)).

FIGURE 1.5 – Birotor - Catégorie 1.

Translation Verticale : la variation de vitesse de rotation des rotors permet de faire varier la vitesse verticale du drone. Une variation collective du pas engendre les mêmes conséquences.

Translation horizontale : l'inclinaison du cône rotor permet de faire varier l'assiette de l'appareil et ainsi modifie le vecteur translation en grandeur et en direction.

Lacet : le mouvement de lacet est assuré par une différence de couple entre les deux rotors contrarotatifs. Soit par une variation indépendante de leur vitesse (à l'aide de deux moteurs avec variateur ou d'un différentiel en sortie de l'un des moteurs), soit par une variation indépendante de leur pas.

Tangage : le mouvement de tangage est obtenu par une variation cyclique du pas.

Roulis : le mouvement de roulis est obtenu par variation cyclique du pas.

2. Les drones utilisant un ou plusieurs rotors pour se positionner. Ces rotors pouvant être également utilisés pour en améliorer la propulsion (figure (1.6)).

Translation Verticale : la variation de vitesse de rotation des rotors permet de faire varier la vitesse verticale du drone. Une variation collective du pas engendre les mêmes conséquences. (principaux et secondaires).

Translation horizontale : les rotors situés à l'arrière permettent la translation horizontale. Dans le cas où ces rotors sont placés horizontalement, on fait varier l'assiette de l'appareil, afin d'utiliser la force de traction des rotors.

FIGURE 1.6 – Birotor - Catégorie 2.

Lacet : le mouvement de lacet est assuré par une différence de couple entre les deux rotors contrarotatifs. Ce mouvement peut être accentué par un rotor arrière.

Tangage : le mouvement de tangage peut être obtenu par le braquage des ailerons ou une variation de même intensité des rotors arrière.

Roulis : le mouvement de roulis peut être obtenu par le braquage des ailerons ou la variation dissymétrique des rotors arrière.

3. Les drones utilisant des volets orientables pour se positionner. Les volets sont placés au plus près du rotor, afin d'augmenter l'efficacité de contrôle (figure (1.7)).

Translation Verticale : la variation de vitesse de rotation des rotors permet de faire varier la vitesse verticale du drone. Une variation collective du pas engendre les mêmes conséquences.

Translation horizontale : le braquage des volets permet de faire pivoter le drone, et ainsi modifie le vecteur translation en grandeur et en direction.

Lacet : le mouvement de lacet est assuré par une différence de couple entre les deux rotors contrarotatifs.

Tangage : le braquage des volets permet de positionner le drone en tangage.

Roulis : le braquage des volets permet de positionner le drone en roulis.

1.2.1.3 Configurations à 3 rotors

Dans cette catégorie nous trouvons le trirotor, le vectron et l'hélicoptère auto-stable.

Le tri-rotor est constitué de 2 rotors à l'avant qui tournent dans des sens opposés et un rotor à l'arrière avec orientation réglable. Le fonctionnement est similaire à celui d'un quadrotor mais la performance en vol n'est pas aussi satisfaisante. Des expériences ont été faites sur le trirotor à Heudiasyc (figure (1.8(a))).

Le vectron est constitué de 3 rotors qui tournent dans le même sens (figure (1.8(b))). Le corps circulaire de l'appareil tourne par conséquence dans le sens contraire. Les vitesses des moteurs sont variées à des instants très précis de manière à obtenir des couples de tangage et de roulis.

L'hélicoptère auto-stable (blade-runner), (figure (1.8(c))), a été inventé récemment par un norvégien. Il est constitué de deux rotors à pas fixe qui sont montés sur le même axe et

FIGURE 1.7 – Birotor - Catégorie 3.

(a) Le trirotor

(b) Le Vectron

(c) L'hélicoptère auto-stable

FIGURE 1.8 – Trirotor.

qui tournent dans des sens opposés. Un petit rotor de queue permet d'obtenir le couple de tangage. Cet hélicoptère a la propriété d'être stable grâce au fait qu'il existe une articulation entre les pales du rotor principal et l'axe du rotor. Étant donné son mode de fonctionnement, cet appareil peut être utilisé uniquement en intérieur.

1.2.1.4 Les Quadrirotors

Principe de vol

Un quadrirotor consiste en une armature en croix symétrique avec des moteurs et des rotors aux extrémités de chaque tige. Les rotors diamétralement opposés tournent dans le même sens (figure (1.10)). Les rotors sont généralement non articulés.

FIGURE 1.9 – Les Quadrotors.

Translation Verticale : le contrôle vertical se fait par variation de la vitesse de rotation des rotors. Pour un vol stationnaire, la vitesse de rotation est la même que pour les 4 rotors, de façon à ce que la poussée globale des quatre rotors compense le poids de l'appareil. Pour changer l'altitude, on fait varier identiquement la vitesse de rotation des 4 rotors.

Translation horizontale : on fait varier l'assiette de l'appareil, ce qui permet de modifier le vecteur translation en grandeur et en direction de chaque rotor.

Lacet : le lacet s'obtient par la différence de couple de frottement créée au niveau des rotors. Il suffit donc d'augmenter la vitesse de rotation de deux moteurs diamétralement opposés et diminuer la vitesse des deux autres moteurs. Ainsi la poussée globale est maintenue, mais il y a apparition d'un couple résultant.

Tangage et Roulis : le roulis et le tangage à altitude constante sont obtenus de la façon suivante : il faut faire varier la vitesse des moteurs des rotors diamétralement opposés. On augmente la vitesse de l'un et on diminue la vitesse de l'autre (On conserve la force globale opposée au poids). Le quadrirotor s'incline du côté où l'on a ralenti la vitesse du moteur et part dans cette direction.

FIGURE 1.10 – Mouvement du drone en fonction de la vitesse des rotors.

1.2.2 Les cellules convertibles

Les deux grandes familles de convertibles que nous faisons apparaître ici sont les convertibles à variation de structure et les convertibles basculant entièrement.

1.2.2.1 Convertibles à variation de structure

Dans le monde des mini-drone des nombreux travaux effectués sur les drones convertibles à variation de structure. Gary Gress du Gress Aerospace au Canada a développé un modèle miniature d'un birotor avec des rotors orientables (figure. (1.11)).

Principe de vol

Le principe est de faire basculer l'hélice d'une position verticale en vol stationnaire à une position horizontale en vol d'avancement. En vol stationnaire, l'hélice assure la sustentation. L'appareil est muni de voilures fixes qui assurent la sustentation du véhicule en vol d'avancement pendant que l'hélice joue un rôle propulsif. Dans cette configuration, le véhicule est équipé de deux rotors libres tournant en sens contraires, situés à l'extrémité d'une voile fixe. Chaque groupe (moteur + rotor) est articulé autour du plan fixe. L'inclinaison de chaque rotor est indépendante, bien qu'un secours mécanique permette une articulation commune si l'un des moteurs commandant le basculement tombe en panne. Un basculement symétrique provoque le départ en translation du véhicule. Lors du vol stationnaire, un basculement antisymétrique permet de contrôler le lacet, et la différence de vitesse de rotation des deux hélices crée un couple de roulis. Lors du vol d'avancement, le lacet est géré par les dérives situées à l'arrière du véhicule, et le plan fixe est muni d'ailerons qui commandent la mise en virage, comme pour un avion traditionnel. La position des rotors en extrémité de voile permet d'accroître la taille des hélices et d'augmenter la sustentation en conséquence. Cependant, l'exposition des pales rend ce véhicule peu manœuvrable en milieu urbain. L'articulation indépendante des rotors augmente les coûts de maintenance du véhicule. La caractérisation des effets aérodynamiques en phase de transition reste largement méconnue, et le pilotage de ces engins est délicat. On notera que les convertibles à rotor basculant bénéficient d'une bonne maturité technologique acquise par les américains au cours du développement et de la mise en service opérationnel du Bell V22-Osprey. Encore que les nombreux accidents dus à la rupture de l'élément basculant aient fortement érodés la confiance des militaires en ce genre de concept.

FIGURE 1.11 – Prototype de birotors pivotants réalisé par Gary Gress en 2003.

1.2.2.2 Les convertibles rotor/aile (convertiplanes)

Il s'agit de convertir la voilure tournante en voilure fixe pour le vol d'avancement : en vol stationnaire, un rotor à réaction est mis en rotation pour assurer la sustentation. En vol d'avancement à faible vitesse, le rotor est toujours en rotation pour assurer la sustentation, secondée par des voilures fixes situées à l'avant et à l'arrière. A partir d'une certaine vitesse d'avancement, la portance générée par ces surfaces fixes est suffisante pour pouvoir se passer du rotor. Le rotor est alors déchargé progressivement et verrouillé en position perpendiculaire au fuselage pour constituer une troisième aile. L'air comprimé envoyé en extrémité de pale est détourné vers une tuyère située à l'arrière du véhicule pour équilibrer la traînée. Pour atterrir, le rotor est remis en mouvement progressivement pour assurer une capacité d'atterrissage à la verticale.

La conversion d'une voilure tournante à une voilure fixe se paie au prix d'une conception largement sous-optimale du rotor, ce qui se traduit par un surdimensionnement du moteur et une réduction de la charge utile embarquable. C'est ce qui explique que les concepts de Y-wing (rotor convertible tripale) ou de X-wing (rotor convertible quadripale), développés au cours de la guerre du Vietnam pour disposer d'un hélicoptère de combat capable de vitesses de croisières élevées, ont été peu à peu abandonnés. Le concept de convertible rotor/aile retrouve actuellement une seconde jeunesse avec le projet DragonFly de Boeing.

(a) Le X-wing

(b) le Boeing Dragonfly

FIGURE 1.12 – Convertiplanes

1.3 Technologie des capteurs pour la localisation des drones

Les capteurs servent principalement à effectuer des mesures tridimensionnelles (position, vitesse, orientation, accélération . . .) permettant d'alimenter des entrées en temps réel pour les lois de commande.

Ces mesures sont effectuées par différents types de capteurs :

1.3.1 Capteurs à ultrasons

Un capteur à ultrason (figure. 1.13(a)) est composé de trois compartiments : un émetteur, un récepteur et un micro-contrôleur PIC.

Il sert à détecter l'obstacle et à mesurer la distance de séparation. Se munir uniquement d'un capteur à ultrason pour la mesure de position peut donner des résultats erronés. En effet, en couvrant les lieux, l'onde peut tomber sur différents obstacles à chaque instant et à des distances différentes. Il est donc primordial de l'associer à un autre capteur de position.

(a)

(b)

(c)

FIGURE 1.13 – (a) Capteur à ultrasons. (b) Caméra. (c) Système de positionnement général.

1.3.2 Caméra

Le capteur le plus riche en données pouvant exister est une caméra.

En général, nous pouvons classer les caméras en deux catégories (figure. 1.13(a)) :

- Caméra numérique.
- Caméra analogique.

Le choix de la caméra dépend de son embarquabilité, ses capacités de calculs et de l'application même.

1.3.3 Système de positionnement général (GPS)

Le GPS est un système de positionnement par satellites (figure. 1.13(c)) assez précis "la précision pouvant atteindre le mètre en présence de filtrage". L'utilisation de la localisation par le système GPS est très vaste ; elle touche plusieurs domaines : le transport (aérien, maritime . . .), étude géographique, assistance aux équipes de secours . . .

1.3.4 Centrale inertielle

La centrale inertielle est une carte intégrant trois types de capteurs (figure. 1.14(a)) :

- Trois gyroscopes : Le mot gyroscope est un mot grec signifiant " qui regarde la rotation". Un gyroscope est un appareil qui exploite le principe de la conservation du moment angulaire en mécanique des solides.

- Trois magnétomètres : un magnétomètre est un appareil qui sert à mesurer l'aimantation d'un système. Dans notre cas le magnétomètre sert à calculer le champ magnétique terrestre.
- Trois accéléromètres : un accéléromètre est un capteur qui, fixé à un mobile, permet de mesurer l'accélération de ce dernier.

Ces capteurs forment un trièdre orthogonal, servant à mesurer en temps réel les mouvements du drone (accélération, vitesse angulaire). Ces mesures sont exprimées dans un trièdre direct défini comme le système de coordonnées fixe du capteur. Ce système est aligné avec le boîtier de la centrale inertielle. En intégrant la mesure de l'accélération tri-axiale donnée par l'accéléromètre, nous récupérons la mesure de la vitesse ; en l'intégrant une deuxième fois nous aurons la position. Or cette intégration engendre une erreur au niveau des mesures. En effet, toute mesure effectuée par la carte inertielle peut être entachée d'erreurs de mesures dues aux bruits des moteurs, et par intégration ces erreurs augmentent. Ainsi, un filtrage numérique associé aux mesures s'avère nécessaire. En récupérant la matrice d'attitude prédite par intégration des gyros, nous constatons qu'elle est bruitée par rapport à la matrice d'attitude mesurée. En littérature, les algorithmes de filtrage classiquement utilisés sont de type filtrage complémentaire ou filtrage de Kalman (classique ou étendu). L'inconvénient de ces algorithmes c'est qu'ils sont linéaires et n'exploitent pas le groupe des matrices de rotation et l'algèbre de lie qui lui est associée. La création d'algorithme de filtrage approprié est alors recommandé (filtrage non-linéaire exploitant la structure du groupe des matrices de rotation et la variété sous-jacente associée [63, 83, 121]).

(a)

(b)

FIGURE 1.14 – (a) Centrale inertielle. (b) Carte intelligente.

1.3.5 Carte intelligente

La carte intelligente (figure. 1.14(b)) peut être comparée au cerveau du drone ; c'est son élément principal. Elle gère l'ensemble des capteurs embarqués sur la machine sauf la caméra qui transmet ses données images à la base au sol, où elle sont traitées.

D'autres cartes peuvent être incorporées dans le drone afin de renforcer ses liens avec la base au sol (carte pour liaison radio [63]), et d'autres lui fournissant plus d'informations pour raffiner les données (carte de gestion d'un ensemble de proximité varié [63]).

1.4 Mission et Application des drones

Les drones sont développés à l'origine pour remplacer l'homme dans des environnements hostile ou des situations dangereuses. Ces engins sans pilotes présentent de nombreux avantages, c'est très probablement dans le domaine civil comme dans le domaine militaire que les drones

sont appelés à jouer le plus grand rôle, et ce du fait de leur souplesse, et de leur polyvalence d'emploi ; les exemples d'applications potentielles sont divers :

- Dans le domaine de la sécurité : surveillance de l'espace aérien, du trafic urbain et inter-urbain ;
- Dans la gestion des risques naturels : surveillance de l'activité des volcans ;
- La protection de l'environnement : mesure de la pollution de l'air, surveillance des forêts ;
- L'intervention dans des sites hostiles : milieux radioactifs, déminage des terrains (cartographie de terrains minés) ;
- La gestion des grandes infrastructures : barrages, lignes à haute tension, pipelines ;
- L'agriculture : détection et traitement des cultures ;
- La prise de vue aérienne dans la production des films ;
- Télécommunications mobiles, publicité et radiodiffusion (télévision, ...)
- Géodésie et mesures atmosphériques.

1.5 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre, la définition d'un drone, et un rappelle sur les différentes classifications. Un état des lieux des différents concepts réparti en deux grandes familles qui sont les cellules à voilures tournantes et les cellules convertibles.

On constate que le monde des drones en général et celui des quadrirotors en particulier a connu ces dernières années un intérêt croissant vu les développements et les avancées technologiques, et doués de réelles capacités de navigation autonome à des multiples applications civiles et militaires.

Chapitre 2

Modélisation d'un hélicoptère type quatre rotor

Introduction

Le modèle dynamique complet d'un hélicoptère est relativement difficile à établir et nécessite une étude mathématique assez poussée. Ainsi, il ne sera exposé ici que des notions de base et simplifiées, par ailleurs nous renvoyons le lecteur vers [123] par exemple, pour une étude complète. Nous restreignons, donc, notre étude au cas où l'hélicoptère réalise des manœuvres proches du vol plané. Dans cette approche de modélisation, il a été montré [74, 102, 50], sous certaines hypothèses que nous évoquerons par la suite, que la dynamique de l'hélicoptère peut être considérée comme étant la dynamique du corps rigide associé au fuselage auquel est ajouté les forces aérodynamiques générées par le mouvement des quatre rotors. Pour cette raison, nous commençons cette section par décrire la dynamique d'un corps rigide puis nous généraliserons l'étude au cas de Quadrotor.

2.1 Modélisation dynamique d'un hélicoptère

2.1.1 Dynamique d'un corps rigide

Dans la littérature, pour établir le modèle dynamique d'un corps rigide [111], deux formalismes de base peuvent être utilisés : le **Formalisme d'Euler-Lagrange** ou le **Formalisme de Newton-Euler**. Avant d'établir les équations du mouvement d'un corps rigide, commençons tout d'abord par définir quelques notations usuelles.

Soit \mathbf{A} un corps rigide et soit $\mathcal{A} = \{E_1^a, E_2^a, E_3^a\}$ le repère lié à ce corps rigide. Soit $\mathcal{O} = \{E_x, E_y, E_z\}$ le repère inertiel de référence lié à la terre, tel que l'axe vertical E_z soit dirigé vers le bas (figure. (2.1)). Soit $\xi = (x, y, z)$ le vecteur position du centre de masse du corps rigide exprimé dans le repère inertiel \mathcal{O} .

Remarque : On choisit E_1^a et E_3^a de telle sorte qu'ils définissent un plan de symétrie longitudinal par rapport au corps du fuselage, E_2^a , quant à lui, est orthogonal à ce plan et définit, ainsi, l'axe de tangage de l'hélicoptère. En outre, soit $\mathcal{R} \in SO(3)$ la matrice de rotation, matrice donnant l'orientation du corps rigide par rapport au repère inertiel, donc $\mathcal{R} : \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{O}$. Comme

 FIGURE 2.1 – Modèle géométrique d'un corps rigide.

il est montré dans [111], la dynamique d'un corps rigide soumis à des forces et des couples extérieurs (F, τ) appliqués au centre de masse du corps et exprimés dans le repère local du corps, en utilisant le Formalisme de Newton, peut être écrite comme suit :

$$\begin{bmatrix} mI_{3 \times 3} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\Omega} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Omega \times mV \\ \Omega \times I\Omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ \tau \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

où m est la masse totale du corps et $I \in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$ est la matrice d'inertie autour du centre de masse, exprimée dans le repère local \mathcal{A} . Tandis que V et Ω désignent, respectivement, les vecteurs de vitesse linéaire et vitesse angulaire du corps exprimées dans son repère local \mathcal{A} . Soit $[\xi \ v \ \mathcal{R} \ \Omega]^T \in \mathfrak{R}^3 \times \mathfrak{R}^3 \times SO(3) \times \mathfrak{R}^3$ le vecteur d'état, où ξ et $v \in \mathfrak{R}^3$ représentent, respectivement, la position et la vitesse linéaire du corps exprimées dans le repère inertiel \mathcal{O} et $\Omega \in \mathfrak{R}^3$ sa vitesse angulaire exprimée dans le repère local \mathcal{A} . En utilisant le fait que $\dot{\xi} = v = \mathcal{R}V$ et $\dot{\Omega} = \mathcal{R}^T \dot{\mathcal{R}}$, on peut réécrire les équations du mouvement d'un corps rigide come suit :

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{v} \\ \dot{\mathcal{R}} \\ \dot{\Omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \\ \frac{1}{m} \mathcal{R}F \\ \mathcal{R}\hat{\Omega} \\ I^{-1}(-\Omega \times I\Omega + \tau) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

2.1.2 Paramétrisation par les angles d'Euler

Elle est la plus utilisée dans le secteur aéronautique en général et pour les hélicoptères en particulier. Elle a l'avantage de représenter des grandeurs physiques mesurables par les capteurs de situation actuellement utilisés (centrales inertielles, compas. . .). Le paramétrage de l'orientation s'effectue par le vecteur η :

$$\eta = [\phi, \theta, \psi]^T \quad (2.3)$$

La matrice de rotation $\mathcal{R} \in SO(3)$ paramétrée par les angles (figure. (2.2)), autour des axes E_1^g, E_2^g et E_3^g respectivement, est donnée par [111] :

$$\mathcal{R}(\eta) = \exp(\hat{e}_1\phi) \exp(\hat{e}_2\theta) \exp(\hat{e}_3\psi) \quad (2.4)$$

où $e_1 = [1 \ 0 \ 0]^T$, $e_2 = [0 \ 1 \ 0]^T$, $e_3 = [0 \ 0 \ 1]^T$ sont des vecteurs unitaires et $(\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3) \in SO(3)$. La dérivée de $\mathcal{R}(\eta)$ par rapport au temps donne les équations d'état des angles d'Euler, $\eta = [\phi \ \theta \ \psi]$, qui peut être définie par $\dot{\eta} = W^{-1}\Omega$ [55], où W est une matrice de dimension (3×3) donnée par :

$$W = \begin{pmatrix} -S_\theta & 0 & 1 \\ C_\theta S_\psi & C_\psi & 0 \\ C_\theta C_\psi & -S_\psi & 0 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

La matrice de rotation \mathcal{R} est une matrice orthogonale, de déterminant unité ayant pour inverse sa transposée. Explicitement et à partir de l'équation (2.4), et par le passage par trois rotations successives donnée par (figure. (2.2)) :

- une rotation d'angle ψ (angle de lacet) autour de l'axe O_{z1} . Cette rotation est représentée par la matrice :

$$\mathcal{R}_z(\psi) = \begin{pmatrix} C_\psi & S_\psi & 0 \\ -S_\psi & C_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

où les notations trigonométriques suivantes sont utilisées $S(\cdot)$ et $C(\cdot)$ représentent $\sin(\cdot)$ et $\cos(\cdot)$.

- une rotation d'angle θ (angle de tangage) autour de l'axe O_{y1} . Cette rotation est représentée par la matrice :

$$\mathcal{R}_y(\theta) = \begin{pmatrix} C_\theta & 0 & -S_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ S_\theta & 0 & C_\theta \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

- une rotation d'angle ϕ (angle de roulis) autour de l'axe O_{x1} . Cette rotation est représentée par la matrice

$$\mathcal{R}_x(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C_\phi & S_\phi \\ 0 & -S_\phi & C_\phi \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

donc on notera \mathcal{R} la matrice d'orientation définie par :

$$\mathcal{R} = \begin{pmatrix} C_\theta C_\psi & C_\psi S_\theta S_\phi - C_\phi S_\psi & C_\phi C_\psi S_\theta + S_\phi S_\psi \\ C_\theta S_\psi & S_\theta S_\phi S_\psi - C_\phi C_\psi & C_\phi S_\theta S_\psi - C_\psi S_\phi \\ -S_\theta & C_\theta S_\phi & C_\theta C_\phi \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

La paramétrisation par les angles d'Euler utilise une représentation à trois paramètres correspondant à des grandeurs physiques bien connues et mesurables que sont les angles de roulis, tangage et lacet (figure. (2.2)). Cependant, comme toutes les représentations à trois paramètres, elle présente une singularité, dans notre cas une singularité pour :

- Une rotation autour de l'axe z d'un angle ψ avec : $-\pi < \psi < \pi$.
- Une rotation autour de l'axe y d'un angle θ avec : $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$.
- Une rotation autour de l'axe x d'un angle ϕ avec : $-\frac{\pi}{2} < \phi < \frac{\pi}{2}$.

Toutefois, l'utilisation de ce type de paramètres ne pose aucun problème pour des missions accomplies principalement dans un mode de vol proche du vol plané. Il existe d'autres types de paramétrisation, on peut citer par exemple, celle des quaternions qui utilise quatre paramètres [111].

FIGURE 2.2 – Définition des angles d'Euler.

2.1.3 Analyse de la modélisation dynamique d'un Quadrotor

Le système Quadrotor avec son repérage (le repère inertiel lié à la terre $E = \{X, Y, Z\}$ et le repère mobile attaché au Quadrotor $B = \{x, y, z\}$) est schématisé sur la (figure. (2.3)). Le modèle d'un système volant de type Quadrotor est donné par le Formalisme de **Newton-Euler**.

On admet les hypothèses suivantes :

- La structure en fibre de carbone est supposée rigide, pour ne pas considérer l'effet de la déformation des hélices lors de la rotation.
- La terre est supposée plate et stationnaire dans le repère inertiel.
- L'effet des moments du Quadrotor dans le mouvement de translation est négligé.
- L'hélicoptère possède une structure parfaitement symétrique ce qui induit que la matrice d'inertie sera supposée diagonale.
- La portance et la traînée de chaque moteur sont proportionnelles au carré de la vitesse de l'hélice.
- Les conditions atmosphériques sont les conditions standard de pression et de température (pas de vent).

Nous avons adopté, pour la configuration du Quadrotor, la représentation vectorielle présentée dans [61], et qui a été repris par pas mal de chercheurs dans leurs travaux. Parmi ces travaux, le travail publié par, S.Bouabdallah [22, 137] où il a développé un modèle pour le cas de petits angles (approximation des fonctions sinus et cosinus).

FIGURE 2.3 – Configuration du Quadrotor.

2.1.3.1 Modèle cinématique et dynamique de translation

Le modèle cinématique et dynamique du mouvement de translation est donné par :

$$\begin{cases} \dot{\xi} = v \\ m\dot{v} = -mgE_3 + FRE_3 \end{cases} \quad (2.10)$$

tel que :

- $\xi = (x, y, z)$: Vecteur de position, définit les coordonnées du centre de gravité du système dans le repère inertiel.
- $\dot{v} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$: Vecteur de vitesses de translation de la plateforme exprimées dans le repère inertiel.
- m : la masse du corps.
- g : l'accélération de gravité.
- R : la matrice de rotation qui permet le passage entre le repère corps (B) et le repère terre (E) (inertiel)
- F : la force de portance appliquée au Quadrotor ; c'est la résultante des forces de poussée générée par les quatre rotors telle que :

$$F = \sum_{i=1}^4 F_i \quad (2.11)$$

Sachant que : $F_i (i = 1, 2, 3, 4)$ est la force de sustentation de chaque rotor (projetée dans le repère attaché au corps (B)), tel que :

$$F_i = b\omega_i^2$$

- b : la constante de portance dépendant des propriétés aérodynamiques des hélices, leur nombre et de la densité de l'air.
- ω_i : la vitesse de rotation du rotor en question (vitesse de l'hélice).

$$FRE_3 = \begin{bmatrix} C_\phi C_\psi S_\theta + S_\phi S_\psi \\ C_\phi S_\theta S_\psi - C_\psi S_\phi \\ C_\theta C_\phi \end{bmatrix} \sum_{i=1}^4 F_i$$

Remplaçons dans l'équation (2.10) par les expressions ainsi calculées, il s'en suit :

$$\ddot{\xi} = \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} C_\phi C_\psi S_\theta + S_\phi S_\psi \\ C_\phi S_\theta S_\psi - C_\psi S_\phi \\ C_\theta C_\phi \end{bmatrix} \sum_{i=1}^4 F_i - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Par conséquent, les trois équations décrivant la dynamique de translation sont données par :

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{m} \{(C_\phi S_\theta C_\psi + S_\phi S_\psi)U_1\} \\ \ddot{y} = \frac{1}{m} \{(C_\phi S_\theta C_\psi - S_\phi S_\psi)U_1\} \\ \ddot{z} = \frac{1}{m} \{(C_\phi S_\theta)U_1\} - g \end{cases} \quad (2.13)$$

?tant donné que :

$$U_1 = \sum_{i=1}^4 F_i = b(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \quad (2.14)$$

2.1.3.2 Modèle cinématique et dynamique de l'orientation

Le modèle cinématique et dynamique du mouvement de la rotation est donné par :

$$\begin{cases} \dot{\mathcal{R}} = \mathcal{R}\Omega \\ J\dot{\Omega} = -\Omega \times J\Omega + \tau_f + \tau_g \end{cases} \quad (2.15)$$

Avec :

- $\Omega = (p, q, r)$: Vecteur vitesses de rotation du Quadrotor exprimées dans le repère (B) (lié à la plateforme) définies en fonction des variations des angles : du roulis, du tangage et du lacet $(\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$ et décrites dans le repère inertiel telles que :

$$\Omega = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathcal{R}_x \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \mathcal{R}_x \mathcal{R}_y \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Posons :

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -S_\theta \\ 0 & C_\phi & S_\phi C_\theta \\ 0 & -S_\phi & C_\phi C_\theta \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Alors Ω aura pour expression :

$$\Omega = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} S_\theta \\ \dot{\theta} C_\phi + \dot{\psi} S_\phi C_\theta \\ -\dot{\theta} S_\phi + \dot{\psi} C_\phi C_\theta \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Remarque :

La plupart des cas étudiés dans la littérature travaillent avec un modèle simplifié du Quadrotor. Dans notre cas, nous allons procéder de même i.e; on considère le cas de petits angles, alors la fonction *sin* est prise égale à 0, et la fonction *cos* est pris égal à 1, ceci aura pour effet de confondre les deux vecteurs : $(p, q, r)^T$ et $(\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})^T$ alors $M = I_{3 \times 3}$.

Donc :

$$\begin{cases} \Omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \\ \dot{\Omega} = \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (2.19)$$

- J : est la matrice d'inertie diagonale donnée par :

$$\begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

- τ_g : est l'ensemble des couples dus à l'effet gyroscopique, ces couples gyroscopiques sont produits par la rotation des pales du Quadrotor, ils s'expriment par :

$$\tau_g = \sum_{i=1}^4 \Omega \wedge J_r W_i \quad (2.21)$$

Où :

J_r : est l'inertie du rotor et $W_i = [0 \ 0 \ (-1)^{i+1}\omega_i]^T$ (ω_i : la vitesse de rotation d'un rotor).

- τ_f : représente le vecteur des moments développés par l'hélicoptère dans son propre repère, il est donné par :

$$\tau_f = \begin{bmatrix} d(F_4 - F_2) \\ d(F_3 - F_1) \\ M_1 - M_2 + M_3 - M_4 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Avec :

- d : est la distance entre le centre de masse du Quadrotor et l'axe de rotation du rotor.
- $M_i (i = 1, 2, 3, 4)$: est le couple de la traînée généré par chaque rotor et qui oppose la rotation des pales (dû à la résistance de l'air) tel que :

$$M_i = k_d \omega_i^2 \quad (2.23)$$

k_d : étant le coefficient aérodynamique de traînée dépendant des propriétés aérodynamiques des hélices, leur nombre et de la densité de l'air.

- Le terme $\Omega \wedge (J\Omega)$ est donné par :

$$\Omega \wedge (J\Omega) = \begin{bmatrix} (I_{zz} - I_{yy})\dot{\theta}\dot{\psi} \\ (I_{xx} - I_{zz})\dot{\phi}\dot{\psi} \\ (I_{yy} - I_{xx})\dot{\phi}\dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Alors, les équations de la dynamique de l'orientation peuvent être exprimées par :

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = 1/I_{xx} \left\{ (I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}\dot{\psi} + J_r\dot{\theta}\bar{\Omega} + dU_2 \right\} \\ \ddot{\theta} = 1/I_{yy} \left\{ (I_{zz} - I_{xx})\dot{\phi}\dot{\psi} - J_r\dot{\phi}\bar{\Omega} + dU_3 \right\} \\ \ddot{\psi} = 1/I_{zz} \left\{ (I_{xx} - I_{yy})\dot{\phi}\dot{\theta} + dU_4 \right\} \end{cases} \quad (2.25)$$

Où :

$$\bar{\Omega} = (\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4) \quad (2.26)$$

$$U_2 = (F_4 - F_2) \quad (2.27)$$

$$U_3 = (F_3 - F_1) \quad (2.28)$$

$$U_4 = k_d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) = M_1 - M_2 + M_3 - M_4 \quad (2.29)$$

A signaler que U_1, U_2, U_3 , et U_4 sont les entrées de commande du système qui s'écrivent en fonction des vitesses des quatre rotors comme suit :

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & -b & 0 & b \\ -b & 0 & b & 0 \\ k_d & -k_d & k_d & -k_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

En conséquence, on tire de l'équation (2.13) et (2.25) le modèle dynamique complet qui régit la dynamique du Quadrotor :

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = 1/I_{xx} \left\{ (I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}\dot{\psi} + J_r\dot{\theta}\bar{\Omega} + dU_2 \right\} \\ \ddot{\theta} = 1/I_{yy} \left\{ (I_{zz} - I_{xx})\dot{\phi}\dot{\psi} - J_r\dot{\phi}\bar{\Omega} + dU_3 \right\} \\ \ddot{\psi} = 1/I_{zz} \left\{ (I_{xx} - I_{yy})\dot{\phi}\dot{\theta} + dU_4 \right\} \\ \ddot{x} = 1/m \{ (C_\phi S_\theta C_\psi + S_\phi S_\psi)U_1 \} \\ \ddot{y} = 1/m \{ (C_\phi S_\theta C_\psi - S_\phi S_\psi)U_1 \} \\ \ddot{z} = 1/m \{ (C_\phi S_\theta)U_1 \} - g \end{cases} \quad (2.31)$$

2.2 Représentation d'état

Le modèle (2.31) peut être réécrit dans l'espace d'état sous la forme $\dot{x} = F(x) + G(x, U)$ en considérant $x = [x_1, \dots, x_{12}]^T$ comme vecteur d'état du système.

Soit :

$$x = [\phi \quad \dot{\phi} \quad \theta \quad \dot{\theta} \quad \psi \quad \dot{\psi} \quad x \quad \dot{x} \quad y \quad \dot{y} \quad z \quad \dot{z}]^T \quad (2.32)$$

$$f = \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_1 x_4 x_6 + a_2 x_4 \bar{\Omega} + b_1 U_2 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = a_3 x_2 x_6 + a_4 x_2 \bar{\Omega} + b_2 U_3 \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = a_5 x_2 x_4 + b_3 U_4 \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = \frac{U_1}{m} U_x \\ \dot{x}_9 = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = \frac{U_1}{m} U_y \\ \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = \frac{C x_1 C x_3}{m} U_1 - g \end{cases} \quad (2.33)$$

$$\begin{cases} a_1 = \left(\frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \right) \\ a_2 = \left(\frac{J_r}{I_{xx}} \right) \\ a_3 = \left(\frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \right) \\ a_4 = \left(\frac{-J_r}{I_{yy}} \right) \\ a_5 = \left(\frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \right) \\ b_1 = \left(\frac{d}{I_{xx}} \right) \\ b_2 = \left(\frac{d}{I_{yy}} \right) \\ b_3 = \left(\frac{1}{I_{zz}} \right) \end{cases} \quad (2.34)$$

et

$$\begin{cases} U_x = (C x_1 S x_3 C x_5 + S x_1 S x_5) \\ U_y = (C x_1 S x_3 C x_5 - S x_1 S x_5) \end{cases} \quad (2.35)$$

2.2.1 Liaisons non holonomes

Dans un cas idéal, un robot peut se déplacer dans n'importe quelle direction, c'est-à-dire que le robot possède autant de degrés de liberté que de paramètres de configuration, le nombre de degrés de liberté représentant l'ensemble des mouvements que peut réaliser le robot grâce à ses articulations. Or un robot réel est soumis à des contraintes lors de ses déplacements : par exemple une articulation de type rotoïde qui ne permet qu'une rotation de 45 degrés. Ces

contraintes sont appelées des contraintes cinématiques et elles réduisent l'ensemble des chemins permettant d'atteindre une configuration donnée à partir de la configuration courante du robot. On peut considérer deux grandes classes :

- Les contraintes holonomes qui réduisent l'ensemble des configurations admissibles sans remettre en cause l'existence d'un chemin.
- Les contraintes non-holonomes qui contraignent le champ des vitesses du robot. Une roue donne un bon exemple de la non-holonomie : elle ne peut se déplacer que dans la direction perpendiculaire à son axe de rotation. F est alors de la forme $F(q, \dot{q}, t) = 0$ (ou $F(q, \dot{q}, t) \leq 0$ ou $F(q, \dot{q}, t) \geq 0$) et n'est pas intégrable. \dot{q} appartenant à l'espace des vecteurs vitesses V de dimension n , une contrainte non-holonome d'égalité définit un sous de V de dimension $(n - 1)$ alors qu'une contrainte d'inégalité réduit l'espace des vitesses autorisée à un sous-ensemble de V . Ainsi, un robot est dit non-holonome s'il possède au moins une contrainte de non-holonomie [7, 6, 22, 137].

Dans le cadre de notre projet, nous nous intéresserons plus particulièrement aux contraintes de non-holonomie caractérisant les relations liant les deux angles ϕ et θ et les composantes du vecteur accélération. Ces relations sont obtenues en manipulant les trois dernières équations du modèle dynamique simplifié (2.31) comme le suivant :

$$\begin{cases} \tan\theta &= \frac{\ddot{x}C_\psi + \ddot{y}S_\psi}{\ddot{z} + g} \\ S_\phi &= \frac{m}{U_1}(\ddot{x}S_\psi + \ddot{y}C_\psi) \end{cases} \quad (2.36)$$

2.3 Conclusion

Dans ce chapitre nous allons décrire les mouvements de base du Quadrotor, puis nous allons donner un modèle dynamique du système par le formalisme de Newton. Le modèle complet comprend presque tout les phénomènes physiques agissant sur le Quadrotor. Ce dernier modèle montre la nature couplée, complexe, non linéaire, multi variable et le sous-actionnement de notre drone, ce qui rend la synthèse de la commande relativement difficile.

Enfin, un modèle d'état simplifié (modèle valable dans le cas de petits angles) est adopté comme modèle utilisé pour la commande de l'hélicoptère. Ce modèle contient des paramètres qui peuvent changer suite à un changement dans la structure (les inerties, la masse etc.) ou l'un de ses composants (hélices, moteurs à courant continu ...) ou même quand il est soumis à des perturbations. Par conséquent, la commande qui va être appliquée pour la stabilisation du Quadrotor doit être en mesure de tenir en compte ces éventuelles perturbations et variations paramétriques.

Chapitre 3

Synthèse de Lois de Commande pour Quadrotor

Introduction

L'objectif principal de ce chapitre est la synthèse de lois de commande stabilisantes en terme de translation et d'orientation pour le Quadrotor. On présente les fondements et les aspects théoriques de deux techniques de commande, la première, est la commande par mode de glissement, l'autre est la commande par backstepping. Puis, on valide les approches exposées sur le modèle du quadrirotor.

Avec la complexité de modèle du quadrirotor, les correcteurs classiques deviennent impuissants et donnent souvent des résultats moins performants. Pour surmonter ce problème, la tendance des recherches actuelle est vers les commandes non linéaires robustes qui donnent des résultats acceptables dans des larges domaines de fonctionnement. Parmi ces techniques, on trouve la commande par mode de glissement qui, depuis longtemps, fait l'objet de plusieurs travaux de recherche ; seule ou en hybridation avec d'autres techniques de commande [24, 2, 115, 25, 26]. La commande par backstepping, est une autre technique de commande non linéaire qui est aussi jugée robuste, la synthèse d'une telle commande se fait de manière systématique et basée sur l'approche de Lyapunov.

3.1 État de l'art de la commande du Quadrotor

Le problème de la commande d'un corps rigide a attiré un intérêt considérable depuis les années 50 dans les communautés scientifiques de l'aéronautique, de l'automatique et la robotique. Plusieurs systèmes comme vaisseaux spatiaux, satellites, hélicoptères, missiles tactiques, les robots manipulateurs, sous-marins et d'autres entrent dans le cadre de corps rigide avec le besoin de commande. Plusieurs approches pour le corps rigide ont été appliquées : la commande optimale en temps minimum [138], la commande basée sur la représentation du quaternion [47, 68, 162], la commande prédictive appliquée au vaisseau spatial dans [163] et au micro satellite dans [65], backstepping [78, 141], et la commande robuste appliquée aux missiles tactiques [131, 145].

Dans le cas de quadrirotor, quelques approches ont été également développées :

- La commande est faite en utilisant la théorie de Lyapunov [23, 31, 92, 118], selon cette technique, il est possible d'assurer, sous certaines conditions la stabilité asymptotique de

l'hélicoptère.

- La commande est fournie par PD²-feedback appliquée sur l'attitude du véhicule ce qui a donné une convergence exponentielle [25, 150] et par les structures de PID [137].
 - La commande emploie les techniques adaptatives [4, 108]. Ces méthodes fournissent de bonnes performances avec des incertitudes paramétriques et des dynamiques non-modélées.
 - La commande est basée sur le régulateur quadratique linéaire (LQR) [137, 92, 93]. Dans cette technique le signal d'entrée optimal est obtenu en résolvant l'équation de Ricatti dont la résolution analytique est un peu difficile à calculer.
 - La commande est réalisée par le Backstepping [99, 101, 100, 24]. Dans ces dernières publications la convergence des états internes du Quadrotor est garantie, mais beaucoup de calcul est requis.
 - La commande est fournie par le feedback-dynamique [107, 8]. L'objectif de la technique est de transformer la boucle fermée du système en sous-systèmes linéaire, contrôlables et découplés.
 - La commande est basée sur un feedback-visuel. La caméra utilisée pour ceci peut être montée à bord [60, 158, 62] (fixée sur l'hélicoptère) ou fixée sur la terre [116, 40].
 - Autres algorithmes de commande intelligente tels que : Les techniques de la logique floue [38, 166], les réseaux de neurones [148, 114, 159] et l'apprentissage par renforcement.
- En ce qui concerne notre travail nous avons adopté une stratégie de commande basée principalement sur la décomposition du système d'origine en deux sous systèmes ; le premier concerne la commande en position tandis que le second est celui de la commande en orientation ainsi que l'introduction des contraintes non linéaires dans le schéma général de commande.

Le choix des différentes techniques de commande ci-dessus n'est pas fortuit, considérant les avantages majeurs qu'elles peuvent nous assurer à savoir :

1. La stabilité au sens de Lyapunov.
2. La robustesse et la dynamique des trajectoires désirées.
3. la prise en considération de toutes les non linéarités du système.

3.2 Principe de la commande par mode de glissement (SMC)

L'idée de base de la commande par régime glissant est premièrement d'attirer les états du système dans une région convenablement sélectionnée, puis de concevoir une loi de commande qui maintiendra toujours le système dans cette région. En résumé, une commande par régime glissant est divisée en deux parties [24, 26, 167] :

$$u = u_g + u_{eq} \quad (3.1)$$

u_g : Le glissement est utile pour compenser les incertitudes du modèle. Il est constitué de la fonction signe « *sign* » de la surface de glissement (s), multipliée par une constante K_g . La surface de glissement est définie dans l'espace d'état des erreurs afin de garantir la convergence des états.

u_{eq} : La commande équivalente ou nominale est déterminée par le modèle du système, dans ce cas il s'agit d'un modèle linéaire ou non linéaire. Cette partie est conçue avec la méthode de la commande équivalente, dont le principe est basé sur la détermination du comportement du système lorsqu'il est sur la surface de glissement (s).

3.2.1 Notions de base de la commande SMC

Soit le système donné par :

$$\dot{x} = f(x) + g(x, u) \quad (3.2)$$

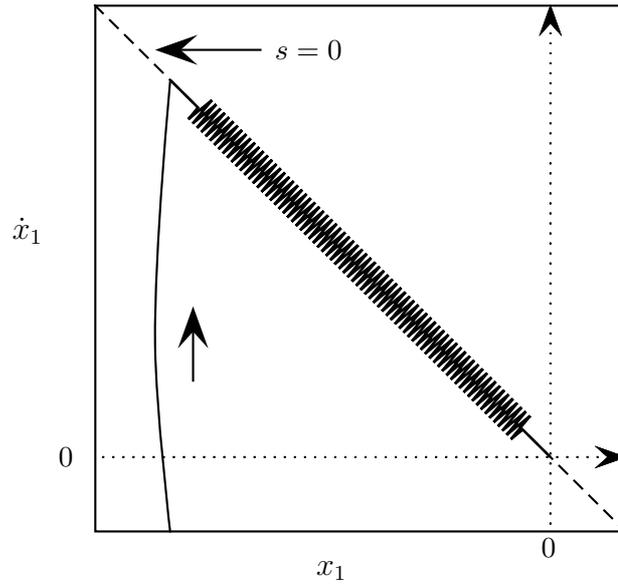


FIGURE 3.2 – Mode de glissement.

où $x = (x_1, \dots, x_n)^T \in \mathcal{X}$ une variété différentiable, u représente la commande du système, f et g sont des champs de vecteur, définis sur \mathcal{X}

3.2.1.1 Surface de glissement

Pour des raisons de stabilisation et de définition d'une dynamique désirée du système dans le mode de glissement, la surface de glissement peut être choisie en générale comme étant un hyperplan passant par l'origine de l'espace.

La surface (s) est donnée par :

$$s_i = \dot{e}_i + \lambda_i e_i \quad (3.3)$$

avec :

$$e_i = x_i - x_{d_i} \quad (3.4)$$

où

λ_i : paramètre de la surface de glissement.

x_i : état du système.

x_{d_i} : état désiré.

3.2.1.2 Condition d'existence et d'unicité du régime glissant

Un régime glissant existe sur une surface de glissement si et seulement si, dans un voisinage de la surface de glissement toutes les trajectoires du système sont dirigées vers elle. En d'autres termes :

$$\lim_{s \rightarrow 0^-} \dot{s}(x) \geq 0 \quad \lim_{s \rightarrow 0^+} \dot{s}(x) \leq 0 \quad (3.5)$$

3.2.2 Les systèmes à structure variable en mode de glissement

L'idée de base de la commande par régime glissant est d'attirer les états du système dans une région convenablement sélectionnée, puis de concevoir une loi de commande qui maintiendra toujours le système dans cette région.

Les théories de la commande des systèmes qui commutent entre deux valeurs fixes (u_{min}, u_{max}), constituent un cas particulier de la théorie des systèmes à structure variable. Cette dernière a donné naissance aux notions de régimes glissants qui se sont par la suite étendus aux systèmes discontinus réalisés artificiellement [153, 130, 156], c'est-à-dire, des systèmes du type $\dot{x} = f(x, t, u)$, où f est une fonction non linéaire continue, et pour lesquels on définit une commande discontinue à l'aide de la variable u . Cette approche a pour but de maintenir l'état représentatif de l'évolution du système sur une variété (s) définie au préalable, appelée surface de glissement.

Dans ce contexte et sous certaines conditions, le système est dit en régime glissant et se trouve alors dans l'état du système réduit de dimension inférieure à la dimension du système d'origine. La dynamique du système, ainsi que sa stabilité sont indépendantes de la fonction $f(x, t)$ et dépendent uniquement des paramètres de la variété choisie s , ce qui explique l'insensibilité de cette loi de commande vis-à-vis des perturbations et des variations paramétriques.

Ainsi, avant de s'intéresser aux régimes glissants, nous allons rappeler quelques notions relatives aux systèmes discontinus.

3.2.2.1 Théorie des équations différentielles à second membre discontinu

Soit le système décrit par l'équation différentielle suivante :

$$\dot{x} = f(x, t, u) \quad (3.6)$$

x : étant le vecteur d'état ($x = (x_1, \dots, x_n)^T \in \mathfrak{R}$) et u la commande ($u \in \mathfrak{R}$). Nous considérons une classe générale de commandes discontinues décrites par la relation suivante :

$$\begin{cases} u^+(x) & \text{si } s(t, x) > 0 \\ u^-(x) & \text{si } s(t, x) < 0 \end{cases}, \quad u^+ \neq u^- \quad (3.7)$$

Les fonctions u^+ et u^- sont supposées continues, l'ensemble des surfaces de commutation est donné par :

$$D_s = \{x \in \mathfrak{R}^n, \quad s(x) = 0\} \quad (3.8)$$

Cet ensemble sépare l'espace d'état en deux régions D^+ et D^- définies comme suit :

$$D^+ = x \in \mathfrak{R}^n : \quad s(x) > 0 \quad \text{et} \quad D^- = x \in \mathfrak{R}^n : \quad s(x) < 0$$

La commande $u(x, t)$ est appelée commande à structure variable ; ce nom provient du fait que le système dynamique décrit par l'équation (3.6) voit sa structure varier selon sa position par rapport à la surface de commutation $s(x) = 0$.

$$f(x, t, u) = \begin{cases} f^+ = f(x, t, u^+) & \text{si } s(t, x) > 0 \\ f^- = f(x, t, u^-) & \text{si } s(t, x) < 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

Nous appellerons f_n^+ et f_n^- les projections respectives de f^+ et f^- sur la normale à la surface $s(x) = 0$, orientée de D_n^+ vers D_n^- . Les conditions d'existence et d'unicité d'une solution $x(t)$ du système (3.6) sont fournies par le théorème de Filippov [46] suivant :

Théorème 3.1 (théorème de Filippov). *Considérons le système décrit par l'équation (3.6) satisfaisant la condition :*

$$\left| \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right| \leq K, \quad (i, j = 1 \dots, n) \quad (3.10)$$

K étant une constante indépendante de t et x , cette condition étant vérifiée pour tout x dans le domaine $D = D^- \cup D^+$. Soit une fonction $s(x, t)$ deux fois différentiable, telle que chacune des fonctions f_n^+ et f_n^- est continue par rapport à x et t , pour x solutions de $s(x) = 0$, et le vecteur $h = f_n^+ - f_n^-$ est continûment différentiable. Si en chaque point de la surface $s(x) = 0$, les inégalités $f_n^+ < 0$ et $f_n^- > 0$ sont vérifiées, il existe alors dans le domaine D , une solution unique $x_s(t)$ du système (3.8) qui dépend des conditions initiales de façon continue.

La solution unique $x_s(t)$ du système (3.6) sur la surface $s(x) = 0$ de discontinuité est donnée par la définition suivante :

Définition 1 (Filippov). La solution du système (3.8), pour tout $x \in D_s$ est définie par :

$$\begin{cases} x \in D_s \\ \dot{x} = f_{sm} \in \{\overline{\text{conv}}(F)_x \cap T_x s\} \end{cases} \quad (3.11)$$

Où $\text{conv}(F)_x$ est le plus petit espace convexe engendré par f^+ et f^- en x , $\overline{\text{conv}}(\cdot)$ sa fermeture, $T_x s$ l'espace tangent à s en x .

soit :

$$f_{sm} = \mu f^+ + (1 - \mu) f^-, \quad 0 \leq \mu \leq 1 \quad (3.12)$$

où μ est le temps relatif où la commande prend u^+ et $1 - \mu$ est le temps relatif où la commande prend u^- .

D'après la définition 1, f_{sm} est tangente à $s(x) = 0$, alors :

$$\text{grad}(s) f_{sm} = 0 \quad \text{avec} \quad \text{grad}(s) = \left[\frac{\partial s(x)}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial s(x)}{\partial x_n} \right] \quad (3.13)$$

Les équations (3.12) et (3.13) permettent d'établir la relation :

$$\mu = \frac{\text{grad}(s) f^-}{\text{grad}(s) (f^- - f^+)} \quad (3.14)$$

Substituons la relation (3.12) dans (3.14), il résulte en mode glissant :

$$f_{sm} = \frac{\text{grad}(s) f^-}{\text{grad}(s) (f^- - f^+)} f^+ - \frac{\text{grad}(s) f^+}{\text{grad}(s) (f^- - f^+)} f^- \quad (3.15)$$

On représente sur la figure (3.3) le principe de la construction de champ de vecteur moyen f_{sm} permettant de déterminer la solution du système (3.6) lorsque $x \in D_s$.

3.2.2.2 Méthode de la commande équivalente

Cette méthode proposée par Utkin [154, 157] consiste à admettre qu'en mode de glissement tout se passe comme si le système était piloté par une commande dite commande équivalente. La commande équivalente est définie comme étant la commande qui rend la surface (s) invariante dans le temps, c'est-à-dire la commande telle que $\dot{s} = 0$.

Hypothèse 1. Les trajectoires du système (3.6) sont à la surface de commutation $s(x) = 0$ et ne les quittent pas. $s(x) = 0$, et par la suite $\dot{s} = \frac{ds}{dt} = 0$.

La dérivée de la surface peut être utilisée pour caractériser les trajectoires de phase durant les modes glissants.

En se basant sur (l'hypothèse 1.) nous avons :

$$\dot{s} = \frac{\partial s}{\partial x} f(x, u) = 0 \quad (3.16)$$

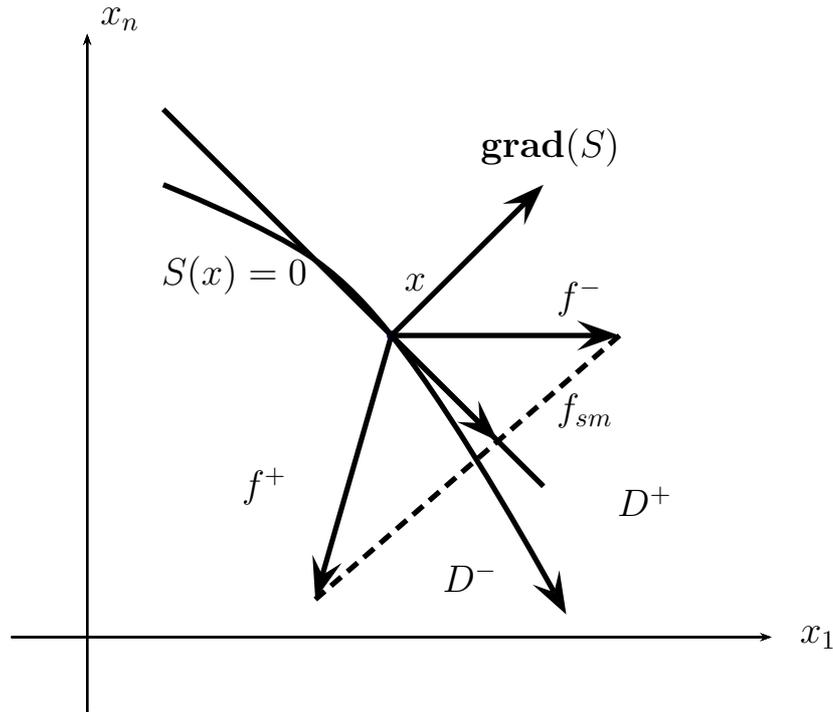


FIGURE 3.3 – Mode glissant au sens de Filippov.

La solution $u_{eq}(x)$ est appelée la commande équivalente, cette fonction continue est substituée dans le système original (3.8)

$$\dot{x} = f(x, u_{eq}) \quad (3.17)$$

Cette commande rend la surface de glissement invariante, elle vérifie l'inégalité suivante [30] :

$$u_{min} < u_{eq} < u_{max} \text{ pour } x \in D_s$$

avec :

$$u_{min} = \min(u^-(x), u^+(x)) \text{ et } u_{max} = (u^-(x), u^+(x))$$

On peut dire que u_{eq} est la valeur moyenne de $u(t)$ lors de la commutation rapide entre u_{min} et u_{max} [156, 154].

Par la suite on applique la méthode de la commande équivalente sur des systèmes non linéaires affines en u définis comme suit :

$$\dot{x} = f(x) + B(x)u \quad (3.18)$$

$x \in \mathfrak{R}^n$, $u \in \mathfrak{R}^m$ comme pour le système (3.6), la surface $s_i(x) = 0$ est la fonction de commutation correspondant à la commande $u_i(t)$.

On récrit l'équation (3.16) :

$$\dot{s} = G(x)f(x) + G(x)B(x)u_{eq} = 0 \quad (3.19)$$

Supposons que le produit $G(x)B(x)$ soit non nul pour tout x , alors la commande équivalente $u_{eq}(t)$ est obtenue par :

$$u = u_{eq} = -(G(x)B(x))^{-1}G(x)f(x) \quad (3.20)$$

En remplaçant la valeur de u_{eq} de la relation (3.20) dans (3.18) on obtient alors l'expression du mode de glissement :

$$\dot{x} = [I - (B(x)G(x)B(x))^{-1}G(x)]f(x) \quad (3.21)$$

Dans la bibliographie qui traite des problèmes de commande par mode de glissement on utilise largement cette méthode qui permet d'avoir des solutions explicites pour les systèmes non linéaires affines. De plus Utkin [153, 154] a montré que la commande équivalente n'est rien d'autre que la composante basse fréquence de la commande réellement appliquée au système physique.

3.2.2.3 Problème de réticence (Chattering problem)

Le phénomène de réticence (broutement) est le principal inconvénient de la commande par mode de glissement. Il est dû d'une part à l'imperfection des éléments de commutation ou des limites technologiques et physiques, tels que les retards au niveau des commutations ou des comportements hystérésis, qui peuvent exciter des dynamiques négligées en haute fréquence.

En pratique, un régime glissant idéal n'existe pas car la fréquence de commutation des organes de commande a une limite finie, due aux limites technologiques et physiques. La présence des imperfections des organes de commande engendre un mouvement autour d'une couche limite de la surface de glissement. Ce mouvement est appelé réticence ou broutement (Chattering en anglais).

3.2.2.4 Adoucissement de la commutation

Pour remédier à l'effet de broutement, et dans le but de réduire les oscillations hautes fréquences, de nombreux algorithmes ont été développés. On peut citer la commande continue dans une bande de la surface [144] ou la commande avec correction intégrale en régime permanent [139, 140], [64].

Dans la littérature, il existe plusieurs fonctions d'adoucissement de la commande. Parmi ces fonctions, on trouve la fonction de « saturation », la fonction « com_{sin} », la fonction « $smooth$ », et la fonction « com_{arctg} ».

3.2.2.5 La Fonction de saturation

Cette fonction [142] consiste à substituer à la commutation une droite de pente $\frac{s(t)}{\varphi}$ dans la couche interne de la surface de discontinuité que nous appelons « couche limite » (figure. 3.4).

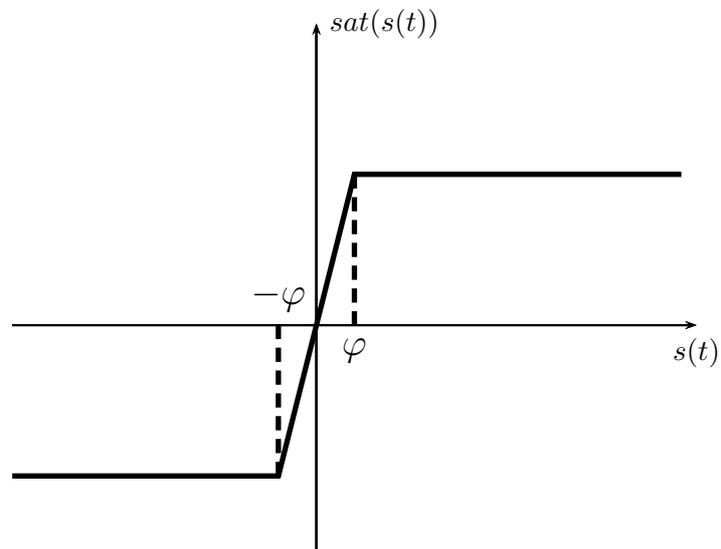
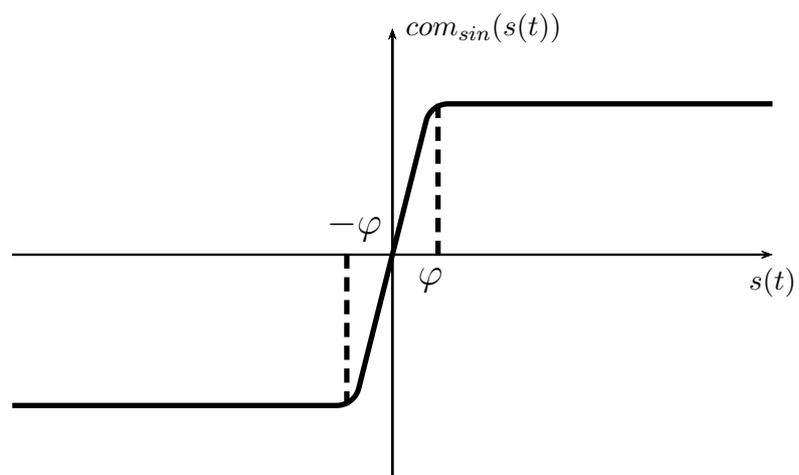
L'expression de cette fonction est donnée par :

$$sat(s(t)) = \begin{cases} \frac{s(t)}{\varphi} & \text{si } |s(t)| \leq \varphi \\ sign(s(t)) & \text{si } |s(t)| > \varphi \end{cases} \quad (3.22)$$

3.2.2.6 La Fonction « com_{sin} »

On remplace la fonction $sign(s(t))$ de la commande par une fonction sinusoidal à l'intérieur de la couche limite de la surface de glissement (figure. 3.5) :

$$com_{sin}(s(t)) = \begin{cases} sin\left(\frac{\pi}{2\varphi}s(t)\right) & \text{si } |s(t)| \leq \varphi \\ sign(s(t)) & \text{si } |s(t)| > \varphi \end{cases} \quad (3.23)$$

FIGURE 3.4 – Fonction saturation $sat(s)$ FIGURE 3.5 – Fonction com_{sin}

3.2.2.7 La Fonction « *smooth* »

Elle est définie par [64] :

$$smooth(s(t)) = \frac{s(t)}{|s(t)| + \varphi} \quad (3.24)$$

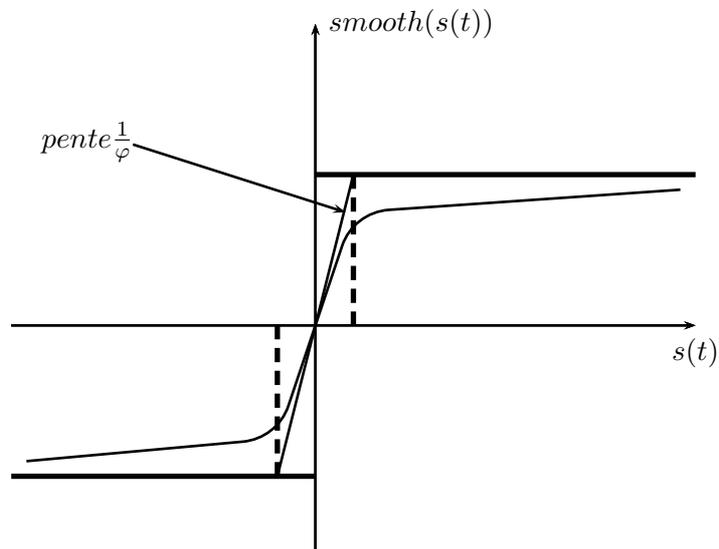


FIGURE 3.6 – Fonction $smooth(s(t))$

3.2.2.8 La Fonction « com_{arctg} »

Elle est définie par :

$$com_{arctg}(s(t)) = \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{s(t)}{\varphi}\right) \quad (3.25)$$

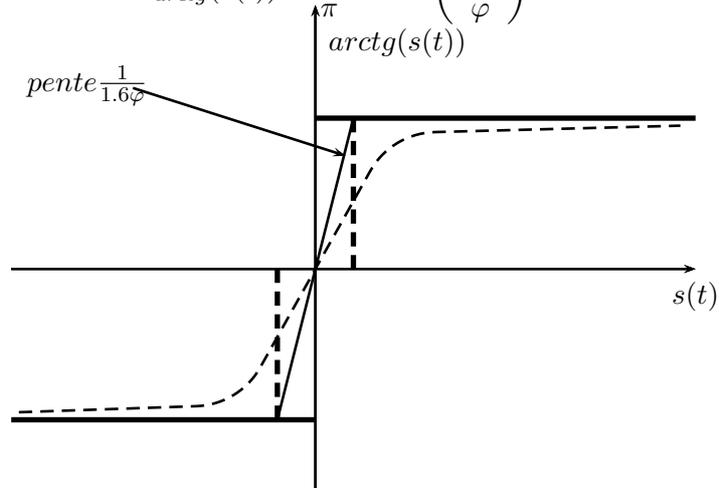


FIGURE 3.7 – Fonction com_{arctg}

3.2.3 Synthèse de la commande par mode de glissement pour le Quadrotor

Premièrement, on choisit les surfaces de glissement (s) en fonction des erreurs de poursuite, ce qui donne :

$$\begin{cases} s_\phi = e_2 + \lambda_1 e_1 \\ s_\theta = e_4 + \lambda_2 e_3 \\ s_\psi = e_6 + \lambda_3 e_5 \\ s_x = e_8 + \lambda_4 e_7 \\ s_y = e_{10} + \lambda_5 e_9 \\ s_z = e_{12} + \lambda_6 e_{11} \end{cases} \quad (3.26)$$

avec :

$$\begin{cases} e_{i+1} = \dot{e}_i \\ e_i = x_{id} - x_i \end{cases} \quad i \in [1, 11] \text{ et } \lambda_i > 0$$

On prend la première surface et on montre les étapes de calcul de la commande pour la variable θ , la fonction de Lyapunov candidate est comme suit :

$$V(s_\theta) = \frac{1}{2} s_\theta^2 \quad (3.27)$$

Pour garantir la stabilité asymptotique au sens de Lyapunov, il faut avoir $\dot{V}(s_\theta) < 0$, ce qui mène à $s_\theta \dot{s}_\theta < 0$, qui est la condition nécessaire de glissement. On choisit :

$$\dot{s}_\theta = -k_1 \text{sign}(s_\theta) = \ddot{x}_{1d} - \dot{x}_2 + \lambda_1 \dot{e}_1 = -a_1 x_4 x_6 - a_2 x_4 \bar{\Omega} - b_1 U_2 + \ddot{x}_{1d} + \lambda_1 (\dot{x}_{1d} - x_2) \quad (3.28)$$

il en résulte :

$$U_2 = \frac{1}{b_1} (k_1 \text{sign}(s_\theta)) - a_1 x_4 x_6 - a_2 x_4 \bar{\Omega} + \ddot{x}_{1d} + \lambda_1 (\dot{x}_{1d} - x_2) \quad (3.29)$$

On sait que $U_2 = U_{2attractive} + U_{2eq}$ donc :

$$\begin{aligned} U_{2attractive} &= \frac{k_1}{b_1} \text{sign}(s_\theta) \\ U_{2eq} &= \frac{1}{b_1} (-a_1 x_4 x_6 - a_2 x_4 \bar{\Omega} + \ddot{x}_{1d} + \lambda_1 (\dot{x}_{1d} - x_2)) \end{aligned} \quad (3.30)$$

Les autres commandes sont calculées de la même façon, ils sont données par :

$$\begin{cases} U_3 = \frac{1}{b_2} (k_2 \text{sign}(s_\phi) + \lambda_2 e_2 - a_3 x_2 x_6 - a_4 x_2 \bar{\Omega} + \ddot{\phi}_d) \\ U_4 = \frac{1}{b_3} (k_3 \text{sign}(s_\psi) + \lambda_3 e_6 - a_5 x_2 x_4 + \ddot{\psi}_d) \\ U_x = \frac{m}{U_1} (k_4 \text{sign}(s_x) + \lambda_4 e_8 + \ddot{x}_d), \text{ où } U_1 \neq 0 \\ U_y = \frac{m}{U_1} (k_5 \text{sign}(s_y) + \lambda_5 e_{10} + \ddot{y}_d), \text{ où } U_1 \neq 0 \\ U_1 = \frac{m}{C_{x_1} C_{x_3}} (k_6 \text{sign}(s_z) + \lambda_6 e_{12} + g + \ddot{z}_d) \end{cases} \quad (3.31)$$

Tel que : $(k_i, \lambda_i) \in \mathfrak{R}$.

3.2.4 Résultats de simulation

Dans cette section, nous avons présenté les résultats de simulation issus de l'application de la technique de commande mode glissant (SMC) vues précédemment sur le quadrotor.

Les trajectoires de référence sont respectivement : $(x_d = y_d = z_d = 10m)$, et pour l'angle de lacet ($\psi_d = 1rad$).

FIGURE 3.8 – Entrées de la commande par mode glissement.

(a)

(b)

FIGURE 3.9 – (a) Poursuite des trajectoires selon les axes (x, y, z) , et le lacet (ψ) , (b) Zoom de poursuite des trajectoires.

(a)

(b)

FIGURE 3.10 – (a) Trajectoire à grand hélicoïdale, (b) Trajectoire à petit hélicoïdale.

D'après la figure (3.9), on remarque une bonne poursuite de la trajectoire désirée avec des erreurs relativement petites. Tout en observant l'apparition du chattering (broutement) aux figure (3.8), dû au terme de correction qui contient la fonction « *sign* ».

L'utilisation d'une loi de commande par modes glissants peut, dégrader les performances du système et même conduire à l'instabilité. De plus le chattering peut provoquer d'importantes sollicitations mécaniques au niveau des actionneurs et, à terme engendrer leur usure rapide.

Dans la littérature, pour remédier à ce problème, on remplace la fonction « *sign* » par des fonctions plus lisses comme la fonction « *smooth* » pour éliminer le problème du chattering. Malheureusement, l'utilisation des fonctions lisses à la place de la fonction signe réduit considérablement la robustesse de la commande par mode de glissement. Pour garder la robustesse et éliminer en même temps le phénomène de chattering les chercheurs ont proposés d'utiliser la commande « Super Twisting » qui réalise un régime de glissement d'ordre deux qui sauvegarde les propriétés principales du mode glissant d'ordre un (convergence en temps fini, robustesse)[48, 119, 89, 11].

Dans la partie suivante, on présente une nouvelle commande qui repose sur la fonction du Lyapunov et de fragmenter le système en un ensemble de sous-systèmes imbriqués d'ordre décroissant qui s'appelle le « Backstepping »

3.3 Conception de loi de commande par Backstepping

Durant ces dernières années, une grande partie de la communauté scientifique s'est intéressée à la recherche des procédures récursives pour la mise au point des lois de commande pour les systèmes non linéaires, comme par exemple le Backstepping, un certain nombre d'ouvrages traitant de cette nouvelle approche théorique sont apparus [71, 106, 70]. Des applications à des procédés ont aussi été présentées dans la littérature [91, 58]. Ces techniques maintenant relativement connues sont essentiellement basées sur l'utilisation des fonctions de Lyapunov pour ce qui est de l'étude de la stabilité.

La théorie de Lyapunov est un outil important, aussi bien pour les systèmes linéaires que les systèmes non linéaires, malheureusement son utilisation dans le contrôle des systèmes non linéaires est souvent gênée par des difficultés de trouver une fonction de Lyapunov appropriée pour un système donné, si on peut trouver une telle fonction le système est stable, mais la tâche de la trouver est malheureusement délaissée pour l'imagination et l'expérience du concepteur [51, 44].

Le Backstepping est une méthode systématique pour la conception de contrôle non linéaire, elle peut être appliquée pour une classe générale de systèmes. Son nom se reporte à la nature récursive de la conception de la procédure. En premier, un petit sous système est considéré pour lequel une loi de commande virtuelle est conçue, puis la conception est étendue sur plusieurs étapes jusqu'à ce que la loi de commande finale pour le système globale est construite. Durant la conception une fonction de Lyapunov du système contrôlé est successivement construite.

Une chose importante dans le Backstepping est que les non linéarités peuvent être traitées en plusieurs moyens, les non linéarités utiles contribuant dans la stabilisation peuvent être retenues, tandis que les non linéarités non utiles peuvent être remplacées par un contrôle linéaire [131, 44]. Contrairement au contrôle par boucle de retour linéaire, où les non linéarités sont éliminés en utilisant une boucle de retour non linéaire, gardé les non linéarités au lieu de les éliminés exige un modèle moins précis et un petit effort de contrôle et mieux encore, les lois de contrôle résultant peuvent être considérées comme des lois optimales garantissant une certaine propriété de robustesse.

L'origine du Backstepping n'est pas tout à fait clair, ceci est dû à l'apparition simultanée et souvent implicite dans les articles publiés des 1980. Cependant, il est juste de dire que le Backstepping a reçu beaucoup d'attention, grâce aux travaux de professeur Kokotovic et ses collaborateurs [79, 80, 81]. En 1992 Kannellkapoullou et al. présentaient un outil mathématique "toolkits" pour concevoir des lois de contrôle pour une variété des systèmes non linéaires utilisant la méthode du Backstepping [73, 3]. Durant les années suivantes, des manuels édités sont apparus [18, 124].

3.3.1 Les Propriétés de la fonction de Lyapunov

La commande par la méthode du Backstepping est basée sur la théorie de Lyapunov [98, 96], l'objectif de la procédure est de construire une loi de commande qui ramène le système vers un état désiré, qui est généralement un état d'équilibre stable en boucle fermée. Dans cette section on donne quelques notions de stabilité au sens de Lyapunov, les conditions de stabilité des différents états d'équilibres des systèmes dynamiques non linéaires [72, 110]. La classe des systèmes est celle dérivant des modèles de systèmes physiques qui peuvent se présenter par un ensemble des équations différentielles ordinaires.

3.3.1.1 Première méthode de Lyapunov

Pour un système non linéaire, on s'intéresse souvent à son comportement au voisinage des points singuliers. Si la dynamique est linéarisée au tour d'un point d'équilibre. peut-on se prononcer sur la stabilité locale du système? La réponse est donnée par le théorème de stabilité

locale de **Lyapunov**, connu sous le nom de **première méthode**.

Ce théorème est d'une importance limitée, car il ne permet d'étudier que la stabilité d'un point singulier (stabilité locale) et ne donne aucune information sur le domaine de stabilité (stabilité globale) [10]. De plus, dû aux approximations du premier degré (linéarisation), il n'est pas possible de tenir compte de tous les types de phénomènes non-linéaires.

3.3.1.2 Deuxième méthode de Lyapunov

Cette méthode est basée sur le concept d'énergie dans un système. Pour un système physique, l'énergie est une fonction définie positive de son état. Dans un système conservatif, l'énergie reste constante; pour un système dissipatif, elle décroît. Pour ces deux cas, le système est stable. Si l'énergie croît, le système est instable.

L'idée de cette méthode est d'analyser la stabilité du système, sans avoir à résoudre explicitement les équations différentielles non linéaires le régissant. Il suffit simplement d'étudier les variations (signe de la dérivée) de l'énergie (ou une fonction qui lui est équivalente) le long de la trajectoire du système (figures. 3.11). Les théorèmes suivants, qui permettent de se prononcer sur la stabilité (ou instabilité) d'un système, sont fournis par Lyapunov [97]. Ceux-ci sont tirés de l'article de Benaskeur [10].

Théorème 3.2 (Stabilité asymptotique). *S'il est possible de trouver une fonction $V(x)$ de signe défini (avec $V(0) = 0$), dans un domaine D comprenant la position d'équilibre et dont la dérivée totale par rapport au temps \dot{V} soit définie et de signe opposé dans le même domaine, l'équilibre sera asymptotiquement stable dans ce domaine.*

Théorème 3.3 (Instabilité). *S'il est possible de trouver une fonction V dont la dérivée est de signe défini dans un domaine D comprenant l'origine et que V soit :*

- définie de même signe que \dot{V} , ou
- indéfinie en signe,

l'équilibre est instable.

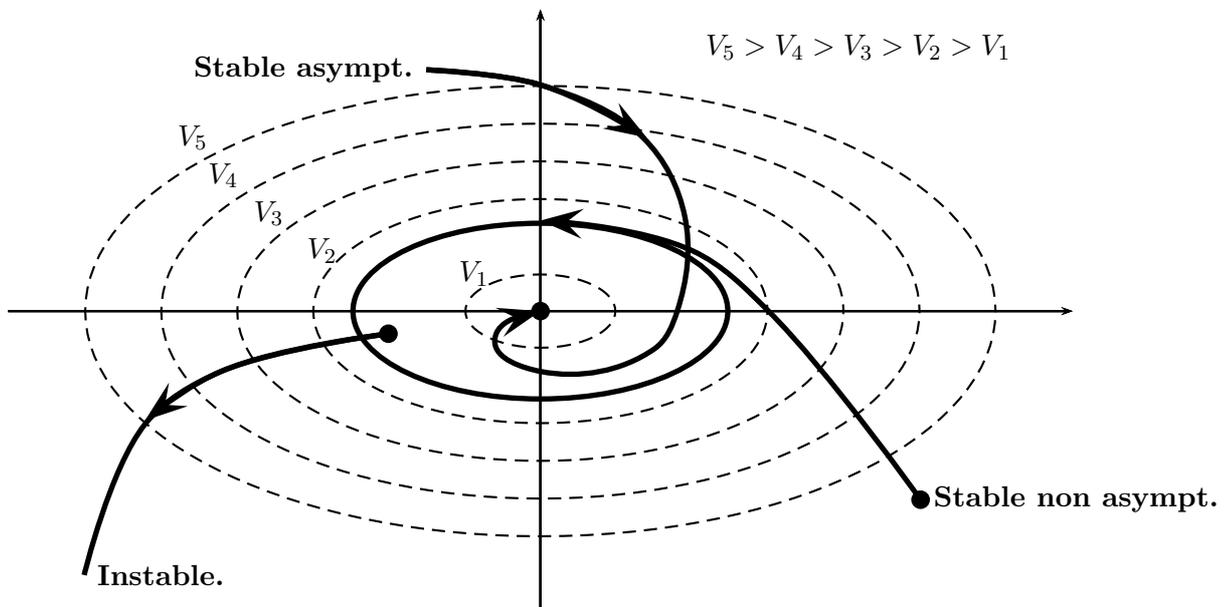


FIGURE 3.11 – Stabilité par la fonction de Lyapunov.

la **méthode directe** de Lyapunov consiste, alors, à chercher une fonction $V(x)$ (représentative de l'énergie) de signe défini qui se prête à l'application de l'un des théorèmes cités précédemment. Pour les systèmes linéaires, il existe des méthodes systématiques [56] pour construire

une fonction de Lyapunov permettant de conclure à sa stabilité. Contrairement Il n'y a aucune règle générale permettant de trouver une fonction de Lyapunov pour n'importe quel système non linéaires. Il existe néanmoins des approches qui conduisent, en général, à des résultats acceptables [53, 110, 10]. Des exemples de fonctions qui réussissent souvent comme fonctions de Lyapunov, sont données par :

- Fonction quadratique (**Lyapunov**)

$$V(x) = x^T P x$$

où P est une matrice symétrique définie positive.

- Fonction quadratique plus intégrale

$$V(x) = x^T P x + \int_0^x \rho(u) du$$

avec ρ est assujettie à certaines contraintes.

3.3.2 Théorie du Backstepping

L'idée de base de la commande par le Backstepping est de rendre les systèmes bouclés équivalents à des sous-systèmes d'ordre un en cascade stable au sens de Lyapunov, ce qui leur confère des qualités de robustesse et une stabilité globale asymptotique. En d'autres termes, c'est une méthode multi-étapes. A chaque étape du processus, une commande virtuelle est ainsi générée pour assurer la convergence du système vers son état d'équilibre. Cela peut être atteint à partir des fonctions de Lyapunov qui assurent pas à pas la stabilisation de chaque étape de synthèse.

On résume que le Backstepping est :

- applicable au système de type triangulaire inférieur ou appelée aussi boucle de retour stricte c.à.d la dérivée de chaque composante du vecteur d'état doit être une fonction des composantes précédentes et dépendre additivement de la composante suivante.
- Commencant avec la première équation différentielle du système qui est plus loin de l'entrée de commande, et n'achève la loi de commande de type d'expression analytique qu'en dernière étape.
- Elle construit une sortie passive et une fonction de stockage qui est utilisée comme une fonction Lyapunov.

Considérons le système non linéaires suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_i &= g_i(x_i, t)x_{i+1} + f_i(x_i, t), & (i = 1, \dots, n-1) \\ \dot{x}_n &= g_n(x_n, t)u + f_n(x_n, t) \\ y &= x_1 \\ x_{t_0} &= x_0 \end{cases} \quad (3.32)$$

Où $x_i = [x_1, x_2, \dots, x_i] \in \mathfrak{R}^i$, $(i = 1, \dots, n-1)$, $u \in \mathfrak{R}$, $y \in \mathfrak{R}$: sont respectivement vecteurs des états d'entrées, commande et de sortie.

$g_i(\cdot) \neq 0$, $f_i(\cdot), g_n(\cdot) \neq 0$, et $f_n(\cdot)$ avec $(i = 1, \dots, n-1)$: sont des fonctions non linéaires contiues et dérivables.

Ce système est représenté par le bloc diagramme dans la figure (3.12) suivante :

L'objectif est de concevoir un contrôleur dans la contre réaction pour le système (3.32) garantissant une stabilité globale et force le système vers le point d'équilibre c.à.d :

$$y(t) \rightarrow 0 \quad \text{quand} \quad t \rightarrow \infty$$

La conception de la procédure du backstepping contient n étapes, durant la $i^{\text{ème}}$ étape une loi de commande intermédiaire appelée aussi fonction stabilisante ou loi de contrôle virtuelle α_i doit

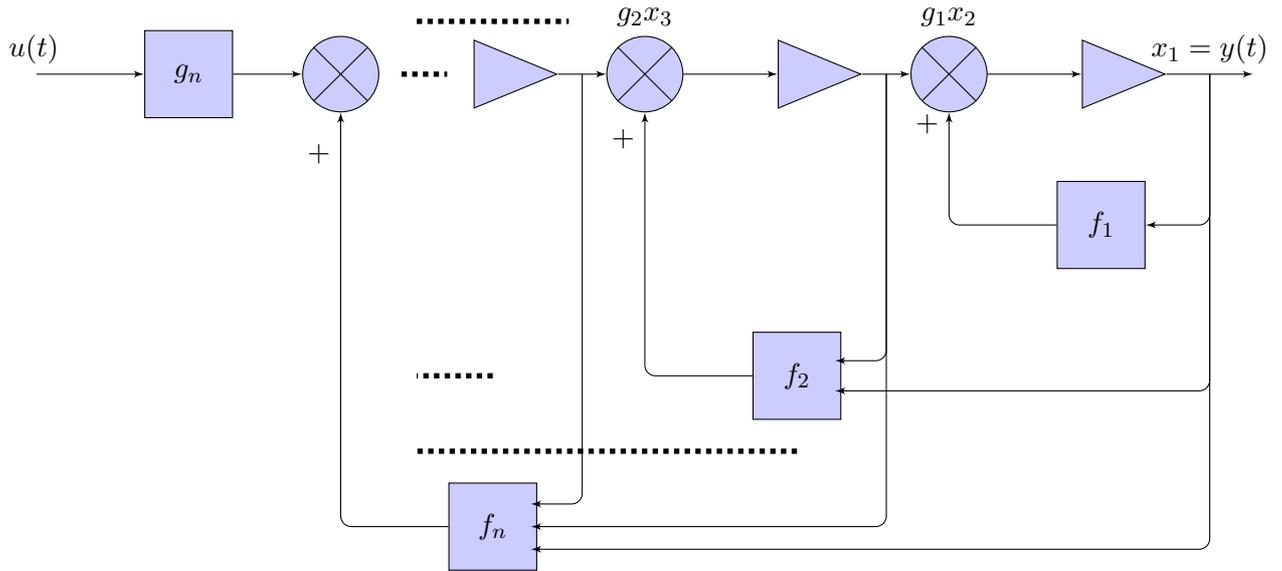


FIGURE 3.12 – Bloc diagramme d'un système récursif.

être déterminée en utilisant une fonction de Lyapunov appropriée V_i .

A chaque étape une fonction de Lyapunov est construite qui est considérée aussi comme une fonction de stockage de type quadratique.

Première étape :

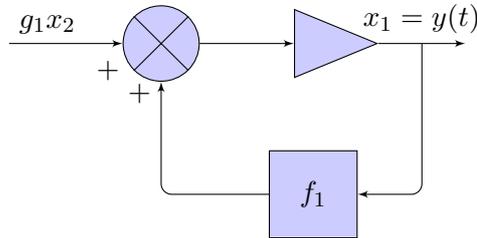


FIGURE 3.13 – Bloc diagramme du premier sous système.

Définissons la première variable de la procédure soit z_1 comme sortie virtuelle du premier sous système $z_1 = x_1$. La dérivée dans le temps est :

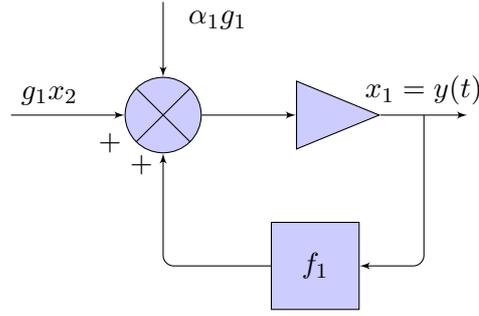
$$\dot{z}_1 = \dot{x}_1 = g_1 z_2 + \alpha_1 g_1 + f_1 \quad (3.33)$$

Et une deuxième variable du Backstepping $z_2 = x_2 - \alpha_1$, avec α_1 une loi de commande virtuelle qui doit être déterminé plus tard. Pour trouver cette loi de commande nous construisons une fonction Lyapunov partielle de type quadratique :

$$V_1(z_1) = \frac{1}{2} z_1^2 \quad (3.34)$$

Sa dérivée par rapport au temps est :

$$\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 = g_1 z_1 z_2 + z_1 \overbrace{(g_1 \alpha_1 + f_1)}{=-c_1 z_1} \quad (3.35)$$

FIGURE 3.14 – Bloc diagramme du premier sous système avec une sortie virtuelle z_1 .

La non linéarité est remplacé par un controle linéaire et α_1 est choisie de telle sorte que \dot{V}_1 soit négative :

$$\alpha_1 = \frac{1}{g_1}(-c_1 z_1 - f_1) \quad (3.36)$$

Où $c_1 > 0$ est une constante de conception positive. Notant que α_1 a été choisi de manière à éliminer la non linéarité f_1 et d'avoir $\dot{V}_1 < 0$.

On substituant α_1 dans V_1 on trouve :

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = -c_1 z_1^2 + g_1 z_1 z_2 \\ \dot{z}_1 = g_1 z_2 - c_1 z_1 \end{cases} \quad (3.37)$$

Pour une stabilité globale, le dernier terme ($g_1 z_1 z_2$) dans \dot{V}_1 sera éliminé dans la prochaine étape.

Deuxième étape :

Dans cette étape, nous utilisons une nouvelle variable $z_3 = x_3 - \alpha_2$ comme une sortie pour le second sous système, avec x_3 comme entrée, et réécrivant la seconde équation du système (3.32) :

$$\dot{z}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 = g_2 z_3 + \alpha_2 g_2 + f_2 - \dot{\alpha}_1 \quad (3.38)$$

Puisque $\alpha_1(x_1)$ est la fonction stabilisante du sous système 2 alors :

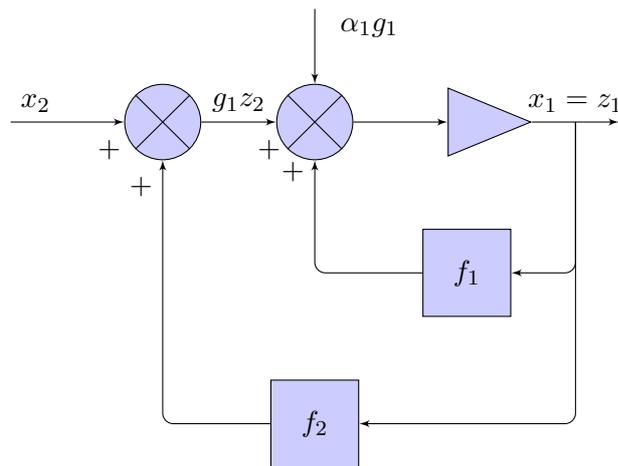
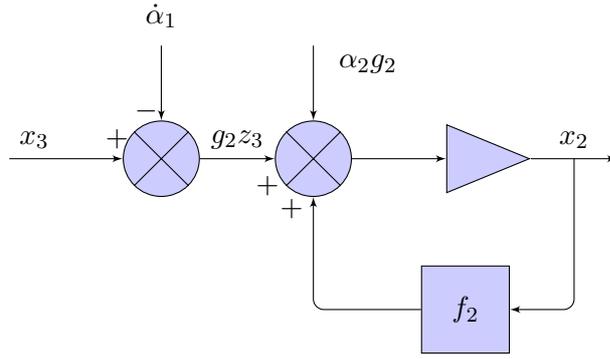


FIGURE 3.15 – Bloc diagramme du deuxième sous système.

$$\dot{\alpha}_1 = \frac{\partial \alpha_1}{\partial t} = \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \dot{x}_1 = \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (g_1 x_2 + f_1) \quad (3.39)$$

FIGURE 3.16 – Bloc diagramme du deuxième sous système avec une sortie virtuelle z_2 .

En substituant $\dot{\alpha}_1$ dans \dot{z}_2 .

$$\dot{z}_2 = g_2 z_3 + g_2 \alpha_2 + f_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (g_1 x_2 + f_1) \quad (3.40)$$

Maintenant nous procédons à trouver une fonction de Lyapunov V_2 pour le second sous système, parce que z_2 est une sortie passive; un choix possible de la fonction du stockage :

$$V_2(z_1, z_2) = V_1(z_1) + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (3.41)$$

Sa dérivée dans le temps est :

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + z_1 \dot{z}_2 = -c_1 z_1^2 + \overbrace{g_2 z_2 z_3 (g_1 z_1 + \alpha_2 g_2 + f_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (g_1 x_2 + f_1))}^{=-c_2 z_2} \quad (3.42)$$

La propriété clé de cette expression est que tous les termes potentiellement indéfinis paraissent

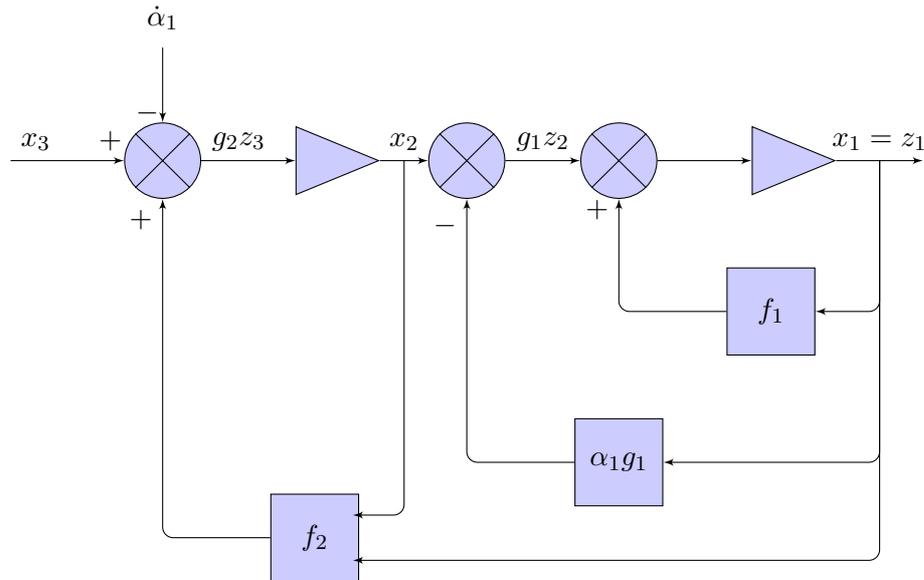


FIGURE 3.17 – Bloc diagramme du troisième sous système.

multiplié par z_2 . D'où, notre contrôle virtuelle $x_3 = \alpha_2(x_1, x_2)$ peut être choisi de faire \dot{V}_2

négative :

$$\alpha_2 = \frac{1}{g_2}(-c_2 z_2 - g_1 z_1 - f_2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1}(g_1 x_2 + f_1)) \quad (3.43)$$

Où c_2 est une constante positive. On substituant α_2 dans V_2 on trouve :

$$\begin{cases} \dot{V}_2 = -c_1 z_1^2 + c_2 z_2^2 + g_2 z_2 z_3 \\ \dot{z}_2 = g_2 z_3 - c_2 z_2 - g_1 z_1 \end{cases} \quad (3.44)$$

Pour une stabilité globale, le dernier terme ($g_2 z_2 z_3$) dans \dot{V}_2 sera éliminé dans la prochaine étape.

La $i^{\text{ième}}$ étape :

Pour ($i = 3, \dots, n-1$), Après quelques manipulations algébriques la dérivée de la variable de la procédure comme sortie virtuelle $z_i = x_i - \alpha_{i-1}$, peut être exprimée comme :

$$\dot{z}_i = \dot{x}_i - \dot{\alpha}_{i-1} = g_i z_{i-1} - c_i z_i + f_{ieme} \quad (3.45)$$

avec $z_{i-1} = x_{i+1} - \alpha_i$, où α_i est la loi de commande virtuelle à l'étape i qui doit être déterminée. La loi de commande virtuelle est maintenant conçue pour une fonction de Lyapunov définie négative comme suit :

$$V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2} z_i^2 \quad (3.46)$$

Sa dérivée dans le temps est :

$$\dot{V}_i = \dot{V}_{i-1} + z_i \dot{z}_i = \sum_{k=1}^{i-1} (c_k z_k^2) + z_i \overbrace{(g_{i-1} z_{i-1} + f_{ieme} + g_i z_{i-1} + g_i \alpha_i)}{=-c_i z_i} \quad (3.47)$$

$$\alpha_i = \frac{1}{g_i}(-c_i z_i - g_{i-1} z_{i-1} - f_{ieme}) \quad (3.48)$$

Avec :

$$f_{ieme} = f_i - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} (g_k x_{k+1} + f_k) \quad (3.49)$$

On substituant α_i dans z_i et \dot{V}_i on trouve :

$$\begin{cases} \dot{V}_i = -\sum_{k=1}^{i-1} (c_k z_k^2) + g_i z_i z_{i+1} \\ \dot{z}_i = -g_{i-1} z_{i-1} - c_i z_i + g_i z_{i+1} \end{cases} \quad (3.50)$$

Le terme ($g_i z_i z_{i+1}$) sera éliminé dans la dernière prochaine étape.

La $n^{\text{ième}}$ étape

C'est le dernier pas de conception, du moment que le contrôle final u apparaît dans la dérivée de \dot{z}_n :

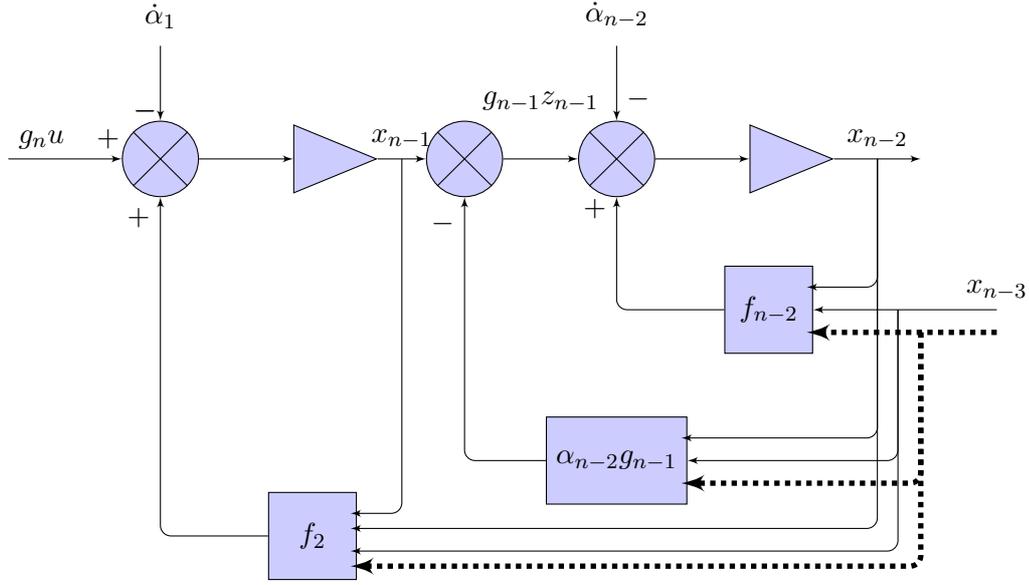
$$\dot{z}_n = \dot{x}_n - \dot{\alpha}_{n-1} = g_n u + f_{neme} \quad (3.51)$$

Avec :

$$f_{neme} = f_n - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_k} (g_k x_{k+1} + f_k) \quad (3.52)$$

La loi de contrôle u est conçu pour la dérivée de la fonction Lyapunov globale négative :

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2} z_n^2 \quad (3.53)$$

FIGURE 3.18 – Le bloc diagramme du $n^{\text{ième}}$ sous système avec une sortie virtuelle z_n .

Sa dérivée dans le temps est :

$$\dot{V}_n = \dot{V}_{n-1} + z_n \dot{z}_n \quad (3.54)$$

ce qui conduit à :

$$\dot{V}_n = - \sum_{k=1}^{n-1} (-c_k z_k^2) + z_n \overbrace{(g_{n-1} z_{n-1} + f_{n-1} + g_n u)}{=-c_n z_n} \quad (3.55)$$

Le choix du contrôle actuel est :

$$u = \frac{1}{g_n} (-c_n z_n - g_{n-1} z_{n-1} - f_{n-1}) \quad (3.56)$$

Nous avons maintenant conçu une loi de commande dans la contre réaction pour la stabilisation du système (3.32) d'ordre n .

u : existe et est une fonction de stabilisation régulière dans la boucle de retour, basée sur la fonction de Lyapunov.

On substituant u dans z_n et \dot{V}_n on trouve :

$$\begin{cases} \dot{V}_n = - \sum_{k=1}^n (c_k z_k^2) \\ \dot{z}_n = -g_{n-1} z_{n-1} - c_n z_n \end{cases} \quad (3.57)$$

$\dot{V}(z) < 0, \quad \forall z \neq 0$, alors le point d'équilibre $x = x_{eq}$ de (3.32) est asymptotiquement stable car la fonction $V(z)$ est continument différentiable, d'où le système globale dans les coordonnées (z_1, \dots, z_n) :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = -c_1 z_1 g_1 z_2 \\ \dot{z}_i = -c_i z_i g_{i-1} z_{i-1} + g_i z_{i+1}, \quad (i = 2, \dots, n-1) \\ \dot{z}_n = -c_n z_n g_{n-1} z_{n-1} \end{cases} \quad (3.58)$$

est globalement asymptotiquement stable.

Il est claire que la méthode du backstepping :

- peut être appliquée à tout système d'ordre n , en fournissant les équations de l'état du système dans la forme correcte.

- C'est une approche à conception flexible comparée à d'autres méthodes.
- C'est une méthode systématique consiste en n étapes à chaque pas de retour en arrière.

3.3.3 Synthèse de la commande par Backstepping pour le Quadrotor

A partir de la représentation d'état (2.33) qui d'écrive le système du Quadrotor, on peut commencer à calculer la commande par la technique de backstepping.

Touts les erreurs de poursuite sont écrites sous la forme :

$$z_i = \begin{cases} x_{id} - \hat{x}_i & /i \in [1, 3, 5, 7, 9, 11] \\ \hat{x}_i - \hat{x}_{(i-1)d} - c_{(i-1)}z_{i-1} & /i \in [2, 4, 6, 8, 10, 12] \end{cases} \quad (3.59)$$

Et toutes les fonctions de Lyapunov prennent la forme :

$$V_i = \begin{cases} \frac{1}{2}z_i^2 & /i \in [1, 3, 5, 7, 9, 11] \\ \frac{1}{2}(z_i^2 + V_{i-1}^2) & /i \in [2, 4, 6, 8, 10, 12] \end{cases} \quad (3.60)$$

Application de la synthèse : **Pour** $i = 1$:

$$\begin{cases} z_1 = x_{1d} - \hat{x}_1 \\ V_1 = \frac{1}{2}z_1^2 \end{cases} \quad (3.61)$$

et

$$\dot{V}_1 = z_1\dot{z}_1 = z_1(\dot{x}_{1d} - \dot{\hat{x}}_2) \quad (3.62)$$

Pour assurer la stabilité il faut que ($\dot{V}_i < 0$), et la stabilisation de z_1 peut être obtenue par l'introduction d'une nouvelle entrées de commande virtuelle x_2 :

$$\hat{x}_2 = \dot{x}_{1d} + c_1z_1 \text{ avec } c_1 > 0$$

Donc l'équation (3.62) devient alors :

$$\dot{V}_1(z_1) = -c_1z_1^2$$

Supposons le changement de variable suivant :

$$z_2 = \hat{x}_2 - \dot{x}_{1d} - c_1z_1^2 \quad (3.63)$$

Pour $i = 2$:

$$\begin{cases} z_2 = \hat{x}_2 - \dot{x}_{1d} - c_1z_1^2 \\ \dot{V}_2 = \frac{1}{2}z_1^2 + \frac{1}{2}z_2^2 \end{cases} \quad (3.64)$$

Et :

$$\dot{V}_2 = z_1\dot{z}_1 + z_2\dot{z}_2 \quad (3.65)$$

Finalement :

$$\dot{z}_2 = a_1\dot{x}_4\dot{x}_6 + a_2\dot{x}_4\bar{\Omega} + b_1U_2 - \ddot{x}_{1d} + c_1\dot{z}_1 \quad (3.66)$$

Alors la loi de commande U_2 est déduite en satisfaisant $V_2 < 0$:

$$U_2 = \frac{1}{b_1} \left[-a_1\dot{x}_4\dot{x}_6 + a_2\dot{x}_4\bar{\Omega} + \ddot{\phi}_d + c_1(\dot{\phi}_d - \dot{x}_2) - c_2z_2 + z_1 \right] \quad (3.67)$$

Le terme c_2z_2 est ajouté afin de stabiliser z_1 . Les mêmes étapes sont reprises afin d'extraire U_1, U_3, U_4, U_x, U_y .

$$\begin{cases} U_3 = \frac{1}{b_2} \left[-a_3\dot{x}_2\dot{x}_6 - a_4\dot{x}_2\bar{\Omega} + \ddot{\theta}_d + c_3(\dot{\theta}_d - \dot{x}_4) - c_4z_4 + z_3 \right] \\ U_4 = \frac{1}{b_3} \left[-a_5\dot{x}_2\dot{x}_4 + \ddot{\psi}_d + c_5(\dot{\psi}_d - \dot{x}_6) - c_6z_6 + z_5 \right] \\ U_x = \frac{m}{U_1} [\ddot{x}_d + c_7(\dot{x}_d - \dot{x}_8) - c_8z_8 + z_7] \\ U_y = \frac{m}{U_1} [\ddot{y}_d + c_9(\dot{y}_d - \dot{x}_{10}) - c_{10}z_{10} + z_9] \\ U_1 = \frac{m}{C_{x_1}C_{x_3}} [g + \ddot{z}_d + c_{11}(\dot{z}_d - \dot{x}_{12}) - c_{12}z_8 + z_{11}] \end{cases} \quad (3.68)$$

Ou les c_i (avec $i \in [1, \dots, 12]$) sont des réels positifs.

(a)

(b)

FIGURE 3.19 – (a) Entrées de la commande par Backstepping, (b) Poursuite des trajectoires en 3D.

(a)

(b)

FIGURE 3.20 – (a) Trajectoire à grand hélicoïdale, (b) Trajectoire à grand arc.

Les figures (3.19, 3.20), illustrent respectivement les résultats de simulation ; pour des signaux de commande par Backstepping, la réalisation des connexions en droite, hélicoïdale, et en arc. Les figures montrent la bonne poursuite des trajectoires réelles à leurs références en 3D pour les différentes connexions. D'après ces figures on voit clairement les bonnes performances de la commande par Backstepping.

3.4 Conclusion

En se basant sur le modèle dynamique (2.33) présenté précédent ; nous avons utilisé deux techniques de commande pour le control de l'hélicoptère, telque la commande mode glissant et la commande Backstepping.

La disponibilité des toutes les variables d'états par la mesure directe est rarement vérifiée dans la pratique. Il existe dans la plupart des cas un vrai besoin d'une estimation fiable des variables non mesurées, particulièrement quand elles sont employées pour la synthèse de lois de commande ou pour la surveillance des processus. En effet, l'état d'un système peut correspondre à une grandeur physique que l'on ne peut pas toujours mesurer directement ; l'élaboration d'une loi de commande ou la détermination d'une défaillance d'un composant d'un système passent souvent par l'accès à la valeur d'un ou plusieurs de ses états. Pour cela, il s'avère nécessaire de concevoir un système auxiliaire appelé, observateur, qui se charge de reconstruire les états non mesurables en exploitant les informations disponibles, à savoir le modèle dynamique du système, ses sorties mesurées et éventuellement ses entrées.

Les études précédents est faite en tenant en considération que les états de la sortie sont accessibles pour le système de commande, dans le cas contraire, la synthèse d'un observateur non linéaire qui fera l'objet du chapitre suivant.

Chapitre 4

Synthèse d'observateurs non linéaires

Introduction

La disponibilité des toutes les variables d'états pour la mesure directe est rarement vérifiée dans la pratique. Il existe dans la plupart des cas un vrai besoin d'une observation fiable des variables non mesurées, particulièrement quand elles sont employées pour la synthèse de lois de commande ou pour la surveillance des processus. En effet, l'état d'un système peut correspondre à une grandeur physique que l'on ne peut pas toujours mesurer directement ; l'élaboration d'une loi de commande ou la détermination d'une défaillance d'un composant d'un système passent souvent par l'accès à la valeur d'un ou plusieurs de ses états. Pour cela, il s'avère nécessaire de concevoir un système auxiliaire appelé, observateur, qui se charge de reconstruire les états non mesurables en exploitant les informations disponibles, à savoir le modèle dynamique du système, ses sorties mesurées et éventuellement ses entrées.

Contrairement au problème de synthèse d'observateurs d'état des systèmes linéaires qui a été entièrement résolu. Le cas des systèmes non linéaires est plus difficile et beaucoup moins systématique. C'est la raison pour laquelle, de nombreux travaux ont abordé ce problème, dans la littérature, en se basant sur des classes spécifiques de systèmes non linéaires. Dans cette section nous allons présenter quelques méthodes de synthèse d'observateurs de systèmes linéaires et non linéaires. Mais auparavant, nous allons parler d'un concept important dans le domaine de la reconstruction d'état, qui est celui de l'observabilité.

4.1 Observabilité

L'observabilité d'un processus est un concept très important dans le domaine d'observation de l'état. En effet, pour reconstruire les états inaccessibles d'un système, il faut savoir, a priori, si les variables d'état sont observables ou non. L'observabilité d'un système est la propriété qui permet de dire si l'état peut être déterminé uniquement à partir de la connaissance des signaux d'entrées et de sorties. Dans le cas des systèmes non linéaires, la notion d'observabilité est liée aux entrées et aux conditions initiales, Les résultats classiques que l'on peut trouver dans la littérature [69, 13, 1, 67] sont rappelés dans cette partie.

4.1.1 Observabilité des systèmes linéaires :

Soit un système continu décrit par l'équation d'état déterministe suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (4.1)$$

Où les vecteurs $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}^p$; représentent respectivement l'état, la commande et la sortie du système. Les matrices A, B et C sont des matrices constantes de dimensions appropriées.

4.1.2 Le critère de Kalman

Théorème 4.1 (critère de Kalman). *Le système (4.1) est observable si, et seulement si, le rang de la matrice d'observabilité [134] :*

$$\mathcal{O} = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

est égal à $n = \dim(x)$

Démonstration. Dérivons y et d'utilisons l'équation d'état. Une première dérivation donne

$$\dot{y} = C\dot{x} = CAx + CBu.$$

Donc, x est nécessairement solution du système (les fonctions y et u sont connues)

$$\begin{aligned} Cx &= y \\ CAx &= \dot{y} - CBu. \end{aligned}$$

A ce niveau, tout se passe comme si la quantité $\bar{y}_1 = \dot{y} - CBu$ était une nouvelle sortie. En la dérivant de nouveau, nous avons $CA^2x = \dot{\bar{y}}_1 - CABu$. Maintenant, x est nécessairement solution du système étendu

$$\begin{aligned} Cx &= \bar{y}_0 = y \\ CAx &= \bar{y}_1 = \dot{y} - CBu \\ CA^2x &= \bar{y}_2 = \dot{\bar{y}}_1 - CABu. \end{aligned}$$

Il est alors facile de voir que x sera nécessairement solution des équations :

$$CA^k x = \bar{y}_k \quad (4.3)$$

où les quantités connues \bar{y}_k sont définies par la récurrence $\bar{y}_k = \dot{\bar{y}}_{k-1} - CA^{k-1}Bu$ pour $k \geq 1$ et $\bar{y}_0 = y$. Si le rang de la matrice d'observabilité est maximum et égal à n , elle admet un inverse à gauche (non nécessairement unique), P matrice $n \times pn$ vérifiant :

$$P = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} = 1_n$$

Ainsi

$$x = P^{-1} \begin{pmatrix} \bar{y}_0 \\ \vdots \\ \bar{y}_{n-1} \end{pmatrix}$$

La condition de rang est donc suffisante.

Supposons maintenant que la matrice d'observabilité, de taille $pn \times n$, soit de rang $r < n$. Nous allons montrer qu'il existe, au moins, deux trajectoires différentes avec les mêmes commandes, donnant la même sortie. Cela montrera que la condition est aussi nécessaire.

Soit, $\omega \in \mathbb{R}^n$: un élément non nul du noyau de la matrice de commandabilité. Pour $k = 0, \dots, n-1, CA^k\omega = 0$. On a nécessairement $CA^k\omega = 0$, pour toute $k \geq n$. Donc ω est dans le noyau de toutes les matrices CA^k . Prenons comme première trajectoire $[0, T] \ni t \mapsto (x, u) = 0$. Alors, $y = 0$. Prenons maintenant comme seconde trajectoire, celle qui, à commande nulle, démarre en ω : $[0, T] \ni t \mapsto (x, u) = (\exp(tA)\omega, 0)$. Sa sortie vaut

$$C \exp(tA)\omega = \sum_{i=0}^{+\infty} \frac{t^i}{i!} CA^i\omega = 0$$

car chaque terme de la série est nul. □

4.1.3 Observateurs asymptotiques

Il est classique de noter par \hat{x} une estimation de la quantité x . Nous cherchons ici à obtenir une estimation de l'état sans utiliser les dérivées de y et u . La première idée qui vient à l'esprit est de copier la dynamique du système. On intègre directement :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu$$

à partir d'une condition initiale \hat{x}_0 . Si la matrice A est stable, alors \hat{x} peut être pris comme estimation de x car l'erreur $e_x = \hat{x} - x$ tend vers 0 puisque $\dot{e}_x = Ae_x$.

Si A est instable cette méthode ne marchera pas. En effet, une petite erreur initiale $e_x(0)$ sera amplifiée exponentiellement. Intuitivement, si l'erreur $\hat{x} - x$ devient grande alors, le système étant observable, l'erreur sur les sorties $\hat{y} - y$ deviendra grande également. Comme y est connue, il est alors tentant de modifier $\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu$ par l'ajout d'un terme du type $L(\hat{y} - y)$ qu'on connaît et qui correspond à l'erreur d'observation. Ainsi, le problème suivant se pose, peut-on choisir la matrice L de façon à ce que la solution \hat{x} du système :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(\hat{y} - y), \quad \hat{y} = C\hat{x}$$

converge vers x ? Puis que $y = Cx$, la question se pose ainsi : peut-on ajuster la matrice L de façon à obtenir une équation différentielle d'erreur stable :

$$\dot{e}_x = (A + LC)e_x ?$$

Par un choix judicieux de L , peut-on imposer à $A + LC$ d'avoir toutes ses valeurs propres à partie réelle strictement négative ?

Or, les valeurs propres restent inchangées par la transposition : $A + LC$ admet le même spectre que $A' + C'L'$. De plus la paire (A, C) est observable si, et seulement si, la paire (A', C') est commandable : on obtient le critère de Kalman de commandabilité en transposant celui de l'observabilité.

Théorème 4.2 (observateur asymptotique). *Si (A, C) est observable, il existe L , matrice $n \times p$, telle que le spectre de $A + LC$ soit le même que celui de n'importe quelle matrice réelle $n \times n$.*

4.1.4 Observabilité non linéaire

Pour les systèmes non linéaires, étant donné l'espace de l'état $x \in \mathbb{R}^n$ et u l'ensemble des entrées, la notion d'observabilité est basée sur la possibilité de différencier deux conditions initiales distinctes. On parlera ainsi de la distinguabilité d'un couple de conditions initiales. On

considère le système non linéaire donnée par [67, 112, 14] :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(x, u) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (4.4)$$

avec $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$ et $y \in \mathbb{R}^p$, sont respectivement le vecteur d'état et vecteur de commande et de sortie. Les fonctions f et h sont régulières.

4.1.4.1 Définition

Pour définir l'observabilité, il convient d'abord de définir la notion de distinguabilité [19, 21].

Définition 2 (distinguabilité). *Deux états initiaux x et \tilde{x} sont dits indistinguables (notés $xI\tilde{x}$) si pour tout $t \geq 0$, les sorties y et \tilde{y} sont identiques pour toute entrée u admissible. Ils sont dits distinguables sinon.*

L'indistinguabilité est une relation d'équivalence. Notons $I(x)$ la classe d'équivalence de x . L'observabilité est alors définie de la manière suivante :

Définition 3 (observabilité globale). *Le système (4.4) est dit observable si $I(x) = \{x\}$ pour tout x .*

En fait, le système est observable si pour tous les états initiaux x et \tilde{x} , il existe une entrée admissible u qui distingue x et \tilde{x} , c'est à dire telle que $y \neq \tilde{y}$ pour au moins un temps $t \geq 0$. Il peut exister des entrées qui ne distinguent pas certains points. Cependant, le système peut être malgré tout observable. Par exemple :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = ux_2 \\ \dot{x}_2 = 0 \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4.5)$$

est observable (pour $u = 1$ par exemple). Cependant l'entrée $u = 0$ ne distingue pas les point x et \tilde{x} tel que $x_1 = \tilde{x}_1$ et $x_2 = \tilde{x}_2$. Notons que l'observabilité ne signifie pas que toute entrée distingue tous les états. L'observabilité est un concept global. Il peut être nécessaire d'aller très loin dans le temps et dans l'espace d'état pour distinguer deux états initiaux. Pour cela nous introduisons le concept plus fort :

Définition 4 (observabilité locale en temps et en espace). *L'état x de (4.4) est localement observable, si pour tout $\epsilon > 0$ et pour tout voisinage U de x , il existe $\eta > 0$ plus petit que ϵ et un voisinage V de x contenu dans U , tel que pour tout $\tilde{x} \in V$, il existe une entrée $[0, \eta] \ni t \mapsto u$ qui distingue x et \tilde{x} , i.e. telle que $y(\eta) \neq \tilde{y}(\eta)$. Le système (4.4) est localement observable s'il l'est pour tout x .*

Intuitivement, le système (4.4) est localement observable si on peut instantanément distinguer chaque état de ses voisins en choisissant judicieusement l'entrée u .

4.2 Observateurs des systèmes linéaires

Une solution simple et optimale au problème de l'estimation de l'état des systèmes linéaires a été proposée par **Luenberger** [94] dans le cadre déterministe, et par **Kalman** [69, 134] dans le cadre stochastique. Dans les deux cas, on considère le modèle dynamique du système linéaire défini par :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Qv \\ y = Cx + R\omega \end{cases} \quad (4.6)$$

Où $\omega \in \mathbb{R}^r$, $v \in \mathbb{R}^p$ sont deux bruits blancs gaussiens d'espérance nulle, de covariances respectives R et Q . Ces bruits sont supposés non corrélés. Les matrices du système sont de dimensions appropriées, et les conditions initiales sont définies par $x(0) = x_0$.

4.2.1 Observateur de Luenberger

La théorie de l'observation de Luenberger repose essentiellement sur des techniques de placement de pôles. On se place dans le cas déterministe, ou les bruits ω et v sont nuls, Luenberger propose l'observateur suivant pour le système (4.6) :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - \hat{y}) \\ \hat{y} = C\hat{x} \end{cases} \quad (4.7)$$

La dynamique de l'erreur d'observation $e = x - \hat{x}$, a pour expression :

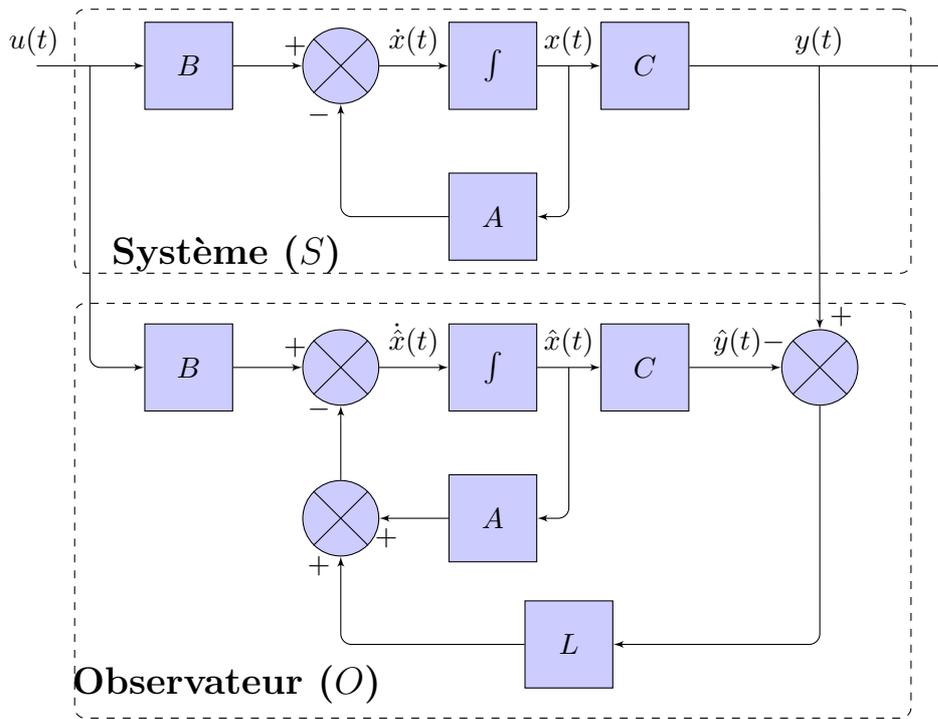


FIGURE 4.1 – Schéma structurel de l'observateur de Luenberger.

$$\dot{e} = (A - LC)e$$

Dans la figure (4.1) on représente un système réel (S) avec son système auxiliaire “Observateur” (O).

En utilisant une technique de placement de pôles, il suffit alors de choisir le gain L de l'observateur de telle sorte que les valeurs propres de la matrice $(A - LC)$ soit dans le demi-plan complexe gauche. Pour ce type d'observateur, une grande liberté est laissée au choix des valeurs propres, mais en pratique on choisit une dynamique d'erreur plus rapide que celle du processus. Cependant on ne peut les prendre infiniment grandes pour deux raisons essentielles : on ne peut utiliser que des gains réalisables et l'augmentation de la bande passante du reconstruteur ne permet plus de négliger les bruits qui deviennent prépondérants en hautes fréquences.

4.2.2 Observateur réduit de Luenberger

Supposons que C soit de rang maximum $p = \dim(y)$ et que la paire (A, C) soit observable. On peut toujours supposer, quitte à faire un changement de variable sur x , que y correspond aux p premières composantes de l'état x : $x = (y, x_r)$. L'équation d'état $\dot{x} = Ax + Bu$ s'écrit alors sous forme blocs :

$$\begin{cases} \dot{y} &= A_{yy}y + A_{yr}x_r + B_y u \\ \dot{x}_r &= A_{ry}y + A_{rr}x_r + B_r u \end{cases} \quad (4.8)$$

Il est facile de montrer, en revenant, par exemple à la définition de l'observabilité, que (A, C) est observable si, et seulement si, (A_{rr}, A_{yr}) l'est : en effet connaître y et u implique la connaissance de $A_{yr}x_r = \dot{y}A_{yy}y - B_y u$, qui peut être vu comme une sortie du système $x_r = A_{rr}x_r + (B_r u + A_{ry}y)$.

En ajustant correctement la matrice des gains d'observation L_r , le spectre de $A_{rr} + L_r A_{yr}$ coïncide avec celui de n'importe quelle matrice réelle carrée d'ordre $n-p = \dim(x_r)$. Considérons alors la variable $\xi = x_r + L_r y$ au lieu de x_r . Un simple calcul montre que :

$$\dot{\xi} = (A_{rr} + L_r A_{yr})\xi + (A_{ry} + L_r A_{yy} - (A_{rr} + L_r A_{yr})L_r)y + (B_r + L_r B_y)u$$

Ainsi en choisissant L_r , de façon à avoir $A_{rr} + L_r A_{yr}$ stable, nous obtenons un observateur d'ordre réduit $n-p$ pour ξ (donc pour $x_r = \xi - L_r y$) en recopiant cette équation différentielle :

$$\dot{\hat{\xi}} = (A_{rr} + L_r A_{yr})\hat{\xi} + (A_{ry} + L_r A_{yy} - (A_{rr} + L_r A_{yr})L_r)y + (B_r + L_r B_y)u$$

En effet la dynamique de l'erreur sur ξ , $e_\xi = \hat{\xi} - \xi$ vérifie l'équation autonome stable :

$$\dot{e}_\xi = (A_{rr} + L_r A_{yr})e_\xi$$

Cet observateur réduit est intéressant lorsque $n-p$ est petit, typiquement $n-p = 1, 2$: la stabilité d'un système de dimension 1 ou 2 est très simple à étudier.

4.2.3 Filtre de Kalman

La théorie de l'observation de Kalman [69, 134, 132] nécessite, quant à elle, la résolution d'une équation de Riccati. Kalman utilise les propriétés stochastiques des bruits ω et v et propose la structure d'observateur suivante :

$$\dot{\hat{x}} = Ax + Bu + K(y - C\hat{x}) \quad (4.9)$$

En minimisant la matrice de covariance de l'erreur d'observation $P = E[e \cdot e^T]$, on obtient l'expression du gain de l'observateur :

$$K = PC^T R^{(-1)} \quad (4.10)$$

Où P est solution de l'équation de Riccati :

$$AP + PA^T - PC^T R^{(-1)} CP + LQL^T = 0 \quad (4.11)$$

Sous certaines conditions, on peut montrer que la matrice P tend vers une limite et que le filtre est stable, ce qui permet éventuellement de conserver pour K sa valeur en régime permanent.

4.2.4 Observateur à entrée inconnue

La théorie d'observateur à entrée inconnue est applicable à la classe des systèmes linéaires (4.1). Seulement cette fois, les entrées inconnues interviennent dans le modèle du système :

$$\begin{cases} \dot{x} &= Ax + Bu + Ed \\ y &= Cx \end{cases} \quad (4.12)$$

Où $d \in \mathbb{R}^q$ est une entrée inconnue, on suppose que la matrice E est de plein rang colonne et que la paire (A, C) est observable. L'objectif est l'observation complète du vecteur d'état malgré

la présence des entrées inconnues d . Pour le système (4.12) on dit qu'un observateur est à entrée inconnue si l'erreur d'observation tend vers zéro en présence d'entrées inconnues. Sa structure est donnée par [34, 20, 33] :

$$\begin{cases} \dot{z} &= Fz + TBu + Ky \\ \dot{\hat{x}} &= z - Hy \end{cases} \quad (4.13)$$

Où $z \in \mathbb{R}^n$: est le vecteur d'état de l'observateur et $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état observé du système, les matrices F, T, K et H qui seront déterminées pour stabiliser l'observateur et découpler les entrées inconnues. En posant $K = K_1 + K_2$. Pour que l'observation soit garantie, il faut que \hat{x} approche asymptotiquement vers x , c'est-à-dire qu'il faut que l'erreur d'observation d'état :

$$e = x - \hat{x}$$

tende vers zéro asymptotiquement. L'équation de la dynamique d'évolution de cette erreur s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{x} - \dot{\hat{x}} \\ &= (A - HCA - K_1C)e - [F - (A - HCA - K_1C)]z - [T - (I - HC)]Bu \\ &\quad - (I - HC)Ed - [K_2 - (A - HCA - K_1C)H] \end{aligned}$$

Posons : $P = I + HC$, on obtient alors :

$$\dot{e} = Fe + (PB - T) + PED + (PA - FP - LC)x$$

Ainsi les conditions permettant le découplage de l'entrée inconnue sont :

$$\begin{cases} (HC - I)E &= 0 \\ T &= (I - HC) \\ F &= (A - HCA - K_1C) \\ K_2 &= FH \\ K &= K_1 + K_2 \end{cases} \quad (4.14)$$

Si ces conditions sont satisfaites alors l'erreur dynamique sera :

$$\dot{e} = Fe$$

Afin que l'erreur d'observation tende asymptotiquement vers zéro, les valeurs propres de F doivent être à partie réelle négative. Les conditions nécessaires et suffisantes pour l'existence d'un tel observateur pour un système décrit par l'équation (4.12) sont : [15, 128]

- $Rang(CE) = Rang(E)$
- (C, A_1) est stable, $A_1 = A - E[(CE)^T CE]^{(-1)}(CE)^T CA$.

La première condition signifie que le nombre de lignes linéairement indépendantes de la matrice C ne doit pas être inférieur au nombre de colonnes linéairement indépendantes de la matrice E , c'est-à-dire, le nombre de mesures indépendantes doit être supérieur ou égal au nombre d'entrées inconnues à découpler.

4.3 Observateurs des systèmes non linéaires

4.3.1 Observateur de Luenberger étendu

L'observateur de Luenberger étendu intervient [165, 117], soit au niveau du système original avec un gain constant, soit par le biais d'un changement de coordonnées avec un gain dépendant

de l'état à estimer. Dans le premier cas, un modèle linéarisé est nécessaire, et le gain de l'observateur est calculé par placement de pôles. Ce type d'observateur ne peut être utilisé que lorsqu'on est sûr que l'état restera au voisinage de l'état d'équilibre. Pour cette raison, l'utilisation de cet observateur peut être compromise par les instabilités qui peuvent se révéler si l'on s'éloigne du point de fonctionnement. Dans le deuxième cas, les méthodes de changement de coordonnées ne concernent qu'une classe restreinte de systèmes non linéaires. En effet, beaucoup d'approches utilisant les changements de coordonnées nécessitent l'intégration d'un ensemble d'équations aux dérivées partielles non linéaires, ce qui est souvent très délicat à réaliser. De ce fait, l'utilisation de solutions approchées est envisageable.

4.3.2 Filtre de Kalman Étendu (EKF)

Le filtre de Kalman étendu est l'une des techniques d'observation les plus populaires et largement étudiées dans le domaine d'observation d'état des systèmes dynamiques non linéaires. Ce filtre étendu consiste à utiliser les équations du filtre de Kalman standard au modèle non linéaire linéarisé par la formule de Taylor au premier ordre. Ce filtre étendu a été appliqué avec succès sur différents types de procédés non linéaires. Malheureusement, les preuves de stabilité et de convergence établies dans le cas des systèmes linéaires, ne peuvent être étendues de manière générale au cas des systèmes non linéaires. Dans un environnement déterministe, une preuve de la convergence du filtre de Kalman étendu a été établie dans [21, 82, 32] pour la classe des systèmes non linéaires à temps discret. Cependant, cette convergence n'est que locale. L'analyse de la convergence de cet estimateur, reste à l'heure actuelle, un problème ouvert.

4.3.3 Observateurs à grand gain

Les techniques dites à grand gain peuvent être appliquées sans transformation du système initial. Dans ce cas, la conception de l'observateur se fait directement à partir de la structure du système. Cette technique utilise la théorie de stabilité de Lyapunov pour adapter les techniques développées dans le cas linéaire. La méthode présentée dans [151] donne des conditions suffisantes de convergence de l'état observé vers l'état réel du système, pour la classe des systèmes non linéaires décrits par le modèle suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} &= Ax + f(u, x) \\ y &= h(x) \end{cases} \quad (4.15)$$

La dynamique de l'état comporte une partie linéaire non commandée et une partie non linéaire commandée, vérifiant en général la condition de Lipschitz par rapport à x .

$$\|f(x_1) - f(x_2)\| \leq k \|x_1 - x_2\| \quad (4.16)$$

Un observateur à grand gain a été donné pour de tels systèmes sous des hypothèses du type Lipschitz sur les non linéarités, il est proposé pour les systèmes de la forme (4.15), Pour lesquelles l'application φ définie par :

$$\varphi = \begin{pmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \\ \vdots \\ L_f^{n-1} h(x) \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

Constitue un difféomorphisme qui transforme le système (4.15) en :

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \\ \gamma(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1(x_1) \\ f_1(x_1, x_2) \\ \vdots \\ f_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1}) \\ f_n(x_1, \dots, x_n) \end{bmatrix} u \\ y = Cx = x_1 \end{cases} \quad (4.18)$$

L'observateur à grand gain possède la structure suivante :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + f(u, \hat{x}) + K(y - C\hat{x}) \quad (4.19)$$

L'appellation grand gain provient de la structure de l'observateur : lorsque la fonction non linéaire possède une grande constante de Lipschitz, la moindre erreur entre l'état réel et l'état observé va se répercuter et croître. Par conséquent, le gain K de l'observateur (4.19) doit être important pour compenser cette amplification de l'erreur. La dynamique de l'erreur d'observation $e = x - \hat{x}$ se déduit de (4.15) et (4.19) :

$$\dot{e} = (A - LC)e + f(u, x) - f(u, \hat{x}) \quad (4.20)$$

Il a été démontré dans [128] que si le gain K est choisi telle que :

$$K < \frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)} \quad (4.21)$$

Où K est la constante de Lipschitz de $f(x, u)$, $\lambda_{\min}(Q)$ et $\lambda_{\max}(P)$ sont les valeurs propres maximales et minimales. Q est une matrice symétrique définie positive et P est une matrice définie positive, solution de l'équation de Lyapunov :

$$(A - KC)^T P + (A - KC) = -Q \quad (4.22)$$

Alors (4.19) est la dynamique de l'observateur asymptotique du système non linéaire (4.15).

La synthèse de l'observateur consiste à ajuster les matrices P , Q et K de façon à garantir l'égalité (4.22). Ensuite, on vérifie si la condition (4.21) est satisfaite. Ainsi, et malgré l'intérêt du résultat, cette méthode n'est pas constructive, elle ne donne aucune indication sur le choix d'un gain satisfaisant la condition (4.21). Pour simplifier le problème on peut remplacer la matrice Q par une matrice identité ; et cela revient à choisir un gain K qui satisfait [128] :

$$k < \frac{1}{(\lambda_{\max}(P))} \quad (4.23)$$

Ces techniques dites à grand gain sont très répandues dans la littérature. Il s'agit principalement de techniques de vérification, qui permettent d'établir des conditions suffisantes de convergence de l'état observé vers l'état réel.

4.3.4 Observateurs adaptatifs

Pour les modèles paramétriques on a parfois besoin d'estimer conjointement l'état et les paramètres inconnus. Un tel algorithme porte le nom d'observateur adaptatif [147, 15]. Un observateur adaptatif est donc, un algorithme récursif qui permet d'estimer l'état d'un système dynamique ou ses paramètres inconnus ou les deux conjointement. Les études sur les observateurs adaptatifs ont d'abord été motivées par la commande adaptative, et plus récemment par la détection et le diagnostic de pannes dans des systèmes dynamiques. Dans le cas linéaire la conception des observateurs adaptatifs est étudiée depuis les années 70 et l'observateur proposé intègre l'erreur de sortie avec adaptations des paramètres. Puis on a proposé des observateurs à convergence exponentielle basés sur la minimisation d'un critère spécifique. Pour les systèmes non linéaires on distingue deux approches principales : La première concerne des systèmes non linéaires qui sont intrinsèquement associées à une forme canonique, éventuellement après une transformation de coordonnées non linéaire et une injection de sortie. La deuxième concerne des systèmes ayant une forme plus au moins générale. Des algorithmes ont été proposés pour estimer asymptotiquement l'état malgré les paramètres inconnus. Dans [15, 36] on propose des observateurs adaptatifs basés sur l'existence d'une fonction de Lyapunov pour des systèmes non linéaires possédants une forme générale affine par rapport aux paramètres inconnus :

$$\dot{x} = Ax + f(x, u, t) + g(x, u, t)\theta y = h(x)$$

Où θ est un vecteur de paramètres à estimer. f , g , et h , sont des fonctions non linéaires.

4.3.5 Observateurs à mode glissant

Dans toutes les méthodes vues précédemment, le modèle dynamique du système étudié était supposé parfaitement connu. Ici, il s'agit de développer une certaine robustesse vis-à-vis d'incertitudes paramétriques. Le principe des observateurs à modes glissants consiste à contraindre, à l'aide de fonctions discontinues, les dynamiques d'un système d'ordre n à converger vers une variété S de dimension $(n - p)$ dite surface de glissement (p étant la dimension du vecteur de mesure). L'attractivité de cette surface est assurée par des conditions appelées conditions de glissement. Si ces conditions sont vérifiées, le système converge vers la surface de glissement et y évolue selon une dynamique d'ordre $(n - p)$. Dans le cas des observateurs à modes glissants, les dynamiques concernées sont celles des erreurs d'observation :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$$

A partir de leurs valeurs initiales $e(0)$, ces erreurs convergent vers les valeurs d'équilibre en deux étapes :

Dans une première phase : la trajectoire des erreurs d'observation évolue vers la surface de glissement sur laquelle les erreurs entre la sortie de l'observateur et la sortie du système réel (les mesures) $e_y = y - \hat{y}$ sont nulles. Cette étape, qui généralement est très dynamique, est appelée mode d'atteinte.

Dans la seconde phase : la trajectoire des erreurs d'observation glisse sur la surface de glissement avec des dynamiques imposées de manière à annuler toutes les erreurs d'observation. Ce dernier mode est appelé mode de glissement. Les différentes étapes de synthèse d'un observateur à mode glissant sont connues et clairement identifiées dans [142, 143, 42, 126, 27]. Ces dernières sont rappelées ci-dessous.

Considérons un système d'état non linéaire d'ordre n :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u), & x \in \mathbb{R}^n \\ y = h(x), & y \in \mathbb{R}^p \end{cases} \quad (4.24)$$

L'observateur à modes glissants est défini avec la structure suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) - K\Gamma_s \\ \hat{y} = h(\hat{x}) \end{cases} \quad (4.25)$$

Où

K : est la matrice de gain de dimension $(n \times p)$.

Γ_s : est un vecteur de dimension $p \times 1$ défini tel que : $\Gamma_s = [\text{sign}(y_1 - \hat{y}_1), \dots, \text{sign}(y_p - \hat{y}_p)]^T$.

Nous définissons également les vecteurs relatifs aux erreurs d'observation tel que :

$e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$: est le vecteur d'état des erreurs d'observation.

$S = e_y = y - \hat{y}$: est la surface de glissement. Pour que l'état observé converge vers l'état réel, l'observateur à mode glissant doit respecter deux conditions :

La première concerne le mode d'atteinte et garantit l'attractivité de la surface de glissement $S = 0$ de dimension p , la quelle est attractive si la fonction de Lyapunov $V(x) = S^T S$ vérifie la condition :

$$\dot{V}(x) < 0 \quad \text{si} \quad S \neq 0.$$

La deuxième concerne le mode glissant, durant cette étape, la matrice des gains correctifs agit de manière à satisfaire la condition d'invariance suivante :

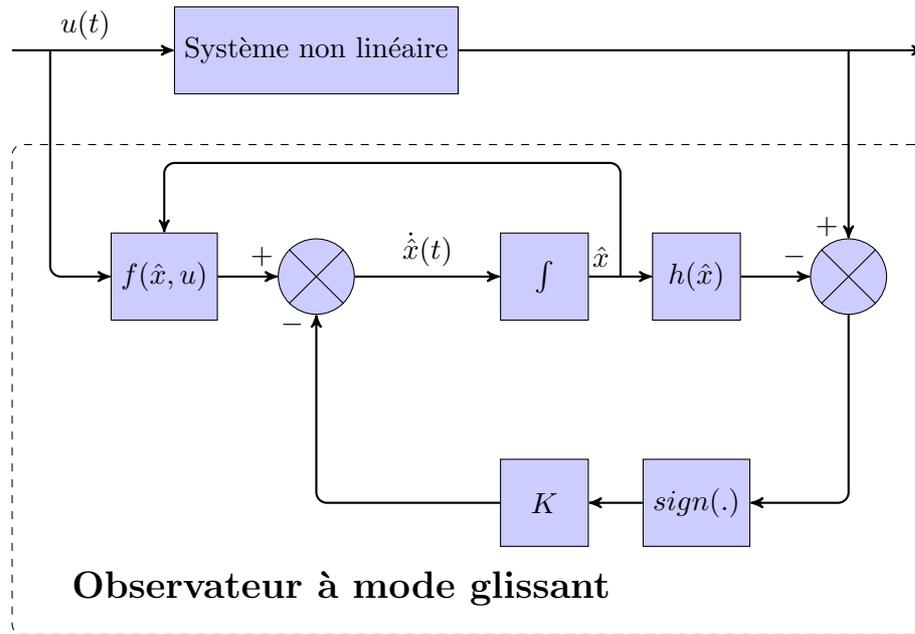


FIGURE 4.2 – Schéma fonctionnel d'un observateur à mode glissant.

$$\begin{cases} \dot{S} = 0 \\ S = 0 \end{cases}$$

Durant ce mode, les dynamiques du système sont réduites et le système d'ordre n devient un système équivalent d'ordre $(n - p)$. Ces critères permettent la synthèse de l'observateur à mode glissant et déterminent son fonctionnement.

4.3.5.1 Observateurs à mode glissant des systèmes linéaires

Considérons à nouveau le système dynamique (4.1) présenté au paragraphe (4.1.1) précédent :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (4.26)$$

où la paire (A, C) est supposée observable.

La reconstruction des variables d'état est basée sur les sorties mesurées, un changement de coordonnées peut être effectué pour que les sorties apparaissent directement comme des composantes du vecteur d'état. Sans perte de généralité la matrice de sortie peut être réécrite comme suit [160] :

$$C = [C_1 \ C_2]$$

Où $C_1 \in \mathfrak{R}^{(p \times (n-p))}$, $C_2 \in \mathfrak{R}^{(p \times p)}$ et, $\det(C_2) \neq 0$. Effectuons alors le changement de coordonnées suivant :

$$\tilde{x} = \tilde{T}x$$

où \tilde{T} est une matrice non singulière définie de la manière suivante :

$$\tilde{T} = \begin{bmatrix} I_{n-p} & 0 \\ C_1 & C_2 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Dans ce nouveau système de coordonnées, on peut facilement vérifier que la nouvelle matrice de sortie s'écrit :

$$\tilde{C} = C\tilde{T}^{-1} = [0 \quad I_p] \quad (4.28)$$

Les autres matrices se transforment de la manière suivante :

$$\tilde{A} = \tilde{T}A\tilde{T}^{-1} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{11} & \tilde{A}_{12} \\ \tilde{A}_{21} & \tilde{A}_{22} \end{bmatrix}, \tilde{B} = \tilde{T}B = \begin{bmatrix} \tilde{B}_1 \\ \tilde{B}_2 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Le système (4.26) peut donc être écrit sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}u \\ y = \tilde{C}\tilde{x} = \tilde{x}_2 \end{cases} \quad (4.30)$$

Le changement de coordonnées permet donc d'exprimer directement le vecteur de sortie en fonction d'une partie du vecteur d'état.

On considère qu'il existe une matrice $\tilde{G} \in \mathfrak{R}^{n \times p}$ telle que la matrice $A_0 = (\tilde{A} - \tilde{G}\tilde{C})$ a des valeurs propres stables, une paire de matrices de Lyapunov (P, Q) symétriques et définies positives et une matrice F respectant la contrainte structurelle suivante :

$$\begin{aligned} (\tilde{A} - \tilde{G}\tilde{C})^T \tilde{P} + \tilde{P}(\tilde{A} - \tilde{G}\tilde{C}) &= -\tilde{Q} \\ \tilde{C}F^T &= \tilde{P} \end{aligned}$$

subissent alors les transformations suivantes :

$$\begin{cases} \tilde{P} &= (\tilde{T}^{-1})^T P \tilde{T}^{-1} \\ \tilde{Q} &= (\tilde{T}^{-1})^T Q \tilde{T}^{-1} \\ \tilde{G} &= \tilde{T}^{-1} G \end{cases} \quad (4.31)$$

L'observateur à mode glissant proposé pour le système (4.30) est :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = \tilde{A}\hat{x} + \tilde{B}u + Lv \\ \hat{y} = \tilde{C}\hat{x} = \hat{x}_2 \end{cases} \quad (4.32)$$

Où \hat{x} et \hat{y} sont les observées de y et de \tilde{x} , $L \in \mathfrak{R}^{(n-p) \times p}$ est le gain de l'observateur et la fonction discontinue v est donnée par :

$$v = K \text{sign}(y_i - \hat{y}_i), \quad \text{avec } K > 0 \quad (4.33)$$

\hat{y}_i et y_i sont respectivement les composantes des vecteurs \hat{y} et y . Les erreurs d'observation d'état et de sortie sont données par :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{e}} &= \tilde{x} - \hat{x} \\ \tilde{e}_y &= y - \hat{y} \end{cases} \quad (4.34)$$

La dynamique de l'erreur d'observation d'état engendrée par cet observateur est régie par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{e}} &= \tilde{x} - \hat{x} \\ &= \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}u - \tilde{G}(\tilde{C}\tilde{x} - y) + v - (\tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}u) \\ &= (\tilde{A} - \tilde{G}\tilde{C})\tilde{e} + v \end{aligned}$$

Considérons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(\tilde{e}) = \tilde{e}^T \tilde{P} \tilde{e}$$

Sa dérivée le long de la trajectoire de l'erreur d'observation s'écrit :

$$\begin{aligned}
\dot{V}(\tilde{e}) &= \dot{\tilde{e}}^T \tilde{P} \tilde{e} + \tilde{e}^T \tilde{P} \dot{\tilde{e}} \\
&= ((\tilde{A} - \tilde{G}\tilde{C}\tilde{e}) + v)^T \tilde{P} \tilde{e} + \tilde{e}^T \tilde{P} ((\tilde{A} - \tilde{G}\tilde{C})\tilde{e} + v) \\
&= -\tilde{e}^T \tilde{Q} \tilde{e} + 2\tilde{e}^T \tilde{P} v
\end{aligned}$$

la dérivée de la fonction de Lyapunov peut être majorée de la façon suivante :

$$\dot{V}(\tilde{e}) \leq -\tilde{e}^T \tilde{Q} \tilde{e} < 0$$

Donc, nous avons bien montré que la dérivée de la fonction de Lyapunov est négative ce qui montre que l'erreur d'observation d'état converge asymptotiquement vers zéro.

Pour garantir la convergence asymptotique de l'observateur, Utkin [157, 155] a montré en utilisant la théorie des perturbations singulières que pour un gain K assez grand un régime glissant peut être établi sur l'erreur de sortie (4.34). Donc après un temps fini, l'erreur e_y et sa dérivée seront nulles et on aura à partir l'équation (4.29),(4.34) :

$$\dot{\tilde{e}} = A_{11}\tilde{e}_1$$

Avec un choix correct du gain (un gain qui stabilise A_{11}) le système d'équation (4.32) est stable, et $\tilde{e} \rightarrow 0$ quant $t \rightarrow \infty$, ce qui veut dire que $\hat{x} \rightarrow x$.

En pratique la difficulté majeure de cette approche réside dans le choix d'un gain approprié K pour établir un régime glissant dans un temps fini. Certains auteurs montrent la nécessité de modifier le gain K pendant l'intervalle de temps pour réduire les fortes commutations.

4.3.5.2 Observateurs à mode glissant étape par étape

L'observateur à mode glissant étape par étape a été développé pour des systèmes pouvant se mettre sous la forme, appelée forme triangulaire d'observation, suivante [67, 119, 132, 28, 76] :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + g_1(x_1, u) \\ \dot{x}_2 = x_3 + g_1(x_1, x_2, u) \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n + g_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, u) \\ \dot{x}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) + g_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u) \\ y = x_1 \end{array} \right. \quad (4.35)$$

Où g_i et f_n pour $i = 1, \dots, n$, sont des fonctions scalaires, x_i sont les états du système, u est le vecteur d'entrée et y est la sortie. La structure de l'observateur proposé est :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + g_1(x_1, u) + \lambda_1 \text{sign}_1(x_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = \hat{x}_3 + g_1(x_1, \bar{x}_2, u) + \lambda_2 \text{sign}_2(\bar{x}_2 - \hat{x}_2) \\ \vdots \\ \dot{\hat{x}}_{n-1} = \hat{x}_n + g_{n-1}(x_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_{n-1}, u) + \lambda_{n-1} \text{sign}_{n-1}(\bar{x}_{n-1} - \hat{x}_{n-1}) \\ \dot{\hat{x}}_n = f_n(x_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) + g_n(x_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n, u) + \lambda_n \text{sign}_n(\bar{x}_n - \hat{x}_n) \\ y = x_1 \end{array} \right. \quad (4.36)$$

Où les variables \bar{x}_2 et \bar{x}_n sont données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x}_2 = x_2 \\ \bar{x}_i = \hat{x}_i + \lambda_{i-1} \text{sign}_{eq_{i-1}}(\bar{x}_{i-1} - \hat{x}_{i-1}) \end{array} \right. \quad (4.37)$$

Avec sign_{eq} désigne la fonction $\text{sign}(\cdot)$ classique filtrée par un filtre passe bas ; la fonction sign_i est définie de manière à imposer que le terme correctif ne soit actif que si $(\bar{x}_j - \hat{x}_j) = 0$, pour

$j = 1, \dots, i$ c'est-à-dire, s'il existe $j \in \{1, \dots, i-1\}$ tel que $(\bar{x}_j - \hat{x}_j) \neq 0$ alors la fonction $sign_i$ est mise à zéro sinon elle est égale à la fonction $sign(\cdot)$ usuelle. La convergence des erreurs d'observation en temps fini n'est assurée que si le système est à entrées bornées et à états bornés pour une durée finie. Si cette condition est vérifiée, alors les λ_i peuvent être choisis tel que l'état de l'observateur \hat{x} converge en un temps fini vers l'état x réel du système. Cependant cette convergence se fait par étapes :

Étape 1 : Dans cette étape on assure la convergence de $e_1 = x - \hat{x}$ vers zéro dans un temps $t < t_1$. Pour $i > 1$ toutes les fonctions $sign_i$ sont égales à zéro, les dynamiques des erreurs d'observation $e_i = x_i - \hat{x}_i$ sont donc :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 &= e_2 - \lambda_1 sign_1(x_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{e}_2 &= e_3 + g_2(x_1, x_2, u) - g_2(x_1 - \hat{x}_2, u) \\ \vdots & \\ \dot{e}_{n-1} &= e_n + g_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, u) - g_{n-1}(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_{n-1}, u) \\ \dot{e}_n &= f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) - f_n(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n) + g_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u) \\ &\quad - g_n(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n, u) \end{cases} \quad (4.38)$$

L'entrée u et les états sont bornés. Donc On considère la fonction de Lyapunov :

$$V_1 = \frac{(e_1^2)}{2}$$

alors :

$$\dot{V}_1 = e_1(e_2 - \lambda_1 sign(e_1))$$

En choisissant $\lambda_1 > |e_2|_{max}$, l'erreur d'observation e_1 converge vers zéro en un temps fini t_1 . Après cet instant, e_1 reste égale à zéro et on obtient alors :

$$e_2 = \lambda_1 sign(x_1 - \hat{x}_1)$$

ce qui implique que $\hat{x}_2 \rightarrow x_2$

Étape 2 : L'objectif dans cette étape est d'atteindre la surface de glissement $e_2 = (x_2 - \hat{x}_2) = 0$. Pour rester sur la surface $e_1 = 0$, il faut que $\lambda_1 > |e_2|_{max}$, mais cela est vérifié de part le fait que e_2 est strictement décroissante après t_1 .

Les dynamiques des erreurs d'observation sont alors :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 &= e_2 - \lambda_1 sign(x_1 - \hat{x}_1) = 0 \\ \dot{e}_2 &= e_3 + g_2(x_1, x_2, u) - \lambda_2 sign(x_1 - \hat{x}_1) = e_3 - \lambda_2 sign(e_2) \\ \vdots & \\ \dot{e}_{n-1} &= e_n + g_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, u) - g_{n-1}(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_{n-1}, u) \\ \dot{e}_n &= f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) - f_n(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n) + g_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u) \\ &\quad - g_n(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n, u) \end{cases} \quad (4.39)$$

En choisissant la fonction de Lyapunov :

$$V_2 = \frac{(e_1^2)}{2} + \frac{(e_2^2)}{2}$$

on aura :

$$\dot{V}_2 = e_1(e_2 - \lambda_1 sign(e_1)) + e_2(e_3 - \lambda_2 sign(e_2)) = e_2(e_3 - \lambda_2 sign(e_2))$$

Si $\lambda_2 > |e_3|_{max}$ alors e_2 converge vers zéro après un temps finit, $t_2 > t_1$. L'erreur d'observation est strictement décroissante durant la période $[t_2, t_1]$ ce qui implique que la condition

imposée dans la première étape sur λ_1 doit être vérifiée aussi après t_1 . En fin, après un temps fini t_2 , $\hat{x}_3 \rightarrow x_3$.

Ainsi, *étape par étape* nous obtenons la convergence de toutes les composantes de l'erreur d'observation vers zéro et celles de \hat{x} vers x pour tous $i < n$, sous conditions, que $\lambda_i > |e_{(i-1)}|_{max}$ durant $[t_i, t_{(i+1)}]$

Étape n : cette étape commence à l'instant $t_{(n-1)}$ à cet instant $e_k = 0$ pour tous $k < n$.

$$\begin{cases} \dot{e}_1 &= e_2 - \lambda_1 \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1) = 0 \\ \dot{e}_2 &= e_3 - \lambda_2 \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1) = 0 \\ \vdots & \\ \dot{e}_{n-1} &= e_n - \lambda_{n-1} \text{sign}(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1}) = 0 \\ \dot{e}_n &= f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) - f_n(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n) + g_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u) \\ &\quad - g_n(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n, u) - \lambda_n \text{sign}(x_n - \hat{x}_n) = -\lambda_n \text{sign}(e_n) \end{cases} \quad (4.40)$$

De la même façon on choisit la fonction de Lyapunov :

$$V_n = \frac{(e_1^2)}{2} + \frac{(e_2^2)}{2} + \dots + \frac{(e_n^2)}{2}$$

On obtient donc :

$$\dot{V}_n = e_n(e_{n+1} - \lambda_n \text{sign}(e_n))$$

Ainsi, e_n converge vers zéro en un temps fini $t_n > t_{(n-1)}$ pour toutes valeurs de $\lambda_n > 0$, si évidemment toutes les conditions sur λ_k , $k < n$ sont elles aussi, vérifiées.

4.3.6 Observateurs Backstepping

L'existence et la difficulté de développer un observateur (à convergence exponentielle) pour les systèmes non linéaires, constitue un handicap majeur à l'application des lois de commande. L'observateur backstepping est une méthode récursif qui n'est pas directement basée sur l'observateur de Kalman ou de Luenberger. Cette classe d'observateurs s'applique à des systèmes assez spécifiques. Comme pour l'observateur à grand gain, le système est supposé être sous la forme d'une partie linéaire spécifique et une partie non linéaire. Les gains sont calculés à l'aide d'un algorithme récursif, en contrepartie ; ces gains sont difficiles à calculer en raison de calculs de plus en plus lourds à chaque étape.

L'idée d'un observateur backstepping été développée comme une extension du contrôleur backstepping pour pouvoir construire des contrôleurs par retour de sortie en combinant un contrôleur backstepping et un observateur backstepping dans [79, 49, 135]. Ces observateurs ont été construits pour la stabilisation par retour de sortie, c'est-à-dire dont l'erreur d'observation converge vers 0. Dans le travail de Krener et Kang [77], un observateur exact a été construit pour les systèmes sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ \vdots & \\ \dot{x}_{n-1} &= x_n \\ \dot{x}_n &= f_n(x) \\ y &= x_1 \end{cases} \quad (4.41)$$

L'observateur proposé est de la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + \psi_1(x_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = \hat{x}_3 + \psi_2(x_1 - \hat{x}_1) \\ \vdots \\ \dot{\hat{x}}_{n-1} = \hat{x}_n + \psi_{n-1}(x_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_n = f_n(\hat{x}) + \psi_n(x_1 - \hat{x}_1) \end{array} \right. \quad (4.42)$$

où les gains ψ_i sont calculés de manière itérative et indépendant de la fonction non linéaire f_n . La convergence garantie par cet observateur est seulement locale. Une autre méthodologie a été développée ensuite, basée sur l'homogénéité dans [164, 125]. Mais cette approche a été conçue pour construire des contrôleurs par retour de sortie, les observateurs proposés n'étaient donc pas exactes. Un premier résultat, pour la synthèse d'observateurs asymptotiques, a été obtenu dans Li [90].

Considérons le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = \varphi_1(y) + x_2 \\ \dot{x}_2 = \varphi_2(y) + x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = \varphi_{n-1}(y) + x_n \\ \dot{x}_n = \varphi_n(y) + u \\ y = x_1 \end{array} \right. \quad (4.43)$$

pour le quel on construit l'observateur :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\hat{x}}_1 = \varphi_1(y) + h_1(y - \hat{y}) + \hat{x}_2 \\ \dot{\hat{x}}_2 = \varphi_2(y) + h_2(y - \hat{y}) + \hat{x}_3 \\ \vdots \\ \dot{\hat{x}}_{n-1} = \varphi_{n-1}(y) + h_{n-1}(y - \hat{y}) + \hat{x}_n \\ \dot{\hat{x}}_n = \varphi_n(y) + h_n(y - \hat{y}) + u \\ y = \hat{x}_1 \end{array} \right. \quad (4.44)$$

Donc la méthode de conception de l'observateur récursive sera présenté, afin de garantir la stabilité du système :

Étape 1 :

– On définit la première variable d'erreur

$$\varepsilon_1 = y - y_r \quad (4.45)$$

On choisit comme première fonction de contrôle de Lyapunov **fc1**

$$\mathcal{V}_1 = \frac{1}{2}\varepsilon_1^2 + \frac{1}{d_1}\tilde{x}^T P \tilde{x} \quad (4.46)$$

où $d_1 > 0$ est un paramètre de conception et P est une matrice symétrique définie positive, solution de l'équation de Lyapunov :

$$PA_0 + A_0^T P = -\mathcal{I}$$

L'existence et la positivité de P sont garanties par la stabilité du système d'erreurs (4.45). La dérivée de la fonction de Lyapunov (4.46) est alors donnée dans [9, 10] par :

$$\begin{cases} \dot{\mathcal{V}}_1 &= \varepsilon_1 \dot{\varepsilon}_1 + \frac{1}{d_1} \tilde{x}^T (PA_0 + A_0^T P) \tilde{x} \\ &= \varepsilon_1 (x_2 + \varphi_1(y) - \dot{y}_r) - \frac{1}{d_1} \tilde{x}^T \tilde{x} \end{cases}$$

Étant donné que la variable x_2 , n'est pas disponible pour la mesure, elle ne peut être choisie comme état d'observation virtuelle. L'équation de la dérivée est réécrite sous la form :

$$\dot{\mathcal{V}}_1 = \varepsilon_1 (\hat{x}_2 + \tilde{x}_2 + \varphi_1(y) - \dot{y}_r) - \frac{1}{d_1} \tilde{x}^T \tilde{x}$$

où l'on fait apparaître \hat{x}_2 , qui sera prise comme état d'observation virtuelle. Sa valeur désirée est donnée par :

$$(\hat{x}_2)_d = -k_1 \varepsilon_1 + \dot{y}_r + \varsigma_1$$

où ς_1 est le terme d'amortissement non linéaire, dont la valeur reste à déterminer. $k_i > 0$ est le gain de l'observateur backstepping de l'étape i . L'expression de la dérivée devient avec ces choix et notation :

$$\begin{cases} \dot{\mathcal{V}}_1 &= -k_1 \varepsilon_1^2 + \varepsilon_1 (\varsigma_1 + \tilde{x}_2) - \frac{1}{d_1} \tilde{x}^T \tilde{x} \\ &\leq -k_1 \varepsilon_1^2 + \varepsilon_1 (\varsigma_1 + \tilde{x}_2) - \frac{1}{d_1} (\tilde{x}_1^2 + \tilde{x}_2^2) - \frac{1}{d_1} \tilde{x}^T \tilde{x} \\ &= -k_1 \varepsilon_1^2 + \varepsilon_1 (\varsigma_1 + d_1 \varepsilon_1^2) - d_1 (\varepsilon_1 - \frac{\tilde{x}_1}{d_1})^2 \\ &\leq -k_1 \varepsilon_1^2 + \varepsilon_1 (\varsigma_1 + d_1 \varepsilon_1) \end{cases}$$

Il suffit, à présent, de prendre :

$$\varsigma_1 = -d_1 \varepsilon_1$$

pour assurer la négativité de la dérivée $\dot{\mathcal{V}}_1$. Ceci aura pour conséquence de garantir la stabilité de la première équation d'erreur :

$$\dot{\varepsilon}_1 = -\kappa_1 \varepsilon_1 + \tilde{x}_2$$

avec :

$$\kappa_1 = k_1 + d_1$$

malgré la présence du terme inconnu \tilde{x}_2 .

Étape 2 :

– La deuxième variable d'erreur est définie par

$$\varepsilon_2 = \hat{x}_2 - (y_r + \varsigma_1)$$

et la nouvelle **fc1** est une version augmentée de la précédente :

$$\mathcal{V}_2 = \mathcal{V}_1 + \frac{1}{2} \varepsilon_2^2 + \frac{1}{d_2} \tilde{x}^T P \tilde{x} \quad (4.47)$$

Sa dérivée est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{\mathcal{V}}_2 &= \dot{\mathcal{V}}_1 + \varepsilon_2 \dot{\varepsilon}_2 - \frac{1}{d_2} \tilde{x}^T \tilde{x} \\ &\leq -k_1 \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2 (\varepsilon_1 + \dot{\varepsilon}_2) - \frac{1}{d_2} \tilde{x}^T \tilde{x} \end{cases}$$

où

$$\dot{\varepsilon}_2 = \hat{x}_3 + \varphi_2(y) + h_2(y - \hat{y}) - (\dot{y}_r + \dot{\varsigma}_1)$$

La deuxième état d'observation virtuelle peut maintenant être choisie comme :

$$(\hat{x}_3)_d = -k_2 \varepsilon_2 - \varepsilon_1 - \varphi_2(y) - h_2(y - \hat{y}) + \dot{y}_r + \dot{\varsigma}_2$$

Avec ce choix, la dérivée de la **fcl** (4.47) devient :

$$\begin{cases} \dot{\mathcal{V}}_2 & \leq -k_1\varepsilon_1^2 - k_2\varepsilon_2^2 - \frac{1}{d_2}\tilde{x}^T\tilde{x} + \varsigma_2\varepsilon_2 + (\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2)\varepsilon_2 \\ & \leq -k_1\varepsilon_1^2 - k_2\varepsilon_2^2 - \frac{1}{2d_2}\tilde{x}^T\tilde{x} + \varsigma_2\varepsilon_2 + (\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2)\varepsilon_2 - \frac{1}{d_2}(\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2) \\ & = -k_1\varepsilon_1^2 - k_2\varepsilon_2^2 + \varsigma_2\varepsilon_2 + d_2\varepsilon_2^2 - \frac{1}{d_2}\tilde{x}^T\tilde{x} - \frac{d_2}{2}\left(\varepsilon_2 - \frac{\tilde{x}_1}{d_2}\right)^2 - \frac{d_2}{2}\left(\varepsilon_2 - \frac{\tilde{x}_2}{d_2}\right)^2 \\ & \leq -k_1\varepsilon_1^2 - k_2\varepsilon_2^2 + (\varsigma_2 + d_2\varepsilon_2)\varepsilon_2 \end{cases}$$

Il suffit à présent de choisir :

$$\varsigma_2 = -d_2\varepsilon_2$$

pour assurer de la stabilité des deux équations d'erreur considérées :

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_1 &= -\kappa_1\varepsilon_1 + \tilde{x}_2 \\ \dot{\varepsilon}_2 &= -\kappa_1\varepsilon_1 - \kappa_2\varepsilon_2 + \tilde{x}_3 \end{aligned}$$

avec :

$$\kappa_2 = k_2 + d_2$$

Étape n

– La $n^{\text{ème}}$ variable d'erreur est définie par

$$\varepsilon_{1n} = \hat{x}_{1n} - (y_r + \varsigma_{1n-1})$$

et la fonction de Lyapunov associée est :

$$\mathcal{V}_{1n} = \sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{2}\varepsilon_{1j}^2 + \frac{1}{d_{1j}}\tilde{x}^T P \tilde{x} \right)$$

Sa dérivée s'écrit :

$$\dot{\mathcal{V}}_{1n} = \sum_{j=1}^i \left(\frac{1}{2}\dot{\varepsilon}_{1j}^2 + \frac{1}{d_{1j}}\dot{\tilde{x}}^T P \tilde{x} \right) \leq 0$$

assurant, ainsi, la convergence de toutes les composantes de l'erreur d'observation vers zéro et celles de \hat{x} vers x .

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons tout d'abord rappelé la notion d'observabilité, ainsi que ses principales déclinaisons pour le cas non linéaire, et également la synthèse des observateurs dans le cas des systèmes linéaires, et non-linéaires. Nous avons vu qu'il n'y a pas de méthodologie générale pour la construction d'observateurs, c'est un domaine de recherche où il reste encore beaucoup de problèmes non résolus.

Le problème de l'observation de tels systèmes représente alors un enjeu double, tant sur le plan scientifique que pratique, donc dans le chapitre suivant, nous allons introduire les méthodes d'observations proposer tel que (grand gain, mode glissant, et backstepping) développées par la suite pour l'observation d'état du système de quadrotor.

Chapitre 5

Résultats de simulation pour la boucle contrôleur observateur

5.1 État de l'art d'observation du Quadrotor

De manière générale, la synthèse de l'observateur exploite les informations disponibles sur le système réel, à savoir, le modèle dynamique du système, ses entrées et ses sorties mesurées. Dans le cas linéaire, le problème de synthèse d'observateurs est bien maîtrisé. Les solutions apportées telles que l'observateur de Luenberger [94, 18] ou le filtre de Kalman [2] permettent de répondre à toutes les situations.

Cependant, la plupart des procédés industriels possèdent des comportements non linéaires ce qui a incité les chercheurs à développer des observateurs non linéaires.

Jusqu'à l'heure actuelle, il n'existe pas une méthode générale qui caractérise la synthèse des observateurs non linéaires, mais on parle des différents algorithmes présents dans la littérature. D'une façon générale, ces algorithmes peuvent être classés en quatre catégories.

La première catégorie se base sur le filtre de Kalman étendu qui a connu un grand succès qui s'explique par sa simplicité d'implémentation en dépit de la complexité des systèmes non linéaires. Cependant, ce filtre souffre d'un majeur inconvénient en terme d'absence d'une preuve complète de sa convergence [129].

La deuxième approche consiste à linéariser la dynamique des erreurs afin de mettre ce système sous une forme où les non linéarités dépendent uniquement des entrées et des sorties mesurables [17, 57, 75, 146]. Mais, la mise sous une telle forme nécessite des transformations d'état difficiles, ce qui rend l'application de cette approche restreinte à une classe limitée des systèmes non linéaires.

La troisième approche se base sur l'exploitation des techniques des Inégalités Matricielles Linéaires (LMI) en combinaison avec les équations de Lyapunov ou de Riccati [35, 45]. Comme il est mentionné dans [5], la faisabilité d'un tel problème des LMI(s) est considérée généralement non connu a priori.

La quatrième approche est basée sur la conception des observateurs pour une classe canonique observable des systèmes non linéaires. Les premières contributions sont simultanément

publiées dans [37, 52]. Le gain de l'observateur proposé est issu de la résolution d'une équation algébrique de Lyapunov qui peut être calculée explicitement.

Dans le cas de quadrotor, quelques approches ont été également développées; une méthode connu sous le nom de « q-method » proposer afin d'observer le quaternion unitaire. Cet algorithme est devenu très populaire, conduisant à de nombreuses variantes telles que par exemple, [109, 121, 122].

Un filtre de Kalman étendu(Extended Kalman Fiter (EKF)) [95, 104] a été largement utilisé car ça capacité de fusionner des signaux acquis à partir de différentes modalités de mesures. Cette caractéristique a été exploitée pour l'observation des variables états [41, 136, 54].

Des travaux ont donné lieu à des observateurs non linéaires [136], ces observateur est proposé pour l'observation des vitesses angulaires d'un corps rigide; et principalement pour le calibrage des gyromètres dans les satellites et télescopes spatiaux [152]. Récemment, d'autres approches non linéaires se sont concentrées sur l'observation de la matrice de rotation [133]. Les travaux développés dans [120, 103] sont très remarquables et leur originalité est due au faite qu'ils exploitent le groupe des matrices de rotation et l'algèbre de Lie qui lui est associée.

Dans [101], l'observateur est un différenciateur à mode glissant d'ordre 2 qui observe les commandes virtuelles du backstepping. [59] Présente un observateur qui est combiné avec le contrôleur, les deux en temps discret. Il génère les vitesses de l'engin volant, avec la position et l'orientation comme mesure. Un observateur est utilisé pour observer les perturbations extérieurs afin de robustifier la commande qui est à base des modes glissant [16].

D'autres observateurs sont utilisés pour le diagnostique, et la détection des défauts tels que : Dans [12, 113], un ensemble d'observateur est implémenté pour l'observation de l'orientation du quadrotor, la mesure utilisée dans la commande est celle qui provient de l'observateur qui est le moins sensible aux défauts capteurs. Les auteurs de [127, 107] ont conçu un banc d'observateurs d'ordre réduit afin de détecter et isoler les défauts capteurs [66, 105].

Le schéma ci-dessous (5.1) présente le principe d'un observateur; avec y représente les sorties mesurées, U les entrées de commande et \hat{x} est l'état observé.

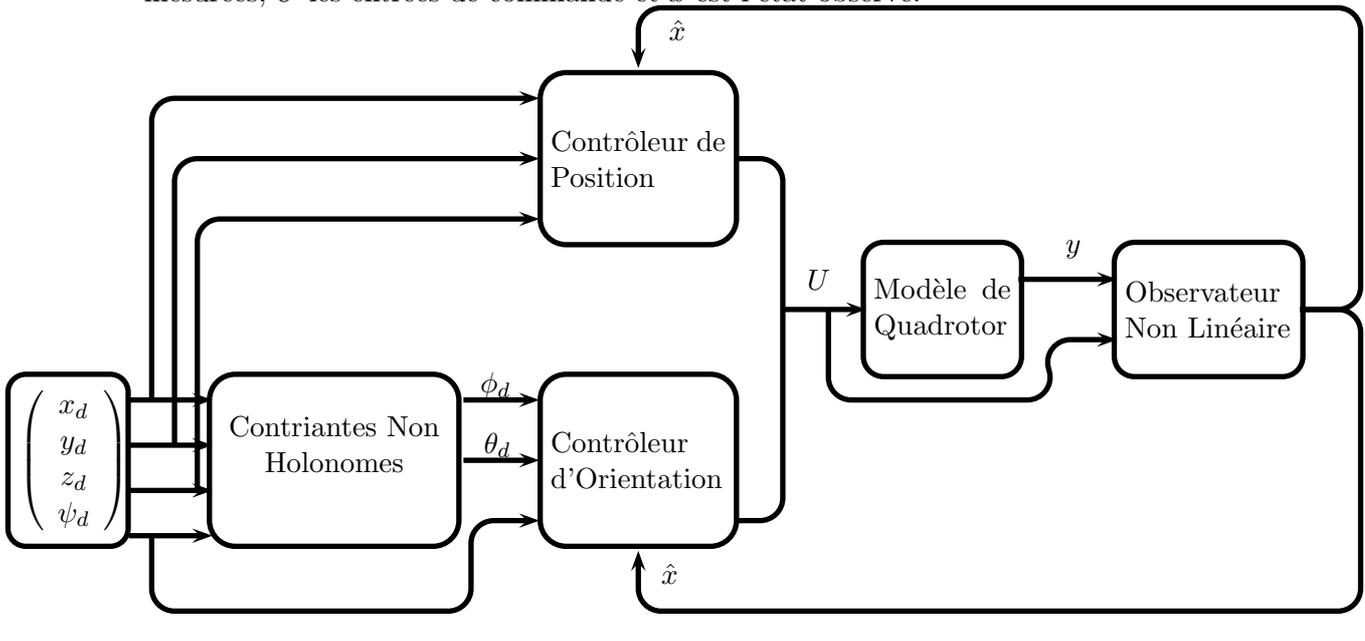


FIGURE 5.1 – Schéma de principe d'un observateur.

5.2 Observabilité du modèle de Quadrotor

Pour les systèmes non linéaires, Hermann et Krener [67] ont rapporté l'observabilité au concept d'indistinguabilité en ce qui concerne les états d'entrée. En d'autres termes ils soulignent la dépendance de l'observabilité des systèmes non linéaires aux entrées de commande contrairement aux systèmes linéaires. Cela rend l'utilisation des méthodes d'analyse d'observabilité basées sur les modèles des systèmes linéarisés incorrecte. L'observabilité d'un système non linéaire peut être caractérisé d'un point de vue de la géométrie différentielle. On considère le système δ :

$$\delta = \begin{cases} \dot{x} = f(x, u) = \begin{bmatrix} f_1(x, u) \\ f_2(x, u) \\ \vdots \\ f_n(x, u) \end{bmatrix} & x \in \mathbb{R}^n \\ Z = h(x) = \begin{bmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \\ \vdots \\ h_m(x) \end{bmatrix} & x \in \mathbb{Z}^m \end{cases} \quad (5.1)$$

Hermann et Krener [67] ont proposé la condition du rang pour ce qu'ils appelaient « la faible locale observabilité » d'un système non linéaire, donc :

Soit O_b la matrice d'observabilité :

$$\begin{cases} O_b = \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} L_f^0 h_p(x) & L_f^1 h_p(x) & \dots & L_f^{n-1} h_p(x) \end{bmatrix}^T \\ 1 \leq p \leq m \end{cases} \quad (5.2)$$

on note :

$$\begin{cases} L_f^0 h(x) = h(x) \\ \frac{\partial}{\partial x} (L_f^n(x)) = L_f^{n-1} dh(x) \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} + \left[\frac{\partial}{\partial x} (L_f^{n-1} dh(x))^T \quad f(x, u) \right]^T \end{cases} \quad (5.3)$$

Le système δ est faiblement localement observable si et seulement si la matrice O_b est de plein rang.

Pour notre cas ; il a été vérifié que le rang de la matrice d'observabilité de notre système est $r = 12$; ce qui nous ramène à confirmer que ce dernier est faiblement localement observable.

On prend le modèle donné par l'équation (2.33) et on applique le critère d'observabilité donné précédemment (5.1) :

Les sorties ou le vecteur des mesures est donné par :

$$x = [x_1 \quad x_3 \quad x_5 \quad x_7 \quad x_9 \quad x_{11}]^T \quad (5.4)$$

On construit la matrice d'observabilité décrite par :

$$O_b = \frac{\partial}{\partial x} [h_1 \quad h_2 \quad h_3 \quad h_4 \quad h_5 \quad h_6 \quad L_f h_1 \quad L_f h_2 \quad L_f h_3 \quad L_f h_4 \quad L_f h_5 \quad L_f h_6]^T$$

Après les calculs on aura :

$$O_b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Le rang de la matrice O_b est égal à n ; ce qui nous ramène à conclure que notre système est localement faiblement observable.

5.3 Synthèse des observateurs du modèle de quadrotor

On s'autorise à construire l'observateur du système qui aura la forme :

$$f = \begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + \Lambda_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 = a_1 \hat{x}_4 \hat{x}_6 + a_2 \hat{x}_4 \bar{\Omega} + b_1 U_2 + \Lambda_2 \\ \dot{\hat{x}}_3 = \hat{x}_4 + \Lambda_3 \\ \dot{\hat{x}}_4 = a_3 \hat{x}_2 \hat{x}_6 + a_4 \hat{x}_2 \bar{\Omega} + b_2 U_3 + \Lambda_4 \\ \dot{\hat{x}}_5 = \hat{x}_6 + \Lambda_5 \\ \dot{\hat{x}}_6 = a_5 \hat{x}_2 \hat{x}_4 + b_3 U_4 + \Lambda_6 \\ \dot{\hat{x}}_7 = \hat{x}_8 + \Lambda_7 \\ \dot{\hat{x}}_8 = \frac{U_1}{m} U_{\hat{x}} + \Lambda_8 \\ \dot{\hat{x}}_9 = \hat{x}_{10} + \Lambda_9 \\ \dot{\hat{x}}_{10} = \frac{U_1}{m} U_{\hat{y}} + \Lambda_{10} \\ \dot{\hat{x}}_{11} = \hat{x}_{12} + \Lambda_{11} \\ \dot{\hat{x}}_{12} = \frac{C \hat{x}_1 C \hat{x}_3}{m} U_1 - g + \Lambda_{12} \end{cases} \quad (5.6)$$

La dynamique des erreurs d'observation est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - \Lambda_1 \\ \dot{z}_2 = a_1 \Delta \hat{x}_4 \hat{x}_6 + a_2 z_4 \bar{\Omega} - \Lambda_2 \\ \dot{z}_3 = z_4 - \Lambda_3 \\ \dot{z}_4 = a_3 \Delta \hat{x}_2 \hat{x}_6 + a_4 z_2 \bar{\Omega} - \Lambda_4 \\ \dot{z}_5 = z_6 - \Lambda_5 \\ \dot{z}_6 = a_5 \Delta \hat{x}_2 \hat{x}_4 - \Lambda_6 \\ \dot{z}_7 = z_8 - \Lambda_7 \\ \dot{z}_8 = \frac{U_1}{m} (U_x - U_{\hat{x}}) - \Lambda_8 \\ \dot{z}_9 = z_{10} - \Lambda_9 \\ \dot{z}_{10} = \frac{U_1}{m} (U_y - U_{\hat{y}}) - \Lambda_{10} \\ \dot{z}_{11} = z_{12} - \Lambda_{11} \\ \dot{z}_{12} = \frac{U_1}{m} (U_z - U_{\hat{z}}) - \Lambda_{12} \end{cases} \quad (5.7)$$

Avec :

$$\begin{cases} \Delta(x_4 x_6) = x_4 x_6 - \hat{x}_4 \hat{x}_6 \\ \Delta(x_2 x_6) = x_2 x_6 - \hat{x}_2 \hat{x}_6 \\ \Delta(x_4 x_2) = x_4 x_2 - \hat{x}_4 \hat{x}_2 \end{cases} \quad (5.8)$$

et :

$$\begin{cases} U_z = Cx_1Cx_3 \\ U\hat{z} = C\hat{x}_1C\hat{x}_3 \end{cases} \quad (5.9)$$

On écrit :

$$\begin{cases} a_1\Delta(x_4x_6) + a_2z_4\bar{\Omega} = g_1 \\ a_3\Delta(x_2x_6) + a_4z_2\bar{\Omega} = g_2 \\ a_5\Delta(x_2x_4) = g_3 \end{cases} \quad (5.10)$$

On souligne que les gains de l'observateur ne sont fonctions que des erreurs de mesures soit stable, tels que : $\Lambda_i = K_i(z_1, z_3, z_5, z_7, z_9, z_{11})$, Avec : $K_i > 0, \forall i \in [1, \dots, 12]$ (5.11)

5.3.1 Observateur à grand gain

On prend les deux premières équations de la dynamique des erreurs (5.7) et on explique la façon de choisir les gains de l'observateur :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - \Lambda_1 \\ \dot{z}_2 = g_1 - \Lambda_2 \end{cases} \quad (5.12)$$

Avec :

$$\begin{cases} \Lambda_1 = K_1z_1 \\ \Lambda_2 = K_2z_1 \end{cases}, \text{ Avec : } (K_1, K_2) \in \mathfrak{R}^{(3 \times 3)} \quad (5.13)$$

Les gains K_1, K_2 , sont choisis tels que : $K_1 = \frac{a_1}{\epsilon}, K_2 = \frac{a_2}{\epsilon}^2$.

Donc :

En premier lieu, on choisit les gains de façon à avoir une convergence exponentielle de la partie linéaire de l'erreur.

En deuxième lieu, on considère la partie non linéaire comme perturbation et on essaye de l'annuler donc :

On fait le changement de variable suivant : $\gamma_1 = \frac{z_1}{\epsilon}, \gamma_2 = z_2$, avec $\epsilon \ll 1$.

Les deux équations de l'erreur deviennent :

$$\begin{cases} \epsilon\dot{\gamma}_1 = \gamma_2 - a_1\gamma_1 \\ \epsilon\dot{\gamma}_2 = \epsilon g_1 - a_2\gamma_1 \end{cases} \quad (5.14)$$

Finalement, on remarque bien que la diminution du paramètre ϵ réduit l'erreur d'observation, et on a une convergence en un minimum de temps.

5.3.1.1 Résultats de simulation

5.3.1.2 Résultats de simulation sans perturbations

Dans cette section, on va présenter les résultats de simulation issus de l'application de la technique de commande de Backstepping vues précédemment appliquée sur le quadrotor à base d'un observateur à grand gain. Afin de mesurer les performances et la robustesse de la loi de commande combinée avec l'observateur proposé, nous avons effectué des simulations de l'hélicoptère à quatre rotors développé sous MATLAB®/Simulink®.

On a négligé les perturbations dues au vent et les erreurs sur les paramètres (I_x, I_y, I_z, m) .

On les considérera par la suite comme entrées de perturbation pour tester la robustesse de la combinaison Contrôleur-Observateur. Telle que la trajectoire de référence est des lignes droites dans les trois axes de consignes : $(x = y = z = 10m)$ et un angle de lacet de $(\psi = 1rad)$.

Pour cela, on considère que l'on mesure la position du centre de gravité de l'hélicoptère et l'angle de lacet, et que l'on observe les deux autres angles d'Euler et les autres états du système.

FIGURE 5.2 – Entrées de commande par Backstepping.

FIGURE 5.3 – Poursuite des trajectoires selon les axes (x, y, z) .

FIGURE 5.4 – Zoom de poursuite des trajectoires.

FIGURE 5.5 – Les angles d'Euler.

FIGURE 5.6 – Poursuite des trajectoires en 3D.

FIGURE 5.7 – Vitesses linéaire.

FIGURE 5.8 – Vitesses angulaire.

FIGURE 5.9 – Erreurs d'observation selon les axes (x, y, z) .

FIGURE 5.10 – Erreurs d'observation des angles d'Euler.

FIGURE 5.11 – Erreurs d'observations des vitesses linéaire.

FIGURE 5.12 – Erreur de poursuite selon les axes (x, y, z) et de l'angle de lacet (ψ) .

Les signaux d'entrées de commande par Backstepping et l'évolution des états du système sont représentées sur les figures (5.2,5.8) respectivement. Les tracés des erreurs d'observation et des suivis de trajectoire sont proposés aux figures (5.9,5.11), respectivement. Il est important de constater que dans le cas de l'observateur a grand gain, la convergence de l'erreur d'observation n'est pas asymptotique vers l'origine mais pratique, comme l'indique les résultats des figures (5.4, 5.6). Notre analyse est donc fidèle au comportement réel du système dans ce cas.

5.3.1.3 Simulation avec perturbations et variations paramétriques

Pour l'étude de robustesse on prend en considération des perturbations dynamiques (forces et moments aérodynamiques : voir (2.23) dues à l'influence du vent (F_x, F_y, F_z) , suivant les trois axes (x, y, z) ; les moments $F_x = F_y = 3N/m$ se produire à $t = 15s$ sur l'axe (x) , et à $t = 23s$ sur l'axe (y) , et pour la force exercer sur l'hélicoptère afin de contrer leur déplacement est de $F_z = 3N$ à $t = 8s$ sur l'axe (z) . Ainsi, en appliquant des variations sur les paramètres $(\Delta I_x, \Delta I_y, \Delta I_z, \Delta m)$ de 40-50% à $t = 5s$; qui décrit les variations des caractéristiques physiques de l'engin, et d'examiner la manière dont l'observateur s'adapte à ces changements. Les gains, ainsi que les algorithmes d'observations sont conservés; les modifications sont effectuées au niveau du système réel, auquel l'observateur n'est donc plus adapté.

FIGURE 5.13 – Entrées de commande par Backstepping.

FIGURE 5.14 – Zoom de poursuite des trajectoires.

FIGURE 5.15 – Erreur de poursuite des positions et l'angle de lacet ψ .

FIGURE 5.16 – Erreurs d'observations des positions (x, y, z) .

FIGURE 5.17 – Erreurs d'observation des angles d'Euler.

FIGURE 5.18 – Erreurs d'observations des vitesses linéaire.

Les figures (5.14, 5.16, 5.17) montrent que l'observateur est oscillée presque divergé; alors, l'observateur perd la convergence des erreurs d'observation vers zéro comme le présenté sur la figure (5.14), et donc on peut conclure que l'observateur a grand gain n'est pas réalisable point de vue pratique.

5.3.2 Observateur à mode glissant

On prend toujours les deux premières équations de la dynamique des erreurs (5.7) et on explique la façon de choisir les gains :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - \Lambda_1 \\ \dot{z}_2 = g_1 - \Lambda_2 \end{cases} \quad (5.15)$$

Avec :

$$\begin{cases} \Lambda_1 = \lambda_1 \text{sign}(z_1) \\ \Lambda_2 = \lambda_2 \text{sign}(z_1) \end{cases} \quad (5.16)$$

Les erreurs doivent converger vers les valeurs d'équilibre en deux étapes :

- **Étape 1** : On ne considère que la première erreur d'observation :

$$\dot{z}_1 = z_2 - \lambda_1 \text{sign}(z_1)$$

un mode d'atteinte très dynamique où la trajectoire des erreurs d'observation évolue vers la surface de glissement sur laquelle les erreurs entre la sortie réel et de l'état obseré sont nulles, donc un glissement des erreurs d'observation sur la surface de glissement est réalisé par λ_1 .

Soit la fonction de Lyapunov :

$$V_1 = \frac{(z_1^2)}{2}$$

Et leur dérivé :

$$\dot{V}_1 = z_1(z_2 - \lambda_1 \text{sign}(z_1))$$

avec un choix de $\lambda_1 > |z_2|$ pour $t < t_1$ l'erreur d'observation z_1 converge vers zéro après un temps fini t_1 .

- **Étape 2 : un mode de glissement** où la trajectoire des erreurs d'observation glisse sur la surface de glissement. Quant à λ_2 , il impose la dynamique des erreurs d'observation sur la surface de glissement.

En posant :

$$V_2 = \frac{(z_1^2)}{2} + \frac{(z_2^2)}{2}$$

Et sa drivée :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= z_2(g_1 - \lambda_2 \text{sign}(z_1)) \\ &= z_2(g_1 - \lambda_2 \frac{z_2}{\lambda_1}) \end{aligned}$$

en choisissant $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} > |g_1|$.

Donc après t_1 , la surface de glissement est atteinte et l'erreur z_2 converge vers zéro en un temps fini $t_2 < t_1$.

5.3.2.1 Résultats de simulation

Dans cette section, notre objectif est de synthétiser un observateur à mode glissant pour observer les états non mesurables du système de quadrotor, noté que les conditions de simulation sont les mêmes avec celui-ci présenté au section (5.3.1.2). Durant les simulations nous suivons les mêmes trajectoires de référence, on utilise la commande Backstepping.

5.3.2.2 Résultats de simulation sans perturbations

FIGURE 5.19 – Entrées de commande par Backstepping.

Les résultats montrent clairement que les commandes (5.19) sont réalisables et de énergie optimale. Et les figures de test (5.20, 5.22, 5.23, 5.24, 5.25) présentent une bonne performance de suivi. Nous constatons que les états observés convergent exactement vers les états mesurés, que ce soit les positions linéaires et angulaires ou les vitesses linéaires et angulaires.

Les erreurs d'observations convergent vers zéro ; ce qui indique le bon fonctionnement de l'observateur dans ce cas (5.26, 5.27, 5.28).

La figure (5.29) montre la bonne suivi de la trajectoire en 3D, et la bonne convergence des états réels vers les états observés, qui confirmer les résultats obtenus.

FIGURE 5.20 – Poursuite des trajectoires selon les axes (x, y, z) .

FIGURE 5.21 – Zoom de poursuite des trajectoires.

FIGURE 5.22 – Les angles d'Euler.

FIGURE 5.23 – Erreur de poursuite selon les axes (x, y, z) et l'angle de lacet (ψ) .

FIGURE 5.24 – Vitesses linéaire.

FIGURE 5.25 – Vitesses angulaire.

FIGURE 5.26 – Erreurs d'observations selon les axes (x, y, z) .

FIGURE 5.27 – Erreurs d'observation des angles d'Euler.

FIGURE 5.28 – Erreurs d'observations des vitesses linéaire.

FIGURE 5.29 – Poursuite des trajectoires en 3D.

5.3.2.3 Simulation avec perturbations et variations paramétriques

Afin de montrer la performance d'approches proposées (OMG), dans cette section nous présentons des résultats obtenus en simulation. Pour cela, et pour assurer le suivi de la trajectoire face à des perturbations dynamiques dues à l'influence du vent, et dues à des variations paramétriques, à des valeurs présenter au paragraphe (5.3.1.3), permet de tester le fonctionnement de stratégie d'observation dans des conditions extrêmes.

FIGURE 5.30 – Entrées de commande par Backstepping.

Le but de cette simulation est de montrer la capacité de l'observateur a mode glissant d'observer les états non mesurables afin que la loi de commande par backstepping à stabiliser le système vers les trajectoires désirées (5.30). Dans la figure (5.31), un zoom de l'évolution de poursuite des trajectoires et la convergence asymptotique satisfaisante des états observés vers les états réels sont montrés. En conséquence, malgré la présence des perturbations externes (vent) à $t = 8s$ suivent l'axe z et à $t = 15s$ suivent les axes (x, y) et aussi les perturbations paramétriques présenté à $t = 5s$, la boucle Observateur-Contrôleur atteint ses limites et agit sur le système afin de rejeter les perturbations et, de permettre aux états du système de rejoindre sa position d'équilibre désirée.

Les figures (5.33, 5.34, 5.35), montrent les erreurs entre les positions, vitesses et les angles réels et observés respectivement. On remarque que les erreurs convergent asymptotiquement vers zéro, qui confirme les résultats obtenus. Ces résultats montrent que la boucle Observateur-Contrôleur que nous avons proposé, est robuste par rapport aux perturbations. Cette propriété est extrêmement importante et nécessaire, surtout dans des systèmes sont souvent exposés à des perturbations environnementales fortes.

FIGURE 5.31 – Zoom de poursuite des trajectoires.

FIGURE 5.32 – Erreur de poursuite des positions et l'angle de lacet ψ .

FIGURE 5.33 – Erreurs d'observations selon les axes (x, y, z) .

FIGURE 5.34 – Erreurs d'observations des vitesses linéaire.

 FIGURE 5.35 – Erreurs d’observation des angles d’Euler.

5.3.3 Observateur Backstepping

On prend toujours les deux premières équations de la dynamique des erreurs et on explique la façon de choisir les gains de l’observateur Backstepping :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - \Lambda_1 \\ \dot{z}_2 = g_1 - \Lambda_2 \end{cases} \quad (5.17)$$

Afin de calculer les gains d’observateur, il est nécessaire que la dynamique d’erreurs d’observateur soit stable. ainsi, le choix de la fonction de Lyapunov donnée par :

$$V(z_1, z_2) = \frac{1}{2}(z_1^2 + z_2^2) \quad (5.18)$$

Donc sa dérivée écrite par :

$$\begin{aligned} \dot{V}(z_1, z_2) &= z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2 \\ &= z_1(z_2 - \Lambda_1) + z_2(g_1 - \Lambda_2) \end{aligned} \quad (5.19)$$

La condition nécessaire pour obtenir une fonction de Lyapunov stable est $\dot{V}(z_1, z_2) \leq 0$, pour ceci :

$$\begin{cases} \Lambda_1 = z_2 + k_1 z_1 \\ \Lambda_2 = g_1 + k_2 z_2 \end{cases}, \text{ Avec : } (k_1, k_2) \in \mathbb{R}^2 \quad (5.20)$$

Les mêmes étapes sont suivies à l’extract les autres gains d’observateur.

5.3.3.1 Résultats de simulation sans perturbations

Dans la section précédente, nous avons développé les expressions formelles l’observateur Backstepping afin d’observer les états du système du quadrotor, dans la section suivante, nous allons discuter la solution d’implémentation. Afin de mesurer les performances de l’observateur Backstepping, on pu rappé qu’a négligé les perturbations dues au vent, et les incertitudes paramétriques. Ainsi ; on a gardé la même trajectoire de référence ($x = y = z = 10m$, $\psi = 1rad$).

FIGURE 5.36 – Entrées de commande par Backstepping.

FIGURE 5.37 – Poursuite des trajectoires selon les axes (x, y, z) .

FIGURE 5.38 – Zoom de poursuite des trajectoires.

FIGURE 5.39 – Les angles d'Euler.

FIGURE 5.40 – Erreurs de poursuite selon les axes (x, y, z) et l'angle de lacet (ψ) .

FIGURE 5.41 – Vitesses linéaires.

FIGURE 5.42 – Vitesses angulaires.

FIGURE 5.43 – Erreurs d'observations selon les axes (x, y, z) .

FIGURE 5.44 – Erreurs d'observation des angles d'Euler.

FIGURE 5.45 – Erreurs d'observations des vitesses linéaire.

FIGURE 5.46 – Poursuite des trajectoires en 3D.

Nous présentons sur la figure (5.36) les signaux de commande par Backstepping utilisant les états observés, on constate que la commande u_1 effectue un déplacement vertical ($u_1 = mg$). Les commandes u_3 et u_2 agissent de manière à maintenir le déplacement sur les axes x et y .

Les figures (5.37, 5.39, 5.41, 5.42), présentent l'évolution des positions, les angles d'Euler, les vitesses linéaires et les vitesses angulaires respectivement, nous avons constaté que les états observés convergent vers les états réels, et le quadrotor atteint son objectif de suivi de la trajectoire désirée.

Dans les figures (5.40, 5.43, 5.44, 5.45), présentent l'erreur de suivi et d'observations respectivement convergent vers zéro, ça prouve que la trajectoire parcourue par le drone suit la valeur souhaitée avec des erreurs de très faible valeur, et que l'observateur par Backstepping atteint l'objectif de la reconstruction des états du système, qui confirme les résultats de la figure (5.38).

La figure (5.46), illustre le vol du drone en 3D suivant les directions (x, y, z) . Le drone effectue un mouvement vertical de $10m$ puis un mouvement suivant x d'une distance de $10m$ ensuite un mouvement suivant y de la même distance. Nous constatons aussi, que la trajectoire parcourue par le drone et reconstruit par l'observateur suivre la trajectoire désirée.

5.3.3.2 Simulation avec perturbations et variations paramétriques

Afin de montrer la performance d'approches proposées (Backstepping), dans cette section nous présentons des résultats obtenus en simulation. Pour cela, et pour assurer le suivi de la trajectoire face à des perturbations dynamiques dues à l'influence du vent, et dues à les variations paramétriques, à des valeurs présentées au paragraphe (5.3.1.3), permet de tester le fonctionnement de l'observateur dans ces conditions.

FIGURE 5.47 – Entrées de commande par Backstepping.

FIGURE 5.48 – Zoom de poursuite des trajectoires.

FIGURE 5.49 – Erreur de poursuite des positions et l'angle de lacet ψ .

FIGURE 5.50 – Erreurs d'observations selon les axes (x, y, z) .

FIGURE 5.51 – Erreurs d'observations des vitesses linéaire.

FIGURE 5.52 – Erreurs d'observation des angles d'Euler.

Dans ce scénario, le comportement du système est étudié en présence des perturbations pour montrer la capacité de l'observateur Backstepping à reconstruire les états du système ; afin que la loi de commande par backstepping à stabiliser le système vers les trajectoires désirées (5.47).

Dans la figure (5.48), un zoom de l'évolution de poursuite des trajectoires et la convergence asymptotique satisfaisante des états observés vers les états réels sont montrés. En conséquence, on remarque que jusqu'à la présence des perturbations externes (vent) à $t = 8s$ suivent l'axe z et à $t = 15s$ suivent les axes (x, y) , et aussi les perturbations paramétriques présentés à $t = 5s$, le quadrotor est stabilisé.

Les figures (5.50, 5.51, 5.52) ; montrent les différents erreurs, entre les positions vitesses, et les angles, réels et observés respectivement. On remarque que les erreurs convergent asymptotiquement vers zéro, malgré la présence des perturbations, qui confirme les résultats obtenus.

Sur la figure (5.52) d'erreur d'observation des angles, on remarque que l'observateur arrive à converger malgré la présence de très faible oscillation autour de zéro, au moment que le drone fait une angle de roulis (ϕ) et l'influence de la variation paramétrique.

Ci-après, on peut voir que l'observateur est peu sensible par rapport au variations paramétriques, et que les observations d'états présentées démontrent globalement une bonne robustesse par rapport aux perturbations considérées.

Enfin, on peut noter, que l'observateur est capable d'observer les états du système, même s'ils sont perturbés ce qui représente en fait un scénario réaliste.

5.4 Comparaison récapitulative

Nous comparons ci-après les trois observateurs proposés ; grand gain, mode glissant et l'observateur backstepping, pour le cas ; sans perturbation, et avec perturbations externe et variations paramétriques.

5.4.1 Comparaison sans perturbations.

FIGURE 5.54 – Zoom de poursuite suivant l'axe (x).

FIGURE 5.55 – Zoom de poursuite suivant l'axe (y).

5.4.2 Comparaison avec perturbations

FIGURE 5.56 – Zoom de poursuite suivant l'axe (z).

FIGURE 5.57 – Zoom de poursuite suivant l'axe (x).

Ci-dessous, nous concluons sur les différences entre ces méthodes :

– **Observation d'état par l'observateur Grand Gain :**

1. La convergence de l'observateur est asymptotique, mais avec une erreur d'observation moins acceptable.
2. l'algorithme décompose le système en deux sous-systèmes ; un linéaire et l'autre non linéaire considéré nulle.
3. dans le cas des perturbations soit interne au externe, la convergence est très loin au réalité.

FIGURE 5.58 – Zoom de poursuite suivant l'axe (y).

– **Observation d'état par l'observateur Mode Glissant :**

1. Dans le cas sans perturbations l'observateur converge asymptotique, avec erreur d'observation bien acceptable.
2. l'algorithme basée sur le théorème de Lyapunov pour garantir la stabilité et la convergence asymptotique.
3. L'observateur présente des résultats acceptables dans le cas des perturbations externe, et des variations paramétriques.

– **Observation d'état par l'observateur Backstepping :**

1. La convergence de l'observateur est asymptotique, avec erreur d'observation très acceptable.
2. l'algorithme basée sur le théorème de Lyapunov, et est une méthode récursif qui rende le calculs de plus en plus lourds à chaque étape.
3. L'observateur présente des résultats très acceptables dans le cas des perturbations externe, et variations paramétriques.

5.5 Conclusion

Ce chapitre propose une vision d'ensemble du problème d'observation et donne des critères d'observabilité et des synthèses d'observateurs pour le système du quadrotor, s'articule autour de deux parties principaux. La première traite de l'observation du vecteur d'état du modèle du quadrotor dans le cas nominal, c'est-à-dire le cas sans perturbation ; utilisent trois observateurs non linéaires ; grand gain, mode glissant, et l'observateur backstepping. Pour voir la capacité de ces observateurs de maintenir la stabilité du système et aussi de garantir les autres performances du système. Dans un second partie, nous avons analysé la dynamique de l'erreur, sa stabilité et sa robustesse par rapport aux perturbations externes, et les variations paramétriques.

Les algorithmes proposés ont été testés avec des données simulées. Les simulations montrent clairement que l'observateur backstepping est plus efficace que l'observateur mode glissant qui est plus efficace que l'observateur grand gain. Les résultats, tant sur le plan de l'efficacité numérique que sur le plan de la robustesse de la méthode sont satisfaisants.

Conclusion Générale

La recherche dans le domaine des UAVs connaît un grand essor avec les progrès croissants des différentes technologies, notamment en électronique numérique et l'électronique de puissance. Ce développement a donné naissance à des composants et des capteurs miniatures et très précis et des processeurs et microcontrôleurs avec une grande puissance de calcul. Ces progrès intéressent particulièrement la production de ce qu'on appelle des systèmes de contrôle embarqués pour des robots autonomes et intelligents, capables d'accomplir les missions accordées avec efficacité et fiabilité. Ceci dit la principale motivation pour ce travail de recherche était la synthèse des lois de commande et observateurs stabilisantes pour ce type d'engin chose indispensable pour la navigation.

Le quadrotor est un système complexe non linéaire, multi variables, instable notamment en mode de vol quasi-stationnaire et présente une dynamique fortement couplée, cela a rendu la commande de ce type d'UAV un défi pour l'automaticien.

L'idée de ce projet est née dans ce contexte, l'objectif étant de concevoir un quadrotor équipé d'un système de commande associé d'un observateur d'états qui rend le quadrotor plus fiable pour lui assurer plus d'autonomie et d'intelligence, capables de réaliser des différentes missions avec plus au moins des performances acceptables vis-à-vis le milieu de navigation.

Souvent la commande de tels systèmes évoque de pré les problèmes de la modélisation dynamique ainsi que le problème de la fidélité du modèle au comportement dynamique du système, dans tous ces modes de vol, chose jusqu'à nos jours impossible à réaliser, en effet nous avons essayé de prendre en considération toutes les forces et tous les moments dont les coefficients afin de pouvoir développer le modèle le plus réaliste et le plus représentatif possible ; ceci dit l'introduction de tous ces paramètres nous a permis de mettre le système sous une nouvelle représentation d'état.

Cependant, nous avons commencé le manuscrit par l'introduction des connaissances de base sur les drones avec leurs historiques, leurs classifications ainsi que leurs champs d'application.

Après, nous avons décrit le quadrotor et ses possibilités de vol et nous avons établi son modèle dynamique, puis nous avons simplifié le modèle afin de faciliter sa commande. Le modèle ainsi obtenu est identique à celui présenté, réussi à effectuer des expérimentations et des tests de vol indoor[22].

Nous avons synthétisé différentes lois de commande non linéaire, tel que la commande mode glissant et la commande backstepping dans le but d'assurer la stabilité du système ainsi que la poursuite (suivi) de trajectoires ; pour se faire nous avons introduisant les contraintes qui

définissent le couplage entre les différents états du système, appelées contraintes non holonomes. Dans la majorité des cas nous avons réussi à assurer en général la stabilité au sens de Lyapunov et plus particulièrement la stabilité locale asymptotique ; on en déduit que quelques contrôleurs présentent de meilleures performances que d'autres.

En réalité l'idée de base de la conception des UAV était la navigation dans des milieux hostiles à l'homme tels les zones de conflits, d'industrie militaire ou de fortes turbulences atmosphérique ; ceci peut rendre la navigation très délicate voir impossible dans ces milieux si contraints et si évolutifs, d'où la nécessité de synthétiser des observateurs qui peuvent reconstruire le vecteur d'état d'une façon partielle ou d'une façon complète et qui peuvent aussi parer et remédier aux problèmes des erreurs de modélisation et ceux dus aux états non mesurables ; ceci a fait l'objet du dernier chapitre et est fait l'objet des communications et publications internationale [84, 86, 88, 85, 87], nous nous sommes permis de modéliser tout ces problèmes par des rafales de vent perturbées le système avec différentes forces et aussi en biaisant les paramètres du système, nous avons constaté une bonne observation des états du système.

L'ensemble des perspectives que nous estimons abordables seront présentées. Elles peuvent apporter soit des améliorations, soit des nouveautés aux contributions apportées par ce travail.

- afin de voir la validation en temps réel de ces lois de commande basé sur les observateurs proposer, nous projetons en perspectives l'implémentation de ces techniques sur un prototype réel afin de voir le véritable comportement de ce système dans la réalité et de montrer la faisabilité du travail de recherche réalisé sur le terrien.
- Le grand souci est le choix des paramètres de réglage des proposées n'est pas optimisé en l'état actuel. Il est envisageable d'optimiser ces choix dans le but d'améliorer le comportement global du système, de renforcer la stabilité ou encore d'améliorer la robustesse de la combinaisons Commande-Observateur. On signale aussi que le choix de ces paramètres peut même causer l'instabilité du système, donc on propose d'entamer une optimisation basée sur les méthodes évolutionnaires tel que les algorithmes génétiques afin de cerner une plage de confiance pour ces paramètres n'affectant pas la stabilité du système.
- L'utilisation d'une instrumentation low-cost, c'est-à-dire des capteurs indépendants (gyroscope, accéléromètre,..) qui donnent des bons résultats après filtrage pour s'en passer de l'IMU qui coûte très cher.
- Les représentations à trois paramètres comme les angles d'Euler montrent toujours des orientations singulières. Cette singularité est connue en anglais sous le nom de "gimbal lock" ou serrure de cardan. En conséquence, plusieurs auteurs choisissent le quaternion unitaire. Cette représentation est l'une des représentations à quatre paramètres qui représentent globalement l'attitude d'un corps rigide dans l'espace sans singularité. Cependant, une équation additionnelle de contrainte est ajoutée.

Annexe A

Les Caractéristiques physiques du drone.

Symbole	description	valeurs	unité
m	Masse du quadri-rotors	2	kg
l	Distance entre le moteur et C.G	0.255	m
I_{xx}	Moment d'inertie suivant l'axe x	3.8278×10^{-3}	$kg.m^2$
I_{yy}	Moment d'inertie suivant l'axe y	3.8278×10^{-3}	$kg.m^2$
I_{zz}	Moment d'inertie suivant l'axe z	7.6566×10^{-3}	$kg.m^2$
b	Le coefficient de portance	2.9842×10^{-5}	$N/rad/s$
d	Le coefficient de drag	3.2320×10^{-6}	$N/rad/s$
J_r	L'inertie du rotor	2.8385×10^{-5}	$kg.m^2$
g	La gravité	9.806	m/s^2

TABLE A.1 – Les Caractéristiques physiques du drone [166].

Bibliographie

- [1] A. Abdessameud and M.F. Khelifi. A high gain observer for robot manipulator control. In *Séminaire National sur L'automatique et les signaux, SNAS'02, Annaba*, 2002.
- [2] P. Adigbli, C. Grand, J. B. Mouret, , and S. Doncieux. *Nonlinear attitude and position control of a micro quadrotor using sliding mode and backstepping techniques*. Proceedings of the 7th European Micro Air Vehicle Conference, Toulouse, France, September 2007.
- [3] V.V. Alekseev and A.Yu. Loskutov. Controlling a system with a strange attractor by periodic parametric action. *Doklady Akademi Nauk SSSR*, 293(6) :1346–1348, 1987.
- [4] B. Andrievsky, Peaucelle D., and Fradkov A.L. Adaptive control of 3dof motion for laas helicopter benchmark : Design and experiments. *American Control Conference, 2007. ACC '07*, pages 3312–3317, 9-13 July 2007.
- [5] M. Arcak and P.V. Kokotovic. Nonlinear observers : a circle criterion design and robustness analysis. *Automatica*, 37(12) :1923–1930, 2001.
- [6] Jerome Barraquand and J-C Latombe. On nonholonomic mobile robots and optimal maneuvering. In *Intelligent Control, 1989. Proceedings., IEEE International Symposium on*, pages 340–347. IEEE, 1989.
- [7] Jerome Barraquand and Jean-Claude Latombe. Robot motion planning : A distributed representation approach. *The International Journal of Robotics Research*, 10(6) :628–649, 1991.
- [8] A. Benallegue, V. Mister, and N.K. M'Sirdi. *Exact linearization and noninteracting control of a 4 rotors helicopter via dynamic feedback*. IEEE International Workshop on Robot and Human Interactive Communication, 2001.
- [9] A.R. Benaskeur. *Aspects de l'application du backstepping adaptatif à la commande décentralisée des systèmes non linéaires*. Thèse de Doctorat, Université Laval, 2000.
- [10] A.R. Benaskeur, L.N. Paquin, and A. Desbiens. Toward industrial process control applications of the backstepping. *Process control and instrumentation, Glasgow*, 2000.
- [11] K. Benmansour, A. Benalia, M. Djemai, and J.d. Leon. Hybrid control of a multicellular converter. *Nonlinear Analysis : Hybrid systems*, 1(1) :16–29, 2007.
- [12] C. Berbra, S. Lesecq, and J.J. Martinez. A multi-observer switching strategy for fault-tolerant control of a quadrotor helicopter. In *Control and Automation, 2008 16th Mediterranean Conference on*, pages 1094–1099. IEEE, 2008.
- [13] O. Bernard, S .Gauthier, and A. Sciandra. Nonlinear observers for a class of biological systems : application to validation of a phytoplanktonic growth model. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 43(8) :1056–1065, 1998.
- [14] G. Besançon. Nonlinear observers and applications. *Lecture Notes in Control and Information Sciences, Springer-Verlag Berlin Heidelberg*, 2007.

- [15] G. Besançon. Remarks on nonlinear adaptive observer design. *Systems & control letters*, 41(4) :271–280, 2000.
- [16] L. Besnard, Y.B. Shtessel, and B. Landrum. Control of a quadrotor vehicle using sliding mode disturbance observer. In *American Control Conference, 2007. ACC '07*, pages 5230–5235, July 2007.
- [17] D. Bestle and M. Zeitz. Canonical form observer design for non-linear time-variable systems. *International Journal of Control*, 38(2) :419–431, 1983.
- [18] S. Boccaletti, C. Grebogi, Y.C. Lai, H. Mancini, and D. Maza. The control of chaos : Theory and applications. *Phys. Reports*, 329(3) :103–197, 2000.
- [19] F. Bonnans and P. Rouchon. *Analyse et commande de Systèmes Dynamiques*. École polytechnique, Département de Mathématiques Appliquées, Septembre Édition 2003.
- [20] F. Bonnans and A. Shapiro. *Perturbation analysis of optimization problems*. Springer-Verlag, New York, 2000.
- [21] F. Bonnans and H. Zidani. Consistency of generalized finite difference schemes for the stochastic hjb equation. *SIAM J. Numerical Analysis*, 41(3) :1008–1021, 2003.
- [22] S. Bouabdallah. *Design and control of quadrotors with application to autonomous flying*. Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse, 2007.
- [23] S. Bouabdallah, P. Murrieri, and R. Siegwart. *Design and control of an indoor micro quadrotor*, volume 5. IEEE International conference on Robotics and Automation, New Orleans, USA, 2004.
- [24] S. Bouabdallah and R. Siegwart. *Backstepping and sliding mode techniques applied to an indoor micro quadrotor*. IEEE International Conference on Robotics and Automation ICRA, Barcelona, Spain, April 2005.
- [25] H. Bouadi, M. Bouchoucha, , and M. Tadjine. Modelling and stabilizing control laws design based on sliding mode for an uav type-quadrotor. *Engineering Letters*, 15(2) :342–347, 2007.
- [26] H. Bouadi, M. Bouchoucha, , and M. Tadjine. Sliding mode control based on backstepping approach for an uav type-quadrotor. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 26 :22–27, 2007.
- [27] K. Bouibed, A. Aitouche, A. Rabhi, and M. Bayart. Estimation of contact forces of a four-wheel steering electric vehicle by differential sliding mode observer. In *INTELLIGENT SYSTEMS AND AUTOMATION : 1st Mediterranean Conference on Intelligent Systems and Automation (CISA 08)*, volume 1019, pages 541–546. AIP Publishing, 2008.
- [28] T. Boukhobza, M. Djemai, and J.P. Barbot. Implicit triangular observer from dedicated to a sliding mode observer for system with unknown input. *Asian Journal of Control*, 5(4) :513–527, 2003.
- [29] P. Brisset. Drones civils perspectives et réalités. *Rapport du Projet Paparazzi, Ecole Nationale de l'Aviation Civile*, Août 2004.
- [30] H.R. Buhler. *Réglage par mode de glissement*. Presses Polytechniques and Universitaires Romandes, 1986.
- [31] P. Castillo, A. Dzul, and R. Lozano. Real-time stabilization and tracking of a four-rotor mini rotorcraft. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 12(4) :510–516, July 2004.
- [32] G. Chen. *Approximate kalman filtering*. World Scientific Series in Approximations and Decompositions, 1993.
- [33] W. Chen and J. Jiang. Fault-tolerant control against stuck actuator faults. *IEEE Proc. Control Theory and Applications*, 152(2) :138–146, 2005.

- [34] E. Cherrier. *Estimation de l'état et des entrées inconnues pour une classe de systèmes non linéaires*. Thèse, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2006.
- [35] H.H. Choi and K.S. Ro. Lmi-based sliding-mode observer design method. *Control Theory and Applications, IEE Proceedings*, 152(1) :113–115, Jan 2005.
- [36] H.Y. Chou. *Fault Diagnosis of the Heat Exchanger system using Unknown Input observer*. Master of Applied Science, 2000.
- [37] G. Ciccarella, M. Dalla Mora, and A. Germani. A luenberger-like observer for nonlinear systems. *International Journal of Control*, 57(3) :537–556, 1993.
- [38] C. Coza, , and C.J.B. Macnab. *A new robust adaptive-fuzzy control method applied to quadrotor helicopter stabilization*. Fuzzy Information Processing Society, 2006. NAFIPS 2006. Annual meeting of the North American, 2006.
- [39] L. Derafa, T. Madani, and A Benallegue. Dynamic modelling and experimental identification of four rotors helicopter parameters. In *Industrial Technology, 2006. ICIT 2006. IEEE International Conference on*, pages 1834–1839, Dec 2006.
- [40] M.G. Earl and R. D'Andrea. *Real-time attitude estimation techniques applied to a four rotor helicopter*. 43rd IEEE Conference on Decision and Control, 2004.
- [41] M.G. Earl and R. D'Andrea. Real-time attitude estimation techniques applied to a four rotor helicopter. In *43rd IEEE Conference on Decision and Control*, 2004.
- [42] C. Edwards, S.K. Spurgeon, and R.J. Patton. Sliding mode observers for fault detection and isolation. *Automatica*, 36(4) :541–553, 2000.
- [43] B. Erginer and E. Altug. Modeling and pd control of a quadrotor vtol vehicle. In *Intelligent Vehicles Symposium, 2007 IEEE*, pages 894–899, June 2007.
- [44] K. Ezal, Z. Pan, and P.V. Kokotovic. Locally optimal and robust backstepping design. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 45(2) :260–271, Feb 2000.
- [45] X. Fan and M. Arcaç. Observer design for systems with multivariable monotone nonlinearities. *Systems & Control Letters*, 50(4) :319–330, 2003.
- [46] A.F. Fillipov. Differential equations with discontinuous right hand sides. *Mathematicheskii Sbornik*, 51 :99–128, 1960.
- [47] O. Fjellstad and T. Fossen. *Quaternion feedback regulation of underwater vehicles*. In 3rd IEEE Conference on Control Application, 1994.
- [48] T. Floquet and J.P. Barbot. Super twisting algorithm-based step-by-step sliding mode observers for nonlinear systems with unknown inputs. *International Journal of Systems Science*, 38(10) :803–815, 2007.
- [49] T.I. Fossen and A. Grovlen. Nonlinear output feedback control of dynamically positioned ships using vectorial observer backstepping. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 6(1) :121–128, 1998.
- [50] E. Frazzoli. *Robust hybrid control for autonomous vehicle motion planning*. Ph.D. thesis, Department of Aeronautics and Astronautics, Massachusetts Institute of Technology, 2001.
- [51] R.A. Freeman and P.V. Kokotovic. *A New Lyapunov Function for the Backstepping Design of Softer Robust Nonlinear Control Laws*. Technical report no. CCEC-92-0520, 1992.
- [52] J.P. Gauthier, H. Hammouri, and S. Othman. A simple observer for nonlinear systems applications to bioreactors. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 37(6) :875–880, Jun 1992.
- [53] J.C. Gille, Decaulne P., and Pélegrin M. *Systèmes asservis non linéaires*. 5 edn, Bordas, 1988.
- [54] A. Gning, F. Abdallah, and P. Bonnifait. A new estimation method for multisensor fusion by using interval analysis and particle filtering. In *Robotics and Automation, 2007 IEEE International Conference on*, pages 3844–3849, April 2007.

- [55] R. Goldstein. *Classical mechanics*. 2nd edition, Addison-Wesley, USA, 1980.
- [56] C.O. Gomez, A. UribeSalas, J.A. Finch, and B.J. Hulls. A calibration probe for level detection. *CIM Bull*, 83(935) :118–121, 1990.
- [57] M. Guay. Observer linearization by output-dependent time-scale transformations. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 47(10) :1730–1735, Oct 2002.
- [58] L. Guessas and K. Benmahammed. Adaptive backstepping and pid optimized by genetic algorithm in control of chaotic systems. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 7(9) :5299–5312, Septembre 2011.
- [59] M. Guisser, H. Medromi, H. Ifassiounen, J. Saadi, and N. Radhy. A coupled nonlinear discrete-time controller and observer designs for under-actuated autonomous vehicles with application to a quadrotor aerial robot. In *IEEE Industrial Electronics, IECON 2006-32nd Annual Conference on*, pages 1–6. IEEE, 2006.
- [60] T. Hamel, N. Guenard, and R. Mahony. *A practical visual servo control for a unmanned aerial vehicle*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2007.
- [61] T. Hamel, R. Mahony, R. Lozano, and J. Ostrowski. Dynamic modelling and configuration stabilization for an x4-flyer. *15th Triennial World Congress, Barcelona, Spain*, 1(2) :3, 2002.
- [62] T. Hamel, N. Metni, and F. Derkx. *Visual tracking control of aerial robotic systems with adaptive depth estimation*. Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference, 2005.
- [63] T. Hamel, V. Moreau, F. Chaumette, and A. Chriette. Etat d’avancement du projet robvolint (robot volant d’intérieur). *l’ONERA DGA*, 2006.
- [64] H. Hashimoto, H. Yamamoto, S. Yanagisawa, and F. Harashima. Brushless servo motor control using variable structure approach. *IEEE Transaction on Industry Applications*, 24(1) :160–170, 1988.
- [65] O. Hegrenas, J.T. Gravdahl, and P. Tondel. *Attitude control by means of explicit model predictive control, via multi-parametric quadratic programming*, volume 2. In American Control Conference, 2005.
- [66] G. Heredia, A. Ollero, M. Bejar, and R. Mahtani. Sensor and actuator fault detection in small autonomous helicopters. *Mechatronics*, 18(2) :90–99, 2008.
- [67] R. Hermann and A.J. Krener. Nonlinear controllability and observability. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 22(5) :728–740, Oct 1977.
- [68] S.M. Joshi, A.G. Kelkar, and J.T. Wen. Robust attitude stabilization of spacecraft using nonlinear quaternion feedback. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 40(10) :1800–1803, 1995.
- [69] R.E. Kalman. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of Fluids Engineering*, 82(1) :35–45, 1960.
- [70] I. Kanellakopoulos. systematic design of adaptive controllers for feedback linearisable systems. *IEEE Transaction on automatic control*, 36(11) :1241–1253, July 2000.
- [71] I. Kanellakopoulos, P.V. Kokotovic, and A.S. Morse. *Adaptive feedback linearization of nonlinear systems*. Foundations of Adaptive Control, Springer Verlag. Berlin, 1991.
- [72] H. Khalil and J.W. Grizzle. *Nonlinear systems*, volume 3. 2nd edition. Prentice-Hall. New-York, 2002.
- [73] P.V. Kokotovic and M. Arcak. *Nonlinear and Adaptive Control : An Abbreviated Status Report*. The 9th Mediterranean Conference on Control and Automation Dubrovnik, Croatia, June 2001.

- [74] T.J. Koo and S. Sastry. *Output tracking control design of a helicopter model based on approximate linearization*, volume 4. The 37th Conference on Decision and Control (Florida, USA), 1998.
- [75] Y. Koobaa, M. Farza, and M. M'saad. Observeur adaptatif pour une classe des systèmes non linéaires. In *Cinquième Conférence Internationale des Sciences et Techniques de l'Automatique, STA '04,*, 2004.
- [76] A.J. Koshkouei and A.S.I. Zinober. Sliding mode state observation for non-linear systems. *International Journal of Control*, 77(2) :118–127, 2004.
- [77] A.J. Krener and W. Kang. Locally convergent nonlinear observers. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 42(1) :155–177, 2003.
- [78] R. Kristiansen and P.J. Nicklasson. *Satellite attitude control by quaternion-based backstepping*. In American Control Conference (ACC), 2005.
- [79] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, and P.V. Kokotovic. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. New York : Wiley, 1995.
- [80] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, and P.V. Kokotovic. Nonlinear and adaptive control design, book reviews. *IEEE transactions on automatic control*, 41(12) :1849–1853, December 1996.
- [81] M. Krstic and P.V. Kokotovic. *Nonlinear Backstepping Designs and Applications : Adaptive, Robust, and Optimal*. Tutorial Workshop ASCC'2002, Singapore, September 25 2002.
- [82] H.J. Kushner and P.G. Dupuis. *Numerical methods for stochastic control problems in continuous time*, volume 24. Applications of mathematics. Springer, New York, Second edition, 2001.
- [83] Y.C. Lai and S.S. Jan. Attitude estimation based on fusion of gyroscopes and single antenna gps for small uavs under the influence of vibration. *GPS solutions*, 15(1) :67–77, 2011.
- [84] M.A. Larbi, K. Zemalache Meguenni, Y. Meddahi, and M.Litim. Nonlinear observer and backstepping control of quadrotor unmanned aerial vehicle. *International REview of Automatic Control*, 6(5) :631–640, September 2013.
- [85] M.A. Larbi, K. Zemalache Meguenni, Y. Meddahi, and M.Litim. *Observer Design, with Backstepping Controller for a Four Rotor UAV*. International Conference on Electrical Engineering and Automatic Control, Setif, November 24-26 2013.
- [86] M.A. Larbi, K. Zemalache Meguenni, Y. Meddahi, and M.Litim. Nonlinear observer, and pi-backstepping controller for unmanned aerial vehicle type quadrotor. *Int. J. Industrial Electronics and Drives*, 1(4) :239–248, 2014.
- [87] M.A. Larbi, K. Zemalache Meguenni, Y. Meddahi, and M.Litim. *The Observer Design, with Backstepping Controller for stabilizing a Quadrotor UAV*. 6th Seminar On Detection Systems : Architectures and Technologies, in Algiers, DAT'2014, Feb 17th-19th 2014.
- [88] M.A. Larbi, K. Zemalache Meguenni, Y. Meddahi, and M.Litim. Sliding mode observer, and nonlinear control applied for an aerospace vehicles. *Journal of Advanced Research in Dynamical and Control Systems*, 1(7) :1–15, 2015, accepté, et en cours de publication.
- [89] A. Levant. Robust exact differentiation via sliding mode technique. *Automatica*, 34(3) :379–384, 1998.
- [90] J. Li, C. Qian, and M.T. Frye. A dual-observer design for global output feedback stabilization of nonlinear systems with low-order and high-order nonlinearities. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 19(15) :1697–1720, 2009.
- [91] Z.H. Li and K. Miroslav. Optimal design of adaptive tracking non-linear systems. *Automatica*, 33 :33–8, 1997.

- [92] R. Lozano, P. Castillo, and A. Dzul. *Stabilization of a mini rotorcraft having four rotors*. Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2004.
- [93] R. Lozano, P. Castillo, and A. Dzul. Stabilization of a mini rotorcraft with four rotors. *IEEE Control Systems Magazine*, 25(6) :45–55, 2005.
- [94] D.G. Luenberger. An introduction to observers. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 16(6) :596–602, Dec 1971.
- [95] H.J. Luinge, P.H. Veltink, and C.T. Baten. Estimating orientation with gyroscopes and accelerometers. *Technology and health care*, 7(6) :455–459, 1999.
- [96] A.M. Lyapunov. Problème général de la stabilité du mouvement. *E. Davaux, Trans. Annales de la Faculté des sciences de Toulouse*, 2(9) :203–469, 1947.
- [97] A.M. Lyapunov. On the problem of the stability of motion. In *Stability of Motion*, volume 30 of *Mathematics in Science and Engineering*, pages 123 – 127. Elsevier, 1966.
- [98] A.M. Lyapunov. The general problem of the stability of motion. *International Journal of Control*, 55(3) :531–534, 1992.
- [99] T. Madani, , and A. Benallegue. *Backstepping control for a quadrotor helicopter*. Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2006.
- [100] T. Madani and A. Benallegue. *Control of a quadrotor mini-helicopter via full state backstepping technique*. Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control, 2006.
- [101] T. Madani and A. Benallegue. Backstepping control with exact 2-sliding mode estimation for a quadrotor unmanned aerial vehicle. In *Intelligent Robots and Systems, 2007. IROS 2007. IEEE/RSJ International Conference on*, pages 141–146. IEEE, 2007.
- [102] R. Mahony, T. Hamel, and A. Dzul. *Hover control via approximate lyapunov control for a model helicopter*. The Conference on Decision and Control (Phoenix, Arizona, USA), 1999.
- [103] R. Mahony, T. Hamel, and J.M. Pfimlin. Nonlinear complementary filters on the special orthogonal group. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 53(5) :1203–1218, 2008.
- [104] F.L. Markley. Attitude error representations for kalman filtering. *Journal of guidance, control, and dynamics*, 26(2) :311–317, 2003.
- [105] J. Marzat, H. Piet-Lahanier, F. Damongeot, and E. Walter. Model-based fault diagnosis for aerospace systems : a survey. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G : Journal of Aerospace Engineering*, 226(10) :1329–1360, 2012.
- [106] K. Miroslav and P.V. Kokotovic. Adaptive nonlinear output-feedback schemes with marino-tomei controller. *IEEE transactions on Automatic Control*, 41(2) :274–280, 1996.
- [107] A. Mokhtari and A. Benallegue. Dynamic feedback controller of euler angles and wind parameters estimation for a quadrotor unmanned aerial vehicle. In *Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA'04. 2004 IEEE International Conference on*, volume 3, pages 2359–2366. IEEE, 2004.
- [108] Y. Morel and A. Leonessa. *Direct adaptive tracking control of quadrotor aerial vehicles*. Florida Conference on Recent Advances in Robotics, 2006.
- [109] Daniele Mortari. Second estimator of the optimal quaternion. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 23(5) :885–888, 2000.
- [110] P. Mullhaupt. *Systèmes Multivariable II, les systèmes non linéaires*. notes de cours basé sur le livre : *Nonlinear Systems*, H.K. Khalil, Third Edition, Prentice Hall, 2002.
- [111] R.M. Murray, Z. Li, and S.S. Sastry. *A mathematical introduction to robotic manipulation*. CRC Press, 1994.

- [112] R.D. Nardi and O.E. Holland. Coevolutionary modelling of a miniature rotorcraft. *Intelligent Autonomous Systems 10 : IAS-10*, page 364, 2008.
- [113] H.H. Nejad, D. Sauter, S. Aberkane, and S. Lesecq. Actuator fault tolerant control in experimental networked embedded mini drone. In *Control and Automation, 2009. MED'09. 17th Mediterranean Conference on*, pages 706–711. IEEE, 2009.
- [114] C. Nicol, C.J.B. Macnab, and A.R. Serrano. *Robust neural network control of a quadrotor helicopter*. Proceedings of the Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, 2008.
- [115] M. Onder. *Robust low attitude behavior control of a quadrotor rotorcraft through sliding modes*. Proceedings of the 15th Mediterranean Conference on Control and Automation, Greece, July 2007.
- [116] J.P. Ostrowski, E. Altug, and C.J. Taylor. *Quadrotor control using dual camera visual feedback*, volume 3. Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2003.
- [117] A. Ramakrishna P. Kudva, N. Viswanadham. Observers for linear systems with unknown inputs. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 25(1) :113–115, 1980.
- [118] A. Palomino, S.S. Cruz, and R. Lozano. *Trajectory tracking for a four rotor mini-aircraft*. Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and control, and the European Control Conference, 2005.
- [119] W. Perruquetti and J.P. Barbot. *Sliding mode control in engineering*. CRC Press, 2002.
- [120] J. M. Pflimlin, P. Soueres, and T. Hamel. Hovering flight stabilization in wind gusts for ducted fan uav. In *Decision and Control, 2004. CDC. 43rd IEEE Conference on*, volume 4, pages 3491–3496. IEEE, 2004.
- [121] J.M. Pflimlin, T. Hamel, and P. Souères. Nonlinear attitude and gyroscope’s bias estimation for a vtol uav. *International Journal of Systems Science*, 38(3) :197–210, 2007.
- [122] P. Pounds, R. Mahony, J. Gresham, P. Corke, and J. Roberts. Towards dynamically-favourable quad-rotor aerial robots. In *Proceedings of the 2004 Australasian Conference on Robotics & Automation*. Australian Robotics & Automation Association, 2004.
- [123] R.W. Prouty. *Helicopter performance, stability and control*. Krieger Publishing Company ,reprint with addition, original edition (1986), USA, 1995.
- [124] K. Pyragas. Continuous control of chaos by self-controlling feedback. *Physics Letters A*, 170(6) :421–428, 1992.
- [125] C. Qian and J. Li. Global output feedback stabilization of upper-triangular nonlinear systems using a homogeneous domination approach. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 16(9) :441–463, 2006.
- [126] A. Rabhi, N.K. M’SIRDI, and A. El Hajjaji. A robust sliding mode observer for vehicle tire side slip angle. In *Conference on Systems and Control CSC’2007*, pages 16–18, Marrakech, Morocco, May 2007.
- [127] H. Rafaralahy, E. Richard, M. Boutayeb, and M. Zasadzinski. Simultaneous observer based sensor diagnosis and speed estimation of unmanned aerial vehicle. In *Decision and Control, 2008. CDC 2008. 47th IEEE Conference on*, pages 2938–2943. IEEE, 2008.
- [128] S. Raghavan and J.K. Hedrick. Observer design for a class of nonlinear systems. *International Journal of Control*, 59(2) :515–528, 1994.
- [129] Z. Raida. Steering an adaptive antenna array by the simplified kalman filter. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 43(6) :627–629, Jun 1995.
- [130] H.S. Ramirez. Sliding regimes in general non-linear systems : a relative degree approach. *International Journal of Control*, 50(4) :1487–1506, 1989.

- [131] H.S. Ramirez and M. Fliess. *Regulation of non-minimum phase outputs in a PVTOL aircraft*, volume 4. In 37th IEEE conference on Decision and Control, CDC'98, 1998.
- [132] R. Raoufi. *Nonlinear Robust Observer for simultaneous State and Fault Estimation*. Electrical and Computer Engineering, Edmonton Alberta, 2010.
- [133] H. Rehbinder and B.K. Ghosh. Pose estimation using line-based dynamic vision and inertial sensors. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 48(2) :186–199, 2003.
- [134] M.I. Ribeiro. Kalman and extended kalman filters : Concept, derivation and properties. *Institute for Systems and Robotics*, page 43, 2004.
- [135] A. Robertsson and R. Johansson. Observer backstepping for a class of nonminimum-phase systems. In *Decision and Control, 1999. Proceedings of the 38th IEEE Conference on*, volume 5, pages 4866–4871, 1999.
- [136] S. Salcudean. A globally convergent angular velocity observer for rigid body motion. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 36(12) :1493–1497, Dec 1991.
- [137] S. Bouabdallah, A. Noth, and R. Siegwart. *PID vs LQ Control Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor*, volume 3. Proceedings of IEEE/RSJ international conference On intelligent Robots and Systems, Sendai, Japan, September 2004.
- [138] S.L. Scrivener and R.C. Thompson. Survey of time-optimal attitude maneuvers. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 17(2) :225–233, 1994.
- [139] S. Seshagiri and H.K. Khalil. *On Introducing Integral Action in Sliding Mode Control*, volume 2. Proceeding of the 41st IEEE Conference on Decision and Control, Las Vegas, Nevada USA, 2002.
- [140] S. Seshagiri and H.K. Khalil. Robust output feedback regulation of minimum-phase nonlinear systems using conditional integrators. *Automatica*, 41(1) :43–54, 2005.
- [141] S.N. Singh and W. Yim. *Nonlinear adaptive backstepping design for spacecraft attitude control using solar radiation pressure*, volume 2. In 41st IEEE conference on Decision and Control, CDC'02, 2002.
- [142] J.J.E. Slotine. Sliding controller design for nonlinear systems. *International Journal of Control*, 40(2) :421–434, 1984.
- [143] J.J.E. Slotine, J.K. Hedrick, and E.A. Misawa. On sliding observers for nonlinear systems. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 109(3) :245–252, 1987.
- [144] J.J.E. Slotine and W. Li. *Applied nonlinear control*, volume 199. Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ, 1991.
- [145] C. Song, S.J. Kim, S.H. Kim, and H.S. Nam. Robust control of the missile attitude based on quaternion feedback. *Control Engineering Practice*, 14(8) :811–818, 2005.
- [146] I. Souleiman, A. Glumineau, and G. Schreier. Direct transformation of nonlinear systems into state affine miso form for observer design. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 48(12) :2191–2196, Dec 2003.
- [147] M. Staroswiecki, G. Hoblos, and A. Aitouche. Sensor network design for fault tolerant estimation. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 18(1) :55–72, 2004.
- [148] M. Tarbouchi, J. Dunfield, and G. Labonte. *Neural network based control of a four rotor helicopter*, volume 3. IEEE International Conference on Industrial Technology, 2004.
- [149] A. Tayebi and S. McGilvray. Attitude stabilization of a four-rotor aerial robot. In *Decision and Control, 2004. CDC. 43rd IEEE Conference on*, volume 2, pages 1216–1221 Vol.2, Dec 2004.
- [150] A. Tayebi and S. McGilvray. Attitude stabilization of a vtol quadrotor aircraft. *IEEE Transaction on Control System Technology*, 14(3) :562–571, May 2006.

- [151] F.E. Thau. Observing the state of non-linear dynamic systems. *International Journal of Control*, 17(3) :471–479, 1973.
- [152] P. Tsiotras and J. Luo. Control of underactuated spacecraft with bounded inputs. *Automatica*, 36(8) :1153–1169, 2000.
- [153] V.I. Utkin. Variable structure systems with sliding modes. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 22(2) :212–222, 1977.
- [154] V.I. Utkin. *Sliding Mode in Control and Optimisation*, volume 116. Springer-Verlag, London, 1992.
- [155] V.I. Utkin. Sliding mode control design principles and applications to electric drives. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 40(1) :23–36, Feb 1993.
- [156] V.I. Utkin. *Sliding mode control in electromechanical system*. Taylor & Francis, 1999.
- [157] V.I. Utkin and H.C. Chang. *Sliding Mode Control on ElectroMechanical Systems*, volume 8. Mathematical Problems in Engineering, 2002.
- [158] M. Valenti, G.P. Tournier, and J.P. How. *Estimation and control of a quadrotor vehicle using monocular vision and moire patterns*. AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, 2006.
- [159] H. Voos. *Nonlinear and Neural Network-based Control of a Small Four-Rotor Aerial Robot*. Advanced intelligent mechatronics, 2007 IEEE/ASME international conference on, 2007.
- [160] B.L. Walcott and S.H. Zak. Combined observer-controller synthesis for uncertain dynamical systems with applications. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 18(1) :88–104, 1988.
- [161] S.L. Waslander, J.S. Jang, G.M. Hoffmann, and C.J. Tomlin. *Multi-agent Quadrotor testbed control design : Integral sliding mode vs. Reinforcement learning*. IEEE/RSJ, International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2005.
- [162] J.T. Wen and K.K. Delgado. The attitude control problem. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 36(10) :1148–1162, 1991.
- [163] J.T. Wen, S. Seereeram, and D.S. Bayard. *Nonlinear predictive control applied to spacecraft attitude control*, volume 3. In American Control Conference, 1997.
- [164] B. Yang and W. Lin. Homogeneous observers, iterative design, and global stabilization of high-order nonlinear systems by smooth output feedback. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 49(7) :1069–1080, July 2004.
- [165] F. Yang and R.W. Wilde. Observers for linear systems with unknown inputs. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 33(7) :677–681, 1988.
- [166] K.M. Zemalache and H. Maaref. Controlling a drone : Comparison between a based model method and fuzzy inference system. *Journal of Applied Soft Computing*, 9(2) :553–562, March 2009.
- [167] K.M. Zemalache, M. Tahar, A. Omari, and H. Maaref. Sliding mode control technique : Application to a four rotors mini-flying robot. In *INTELLIGENT SYSTEMS AND AUTOMATION : 2nd Mediterranean Conference on Intelligent Systems and Automation (CISA '09)*, volume 1107, pages 160–165. AIP Publishing, 2009.