

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE NIVERSITE DES SCIENCES ET DES TECHNOLOGIES D'ORAN– MOHAMED
BOUDIAF
FACULTE DU GENIE ELECTRIQUE

THESE DE DOCTORAT En-SCIENCES
SPECIALITE : ELECTRONIQUE
OPTION : Techniques de communications modernes

Présentée par
Mr. DAHMANI MOHAMMED

**‘ Application du filtre de Kalman linéaire et non
linéaire et ses dérivées à la poursuite d’une cible
manoeuvrante ’**

Soutenue à l'USTO, le 5 Avril 2012, devant le jury composé de:

Professeur Ouamri Abdelaziz (Université Usto),	Président
Professeur Bendimerad Fathi Tarik (Université Abou Bekr Belkaid Tlemcen)	Examineur
Professeur Feham Mohammed (Université Abou Bekr Belkaid Tlemcen)	Examineur
Professeur Djebbari Ali (Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès)	Examineur
Professeur Keche Mokhtar (USTO-MB)	Directeur de thèse

Remerciements

« Qui ne remercie pas les gens, ne remercie pas Dieu »
Notre prophète Mohamed (QSSSL)

Je tiens tout d'abord à remercier Allah le tout puissant de m'avoir donné le courage et la patience pour mener à bien ce modeste travail, qu'il soit béni et glorifié.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à mon directeur de thèse de doctorat Monsieur Keche Mokhtar (USTO-MB), pour sa grande disponibilité, son soutien moral et scientifique ses précieux conseils et ses incessants encouragements.

Un grand merci au Professeur Ouamri Abdelaziz (Université Usto), président du jury, ainsi qu'aux professeurs Djebbari Ali (Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès), Bendimrad Fathi Tarik (Université Abou Bekr Belkaid Tlemcen) et Feham Mohammed (Université Abou Bekr Belkaid Tlemcen), pour avoir accepté d'examiner mon travail.

Je tiens à remercier vivement le Professeur Maamar Bettayeb (université el sharjah) emirate unis pour son aide.

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à mes amies proches Meche Abdelkrim, Della Krachai, Benoudnine hadjira, snoussi Hafida, mustapha merah, Yahiaoui Kamel, Fethi pour leur soutien, leur grande disponibilité et les discussions enrichissantes que j'ai eues avec eux.

Que tous les enseignants qui ont assuré ma formation du primaire jusqu'au Doctorat trouvent ici le témoignage de mes remerciements les plus sincères.

Mes remerciements vont à tous ceux qui ont contribué scientifiquement, techniquement et moralement à l'aboutissement de ce travail qui n'aurait pu être réalisé sans leur aide, leur compréhension et leur soutien.

Enfin, je tiens à exprimer mes pensées les plus profondes et les plus tendres à ma très chère femme qui m'a soutenu durant toute la période de préparation de cette thèse.

Dédicaces

A celle que j'aime le plus au monde, ma très chère mère

A ma très chère femme Amel

A mes enfants Khaira Douaa, Nouha raihana et Malak el bathoul

A mes chères sœurs et à mes frères

A la mémoire de mon père Ali et mes deux grands parents 'DAHMANI'

A toute ma famille sans exception

A tous mes amis

...

DAHMANI Mohammed.

Table des Matières

<i>Introduction générale</i>	1
------------------------------------	---

Chapitre I: Caractérisation et modélisation de la cinématique d'une cible mobile

I.1	Introduction	5
I.2	Modèle mathématique d'une cible manœuvrante	6
I.3	Modèle mathématique décrivant le mouvement d'une cible – partie système	8
I.3.1	Cas d'une cible non-manœuvrante	8
I.3.2	Cas d'une cible manœuvrante.....	9
I.3.2.1	Modèle à accélération bruit blanc	10
I.3.2.2	Modèle à accélération suivant un processus de Wiener	11
I.3.2.3	Modèle Polynomial.....	12
I.3.2.4	Modèle de Singer à accélération	13
I.3.2.5	Modèle de mouvement horizontal 2D	14
I.4	Modèle mathématique décrivant le mouvement d'une cible – partie mesure.....	20
I.4.1	Repère lié au capteur.....	20
I.4.2	Différentes coordonnées appliquées à la poursuite	21
I.4.3	Coordonnées mixtes dans la poursuite	22
I.4.4	Coordonnées Cartésiennes.....	22
I.4.5	D'autres types de coordonnées	22
I.5	Conclusion.....	23

Chapitre II: Le Filtre de Kalman et les filtres $\alpha\beta, \alpha\beta\gamma$ appliqués à la poursuite

II.1	Introduction	25
II.2	Rappel sur le filtrage optimal.....	26
II.3	Le principe du filtre de Kalman	27
II.3.1	Formulation du filtre de Kalman	29
II.3.2	Initialisation du filtre de Kalman.....	32
II.4	Filtres à gains fixes.....	32
II.4.1	Le filtre $\alpha\beta$	33
II.4.2	Formulation du filtre $\alpha\beta$	33
II.4.3	Formulation du filtre $\alpha\beta\gamma$	34
II.4.4	Critères pour le choix des coefficients des filtres $\alpha\beta$ et $\alpha\beta\gamma$	34

II.5	Gain de Kalman au régime stationnaire et les coefficients des filtres $\alpha\beta$ et $\alpha\beta\gamma$	35
II.5.1	Calcul des coefficients optimaux du filtre $\alpha\beta$	35
II.5.2	Calcul des coefficients optimaux $\alpha\beta\gamma$	42
II.6	Consistance des estimateurs d'état.....	47
II.7	Critère de performance (RMSE)	47
II.8	Conclusion.....	48

Chapitre III:Extension du filtre de Kalman au cas non linéaire

III.1	Introduction	50
III.2	Filtre de Kalman étendu (EKF: Extended Kalman Filter)	51
III.2.1	Dérivation du filtre EKF.....	52
III.2.1.1	Prédiction du vecteur d'état	52
III.2.1.2	Prédiction de la mesure.....	52
III.2.1.3	Compensation de l'erreur de linéarisation par des méthodes heuristiques ..	55
III.3	Le filtre Unscented Kalman filter (UKF).....	55
III.3.1	Mise on œuvre du filtre UKF	58
III.3.1.1	Détermination des sigmas points.....	58
III.3.1.2	Prédiction du vecteur d'état et de mesure	58
III.3.1.3	Mise à jour de l'état en utilisant la mesure.....	59
III.4	Filtre de Kalman cubature (Cubature Kalman filter CKF)	59
III.4.1	Mise en œuvre du filtre CKF.....	61
III.4.1.1	Détermination des sigmas points.....	61
III.4.1.2	Prédiction du vecteur d'état et de mesure	62
III.4.1.3	Mise à jour de l'état en utilisant la mesure.....	63
III.5	Résultats de simulations.....	64
III.6	Cas de poursuite d'une cible à grande portée, filtre utilisant les mesures converties débiaisées.....	69
III.6.1	Conversion classique et position de problème	70
III.6.2	Utilisation de la mesure débiaisée (debiased)	71
III.6.3	Utilisation de la mesure non biaisée (unbiased).....	72
III.6.4	Utilisation d'une nouvelle conversion basée sur la transformation cubature .	73
III.6.5	Comparaison entre les différents algorithmes.....	74
III.6.6	Application des différentes transformations à la poursuite.....	78

III.7	Conclusion.....	84
Chapitre IV. :Application de l’algorithme à modèles multiples à la poursuite d’une cible manouvrante		
IV.1	Introduction	86
IV.2	Filtre à modèles multiples (MM : Multiples Modèles)	87
IV.2.1	Filtre à modèles multiple statique	88
IV.2.2	Filtre à modèles multiple dynamique	90
IV.2.3	Filtre à Modèles Multiples Interagissant (IMM).....	90
IV.2.3.1	Les étapes d’implémentation du filtre IMM	92
IV.2.3.2	Choix des modèles.....	94
IV.2.3.3	Choix du niveau de bruit de processus.....	94
IV.2.3.4	Choix du type de filtre.....	95
IV.2.3.5	Probabilités de transition	95
IV.2.3.6	Probabilités initiale des différents modèles.....	96
IV.3	Algorithme FastIMM	96
IV.4	Résultats des simulations	97
IV.4.1	Comparaison entre les filtres : FastIMM et IMM	97
IV.4.1.1	Influence du temps d’échantillonnage.....	99
IV.4.1.2	Influence du choix de la matrice de probabilité de transition	111
IV.4.1.3	Influence du niveau du bruit de système du filtre de deuxième ordre	113
IV.4.1.4	Temps d’exécution	114
IV.4.2	Comparaison entre différentes configurations de l’ IMM dans le cas non linéaire	114
IV.4.2.1	Première simulation.....	116
IV.4.2.2	Deuxième simulation.....	120
IV.4.2.3	Troisième simulation.....	123
IV.4.2.4	Quatrième simulation	125
IV.4.2.5	Cinquième simulation.....	127
IV.5	Conclusion.....	129
Conclusion générale et perspectives		130
Annexe A.....		132
Références		135

Introduction générale

Les systèmes de surveillance civils et militaires ont connus une remarquable évolution grâce aux récents développements technologiques et algorithmiques. Leurs principales fonctions sont la détection et la localisation des cibles. Ces systèmes sont connus sous le nom de Radar ou Sonar.

Par définition un Radar est un système de « **RA**dio **D**etection **A**nd **R**anging » et le Sonar est un système de « **SO**und **N**avigation **A**nd **R**anging ». Ils ont le même principe de fonctionnement, l'unique différence réside dans la nature des ondes utilisées. Les Radars utilisent des ondes électromagnétiques, par contre, les Sonars utilisent des ondes acoustiques. Les fréquences utilisées sont aussi différentes : le Radar utilise une gamme de fréquence de 3 MHz à 300 GHz, et le Sonar utilise une gamme de fréquence de 100Hz à 30KHz. Ces ondes sont émises dans une certaine région appelée volume de surveillance. Quand elles rencontrent un obstacle (objet) avec une impédance différente de celle du milieu de propagation, une partie de l'énergie est réfléchiée vers le Radar ou Sonar (figure 1).

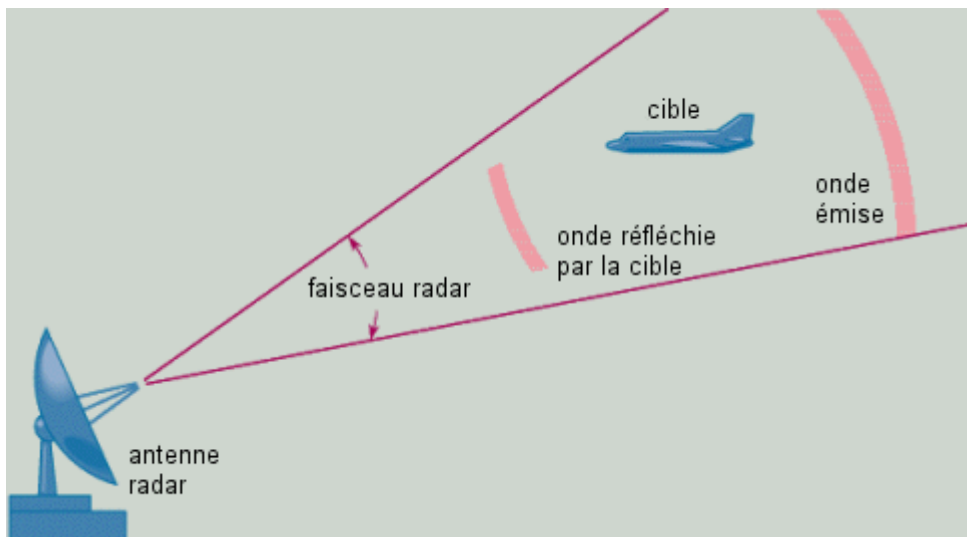


Figure 1 : Principe du Radar

En addition avec le signal réfléchi, le radar reçoit différentes formes d'interférences qui compliquent la détection et le processus de mesure. La distance entre la cible d'intérêt et la source d'émission est déterminée par la mesure du temps qui s'écoule entre l'instant

d'émission du signal et l'instant de sa réception. La direction ou la position angulaire, de la cible peut être déterminée par la direction de l'onde réfléchi. Il existe différents types de radars et de Sonars (actifs ou passifs, à antenne à balayage électronique ou à balayage mécanique, électromètres ou télémètres...etc.), et leurs domaines d'applications sont également très vastes :

- Veille,
- Poursuite,
- Contrôle aérien,
- Trajectographie de missile,... etc,

L'objectif du développement des systèmes de surveillance est de créer un système qui pourra satisfaire toutes les exigences de la surveillance moderne qui sont :

1. Augmentation de la portée du radar (sonar) ,
2. Augmentation de la résolution, afin d'améliorer la précision avec laquelle la trajectoire de la cible est déterminée.

Cependant, le choix entre les différents types de Radars et de Sonars dépend des considérations technologiques et économiques.

Le travail présenté dans ce mémoire de thèse a pour objectif la contribution à la solution du problème de la poursuite d'une cible manœuvrante, à la fois dans le cas linéaire et non linéaire. Ce mémoire est organisé comme suit :

Dans la première partie on définira le repère de poursuite et les modèles décrivant le mouvement de la cible. Une bonne modélisation du mouvement permet d'avoir de meilleures performances en termes de précision dans la poursuite. A cet effet, les différents modèles mathématiques permettant de modéliser avec précision le mouvement seront détaillés.

Dans le second chapitre, les algorithmes de poursuite, qui sont essentiellement basés sur le filtre de Kalman, seront introduits. Ce filtre est très utilisé, en raison de son optimalité pour l'estimation de l'état d'une cible dans le cas linéaire Gaussien. Les filtres

$\alpha\beta$ et $\alpha\beta\gamma$ sont également très utilisés, vu leurs simplicités d'implémentation. La relation entre le filtre de Kalman et les filtres $\alpha\beta$ et $\alpha\beta\gamma$ sera mise en évidence dans ce chapitre.

Si les mesures sont représentées dans le repère polaire et la poursuite est effectuée dans le repère Cartésien, le problème de filtrage devient non linéaire. Pour résoudre ce problème, on peut utiliser les filtres non linéaires dérivés du filtre de Kalman, comme par exemple le filtre de Kalman étendu (EKF), le filtre de Kalman Unscented (UKF) et le filtre Kalman Cubature (CKF). Dans le cas de la poursuite d'une cible en utilisant des mesures fortement bruitées, les algorithmes cités précédemment posent un problème et l'utilisation d'une mesure convertie non biaisée avec un simple filtre linéaire donne de meilleures performances. Le chapitre trois sera donc consacré à une description des solutions possibles du problème de filtrage non linéaire.

Dans le chapitre quatre, on s'intéressera au cas de la poursuite d'une cible manœuvrante. L'approche des modèles multiples (MM) pallie les inconvénients des méthodes basées sur la détection de manœuvre, en utilisant plusieurs modèles pour décrire le comportement dynamique d'une cible. La version optimale est très complexe à mettre en œuvre. Parmi ses versions sous optimales proposées dans la littérature, l'algorithme appelé 'l'algorithme de modèles multiples interagissant' (Interacting Multiple Models, IMM) a connu une large utilisation grâce au compromis qu'il réalise entre performance et complexité. Les filtres utilisés dans cet algorithme sont généralement, des filtres de Kalman avec différents ordres ou différents niveaux du bruit de processus. Nous avons proposé un nouvel algorithme, ayant la même architecture que l'IMM, mais utilisant des filtres à gains fixes. L'avantage majeur de cet algorithme est sa simplicité algorithmique, qui permet de réduire la complexité de l'IMM standard tout en préservant ses performances.

Enfin, on terminera ce travail par une conclusion générale, où on donnera les perspectives pour ce sujet de recherche.

CHAPITRE I :
CARACTÉRISATION ET MODÉLISATION DE LA
CINÉMATIQUE D'UNE CIBLE MOBILE

I.1 Introduction

Le paramètre clé dans le succès des algorithmes de poursuite c'est l'efficacité d'extraire les informations concernant l'état de la dynamique d'une cible en mouvement à partir des observations bruitées.

Le problème envisagé consiste donc à estimer avec précision la trajectoire d'un objet (mobile) supposé non coopératif (mobile manoeuvrant). Les mesures dépendent étroitement de la nature du capteur utilisé :

- a- Radar : le radar fournit le gisement G et le site S , la distance du point de visé D et, éventuellement, la vitesse radiale. Les radars à balayage électronique mesurent par contre, en général, D , u et v , u et v étant les cosinus directeurs de la ligne de visé.
- b- Optronique : le télémètre laser fournit une distance qui peut être associée à une écartométrie radar ou bien à une écartométrie infrarouge.
- c- Sonar actif : le sonar actif fournit une distance (éventuellement une vitesse radiale) et un azimut du point de visé.
- d- Sonar passif : il fournit uniquement un azimut du point de visé et peut parfois être associé à un télémètre passif qui fournit la distance ou l'inverse de la distance.

Les capteurs sont donc très divers, (actifs ou passifs, à antenne à balayage électronique ou à scanning mécanique, écartomètre ou télémètre etc.) et leurs modes d'exploitation sont aussi très divers. Par ailleurs, la nature des applications envisagées est également très vaste :

- 1- Problème de veille
- 2- Problème de poursuite
- 3- Contrôle aérien
- 4- Télécommande de missile
- 5- Trajectographie de missile, etc.

La modélisation envisagée sera donc relative aux systèmes de poursuite radar classiques, les aspects plus particulièrement liés à la vielle radar, à l'optronique, au sonar, et de façon plus générale, au traitement d'informations obtenues à partir d'antennes à balayage électronique, peuvent être trouvés dans [MC81, CB83_1, CB83_2].

Dans ce chapitre, on s'intéresse au problème de la caractérisation et de la modélisation du mouvement d'une cible mobile. L'objectif est donc de donner une idée générale sur quelques modèles mathématiques utilisés dans les algorithmes de poursuite. Pour être plus précis, ce chapitre concerne uniquement les modèles décrivant le mouvement d'une cible considérée comme un point mobile dans l'espace.

I.2 Modèle mathématique d'une cible manœuvrante

L'objectif principal de la poursuite d'une cible est de déterminer les paramètres cinématiques du mouvement de cette dernière. Bien que la cible ne soit presque jamais un point dans l'espace, une cible est généralement traitée comme un point sans prendre en compte la forme de l'objet. Un modèle dynamique d'une cible décrit l'évolution de l'état de la cible en fonction du temps. L'état de la cible est représenté généralement par sa position, sa vitesse et éventuellement son accélération.

Presque toutes les méthodes appliquées à la poursuite d'une cible manœuvrante reposent sur un modèle de base où on suppose que les paramètres du mouvement de la cible et des observations (mesures) peuvent être représentés par des modèles mathématiques connus avec une précision suffisante. Les modèles les plus couramment utilisés, sont ceux qui reposent sur une représentation dans l'espace d'état:

$$x_{k+1} = f_k(x_k, u_k) + v_k \quad (\text{I-1})$$

$$z_k = h_k(x_k) + w_k \quad (\text{I-2})$$

où x_k, z_k et u_k sont respectivement, le vecteur d'état de la cible, l'observation (mesure) et le vecteur d'entrée de contrôle, à l'instant t_k , v_k et w_k sont, respectivement, les séquences du bruit additif de système et de mesure, et f_k et h_k sont la matrice de transition et la matrice de mesure.

Le modèle continu correspondant au modèle discret précédent est défini par les deux équations d'états suivantes :

$$\dot{x}(t) = f_k(x(t), u(t), t) + v(t), \quad x(t_0) = x_0 \quad (\text{I-3})$$

$$z(t) = h(x(t), t) + w(t) \quad (\text{I-4})$$

avec

$x_k = x(t_k)$ et $z_k = z(t_k)$, $w_k = w(t_k)$, $h_k(x_k) = h(x(t_k), t_k)$, l'entrée de contrôle supposée constante entre deux échantillons, $u_k = u(t)$, $t_k \leq t \leq t_{k+1}$. Lors de la discrétisation de l'équation système dans un système de poursuite, l'entrée de contrôle est pratiquement inconnue. Il est à noter que :

$$v_k \neq v(t_k), \quad f_k(x_k, u_k, v_k) \neq f(x(t_k), u(t_k), v(t_k), t_k).$$

En fait, il est souvent plus approprié d'utiliser les modèles dits mixtes pour la plupart des problèmes de poursuite :

$$x(t) = f(x(t), u(t), t) + v(t), x(t_0) = x_0 \quad (\text{I-5})$$

$$z_k = h_k(x_k) + w_k \quad (\text{I-6})$$

du fait que les observations sont généralement disponibles seulement à temps discret, tandis que le mouvement de la cible est mieux modélisé en temps continu. Par exemple, la dynamique de la cible ne doit dépendre ni de quand ni de comment les mesures sont effectuées, ce qui est souvent le cas, pour un modèle à temps discret.

Pour récapituler, le modèle d'équations continu, discret, et hybride peuvent être exprimé en utilisant les équations suivantes :

$$x_{k+1} = F_k x_k + E_k u_k + G_k v_k \quad (\text{I-7})$$

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + E(t)u(t) + B(t)v(t), x(t_0) = x_0 \quad (\text{I-8})$$

$$z_k = H_k x_k + w_k \quad (\text{I-9})$$

$$z(t) = C(t)x(t) + w(t) \quad (\text{I-10})$$

L'un des défis majeurs pour la poursuite d'une cible découle dans l'incertitude du mouvement de celle-ci. Cette incertitude se réfère au fait qu'un modèle dynamique précis du mouvement de la cible n'est pas disponible au niveau de l'algorithme de poursuite. Plus précisément, bien que la forme générale du modèle (I-1) ou (I-5) est suffisante, l'algorithme de poursuite a besoin de connaître la valeur actuelle de l'entrée de contrôle u affectant le mouvement de la cible, et de savoir aussi la forme de f , ses paramètres, et les propriétés statistiques du bruit v pour une cible particulière. La modélisation du mouvement d'une cible est donc l'une des premières tâches de la poursuite de cibles manœuvrantes.

Dans ce chapitre, nous décrivons les différentes modélisations du mouvement d'une cible manœuvrante. La plupart des modèles : 1) approximent l'entrée de contrôle u non aléatoire par un processus aléatoire, 2) utilisent des modèles types de mouvement de la cible.

Les mouvements d'une cible sont généralement classés en deux catégories: avec manœuvre et sans-manœuvre. Le cas sans manœuvre correspond à un mouvement rectiligne avec une vitesse constante, parfois aussi appelé le mouvement uniforme. On peut dire donc que tous les autres mouvements appartiennent au mode manœuvrant.

I.3 Modèle mathématique décrivant le mouvement d'une cible – partie système

I.3.1 Cas d'une cible non-manœuvrante

Il est bien connu qu'un point mobile dans un espace 3D peut être décrit par sa position et sa vitesse sous forme d'un vecteur 3D. Par exemple, $X = [x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z}]^T$ peut être utilisé comme un vecteur d'état d'un tel point dans le système de coordonnées cartésiennes, où (x, y, z) sont les coordonnées de position le long des axes X, Y , et Z , respectivement, et $[\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T$ est le vecteur de vitesse. Lorsque la cible est traitée comme un point dans un plan, le mouvement non-manœuvrant est décrit par le vecteur $\dot{x}_r(t) = 0$, où $x_r = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T$. Notez que la direction Z est traitée différemment du fait que le mouvement est supposé être dans le plan horizontal $X-Y$. Dans la pratique, cette équation idéale est généralement modifiée $\dot{x}_r(t) = \nu(t) \approx 0$, où $\nu(t)$ est un bruit blanc avec un faible effet sur le vecteur X pour prendre en compte les erreurs de modélisation imprévisibles en raison de turbulence, ou autres sources de perturbation.

Le modèle continu correspondant au vecteur d'état $X = [x, \dot{x}, y, \dot{y}, z]^T$ est donné par l'équation différentielle suivante :

$$\dot{x}(t) = \text{diag}[A_{cv}, 0]x(t) + \text{diag}[B_{cv}, 1]\nu(t) \quad (\text{I-11})$$

avec

$$A_{cv} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad B_{cv} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Le modèle discret direct est le suivant :

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Fx_k + Gw_k = \text{diag}[F_{cv}, 1]x_k + \text{diag}[G_{cv}, T]\nu_k \\ &= \text{diag}[F_2, F_2, 1]x_k + \text{diag}[G_2, G_2, T]\nu_k \end{aligned} \quad (\text{I-13})$$

où

$$\begin{aligned} F_{cv} &= \text{diag}[F_2, F_2], & G_{cv} &= \text{diag}[G_2, G_2] \\ F_2 &= \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, & G_2 &= \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{I-14})$$

où $v_k = [v_x, v_y, v_z]^T$ est la séquence du bruit de système discret et T est l'intervalle d'échantillonnage. Dans l'équation (I-13), v_x et v_y correspondent aux bruits dus à l'accélération le long de l'axe X et Y, respectivement, et v_z correspond au bruit affectant la vitesse dans l'axe Z. Dans le cas où les composantes du vecteur v_k sont dé-corrélées, l'expression de la covariance dans le modèle non manœuvrant de l'équation (I-13) s'écrit sous la forme

$$\text{cov}(Gv_k) = \text{diag}[\text{var}(v_x)Q_2, \text{var}(v_y)Q_2, \text{var}(v_z)] \quad (\text{I-15})$$

$$Q_2 = \begin{bmatrix} T^4/4 & T^3/2 \\ T^3/2 & T^2 \end{bmatrix}$$

Ce modèle correspond à la représentation directe dans le temps discret et non pas à un modèle continu discrétisé.

Dans un scénario 2D où l'altitude z n'est pas considérée, les modèles précédents prennent les formes :

$$\dot{x}(t) = A_{CV}x(t) + B_{CV}v(t) \quad (\text{I-16})$$

$$x_{k+1} = F_{CV}x_k + G_{CV}v_k \quad (\text{I-17})$$

$$x_{k+1} = F_{CV}x_k + v_k \quad (\text{I-18})$$

Les modèles précédents (I-11), (I-13), (I-16), et (I-18) sont connus comme des modèles à vitesse constante (Constant-Velocity CV) en temps continu et discret, où plus précisément des modèles à vitesse quasiment constante. Dans l'équation (I-18), l'accélération est modélisée par un bruit blanc à faible effet selon l'axe X et Y. Le nom, modèle à vitesse quasiment constante, signifie un faible bruit d'accélération additive. Notez que l'entrée u de contrôle est nulle dans les modèles non-manœuvrant. En outre, l'utilisation de toute composante inutile (par exemple, l'accélération) dans le vecteur d'état dégrade les performances de l'algorithme de poursuite.

I.3.2 Cas d'une cible manœuvrante

L'entrée de commande u responsable de la manœuvre d'une cible est principalement de nature déterministe et le plus souvent inconnue à l'algorithme de poursuite. D'une manière naturelle, il est préférable de modéliser cette entrée par un processus déterministe inconnu, et d'estimer ce dernier à partir des mesures durant la poursuite. Ces modèles d'entrée déterministe sont la base de la méthode d'estimation d'entrée dite EI (voir, par exemple,

[LJ02, CH79, LT99]). En raison d'un manque de connaissance de la dynamique, ce processus inconnu est souvent considéré comme constant par morceaux et traité comme un paramètre inconnu invariant dans le temps sur une fenêtre temporelle. La principale difficulté réside alors dans la détermination du niveau d'entrée et les instants où elle change. Cette méthode est décrite en détail dans [BH00].

Une autre alternative consiste à modéliser l'entrée u comme un processus aléatoire. Les modèles proposés dans la littérature peuvent être classés en trois groupes :

- 1) Les modèles à bruit blanc: L'entrée de commande est modélisée par un bruit blanc. Cela inclut les modèles à vitesse constante, à accélération constante, et les modèles polynomiaux.
- 2) Les modèles à processus de Markov: L'entrée de commande est modélisée par un processus de Markov, qui a une auto-corrélation temporelle (modèle de Singer).
- 3) Les modèles à une entrée u qui suit un processus semi-Markov: L'entrée de commande est modélisée comme un processus de sauts semi-Markov.

Dans la plupart des cas de cibles manœuvrantes, les coordonnées sont couplées. Par souci de simplicité, toutefois, dans les modèles développés décrivant la manœuvre on suppose que les coordonnées sont faiblement couplées ou que le couplage peut être négligé. Cela est particulièrement le cas lorsque l'entrée u de contrôle est modélisée comme un processus aléatoire. Par conséquent, si nous considérons seulement une direction du même rang générique, et si nous désignons par x, \dot{x} et \ddot{x} la position, la vitesse et l'accélération d'une cible selon l'axe X, respectivement, on a :

$$\ddot{x}(t) = a(t) \tag{I-19}$$

Les modèles discutés dans cette partie diffèrent sur la façon dont la fonction $a(t)$ est définie.

Dans ce qui suit, le vecteur d'état selon l'axe X est défini sous la forme $X = [x, \dot{x}, \ddot{x}]'$.

I.3.2.1 Modèle à accélération bruit blanc

Le modèle le plus simple permettant de modéliser une cible manœuvrante est de considérer l'accélération \ddot{x} comme un bruit blanc [BL01]. La seule différence par rapport au modèle non-manœuvrant réside dans le niveau du bruit blanc : le processus de bruit blanc v employé pour modéliser l'effet de l'entrée de commande u a une intensité beaucoup plus élevée que celle utilisée dans un modèle non-manœuvrant. Une manœuvre de par sa nature vise à accomplir une certaine tâche et elle est rarement indépendante du temps. La caractéristique intéressante dans ce modèle c'est sa simplicité. Il est parfois employé pour de

faibles manœuvres. Il est également employé dans quelques techniques de poursuite de cible manœuvrante, comme par exemple, l'algorithme à ajustement adaptatif du niveau de bruit de processus ν .

I.3.2.2 Modèle à accélération suivant un processus de Wiener

Le second modèle, simple, est celui appelé le modèle à accélération qui suit un processus de Wiener [BL01]. On suppose que l'accélération est un processus de Wiener, ou plus précisément, l'accélération est un processus à accroissements indépendants, qui n'est pas nécessairement un processus de Wiener. Il est également appelé plus simplement modèle à accélération constante (Constant Acceleration CA) ou plus précisément « modèle à accélération quasiment constante ».

Ce modèle a deux versions couramment utilisées, la première version, dénommée le modèle à bruit blanc, où l'on suppose que la dérivée de l'accélération suit un mouvement brusque, i.e $\dot{a}(t)$ est un processus bruit blanc $\nu(t)$ avec une variance notée S_ν . La représentation correspondante dans l'espace d'état est $\dot{x}(t) = A_3x(t) + B_3\nu(t)$, où

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{I-20})$$

Le modèle discret équivalent est

$$x_{k+1} = F_3x_k + \nu_k, \quad (\text{I-21})$$

et

$$Q = \text{cov}(\nu_k) = S_\nu Q_3, \quad (\text{I-22})$$

avec

$$F_3 = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, Q_3 = \begin{bmatrix} T^5/20 & T^4/8 & T^3/6 \\ T^4/8 & T^3/3 & T^2/2 \\ T^3/6 & T^2/2 & T \end{bmatrix}$$

La seconde version peut être appelée modèle à accélération de type séquence de Wiener. Il suppose que l'augmentation de l'accélération suit un processus de bruit blanc. Ce modèle est le plus communément exprimé directement en temps discret. Il s'écrit sous la forme :

$$x_{k+1} = F_3 x_k + G v_k, G_3 = \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{I-23})$$

Notez que le bruit de processus a une covariance différente de celle du modèle précédent :

$$Q = \text{cov}(G_3 v_k) = \text{var}(v_k) = \begin{bmatrix} T^4/4 & T^3/2 & T^2/2 \\ T^3/2 & T^2/2 & T \\ T^2/2 & T & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{I-24})$$

Les modèles précédents sont simples et directs. Les manœuvres réelles sont rarement des accélérations constantes qui sont découplées par rapport aux autres coordonnées.

Comme expliqué précédemment, un modèle en temps continu est plus précis que ses versions à temps discret pour la plupart des situations pratiques puisqu'une cible se déplace continuellement dans le temps. L'hypothèse du modèle discret CA (par exemple, la deuxième version ci-dessus) où l'incrément de l'accélération $\Delta a_k = a_{k+1} - a_k = a(t_{k+1}) - a(t_k)$ est supposée indépendante d'un intervalle à un autre est difficilement justifiable.

I.3.2.3 Modèle Polynomial

Il est bien connu que toutes les trajectoires d'une cible peuvent être approximées par un polynôme d'un certain degré avec une précision donnée. Donc, il est possible de modéliser la trajectoire d'une cible par un polynôme de degré n dans le repère cartésien :

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & \dots & a_n \\ b_0 & b_1 & \dots & b_n \\ c_0 & c_1 & \dots & c_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ t \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ t^n/n! \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \\ v_z(t) \end{bmatrix} \quad (\text{I-25})$$

où a_i, b_i, c_i sont les coefficients du polynôme, qui doivent être judicieusement choisis, (x, y, z) sont les coordonnées cartésiennes de position et (v_x, v_y, v_z) sont les bruits additifs correspondants. Adopter un modèle de polynôme de degré n revient à supposer que la $n^{\text{ième}}$ dérivée de la position est presque constante (c'est-à-dire, la $n^{\text{ième}}$ dérivée de position est égale au bruit v). Le modèle à vitesse constante CV et le modèle à accélération constante CA, déjà étudiés auparavant, sont des cas particulier du modèle polynomial de degré n , avec un bruit additive v , pour $n = 1$ et $n = 2$, respectivement.

Ce modèle, n'est en général pas vraiment bien approprié pour les algorithmes de poursuite pour plusieurs raisons. En effet de tels modèles sont habituellement bons pour s'adapter à un

ensemble de données, c.-à-d., pour un problème de lissage; alors que, le but primaire de la poursuite est la prédiction et le filtrage, plutôt que le lissage. Il est difficile de développer une méthode peu compliquée et efficace pour déterminer les coefficients a_i, b_i, c_i systématiquement. Néanmoins, beaucoup de modèles polynomiaux spéciaux ont été développés pour la poursuite d'une cible. En fait, la plupart des modèles discutés dans ce chapitre peuvent être vus comme des cas particuliers du modèle polynômial décrit dans le repère cartésien.

I.3.2.4 Modèle de Singer à accélération

Pour la modélisation stochastique, une variable aléatoire est employée pour représenter une quantité inconnue invariante dans le temps. En ce qui concerne les propriétés temporelles, le bruit blanc constitue la classe la plus simple des processus aléatoires. Une autre classe plus simple, est celle des processus avec incréments indépendants, représentés par les processus de Wiener.

Dans le modèle de Singer [SR70] l'accélération de cible $a(t)$ suit un modèle stationnaire de Markov de premier ordre à moyenne nulle avec l'auto-corrélation $R_a(\tau) = E[a(t+\tau)a(\tau)] = \sigma^2 e^{-\alpha|\tau|}$, et l'équation dynamique discrétisée est donnée par :

$$x_{k+1} = F_\alpha x_k + v_k, F_\alpha = \begin{bmatrix} 1 & T & (\alpha T - 1 + e^{-\alpha T})/2 \\ 0 & 1 & (1 + e^{-\alpha T})/\alpha \\ 0 & 0 & e^{-\alpha T} \end{bmatrix}$$

L'expression exacte de la covariance de v_k exprimée en fonction de α et T , est la suivante [RS70] :

$$Q = 2\alpha\sigma_v \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{12} & q_{22} & q_{23} \\ q_{13} & q_{23} & q_{33} \end{bmatrix}$$

avec

$$q_{11} = \frac{1}{2\alpha^5} \left[1 - e^{-2\alpha T} + 2\alpha T + \frac{2\alpha^3 T^3}{3} - 2\alpha^2 T^2 - 4\alpha T e^{-\alpha T} \right],$$

$$q_{12} = \frac{1}{2\alpha^4} \left[1 + e^{-2\alpha T} - 2e^{-\alpha T} + 2\alpha T e^{-\alpha T} - 2\alpha T + \alpha^2 T^2 \right],$$

$$q_{13} = \frac{1}{2\alpha^3} \left[1 - e^{-2\alpha T} - 2\alpha T e^{-\alpha T} \right],$$

$$q_{22} = \frac{1}{2\alpha^3} \left[4e^{-\alpha T} - 3 - e^{-2\alpha T} + 2\alpha T \right],$$

$$q_{23} = \frac{1}{2\alpha^2} \left[e^{-2\alpha T} + 1 - 2e^{-\alpha T} \right],$$

$$q_{33} = \frac{1}{2\alpha} [-e^{-2\alpha T} + 1].$$

I.3.2.5 Modèle de mouvement horizontal 2D

La plupart des modèles décrivant une cible manœuvrante en 2D ou en 3D utilisent naturellement des modèles décrivant une rotation. Ces modèles sont habituellement décrits en s'appuyant sur la cinématique de la cible, contrairement à ceux de la section précédente qui sont basés sur des processus aléatoires pour modéliser la manœuvre.

Les modèles de mouvement horizontaux dans le plan 2D qui sont décrits dans cette section sont généralement plus simples. Dans les modèles décrivant le mouvement d'une cible, les coordonnées sont fortement couplées en fonction du choix des composantes du vecteur d'état. Le choix de ces composantes (implicitement, le modèle respectif de la cinématique) n'est pas un problème sans importance [GI96], où la dynamique de cible, la précision des approximations, le système de coordonnées, entre autres, doivent être pris en compte.

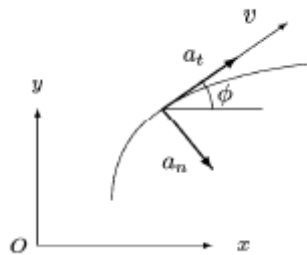


Figure I-1 : Représentation géométrique d'un mouvement 2D d'une cible

Plusieurs modèles cinématiques proposés pour la poursuite d'une cible en mouvement dans le plan horizontal peuvent être constitués à partir du modèle se basant sur le mouvement courbé standard (voir la figure I-1.):

$$\dot{x}(t) = v(t) \cos \phi(t) \tag{I-26}$$

$$\dot{y}(t) = v(t) \sin \phi(t) \tag{I-27}$$

$$\dot{v}(t) = a_t(t) \tag{I-28}$$

$$\dot{\phi}(t) = a_n(t)/v(t) \tag{I-29}$$

avec (x, y) : les coordonnées cartésiennes en position, v la vitesse, ϕ le cap et (a_t, a_n) sont l'accélération tangentielle et normale. Deux cas possibles peuvent être obtenus avec ce modèle :

1. $a_n = 0, a_t = 0$: mouvement rectiligne à vitesse constante, Modèle CV.

2. $a_n = 0, a_t \neq 0$: mouvement rectiligne à accélération constante si a_t est constant.
3. $a_n \neq 0, a_t = 0$: mouvement circulaire à vitesse angulaire constante (modèle CT, avec a_n constant).

Le dernier cas où on considère a_n constant, signifie que nous avons un mouvement à vitesse constante et à vitesse de rotation constante, ce modèle est nommé modèle à vitesse de rotation constante (Constant Turn CT), connu aussi dans la littérature des algorithmes de poursuite sous le nom Coordinate Turn. Dans ce type de modèle il est préférable d'utiliser la variable $\omega = \dot{\phi}$ pour représenter la vitesse angulaire de rotation.

a) Modèle CT à vitesse angulaire connue

Dans ces modèles, on suppose que la cible se déplace à une vitesse constante (ou quasiment constante) et à vitesse angulaire ω constante. Si on suppose que la vitesse angulaire est connue, le vecteur d'état décrivant le mouvement est composé de 4 éléments $X = [x, \dot{x}, y, \dot{y}]$ dans le repère cartésien. On peut donc immédiatement en utilisant les équations (I-26) - (I-29) décrire le mouvement circulaire en utilisant l'équation (I-5) avec $f(x, u, t) = [\dot{x}, -\omega \dot{y}, \dot{y}, \omega \dot{x}]$:

$$\dot{X}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ -\omega \dot{y}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \omega \dot{x}(t) \end{bmatrix} + Bw(t) = A(\omega)x(t) + Bv(t) \quad (I-30)$$

avec

$$A(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \omega & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (I-31)$$

Ce modèle est linéaire en fonction du vecteur d'état si ω est connu. Le modèle discret équivalent est donnée par :

$$x_{k+1} = F_{ct}(\omega)x_k + v_k$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin \omega T}{\omega} & 0 & -\frac{1 - \cos \omega T}{\omega} \\ 0 & \cos \omega T & 0 & -\sin \omega T \\ 0 & \frac{1 - \cos \omega T}{\omega} & 1 & \frac{\sin \omega T}{\omega} \\ 0 & \sin \omega T & 0 & \cos \omega T \end{bmatrix} x_k + v_k \quad (I-32)$$

$$\begin{aligned}
 Q &= \text{cov}(v_k) \\
 &= S_v \begin{bmatrix} \frac{2(\omega T - \sin \omega T)}{\omega^3} & \frac{1 - \cos \omega T}{\omega^2} & 0 & \frac{\omega T - \cos \omega T}{\omega^2} \\ \frac{1 - \cos \omega T}{\omega^2} & T & -\frac{\omega T - \cos \omega T}{\omega^2} & 0 \\ 0 & -\frac{\omega T - \cos \omega T}{\omega^2} & \frac{2(\omega T - \sin \omega T)}{\omega^3} & \frac{1 - \cos \omega T}{\omega^2} \\ \frac{\omega T - \cos \omega T}{\omega^2} & 0 & \frac{1 - \cos \omega T}{\omega^2} & T \end{bmatrix} \quad (\text{I-33})
 \end{aligned}$$

L'équivalent direct en temps discret (voir [LB93, BP99, BL01]) est le mieux connu, il est donné par l'équation (I-32), où v_k est remplacé par $\text{diag}[G_2, G_2]v_k$ avec G_2 comme défini dans eq.(I-14). Le bruit supposé gaussien blanc à moyenne nulle permet de modéliser les perturbations affectant la trajectoire idéale d'un mouvement à vitesse angulaire constante.

Dans des cas rares, quand il est possible de connaître la valeur à priori de la vitesse angulaire pour décrire la manœuvre, le modèle CT permet de fournir de bonnes performances en poursuite. La nécessité de connaître exactement la valeur de la vitesse angulaire rend ce modèle irréaliste pour la plupart des applications pratiques. Pour cela, il est possible d'utiliser au lieu de la valeur exacte de ω son estimée basée sur la vitesse estimée auparavant, comme il est utilisé dans [WB92, LB93, BL05]. Toutefois, cela peut injecter de fortes erreurs dans le système.

Une autre méthode se base sur l'utilisation de plusieurs modèles CT correspondant à plusieurs valeurs différentes de la vitesse angulaire. Cette approche surmonte le problème de la méconnaissance de la valeur réelle de la vitesse angulaire de la cible et tire profit de la simplicité du modèle dynamique (I-32). Par conséquent, on peut utiliser le modèle CT avec une vitesse angulaire connue à priori ou utiliser plusieurs valeurs pour cette vitesse en adoptant une architecture multi-modèle.

b) Modèle CT à vitesse angulaire inconnue

Dans ce modèle CT, la vitesse angulaire est introduite dans le vecteur d'état. Donc le nouveau vecteur d'état est $X = [x, \dot{x}, y, \dot{y}, \omega]$ et dans ce cas de figure, la vitesse angulaire est estimée. On suppose que la vitesse angulaire ω suit un processus de Wiener dont l'expression discrète est donnée par :

$$\omega_{k+1} = \omega_k + v_{\omega,k} \quad (\text{I-34})$$

Il existe deux classes de modèle CT dont la différence réside dans le choix de la représentation du vecteur vitesse dans le repère cartésien ou polaire.

1. Modèle CT à représentation cartésienne de la vitesse :

Dans ce modèle, le vecteur d'état choisi a la forme $X = [x, \dot{x}, y, \dot{y}, \omega]^T$, où $[\dot{x}, \dot{y}]^T$ est le vecteur correspondant à la vitesse dans le repère cartésien. L'équation dynamique discrète pour ce modèle est donnée par [LB93] :

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} F_{ct}(\omega_k) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x_k + \text{diag}[G_2, G_2, 1] v_k, \quad (\text{I-35})$$

avec $G_2 = \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix}$ et $v_k = [v_x, v_y, v_\omega]^T$, le bruit sous forme d'accélération affectant la position en x, y et le bruit affectant la vitesse angulaire ω .

Ce modèle est utilisé avec succès comme l'un des modèles parmi plusieurs possible dans de nombreuses configurations multi-modèles (voir, par exemple, [LB93, BL01, LB93, BL95]).

2. Modèle CT à représentation polaire de la vitesse :

Le vecteur vitesse peut aussi être représenté dans la repère polaire $[v, \phi]^T$, avec $v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$ l'amplitude de la vitesse est $\phi = \tan^{-1}(\dot{y}/\dot{x})$ est l'orientation du vecteur vitesse. Le nouveau vecteur d'état est $X = [x, y, v, \phi, \omega]^T$. L'équation dynamique discrète est la suivante :

$$X_{k+1} = \begin{bmatrix} x + (2/\omega)v \sin(\omega T/2) \cos(\phi + \omega T/2) \\ y + (2/\omega)v \sin(\omega T/2) \cos(\phi + \omega T/2) \\ v \\ \phi + \omega T \\ \omega \end{bmatrix}_k + v_k \quad (\text{I-36})$$

où v_k est un bruit blanc avec comme matrice de covariance :

$$Q = \text{diag} \left[\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, T^2 \sigma_v^2, \begin{bmatrix} T^3 \sigma_\omega^2/3 & T^2 \sigma_\omega^2/2 \\ T^2 \sigma_\omega^2/2 & T^2 \sigma_\omega^2 \end{bmatrix} \right]. \quad (\text{I-37})$$

Ce modèle a été utilisé avec succès dans un algorithme à modèles multiples dans des applications de défense aérienne, voir [BB95, BB99].

c) Modèle décrivant un mouvement circulaire

Pour un mouvement circulaire d'une cible, si le centre de rotation est connu, un modèle plus simple peut décrire le mouvement dans le repère polaire où le centre du cercle correspond à l'origine du nouveau repère. Dans ce type de représentation, la dynamique de la cible est linéaire par rapport au vecteur d'état $x = [\rho, \theta, \dot{\theta}]$:

$$x_{k+1} = \text{diag}[1, F_2]x_k + \text{diag}[1, G_2/T]v_k, \tag{I-38}$$

où F_2 et G_2 sont définis dans (I-14) et v_k est un bruit blanc. Pour plus de détails voir [RM89, LJ01]. La difficulté de ce modèle est l'estimation du centre de rotation qui peut engendrer d'autres types d'erreurs dans le système de poursuite.

d) Modèle décrivant un mouvement courbé

Ce modèle proposé par Best et Norton [BN97] est un modèle général décrivant le mouvement d'une cible manœuvrante. Dans ce modèle on prend en compte l'accélération nominale et tangentielle simultanément pour décrire la manœuvre. Pour la représentation cartésienne, le vecteur d'état est $[x, \dot{x}, y, \dot{y}]$ et la dynamique d'un mouvement courbé peut être exprimée par l'équation d'état continue suivante :

$$\dot{x}(t) = A_{cv}x(t) + B(x(t))a(t) + v(t), \tag{I-39}$$

où $a = [a_t, a_n]$ représente le vecteur de l'accélération, A_{cv} est donnée dans (I-11) et

$$B(x(t)) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{\dot{x}(t)}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} & -\frac{\dot{y}(t)}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} \\ 0 & 0 \\ \frac{\dot{y}(t)}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} & \frac{\dot{x}(t)}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} \end{bmatrix}. \tag{I-40}$$

Pour le modèle discrétisé, l'équation dynamique a la forme :

$$x_{k+1} = F_{cv}x_k + G_k(x)a_k + v_k \tag{I-41}$$

Cette équation est fortement non linéaire car $G_k(x)$ dépend de l'état et elle est donnée par l'équation suivante :

$$G_k(x) = \int_0^T e^{A_{cv}(T-\tau)} B(x(kT + \tau)) d\tau \quad (I-42)$$

De façon approximative en supposant $\varphi_{k+1} \stackrel{\Delta}{=} \varphi_k + \omega_k T$, le vecteur $G_k(x)$ devient :

$$G_k(x) \approx G_a(\varphi_k, \omega_k) = \left[G_{a_t}(\varphi_k, \omega_k), \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_k^2} \sin \varphi_{k+1} - \frac{1}{\omega_k^2} \sin \varphi_k - \frac{1}{\omega_k} T \cos \varphi_k \\ \frac{1}{\omega_k} \cos \varphi_{k+1} - \frac{1}{\omega_k} \cos \varphi_k \\ -\frac{1}{\omega_k^2} \cos \varphi_{k+1} + \frac{1}{\omega_k^2} \sin \varphi_k - \frac{1}{\omega_k} T \cos \varphi_k \\ -\frac{1}{\omega_k} \cos \varphi_{k+1} + \frac{1}{\omega_k} \cos \varphi_k \end{bmatrix} \right] \quad (I-43)$$

avec

$$G_{a_t}(\varphi_k, \omega_k) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\omega_k^2} \cos \varphi_{k+1} + \frac{1}{\omega_k^2} \cos \varphi_k - \frac{1}{\omega_k} T \cos \varphi_k \\ \frac{1}{\omega_k} \sin \varphi_{k+1} - \frac{1}{\omega_k} \sin \varphi_k \\ -\frac{1}{\omega_k^2} \sin \varphi_{k+1} + \frac{1}{\omega_k^2} \sin \varphi_k + \frac{1}{\omega_k} T \cos \varphi_k \\ -\frac{1}{\omega_k} \cos \varphi_{k+1} + \frac{1}{\omega_k} \cos \varphi_k \end{bmatrix} \quad (I-44)$$

Il est à noter que :

1. L'accélération a est supposée constante durant l'intervalle de temps $[kT, (k+1)T]$.
2. Le changement de vitesse entre deux échantillons de temps successifs est très faible par rapport à la vitesse elle-même : $a_{t_k} T \ll v_k$

En utilisant les expressions, $\dot{x}_k = \left(\frac{a_n}{\omega_k} \right) \cos(\varphi_k)$ et $\dot{y}_k = \left(\frac{a_n}{\omega_k} \right) \sin(\varphi_k)$, l'équation (I-41) peut être réécrite sous la forme de l'équation (I-45), où a_t joue seule le rôle de l'entrée de commande :

$$x_{k+1} = F_{ct}(\omega_k) x_k + G_{a_t}(\varphi_k, \omega_k) a_{t_k} + v_k \quad (I-45)$$

Il est à noter que dans (I-41), le terme d'accélération $G_a(\varphi_k, \omega_k) a_k$ est ajouté au modèle CV et dans l'éq.(I-45), l'effet de l'accélération tangentielle a_t (i.e. terme $G_{a_t}(\varphi_k, \omega_k) a_{t_k}$) est ajouté au modèle CT (modèle à vitesse angulaire constante). L'équation dynamique eq.(I-45) a la capacité de prendre en compte un mouvement à faible accélération tangentielle ou nominale (voir figure I-2). Ce modèle peut être utilisé dans les algorithmes de poursuite

d'une cible effectuant une manœuvre causée par une accélération tangentielle ou nominale. Ce modèle combiné avec un modèle CT adéquat, devient l'un des meilleurs modèles décrivant un mouvement manœuvrant dans le plan 2D.

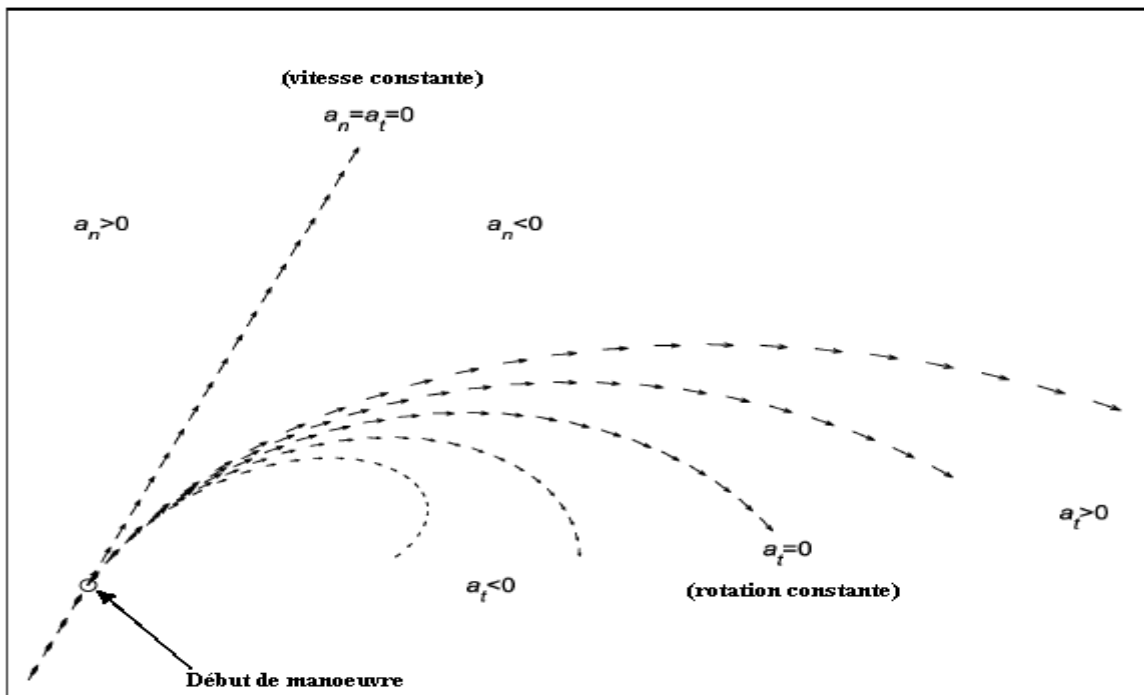


Figure I-2 : Trajectoire d'un mouvement courbé

I.4 Modèle mathématique décrivant le mouvement d'une cible – partie mesure

I.4.1 Repère lié au capteur

Les capteurs utilisés pour la poursuite de cibles permettent de fournir des mesures exprimées dans le système de coordonnées centré sur le capteur (Coordinate Sensor, CS). Dans de nombreux cas (par exemple, celui d'un radar), ce système est sphérique en 3D ou en 2D avec la portée r , l'azimut b , l'altitude e (Figure I-3), et la mesure Doppler \dot{r} . Ces mesures peuvent ne pas être disponibles toutes au niveau du capteur. Par exemple, certains capteurs actifs ne fournissent pas la portée ou l'angle d'élévation, tandis que les capteurs passifs fournissent des angles seulement (bien que la télémétrie passive est possible). Nous considérons généralement le cas 3D - le cas 2D peut être déduit d'une manière directe :

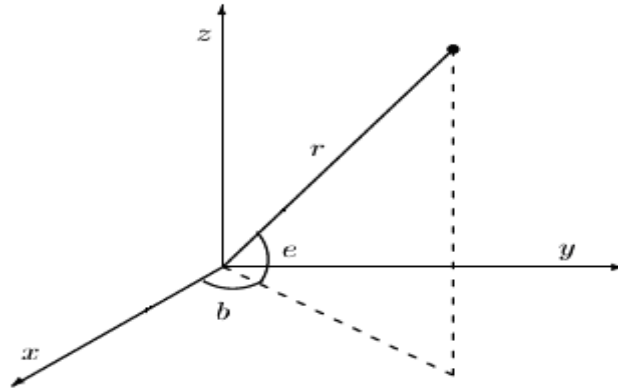


Figure I-3 : Repère lié au capteur

Dans le repère lié au capteur, ces mesures sont généralement modélisées en supposant un bruit additif :

$$r = \mathbf{r} + w_r, \quad (\text{I-46})$$

$$b = \mathbf{b} + w_b, \quad (\text{I-47})$$

$$e = \mathbf{e} + w_e, \quad (\text{I-48})$$

$$\dot{r} = \dot{\mathbf{r}} + w_{\dot{r}}, \quad (\text{I-49})$$

où $(\mathbf{r}, \mathbf{b}, \mathbf{e})$ correspondent aux valeurs non bruitées de la position de la cible dans le repère polaire, et $w_r, w_b, w_e, w_{\dot{r}}$ sont, respectivement, les bruits additifs supposés gaussiens centrés et de moyennes nulles :

$$w_k \approx N(0, R_k) \text{ avec } R_k = \text{cov}(w_k) = \text{diag}(\sigma_r^2, \sigma_b^2, \sigma_e^2, \sigma_{\dot{r}}^2)$$

où $w_k = [w_r, w_b, w_e, w_{\dot{r}}]_k'$ désigne le vecteur à l'instant k et $\{w_k\}$ représente une séquence de bruit blanc.

L'équation d'état de mesure se résume sous forme matricielle comme suit :

$$z = Hx + w, \quad (\text{I-50})$$

avec $z = [r, b, e, \dot{r}]'$, $x = [r, b, e, \dot{r}, \dots]'$ et $w = [w_r, w_b, w_e, w_{\dot{r}}]'$.

Ce modèle linéaire est totalement décorréolé selon les différents axes.

I.4.2 Différentes coordonnées appliquées à la poursuite

Dans cette partie, nous allons citer les différentes coordonnées appliquées à la poursuite à titre d'information seulement sans entrer dans les détails.

I.4.3 Coordonnées mixtes dans la poursuite

Ce modèle est le plus populaire, l'équation de mesure s'écrit sous la forme :

$$z = h(X) + w \quad (\text{I-51})$$

où X le vecteur d'état et le bruit de système sont représentés dans le repère cartésien, mais la mesure et le bruit affectant celle-ci sont représentés dans le repère du capteur. Soit (x, y, z) la vraie position de la cible dans le repère cartésien. Dans le cas d'un repère polaire lié au capteur, l'expression de la mesure $z = [r, b, e, \dot{r}]$ est :

$$h(X) = [r, b, e, \dot{r}] = [h_r, h_b, h_e, h_{\dot{r}}]$$

où

$$h_r = r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (\text{I-52})$$

$$h_b = b = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \quad (\text{I-53})$$

$$h_e = e = \tan^{-1}\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) \quad (\text{I-54})$$

$$h_{\dot{r}} = \dot{r} = \frac{x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (\text{I-55})$$

Pour ce type de repère, les algorithmes utilisant le filtrage non linéaire sont indispensables. Dans ce travail, nous n'intéressons ni à la mesure doppler ni à la mesure d'élévation, nous nous limiterons à la poursuite dans le plan horizontal.

I.4.4 Coordonnées Cartésiennes

Dans cette approche, les mesures obtenues aux niveaux du capteur sont convertites dans le repère cartésien pour effectuer la poursuite. La nouvelle mesure est donc la position de la cible dans le repère cartésien, l'équation de mesure correspondante est linéaire :

$$z_c = HX + w_c, \text{ avec } z_c = [x, y, z]^T.$$

I.4.5 D'autres types de coordonnées

Bien que l'équation d'état décrivant la dynamique de la cible est celle correspondant à la mesure sont très bien décrites dans le système cartésien et polaire, il est clair qu'il n'est pas nécessaire de faire la poursuite dans ces deux représentations. On trouve aussi la représentation des coordonnées cartésiennes modifiés (Modified cartesian coordinates) [MS00, EB01] et la fameuse coordonnée polaire modifiée (Modified Polair coordinates) [MR73, DM04] utilisée dans la poursuite passive.

I.5 Conclusion

Les modèles dynamiques décrivant une cible manœuvrante peuvent être classifiés en trois catégories, 1D, 2D ou 3D, selon le couplage entre les différentes coordonnées.

Les modèles 1D, supposent que les axes de mouvements sont totalement découplés. La plupart de ces modèles supposent aussi que la manœuvre se manifeste sous forme d'une commande forcée dû à une accélération. On a cité dans ce chapitre, les modèles à vitesse constante CV et les modèles à accélération constante CA.

Les modèles 2D diffèrent par rapport aux modèles précédents non seulement dans la possibilité d'avoir une corrélation entre les coordonnées mais ils procurent aussi une meilleure représentation de la manœuvre dans l'espace 2D. On a cité par exemple les modèles à vitesse angulaire constante CT.

Le choix de repère, cartésien ou polaire, relatif ou absolu, influe sur l'équation de mesure. Elle est soit linéaire soit non linéaire en fonction du vecteur d'état décrivant la dynamique de la cible mobile. La connaissance du modèle est indispensable pour le choix de l'algorithme de poursuite à utiliser.

CHAPITRE II :

*LE FILTRE DE KALMAN ET LES FILTRES $\alpha\beta, \alpha\beta\gamma$
APPLIQUÉS À LA POURSUITE*

I.6 Introduction

Dans les problèmes d'estimation, on suppose toujours connu un échantillon de données. L'estimation est donc un travail à posteriori à partir de cet échantillon. Dans certains contextes, lorsque l'échantillon est très grand ou qu'il correspond à un échantillonnage continu donc sans fin réelle, on sera amené à estimer les paramètres sans attendre d'avoir la totalité d'échantillon. Donc à chaque nouvelle donnée acquise, on cherchera à mettre jour la valeur de l'estimée.

Nous allons nous intéresser dans ce chapitre à la solution du problème d'estimation développé à l'origine par Kalman en 1960 [KB60]. Les algorithmes associés à ce problème d'estimation d'état présentent un caractère séquentiel, sont linéaires et correspondent à une estimation minimisant la variance de l'erreur quadratique : ils sont appelés « filtre, ou estimateur, de 'WINER-Kalman' ou de 'Bucy-Kalman' ou plus simplement, filtre de 'Kalman' ».

Le filtre de Kalman [KB60] est en fait, le meilleur estimateur linéaire (au sens de la minimisation de la variance de l'erreur quadratique) pour n'importe quel type de distribution. Il faut noter aussi qu'il fait intervenir des notions à caractère temporel et non fréquentiel et utilise largement la notion de représentation interne et de mise sous forme d'équations d'état qui permet d'exploiter les résultats théoriques développés pour ces représentations. En particulier, un des apports importants est d'avoir établi que, sous certaines conditions dites 'de contrôlabilité' et 'd'observabilité', le filtre optimal est stable.

Le filtre de Kalman et ses nombreuses dérivées ont été appliqués avec succès dans le domaine aérospatial depuis le début des années soixante à de nombreux problèmes : navigation inertielle, poursuite radar et sonar, détermination des trajectoires et d'orbites. De plus, ces algorithmes font intervenir la notion d'équation aux différences et de systèmes récurrents qui est bien adaptée au traitement sur calculateur numérique.

Le premier travail sur le filtre $\alpha\beta$ a été développé en détails par Sklansky en 1957 [PK92], le développement de sa structure a été significatif avant l'avènement du filtre de Kalman. Le filtre $\alpha\beta$ (filtre $\alpha\beta\gamma$) [BL01], connu aussi sous le nom filtre $g-h$ (filtre $g-h-k$) [EB98], est une version simplifiée du filtre de Kalman dont les gains sont fixes. Ces filtres sont populaires, vue leurs simplicités et aussi leurs faibles exigences en terme de charge de calcul sur des calculateurs numériques [DT00].

Le filtre $\alpha\beta$ peut aussi être vu comme un cas particulier du filtre de Kalman, étudié en régime stationnaire en utilisant le modèle de deuxième ordre. Même remarque pour le filtre $\alpha\beta\gamma$ qui correspond au modèle de troisième ordre. L'étude du filtre de Kalman en régime

permanant est traitée dans plusieurs articles ; on peut citer par exemple [JH90, FR80, DD08, BL01, DS06] dans le cas des estimateurs à temps d'échantillonnage fixe. Dans le cas où le temps est variable, comme c'est le cas des radars à balayage électronique, on trouve l'étude de Paul R. Kalata [PK97].

Les algorithmes de poursuite $\alpha\beta$, $\alpha\beta\gamma$ et Kalman sont utilisés pour déterminer les estimées de la position et de la vitesse d'une cible mobile. En plus, ils ont aussi la capacité de prédiction qui peut être utilisée pour éviter les collisions dans les applications de contrôle de trafic civil et militaire. La prédiction peut être aussi utilisée dans l'interception des cibles ennemies, e.g. cas des situations de défense militaire [EB98]. L'avantage des filtres $\alpha\beta$ ($\alpha\beta\gamma$) qui est leur implémentation simplifiée sur des calculateurs numériques, explique le fait qu'il existe des travaux de recherche récents les concernant.

I.7 Rappel sur le filtrage optimal

Le filtrage consiste à déterminer à chaque instant une estimation qui s'accorde le mieux avec les nouvelles et anciennes observations. L'estimation consiste donc à calculer le vecteur d'état qui intervient dans un système d'équations constituant le modèle d'évolution d'un processus physique.

Le problème donc est de déterminer la loi de probabilité de l'état d'un système dynamique étant donné que les observations sont partiellement bruitées. Le problème peut se présenter soit en temps discret soit en temps continu. En général, le système peut être décrit de manière naturelle en temps continu alors que les observations sont fournies en temps discret. En règle générale, on peut estimer deux catégories de variables :

- Les quantités invariantes dans le temps (scalaire, vecteur, ou matrice).
- L'état du système dynamique (généralement un vecteur).

Le processus d'estimation d'état peut être schématisé comme suit :

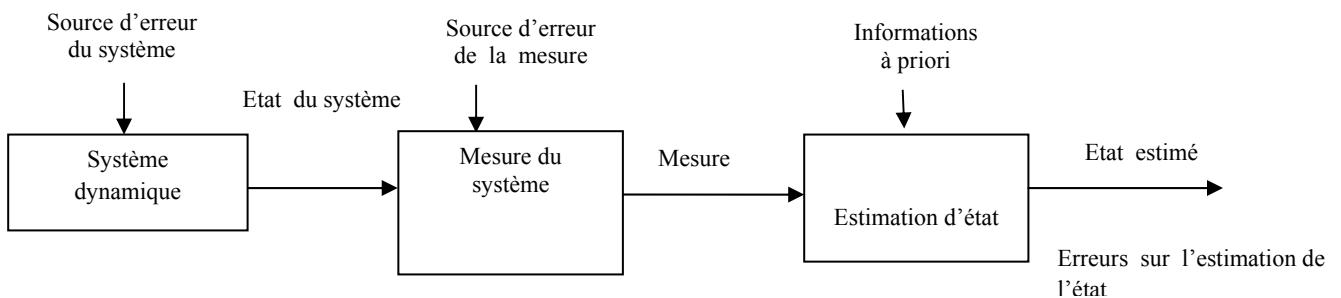


Figure II.1 : Synoptique du processus d'estimation

Nous ne disposons pas d'accès au deux premiers blocs, car ils sont considérés comme une boîte noire. L'unique variable qui est à notre disposition c'est l'observation (mesure) entachée d'erreurs.

I.8 Le principe du filtre de Kalman

Mathématiquement, le modèle d'état est constitué de deux équations : la première représente l'évolution dynamique de l'état dans le temps et la deuxième, dite équation de mesure, représente la relation entre les mesures et l'état.

Pour un système dynamique linéaire et discret, l'équation d'état est donnée par :

$$x(k+1) = F(k)x(k) + v(k), \quad (\text{II-1})$$

où:

$x(k)$ est le vecteur d'état à l'instant k qui inclut les quantités à estimer (position, vitesse et accélération).

$F(k)$ est la matrice de transition. Elle décrit l'évolution du vecteur d'état de l'instant k à l'instant $k+1$ en absence du bruit.

$v(k)$ est le bruit de processus de moyenne nulle ; il est supposé blanc, indépendant du vecteur d'état initial :

$$E[v(k)] = 0 \quad (\text{II-2})$$

et de covariance donnée par :

$$E[v(k)v(k)^T] = Q(k) \quad (\text{II-3})$$

On suppose qu'il existe une relation linéaire entre les mesures et l'état du système. L'équation de mesure est alors donnée par :

$$z(k) = H(k)x(k) + w(k), \quad (\text{II-4})$$

où :

- $z(k)$ est le vecteur de mesure qui contient les quantités mesurées.
- $H(k)$ est la matrice d'observation (*measure*). Elle est en fait le lien entre les paramètres du système et les mesures.
- $w(k)$ est le bruit de mesure. Il est supposé blanc, indépendant du vecteur d'état initial, de moyenne nulle donnée par :

$$E[w(k)] = 0, \quad (\text{II-5})$$

et ayant une matrice de covariance donnée par :

$$E[w(k)w(k)^T] = R(k) \quad (\text{II-6})$$

La détermination de la covariance du bruit du système $Q(k)$ est généralement plus difficile que celle du bruit de mesure $R(k)$, car l'observation directe de l'état du système est impossible.

$w(k)$ est supposé aussi non corrélé avec le bruit de système d'état $v(k)$. On peut donc écrire:

$$E[w(k)v(k)^T] = 0 \quad (\text{II-7})$$

L'état initial $x(0)$ est généralement inconnu ; il est modélisé par une variable aléatoire ayant une moyenne et une variance inconnues. Le problème consiste ici à estimer le vecteur d'état $x(k)$ compte tenu des informations disponibles à l'instant n (postérieur, antérieur ou identique à l'instant k). On peut considérer les trois cas possibles :

- $k = n$: Il s'agit dans ce cas de déterminer une estimée de l'état, compte tenu de toutes les mesures disponibles à l'instant considéré n . C'est le cas du *filtrage*.
- $k < n$: On essaye d'estimer l'état à l'instant k antérieur à n en utilisant les mesures disponibles jusqu'à l'instant n ; on fait alors un *lissage* ou une *interpolation*.
- $k > n$: Il s'agit dans ce cas d'estimer la valeur du vecteur d'état à un instant k dans le futur, c'est ce qu'on appelle la *prédiction* ou l'*extrapolation*.

Le filtre de Kalman permet de résoudre directement la *prédiction* et le *filtrage* ; il est à la base de la théorie du *lissage*.

Nous noterons pour ces différents cas l'estimée par, $\hat{x}(k|n)$, c'est-à-dire l'estimé à l'instant k compte tenu des informations disponibles à l'instant n .

L'estimée optimale au sens du critère de l'erreur quadratique moyenne minimale est donnée par l'espérance mathématique conditionnelle notée comme suit [BL01, DS06]:

$$\hat{x}(k|n) = E[x(k) | z(1) \quad z(2) \quad \dots \quad z(n)] \quad (\text{II-8})$$

I.8.1 Formulation du filtre de Kalman

Soit l'équation d'état du système :

$$x(k+1) = F(k)x(k) + v(k) \quad (\text{II-9})$$

En supposant que le bruit de système $v(k)$ est gaussien blanc, de moyenne nulle et indépendant de $x(k)$ précédents, l'état prédit $\hat{x}(k+1|k)$ est donné par :

$$\hat{x}(k+1|k) = F(k)\hat{x}(k|k), \quad (\text{II-10})$$

avec une matrice de covariance donnée par :

$$P(k+1|k) = F(k)P(k|k)F(k)^T + Q(k), \quad (\text{II-11})$$

où $\hat{x}(k|k)$ est l'état estimé à l'instant k de l'état $x(k)$.

L'erreur d'estimation est définie par :

$$\tilde{x}(k) = x(k) - \hat{x}(k|k) \quad (\text{II-12})$$

Il s'agit donc de minimiser la quantité :

$$P(k|k) = E \left[(x(k) - \hat{x}(k|k))(x(k) - \hat{x}(k|k))^T \right] \quad (\text{II-13})$$

$P(k|k)$ est appelée matrice de covariance de l'erreur d'estimation. Le filtre de Kalman est donc un filtre à variance minimale.

La mesure prédite est donnée par :

$$z(k+1|k) = H(k+1)\hat{x}(k+1|k) \quad (\text{II-14})$$

La différence entre la valeur mesurée $z(k+1)$ et la valeur prédite $z(k+1|k)$ fournit une indication sur l'erreur d'estimation, nommée *innovation*, elle est définie par :

$$\tilde{z}(k+1) = z(k+1) - z(k+1|k) \quad (\text{II-15})$$

D'après Bar-shalom [BL01], lorsque le filtre est consistant, l'innovation $\tilde{z}(k+1)$ est un bruit blanc de valeur moyenne nulle.

L'estimé de l'état $x(k+1)$ est donnée par l'équation suivante :

$$\hat{x}(k+1|k+1) = \hat{x}(k+1|k) + K(k+1)[z(k+1) - z(k+1|k)] \quad (\text{II-16})$$

Cette relation exprime le fait que la nouvelle estimée du vecteur d'état à l'instant $k+1$ est une mise à jour de l'estimée à l'instant k . Cette mise à jour tient compte de l'écart entre la mesure effective et la mesure prédite.

Il faut donc déterminer le paramètre $K(k+1)$ pour la mise à jour de sorte que l'erreur au sens des moindres carrés entre le vecteur d'état et son estimé soit minimale. Le paramètre $K(k+1)$ est appelé gain du filtre de Kalman. On montre que le gain de Kalman $K(k+1)$ est donné par :

$$K(k+1) = P(k+1/k)H(k+1)^T S(k+1)^{-1} \quad (\text{II-17})$$

où $S(k+1)$ est la matrice de covariance de l'innovation, elle est définie par :

$$S(k+1) = H(k+1)P(k+1/k)H(k+1)^T + R(k+1) \quad (\text{II-18})$$

La matrice de covariance de l'erreur d'estimation est donnée par :

$$P(k+1|k+1) = P(k+1|k) - K(k+1)S(k+1)K(k+1)^T \quad (\text{II-19})$$

Les schémas des figures (II-2) et (II-3) résument un cycle de calcul de l'état estimé d'un système linéaire par le filtre de Kalman.

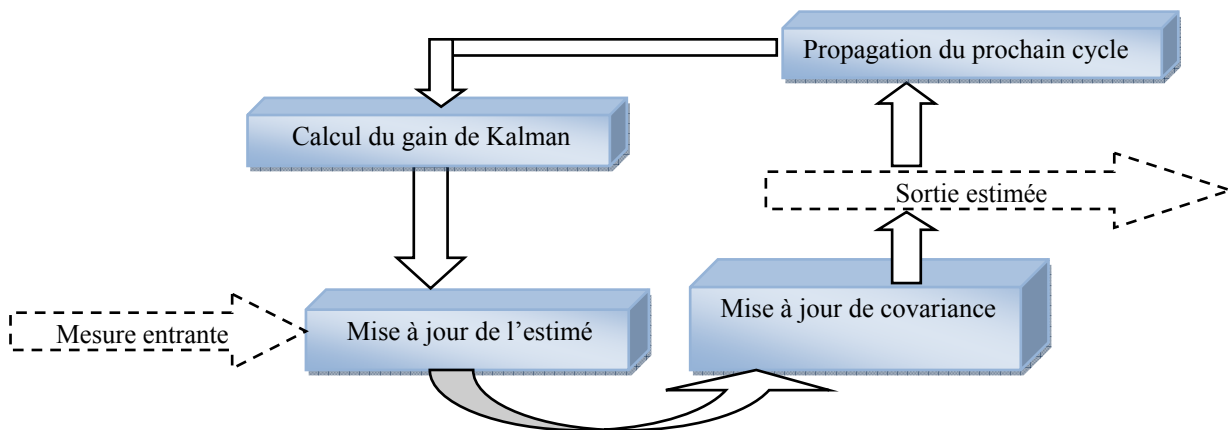


Figure II.2 : Un cycle de calcul de l'état estimé d'un système linéaire par le filtre de Kalman.

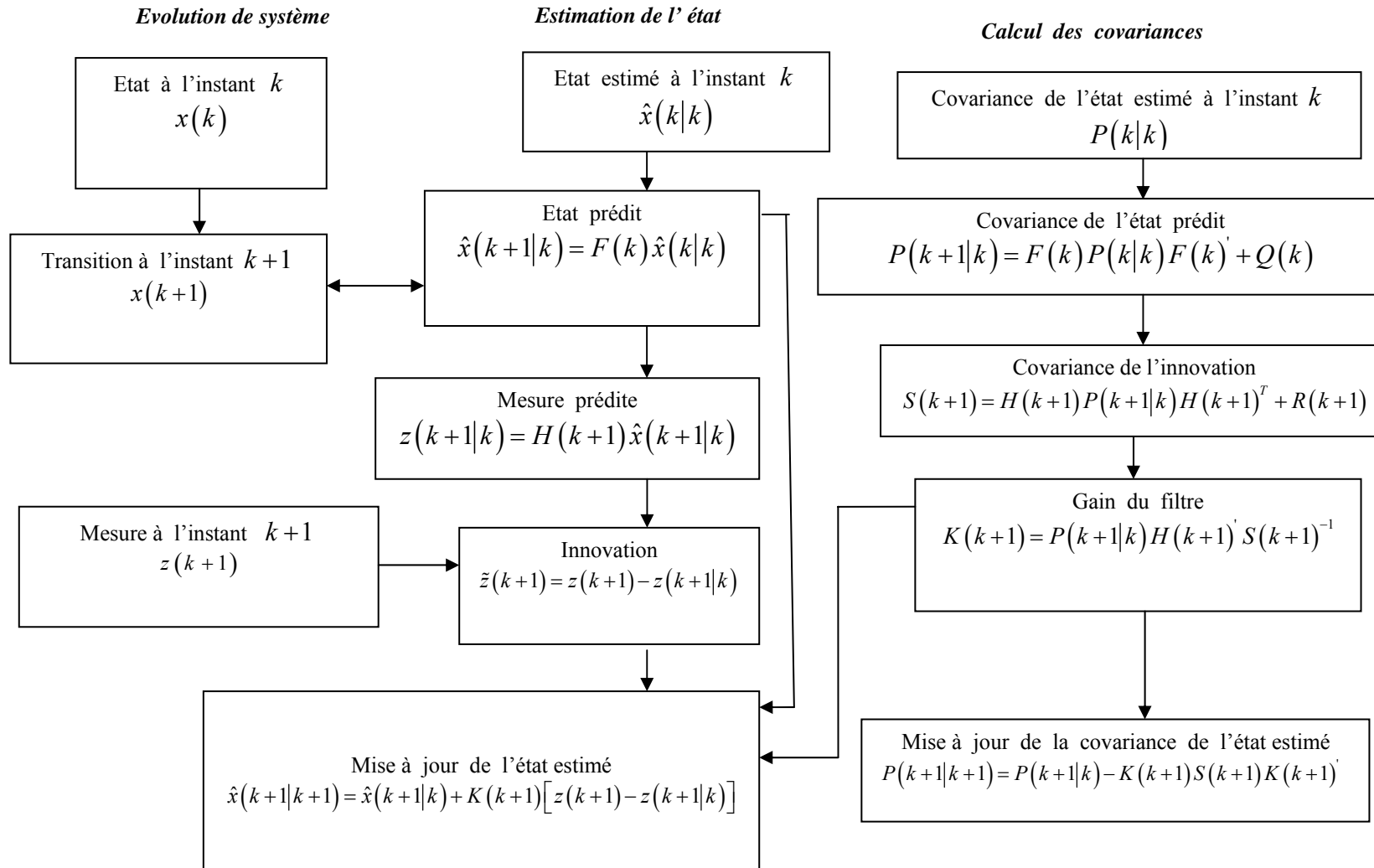


Figure II.3: Un cycle détaillé pour l'estimation de l'état d'un système linéaire (filtre de KALMAN)

I.8.2 Initialisation du filtre de Kalman

Le filtre de Kalman comporte trois étapes: *l'initialisation*, *la prédiction* et *la mise à jour*.

Après une étape d'*initialisation*, le filtre de Kalman est utilisé en réitérant récursivement une étape de *prédiction* puis une étape de *mise à jour*. Cela permet d'estimer l'évolution de l'état dynamique du système.

L'application des formules récurrentes du filtre de Kalman nécessite le bon choix des valeurs initiales du vecteur d'état $\hat{x}(0)$ et sa matrice de covariance $P(0|0)$.

On peut prendre :

$$\hat{x}(0) = E[x(0)] \quad (\text{II-20})$$

$$\hat{P}(0|0) = P(0) = E\left[(x(0) - \hat{x}(0))(x(0) - \hat{x}(0))'\right] \quad (\text{II-21})$$

Le choix des valeurs initiales est délicat. En effet, un mauvais choix de $x(0)$, c'est-à-dire, à la limite une valeur arbitraire n'est pas catastrophique, mais ceci influe sur la convergence du filtre et la qualité de poursuite.

Le filtre peut être initialisé en prenant les deux premières mesures fournies par le capteur, soit $z(-1)$ et $z(0)$, pour obtenir :

$$x(0|0) = z(0) \quad , \quad (\text{II-22})$$

$$v(0|0) = \frac{z(0) - z(-1)}{T} \quad , \quad (\text{II-23})$$

et la matrice de covariance initiale :

$$\hat{P}(0|0) = \begin{bmatrix} \sigma_w^2 & \sigma_w^2 / T \\ \sigma_w^2 / T & 2\sigma_w^2 / T^2 \end{bmatrix} . \quad (\text{II-24})$$

I.9 Filtres à gains fixes

Dans cette partie, on va décrire les filtres à gains fixes nommés filtre $\alpha\beta$ et $\alpha\beta\gamma$ et connus aussi sous le nom filtre $g-h$ et $g-h-k$ [EB98] . On va aussi donner la relation entre les

filtres à gains fixes $\alpha\beta$ et $\alpha\beta\gamma$ et les filtres de Kalman d'ordre deux et trois en régime stationnaire.

I.9.1 Le filtre $\alpha\beta$

Le filtre $\alpha\beta$ a été développé afin de simplifier les équations permettant d'obtenir l'estimation de l'état d'un système. Il existe plusieurs techniques pour estimer l'état d'une cible qui se déplace à vitesse constante durant l'intervalle de l'observation [EB98], on cite seulement deux : celle qui applique le filtre de Kalman et celle qui utilise un filtre à gains fixes (e.g. le filtre $\alpha\beta$).

Dans le filtre $\alpha\beta$, le gain de correction W est constant, il n'est employé que quand les mesures de position de la cible sont disponibles. La particularité du filtre $\alpha\beta$ est qu'il est appliqué pour chaque dimension de façon indépendante. Donc, pour le cas de la poursuite d'une cible en trois dimensions (x, y, z) , on utilise trois filtres $\alpha\beta$ indépendants.

I.9.2 Formulation du filtre $\alpha\beta$

Le filtre $\alpha\beta$ est un cas particulier du filtre de Kalman, il est utilisé dans plusieurs applications de poursuite de cible. Etant donné que, le filtre est défini pour chaque axe, on va se contenter de donner les équations du filtre pour l'axe générique x .

Considérons un objet qui se déplace à une vitesse constante suivant l'axe x (modèle de deuxième ordre), les composantes du vecteur d'état sont dans ce cas la position x et la vitesse v_x .

L'estimation de l'état à l'instant k en appliquant le filtre $\alpha\beta$ est donnée par :

$$\hat{x}(k+1|k+1) = \hat{x}(k+1|k) + \alpha(z(k+1) - z(k+1|k)) \quad (\text{II-25})$$

$$v_x(k+1|k+1) = v_x(k+1|k) + \frac{\beta}{T}(z(k+1) - z(k+1|k)) \quad (\text{II-26})$$

où α et β sont les coefficients du gain d'adaptation et $z(k+1|k)$ est la mesure prédite.

Les mêmes équations (II-25) et (II-26) sont donc appliquées aux autres dimensions suivant les axes y et z .

Le gain du filtre $\alpha\beta$ est donné par : $W = \begin{bmatrix} \alpha & \beta/T \end{bmatrix}^T$

I.9.3 Formulation du filtre $\alpha\beta\gamma$

Ce filtre est appliqué pour poursuivre une cible qui se déplace à accélération constante (filtre d'ordre supérieur). Les composantes du vecteur d'état, dans ce cas, sont la position la vitesse et l'accélération.

Les estimées de la position et la vitesse sont calculées par les mêmes équations (II-25) et (II-26) du filtre $\alpha\beta$ et l'estimée de l'accélération est donnée par l'équation (II-27) :

$$a_x(k+1|k+1) = a_x(k+1|k) + \frac{\gamma}{T^2} (z(k+1) - z(k+1|k)) \quad (\text{II-27})$$

Le gain du *filtre* $\alpha\beta\gamma$ est donné par :

$$W = \begin{bmatrix} \alpha & \beta/T & \gamma/T^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II-28})$$

I.9.4 Critères pour le choix des coefficients des filtres $\alpha\beta$ et $\alpha\beta\gamma$

Le problème majeur dans l'utilisation du filtre $\alpha\beta$ ou $\alpha\beta\gamma$ pour la poursuite d'une cible manouvrante ou non-manœuvrante est de déterminer les coefficients optimaux du gain d'adaptation α, β et γ tout en assurant la stabilité du filtre.

La relation fonctionnelle entre α et β a été établie en 1962 par BENEDICT et BORDNER, d'où le nom de la relation (BENEDICT-BORDNER) [BB62] :

$$\beta = \frac{\alpha^2}{2 - \alpha} \quad (\text{II-29})$$

D'autres formules utilisent la variable définie par Kalata appelée *tracking index* :

$$\lambda = \frac{T^2 \sigma_v}{\sigma_w} \quad (\text{II-30})$$

ce paramètre est fonction de la variance du bruit de système σ_v^2 et la variance du bruit de mesure σ_w^2 . La relation qui relie l'indice de manœuvre λ aux coefficients du filtre est :

$$\lambda^2 = \frac{\beta}{1 - \alpha} \quad (\text{II-31})$$

Un filtre $\alpha\beta$ est stable si les coefficients du gain du filtre α et β vérifient les conditions suivantes :

$$0 < \alpha < 1$$

et

$$\alpha = \sqrt{2\beta} - \frac{\beta}{2} \quad (\text{II-32})$$

L'extension de la relation II-29 au filtre $\alpha\beta\gamma$, a été faite par Simlson en 1963 [SH63] :

$$2\beta = \alpha \left(\alpha + \beta + \frac{\gamma}{2} \right) \quad (\text{II-33})$$

Neal et Benedict en 1967 [NB67] ont ajouté une autre relation aux conditions précédentes (II-31) et (II-32), pour assurer la stabilité du filtre $\alpha\beta\gamma$. Cette relation est :

$$\gamma = \frac{\beta^2}{\alpha} \quad (\text{II-34})$$

Les coefficients des gains α , β et γ ne peuvent pas être choisis indépendamment.

I.10 Gain de Kalman au régime stationnaire et les coefficients des filtres $\alpha\beta$ et $\alpha\beta\gamma$

Il existe plusieurs manières de calculer de façon optimale les coefficients $\alpha\beta$ ($\alpha\beta\gamma$) du filtre [FR80, JH90, DD08], dans notre cas on va se limiter au calcul de ces coefficients en calculant le gain de Kalman en régime permanent pour deux modèles typiques de mouvement.

I.10.1 Calcul des coefficients optimaux du filtre $\alpha\beta$

Considérons le cas d'un filtre de Kalman d'ordre deux, l'étude en régime permanent nous permet de déterminer les coefficients $\alpha\beta$. Soit le modèle dynamique de mouvement d'une cible suivant :

$$x(k+1) = Fx(k) + v(k) \quad (\text{II-35})$$

Avec

$$F = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

et l'équation d'observation donnée par

$$z(k) = Hx(k) + w(k) \quad (\text{II-36})$$

où $H = [1 \ 0]$ et $w(k)$ est le bruit de mesure ayant une auto-corrélation donnée par :

$$E[w(k)w(j)^T] = R\delta_{kj} \quad (\text{II-37})$$

La matrice de covariance correspondant aux éléments du vecteur d'état estimé en régime permanent est définie par :

$$\lim_{k \rightarrow \infty} P(k|k) = [p_{ij}] \quad (\text{II-38})$$

En ce même régime la matrice de covariance de l'état prédit est donnée par :

$$\lim_{k \rightarrow \infty} P(k+1|k) = [m_{ij}] \quad (\text{II-39})$$

Le gain du filtre $\alpha\beta$ en régime permanent est noté comme suit :

$$\lim_{k \rightarrow \infty} W(k) \stackrel{\Delta}{=} [g_1 \ g_2] \stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ & T \end{bmatrix} \quad (\text{II-40})$$

Il faut noter que les coefficients α et β sont des scalaires.

Remarque : l'existence d'une valeur unique et positive pour l'expression (II-38) est garantie si les conditions d'observabilité et de contrôlabilité sont vérifiées [BL01] :

L'expression de la covariance de l'innovation est :

$$S = H \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{12} & m_{22} \end{bmatrix} H^T + R = m_{11} + \sigma_w^2 \quad (\text{II-41})$$

Sachant que $R = \sigma_w^2$.

Le gain du filtre devient donc:

$$W = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{12} & m_{22} \end{bmatrix} H^T S^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{m_{11}}{m_{11} + \sigma_w^2} & \frac{m_{12}}{m_{11} + \sigma_w^2} \end{bmatrix}^T \quad (\text{II-42})$$

Utilisant (II-38) et (II-42) on obtient :

$$g_1 = \frac{m_{11}}{m_{11} + \sigma_w^2} \quad (\text{II-43})$$

$$g_2 = \frac{m_{12}}{m_{11} + \sigma_w^2} = g_1 \frac{m_{12}}{m_{11}} \quad (\text{II-44})$$

La mise à jour de la covariance devient donc :

$$\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & P_{22} \end{bmatrix} = (I - WH) \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{12} & m_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1-g_1)m_{11} & (1-g_1)m_{12} \\ (1-g_1)m_{12} & m_{22} - g_2 m_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{II-45})$$

L'équation qui permet de calculer la matrice de covariance estimée peut être réécrite sous la forme suivante :

$$P(k/k) = F^{-1} [P(k+1/k) - Q] (F^{-1})^T \quad (\text{II-46})$$

Sachant que

$$F^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

L'expression de la covariance et du gain en régime permanent sont obtenus en utilisant les équations non-linéaires (II-43) à (II-46) avec un choix judicieux de la matrice de covariance du bruit du système [BL01].

Utilisant le bruit du système correspondant à l'équation (I.15), qui correspond à un modèle discret à bruit d'accélération blanc (discret white noise acceleration DWNA model). On suppose que l'accélération reste constante durant la période d'échantillonnage et qu'elle est non corrélée d'une période à une autre. On obtient alors :

$$\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & P_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} - 2Tm_{12} + T^2m_{22} - \frac{1}{4}T^4\sigma_v^2 & m_{12} - Tm_{22} - \frac{1}{2}T^3\sigma_v^2 \\ m_{12} - Tm_{22} - \frac{1}{2}T^3\sigma_v^2 & m_{22} - T^2\sigma_v^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II-47})$$

L'identité des termes de l'équation (II-45) avec ceux de l'équation (II-47) permet d'écrire :

$$g_1 m_{11} = 2Tm_{12} - T^2 m_{22} + \frac{T^4}{4} \sigma_v^2 \quad (\text{II-48})$$

$$g_1 m_{12} = Tm_{22} - \frac{T^3}{2} \sigma_v^2 \quad (\text{II-49})$$

$$g_2 m_{12} = T^2 \sigma_v^2 \quad (\text{II-50})$$

Dans les équations (II-43), (II-44) et (II-48) jusqu'à (II-50), on a cinq variables g_1 , g_2 , m_{11} , m_{12} et m_{22} . La résolution de ces équations nous donne :

$$m_{11} = \frac{g_1}{1-g_1} \sigma_w^2 \quad (\text{II-51})$$

$$m_{12} = \frac{g_2}{1-g_1} \sigma_w^2 \quad (\text{II-52})$$

de (II-49) et (II-50) on tire :

$$m_{22} = \frac{g_1 m_{12}}{T} + \frac{T^2}{2} \sigma_v^2 = \left(\frac{g_1}{T} + \frac{g_2}{2} \right) m_{12} \quad (\text{II-53})$$

En utilisant l'équation (II-50) et (II-53) dans l'équation (II-48) on obtient :

$$\frac{g_1^2}{1-g_1} \sigma_w^2 = 2T \frac{g_2}{1-g_1} \sigma_w^2 - T^2 \left(\frac{g_1}{T} + \frac{g_2}{2} \right) \frac{g_2}{1-g_1} \sigma_w^2 + \frac{T^2}{4} \frac{g_2^2}{1-g_1} \sigma_w^2 \quad (\text{II-54})$$

On peut donc écrire :

$$g_1^2 + 2Tg_2 + Tg_1 g_2 + \frac{T^2}{4} g_2^2 = 0 \quad (\text{II-55})$$

Ce qui donne :

$$\alpha^2 - 2\beta + \alpha\beta + \frac{\beta^2}{4} = 0 \quad (\text{II-56})$$

On peut donc déduire la première équation reliant α et β :

$$\alpha = \sqrt{2\beta} - \frac{\beta}{2} \quad (\text{II-57})$$

En utilisant l'équation (II-50) et (II-52) on

$$\text{obtient : } m_{12} = \frac{T^2 \sigma_w^2}{\beta/T} = \frac{\beta/T}{1-\alpha} \sigma_w^2 \quad (\text{II-58})$$

avec

$$\frac{\beta^2}{1-\alpha} = \frac{T^4 \sigma_v^2}{\sigma_w^2} = \lambda^2, \quad (\text{II-59})$$

où

$$\lambda = \frac{\sigma_v T^2}{\sigma_w}, \quad (\text{II-60})$$

représente l'index de poursuite (target tracking index) [KP84], nommé aussi, target manœuvring index. Il est proportionnel à :

- L'incertitude du mouvement : correspondant à l'effet du bruit de système en position durant une période d'échantillonnage, exprimée par le terme $\sigma_v T^2 / 2$.
- L'incertitude d'observation : elle est fonction de la covariance du bruit de mesure σ_w .

L'élimination du terme α dans l'équation (II-59), en utilisant l'expression (II-57), donne :

$$\frac{\beta^2}{1-\alpha} = \frac{\beta^2}{1-\sqrt{2\beta} + \frac{\beta}{2}} = \frac{\beta^2}{\left(1-\sqrt{\beta/2}\right)^2} = \lambda^2 \quad (\text{II-61})$$

On peut donc écrire

$$\beta + \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \sqrt{\beta} - \lambda = 0 \quad (\text{II-62})$$

La solution de l'équation (II-62) est :

$$\sqrt{\beta} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(-\lambda + \sqrt{\lambda^2 + 8\lambda} \right) \quad (\text{II-63})$$

Finalement les gains du filtre $\alpha\beta$ en fonction de λ sont donnés par :

$$\beta = \frac{1}{4} \left(\lambda^2 + 4\lambda - \lambda \sqrt{\lambda^2 + 8\lambda} \right) \quad (\text{II-64})$$

$$\alpha = -\frac{1}{8} \left(\lambda^2 + 8\lambda - (\lambda + 4) \sqrt{\lambda^2 + 8\lambda} \right) \quad (\text{II-65})$$

En utilisant l'équation (II-45); les éléments de la matrice de covariance s'écrivent sous la forme :

$$p_{11} = (1 - g_1) m_{11} = g_1 \sigma_w^2 = \alpha \sigma_w^2 \quad (\text{II-66})$$

$$p_{12} = (1 - g_1) m_{12} = g_2 \sigma_w^2 = \frac{\beta}{T} \sigma_w^2 \quad (\text{II-67})$$

$$p_{22} = \left(\frac{g_1}{T} + \frac{g_2}{2} \right) m_{12} - g_2 m_{12} = \left(\frac{g_1}{T} - \frac{g_2}{2} \right) m_{12} \quad (\text{II-68})$$

$$p_{22} = \frac{\beta}{T^2} \frac{\alpha - \beta/2}{1 - \alpha} \sigma_w^2 \quad (\text{II-69})$$

Pour un faible index de manœuvrabilité, la variance de l'innovation est fonction de la variance de la position prédite et de celle du bruit de mesure :

$$S = m_{11} + \sigma_w^2 \quad (\text{II-70})$$

En utilisant (II-51) et en remplaçant g_1 par α on trouve

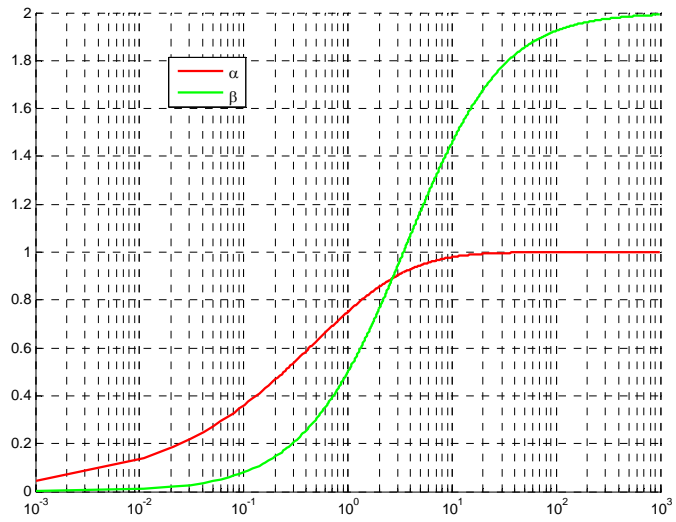
$$S = \frac{\sigma_w^2}{1 - \alpha} \quad (\text{II-71})$$

Dans le cas d'une cible à faible manœuvrabilité ($\lambda < 0.1$) les coefficients α, β peuvent être exprimés sous la forme :

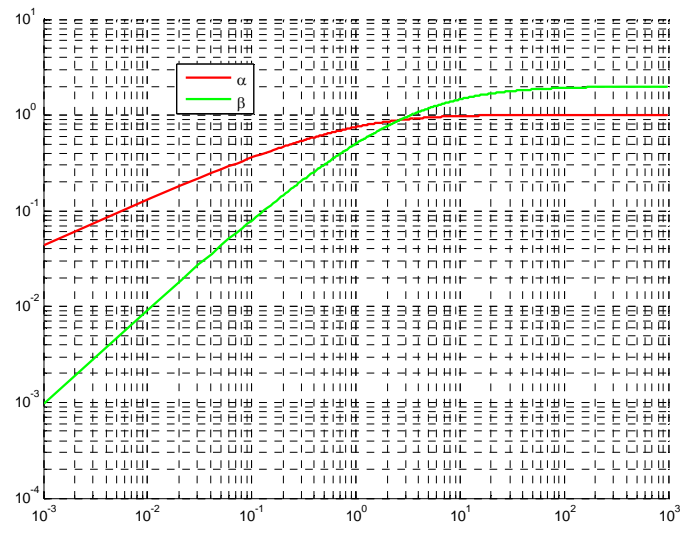
$$\alpha \approx \sqrt{2\lambda} \quad (\text{II-72})$$

$$\beta = \lambda$$

Cette dernière expression peut être vérifiée pour la valeur $\lambda = 10^{-3}$ sur la figure II-4 (b). Cette figure illustre la relation entre les coefficients α β et le taux de manoeuvrabilité λ .



(a)



(b)

Figure II-4 : La relation entre les coefficients $\alpha\beta$ et λ :
 a) représentation semi-log , b) représentation log-log.

Remarques :

- Une valeur élevée de la covariance du bruit de système relativement à celle du bruit de mesure se traduit par une forte manoeuvrabilité (λ)- donc, une grande valeur du gain en position (α) par conséquent une faible réduction du bruit de mesure.

- Une faible valeur de λ produit une faible valeur de (α) donc une plus forte réduction du bruit de mesure. Mais, une faible valeur de α ne produit pas toujours une meilleure réduction du bruit, car elle doit être déterminée en fonction de λ , de façon optimale, en prenant en compte toutes les hypothèses de modélisation.

Les deux gains α et β ne peuvent pas être choisis donc indépendamment. Ils sont tous les deux fonctions de l'index manoeuvrabilité λ . Dans le tableau II-1, on présente deux exemples d'index de manoeuvrabilité et les valeurs de α , β , p_{11} , m_{11} , p_{22} , m_{22} et S correspondantes.

Index de manoeuvrabilité	Gain en position	Gain en vitesse	Variance en position		Variance en vitesse		Variance de l'erreur d'innovation
			Mise à jour	prédite	Mise à jour	prédite	
λ	α	β	p_{11}	m_{11}	p_{22}	m_{22}	S
1	0.75	0.5	0.75	3	1	2	4
3	0.90	0.94	0.90	9.15	4.12	13.12	10.15

Tableau II-1 : Les gains et variances au régime permanent pour deux index de manoeuvrabilités

I.10.2 Calcul des coefficients optimaux $\alpha\beta\gamma$

Le modèle à accélération constante de Winer est un système de troisième ordre affecté d'un bruit de système blanc centré correspondant à l'incrément de l'accélération durant une période d'échantillonnage avec une variance σ_v^2 . Soit l'index de manoeuvrabilité λ , le même que celui défini pour le modèle de deuxième ordre précédant.

Les expressions des gains $\alpha\beta\gamma$ en régime permanent, en fonction du gain de Kalman, sont définies comme suit :

$$\lim_{k \rightarrow \infty} W(k) = [g_1 \quad g_2 \quad g_3] = \left[\alpha \quad \frac{\beta}{T} \quad \frac{\gamma}{T^2} \right] \tag{II-74}$$

On peut montrer que les trois équations pour le calcul des coefficients optimaux de gains du filtre en régime permanent sont :

$$\frac{\gamma^2}{4(1-\alpha)} = \lambda^2 \tag{II-75}$$

$$\beta = 2(2 - \alpha) - 4\sqrt{1 - \alpha} \quad (\text{II-76})$$

$$\alpha = \sqrt{2\beta} - \frac{\beta}{2} \quad (\text{II-77})$$

$$\gamma = \frac{\beta^2}{\alpha} \quad (\text{II-78})$$

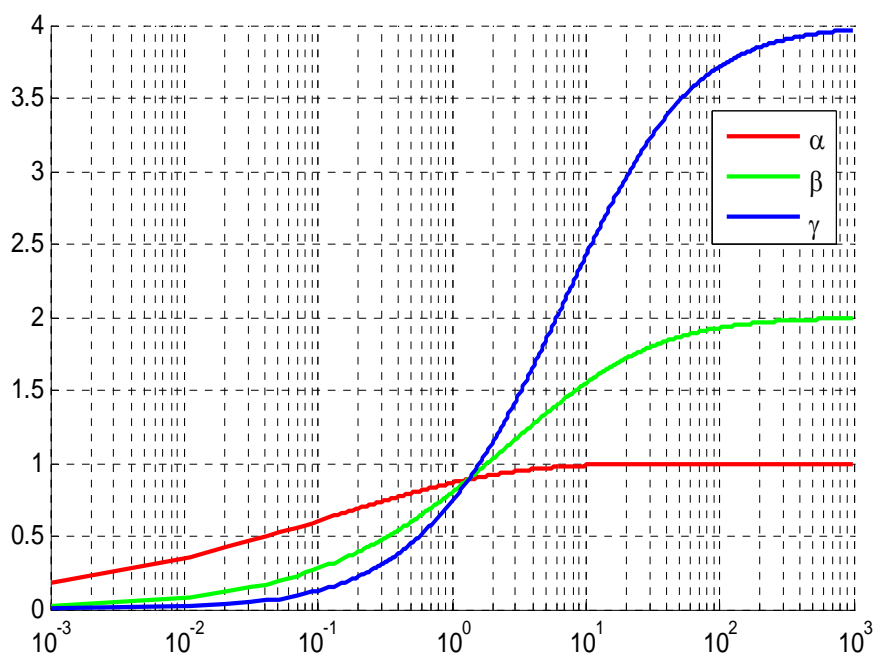
La relation entre α et β dans (II-76) est la même que celle dans (II-57). De façon similaire au système de deuxième ordre, il est possible de déterminer l'expression pour la mise à jour de la covariance en régime permanent comme suite [DS06] :

$$p_{11} = \alpha\sigma_w^2 \quad p_{12} = \frac{\beta}{T}\sigma_w^2 \quad p_{13} = \frac{\gamma}{2T^2}\sigma_w^2 \quad (\text{II-79})$$

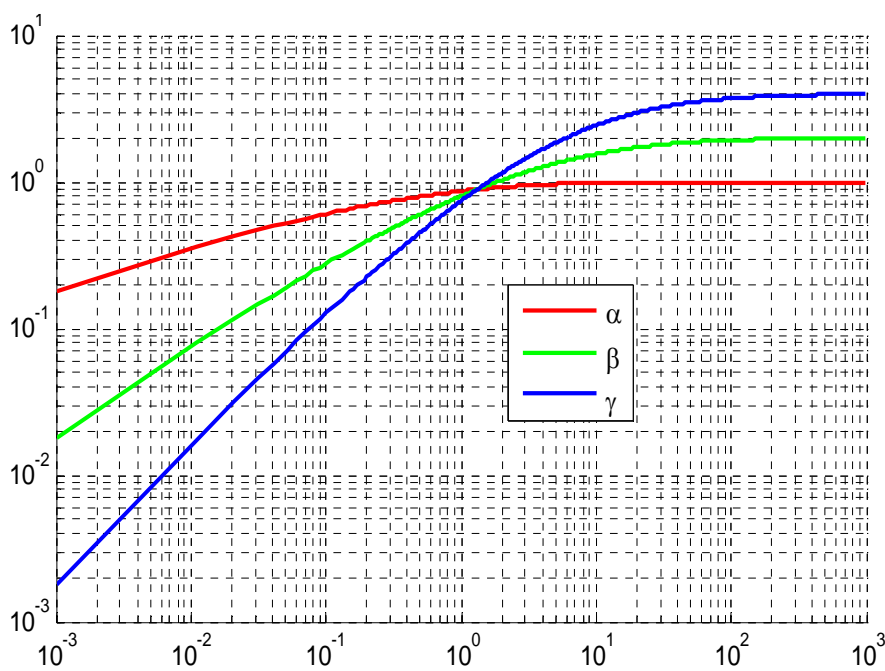
$$p_{22} = \frac{8\alpha\beta + \gamma(\beta - 2\alpha - 4)}{8T^2(1 - \alpha)}\sigma_w^2 \quad (\text{II-80})$$

$$p_{23} = \frac{\beta(2\beta - \gamma)}{4T^3(1 - \alpha)}\sigma_w^2 \quad p_{33} = \frac{\gamma(2\beta - \gamma)}{4T^4(1 - \alpha)}\sigma_w^2 \quad (\text{II-81})$$

La figure II-5 illustre la relation entre les coefficients $\alpha\beta\gamma$ et l'index de manœuvrabilité.



(a)



(b)

Figure II-5 : La relation entre les coefficients α, β, γ et l'index de manoeuvrabilité λ :
 a) représentation semi-log , b) représentation log-log.

Afin d'exprimer mathématiquement le calcul des différents coefficients pour le filtre $\alpha\beta\gamma$, nous allons procéder comme suite :

En remplaçant α par l'expression suivante :

$$\alpha = 1 - h^2, \quad (\text{II-82})$$

l'équation (II-76) peut être réécrite sous la forme :

$$\beta = 2(1 - h)^2. \quad (\text{II-83})$$

La substitution de l'équation (II-182) dans l'équation (II-75) nous permet d'écrire:

$$\gamma = 2\lambda\sqrt{1 - \alpha} = 2\lambda h \quad (\text{II-84})$$

Les l'équations (II-82) à (II-84) permettent d'obtenir la solution explicite des coefficients α, β et γ , en fonction de la nouvelle variable h , en résolvant l'équation de quatrième ordre que nous allons développer par la suite.

Utilisant (II-84) et (II-82) dans l' équation (II-78) nous donne :

$$2\lambda h = \frac{4(1 - h)^4}{1 - h^2}, \quad (\text{II-85})$$

qui peut être aussi réécrite sous la forme

$$h^3 + bh^2 + ch - 1 = 0, \quad (\text{II-86})$$

avec

$$b = \frac{\Delta \lambda}{2} - 3 \quad c = \frac{\Delta \lambda}{2} + 3 \quad (\text{II-87})$$

Si on réécrit la variable h , en utilisant deux autres variables, comme suit :

$$h = y - \frac{b}{3}, \quad (\text{II-88})$$

l'équation (II-86) devient

$$y^3 + py + q = 0, \quad (\text{II-89})$$

avec

$$p = c - \frac{b^2}{3}, \quad q = \frac{2b^3}{27} - \frac{bc}{3} - 1. \quad (\text{II-90})$$

Finalement, un dernier changement de variable, qui consiste à remplacer y par l'expression suivante

$$y = z - \frac{p}{3z}, \quad (\text{II-91})$$

permet d'écrire

$$z^6 + qz^3 - \frac{p^2}{27} = 0, \quad (\text{II-92})$$

d'où la solution

$$z^3 = \frac{-q \pm \sqrt{q^2 + 4p^2/27}}{2}. \quad (\text{II-93})$$

La solution suivante est prise en compte

$$z = \sqrt[3]{\frac{-q \pm \sqrt{q^2 + 4p^2/27}}{2}} \quad (\text{II-94})$$

Utilisant (II-88) et (II-91), on peut écrire

$$h = z - \frac{p}{3z} - \frac{b}{3} \quad (\text{II-95})$$

Cette dernière équation est utilisée directement dans les équations (II-82) à (II-84) pour déterminer les coefficients α, β et γ .

I.11 Consistance des estimateurs d'état

L'un des critères de performance d'un estimateur est la mesure de la consistance du filtre. Cette mesure permet d'avoir une idée sur la convergence du vecteur d'état estimé vers la vraie valeur. Comme le gain du filtre de Kalman dépend de la valeur de la covariance de l'erreur d'estimation, une mauvaise estimation de cette covariance induit à un mauvais gain.

L'erreur d'estimation quadratique normalisée (Normalized estimation error squared, NEES) est calculée pour la réalisation d'indice i de la manière suivante :

$$\varepsilon_i = (x_i - \hat{x}_i)' P_i^{-1} (x_i - \hat{x}_i) \quad (\text{II-112})$$

Bar-shalom et Birmiwal [YK83, XZ02] définissent l'erreur d'estimation quadratique normalisée moyennée (average normalized estimation error squared, ANEES) comme suite :

$$\varepsilon_m = \frac{1}{n_x N} \sum_{i=1}^N \varepsilon_i \quad (\text{II-113})$$

avec N le nombre de réalisations et n_x la dimension du vecteur d'état x . Le filtre est dit crédible où consistant si cette erreur est au voisinage de 1.

I.12 Critère de performance (RMSE)

On cherche toujours à avoir un filtre optimal, qui a de très bonnes performances. Celles-ci peuvent être évaluées par le calcul de la racine carrée de l'erreur quadratique moyenne (Root Mean Squared Errors RMSE) en position, vitesse, ou accélération. L'expression du RMSE évalué en moyennant sur N simulations de *Monte Carlo* est donnée par la formule :

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_i \varepsilon_i^2} \quad (\text{II-114})$$

Si on suppose qu'on a une cible qui se déplace dans le plan (x, y) avec un vecteur de position $X = (x, y)$ et les erreurs observées (\tilde{x}, \tilde{y}) à la $i^{\text{ème}}$ simulation, le RMSE en position moyenné sur N simulations est :

$$RMSE(\tilde{X}) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\tilde{x}_i^2 + \tilde{y}_i^2)} \quad (\text{II-115})$$

De la même façon, nous pouvons calculer le RMSE en vitesse. Soient le vecteur de vitesse $\dot{X} = (\dot{x}, \dot{y})$ et les erreurs observées (\tilde{x}, \tilde{y}) à la $i^{\text{ème}}$ simulation, le RMSE en vitesse moyenné sur N simulations de *Monte Carlo* est donné par l'expression:

$$RMSE(\dot{X}) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\tilde{x}_i^2 + \tilde{y}_i^2)} \quad (\text{II-116})$$

I.13 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons précédé à un rappel sur le filtre de Kalman tout en détaillant l'algorithme des filtres qui vont être utilisés par la suite de cette thèse. Ainsi, nous avons détaillé le filtre $\alpha\beta$ et la manière de déterminer ses paramètres optimaux qui sont les gains α et β afin d'assurer une meilleure poursuite. Nous avons fait la même chose pour le filtre $\alpha\beta\gamma$ d'ordre supérieur. L'étude des filtres de Kalman du 2ème ordre et 3ème ordre, en régime permanent a permis de déterminer les coefficients optimaux des filtres $\alpha\beta$ et $\alpha\beta\gamma$, respectivement.

Nous avons également défini les deux critères qui sont généralement utilisés pour évaluer les performances d'un filtre, à savoir le ANEES, pour tester la consistance du filtre, et le RMSE en position et vitesse.

CHAPITRE III :
EXTENSION DU FILTRE DE
KALMAN AU CAS NON
LINÉAIRE

I.14 Introduction

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à l'étude du filtrage non-linéaire. Dans la première partie, nous analysons le filtre célèbre, connu sous le nom filtre de Kalman étendu (Extended Kalman filter, EKF) où le modèle non linéaire est linéarisé en utilisant le développement de Tylor au premier ou au deuxième ordre [BL01, DS06]. Ce filtre a montré ses limites dans certaines applications où une divergence est observée à cause d'une mauvaise estimation de la covariance associée au vecteur d'état estimé [TH01, MK04]. Une solution a été proposée pour éviter ce problème en multipliant la matrice de covariance par un facteur déterminé de façon heuristique. Simon J. en 1997 [JU97] a proposé d'utiliser la transformation unscented qui permet d'éviter de passer par la linéarisation en utilisant la notion des sigmas points pondérés. Ienkaran Arasaratnam en 2009 [IH09_1] a développé un outil puissant permettant de mieux approximer les caractéristiques d'une variable aléatoire après une transformation non linéaire, en utilisant les points sigmas 'cubatures'. Cette transformation connue sous le nom, 'Cubature transformation' a été utilisée avec succès pour développer le nouveau filtre Cubature Kalman filter (CKF). Une comparaison entre ce filtre et les filtres UKF, EKF a été effectuée [IH09_1], pour deux situations de poursuite, où la supériorité des deux filtres UKF et CKF par rapport au filtre EKF à été clairement établie.

La poursuite d'une cible à grande portée en présence d'un bruit de mesure azimutal fort, peut être accomplie en utilisant le filtrage linéaire avec un traitement particulier de la mesure convertie dans le repère cartésien [MK04]. On trouve plusieurs travaux sur la manière de traiter la mesure convertie. Par exemple, dans [BL01, DY93, DM09], les auteurs considèrent que la mesure convertie est affectée d'un biais additif. Ils ont proposé le filtre de Kalman utilisant la mesure convertie débiaisée (Debiased Converted Measurement Kalman filter, DCMKF). Mo. Longbin et all dans [MS97, MS98] ont démontré que la mesure convertie est affectée d'un biais multiplicatif, et ont proposé un autre filtre utilisant les mesures converties non biaisées. Dans [ZX02, ZC04, ZX04, BJ06, JR10], les auteurs ont développé une autre expression pour déterminer la matrice de covariance de la mesure non biaisée pour un bruit azimutal très fort. Une étude détaillée concernant les performances du filtre utilisant des mesures non biaisées est donnée dans [FD02].

Nous proposons dans ce chapitre une nouvelle méthode pour déterminer les statistiques de la mesure convertie en utilisant les sigmas points cubatures. Le filtre résultant est nommé NEWCMKF. Les résultats de simulation nous permettent de valider la supériorité du filtre à mesure convertie non biaisée [ZX02, ZC04, ZX04, BJ06, JR10] et de notre filtre par rapport aux autres filtres. Le filtre NEWCMKF est simple à implémenter et présente de meilleures performances par rapport aux filtres précédent en termes de RMSE en position et vitesse, ainsi qu'en terme du critère de performance ANEES.

I.15 Filtre de Kalman étendu (EKF: Extended Kalman Filter)

La version initiale du filtre de Kalman était destinée à résoudre de manière élégante les problèmes de prédiction et de filtrage des modèles dynamiques linéaires, continus ou discrets. Cette technique est basée sur l'exploitation d'un modèle de mesure associé à un modèle dynamique de mouvement. Dans l'approche filtre de Kalman, les erreurs de mesure et de modélisation obéissent, par hypothèse, à certaines lois de probabilité. Sa réalisation fournit en de ligne non seulement la valeur estimée optimale, au sens de la variance minimale, mais également la variance de l'erreur d'estimation. Cependant, il arrive souvent que l'hypothèse de linéarité ne soit pas valide. Dans ce cas, il est possible de généraliser le filtre de Kalman en utilisant des formes linéarisées de l'opérateur d'observation et du modèle dynamique. L'extension du filtre de Kalman linéaire à des systèmes non-linéaires est connu sous le nom filtre de Kalman étendu (EKF).

Soit le système dynamique décrit par l'équation suivante:

$$X(k+1) = f[k, X(k)] + v(k) \quad (\text{III-1})$$

L'équation de mesure est donnée par:

$$z(k) = h[k, X(k)] + w(k) \quad (\text{III-2})$$

Pour simplifier, nous supposons qu'il n'y a pas de commande et que le bruit du système $v(k)$ ainsi que le bruit de mesure $w(k)$ sont de type Gaussien additif à moyenne nulle.

$$E[v(k)] = 0 \quad (\text{III-3})$$

$$E[v(k)v(j)] = Q(k)\delta_{kj} \quad (\text{III-4})$$

$$E[w(k)] = 0 \quad (\text{III-5})$$

$$E[w(k)w(j)] = R(k)\delta_{kj} \quad (\text{III-6})$$

On suppose également que les deux bruits sont dé-corrélés:

$$E[v(k)w(j)] = 0 \quad (\text{III-7})$$

Pour l'étape d'initialisation, on note par:

- $\hat{X}(0|0)$, l'approximation de la moyenne conditionnelle au point initial, i.e. à $t = 0$,
- $P(0|0)$, la matrice de covariance associée à l'estimée initiale supposée non corrélée avec les deux séquences de bruit v et w .

Comme dans le cas linéaire, on supposera que l'estimée à l'instant k n'est qu'une approximation de la moyenne conditionnelle $\hat{X}(k|k)$ donnée par:

$$\hat{X}(k|k) \cong E[X(k)|Z^k] \quad (\text{III-8})$$

avec $P(k|k)$ la matrice de covariance et Z^k l'ensemble de mesures obtenues jusqu'à l'instant k .

I.15.1 Dérivation du filtre EKF

I.15.1.1 Prédiction du vecteur d'état

L'état prédit à l'instant $k+1$ noté par $\hat{X}(k+1|k)$ est obtenu par développement en série de Taylor de premier ordre de la fonction non-linéaire, donnée par l'éq. III-1, au voisinage de l'estimé précédent, $\hat{X}(k|k)$

$$\hat{X}(k+1|k) = f[k, \hat{X}(k|k)] + f_x(k)[X(k) - \hat{X}(k|k)] + HOT + v(k), \quad (\text{III-9})$$

où le terme *HOT* représente les composantes d'ordre supérieur ou égale à 2, et f_x est la dérivée de la fonction f évaluée au voisinage de l'estimée $\hat{X}(k|k)$:

$$f_x(k) = \left[\nabla_x f[k, X]' \right]_{x=\hat{x}(k|k)} \quad (\text{III-10})$$

L'état prédit $\hat{X}(k+1|k)$ est alors donné par l'équation suivante:

$$\hat{X}(k+1|k) = f[k, \hat{X}(k|k)] \quad (\text{III-11})$$

et la matrice de covariance associée s'écrit:

$$P(k+1|k) = f_x(k)P(k|k)f_x'(k) + Q(k) \quad (\text{III-12})$$

I.15.1.2 Prédiction de la mesure

Pour une matrice d'observation non-linéaire, l'éq. III-2 peut être développée en série de Taylor de premier ordre au voisinage de l'état prédit $\hat{X}(k+1|k)$:

$$\hat{z}(k+1|k) = h[k+1, \hat{X}(k+1|k)] \quad (\text{III-13})$$

La matrice de covariance de l'innovation est :

$$S(k+1) = h_x(k+1)P(k+1/k)h_x'(k+1) + R(k) \quad (\text{III-14})$$

avec

$$h_x(k+1) \triangleq \left[\nabla_x h[k+1, x] \right]_{x=\hat{x}(k+1/k)} \quad (\text{III.15})$$

La seule différence qui existe entre un filtre de Kalman (KF: Kalman Filter) et un filtre EKF est la présence des Jacobiens dans l'équation dynamique et celle de mesure. La figure III.1 résume un cycle d'exécution récursive de l'algorithme du filtre EKF

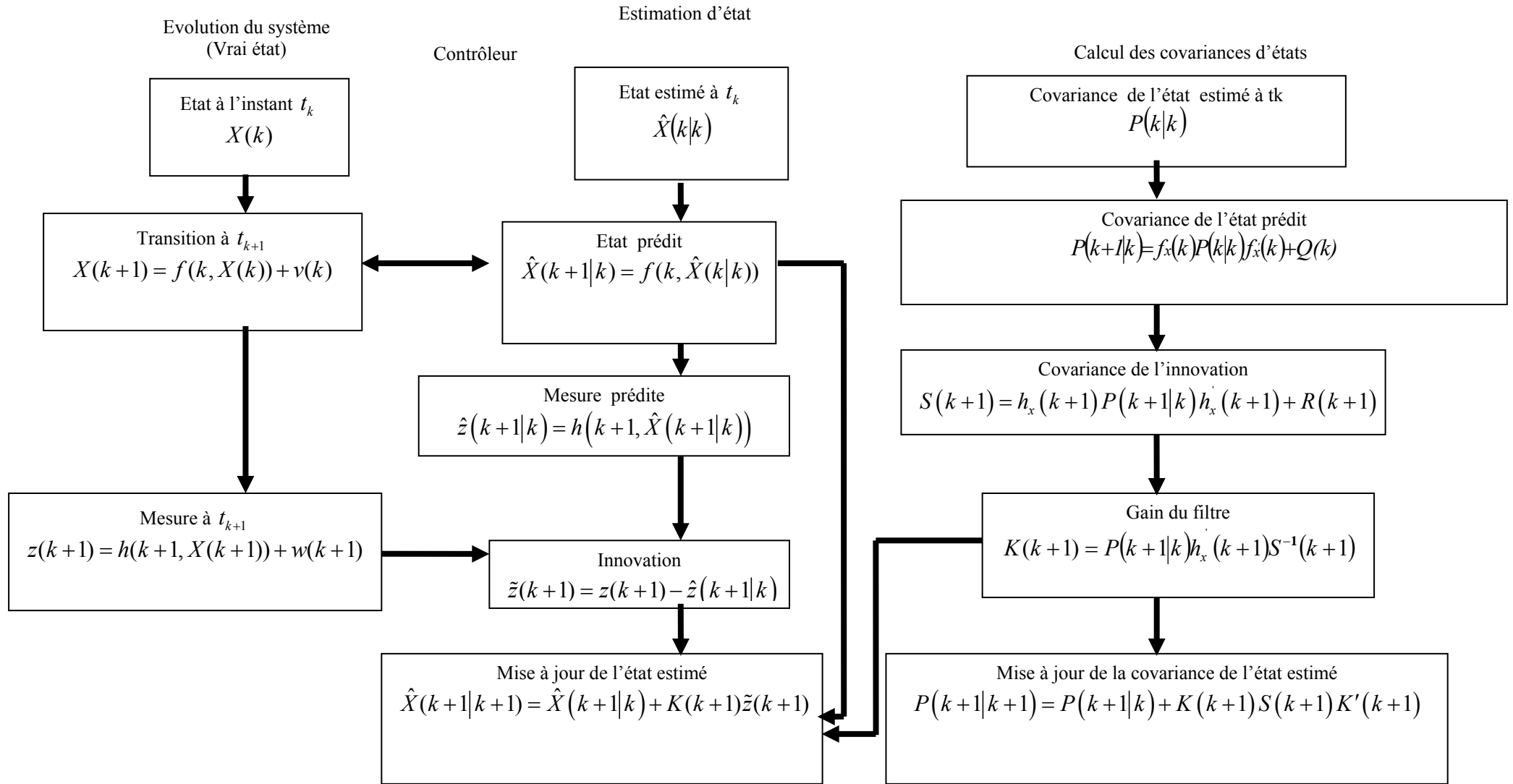


Figure III-1 : Un cycle de l'estimation d'état d'un système non - linéaire (filtre de Kalman Etendu).

I.15.1.3 Compensation de l'erreur de linéarisation par des méthodes heuristiques

Le filtre EKF est obtenu par linéarisation des fonctionnels non linéaires en utilisant le développement en série de Taylor. Du fait qu'on néglige le terme *HOT* et comme le Jacobien est exprimé en fonction du vecteur d'état estimé (eq.III-10) ou prédit (eq.III-15), au lieu vecteur d'état exact qui est non disponible, des erreurs dites de linéarisation sont introduites. Il existe plusieurs méthodes permettant la compensation de ces erreurs, parmi celles-ci on cite:

- **Méthode 1:** elle consiste à introduire un bruit artificiel pour compenser l'erreur commise dans l'éq. III.11. Il est possible aussi de modifier la covariance du bruit du système dans l'éq. III-12.

$$Q_m(k) = Q_p(k) + Q(k) \geq Q(k) \quad (\text{III.16})$$

où $Q_p(k) \geq 0$ est une matrice définie semi-positive.

- **Méthode 2:** elle consiste à multiplier la covariance d'état par un facteur $\phi > 0$ à chaque itération,

$$P_\phi(k+1/k) = \phi P(k+1/k) \quad (\text{III-17})$$

I.16 Le filtre Unscented Kalman filter (UKF)

La transformation Unscented a été introduite par Julier [JU97], dans le but d'estimer la densité de probabilité d'une transformation non linéaire d'une variable aléatoire en évitant d'approximer par linéarisation la fonction non linéaire. Cette approche se base sur une constellation de points (appelés sigma points) et leurs pondérations, distribués dans l'espace d'état de la variable aléatoire initiale. Comme on peut l'observer dans la figure III.2, ces points sont choisis de telle manière que leur moyenne représente la statistique de la variable aléatoire initiale.

L'ensemble des points choisis $\{\chi_i\}$, auquel on associe les coefficients de pondération $\{W_i\}$, et qui sont calculés d'une manière déterministe forme l'ensemble des sigma points $S = \{\chi_i, W_i\}$. Cette dernière permet de mieux caractériser les deux moments d'une variable aléatoire (La moyenne et la variance). L'ensemble de points $S = \{\chi_i, W_i\}$ subit ensuite une propagation à travers une fonction non linéaire, comme dans le cas du filtre de Kalman étendu (Extended Kalman Filter EKF) [BL95, BL95_1, BL01].

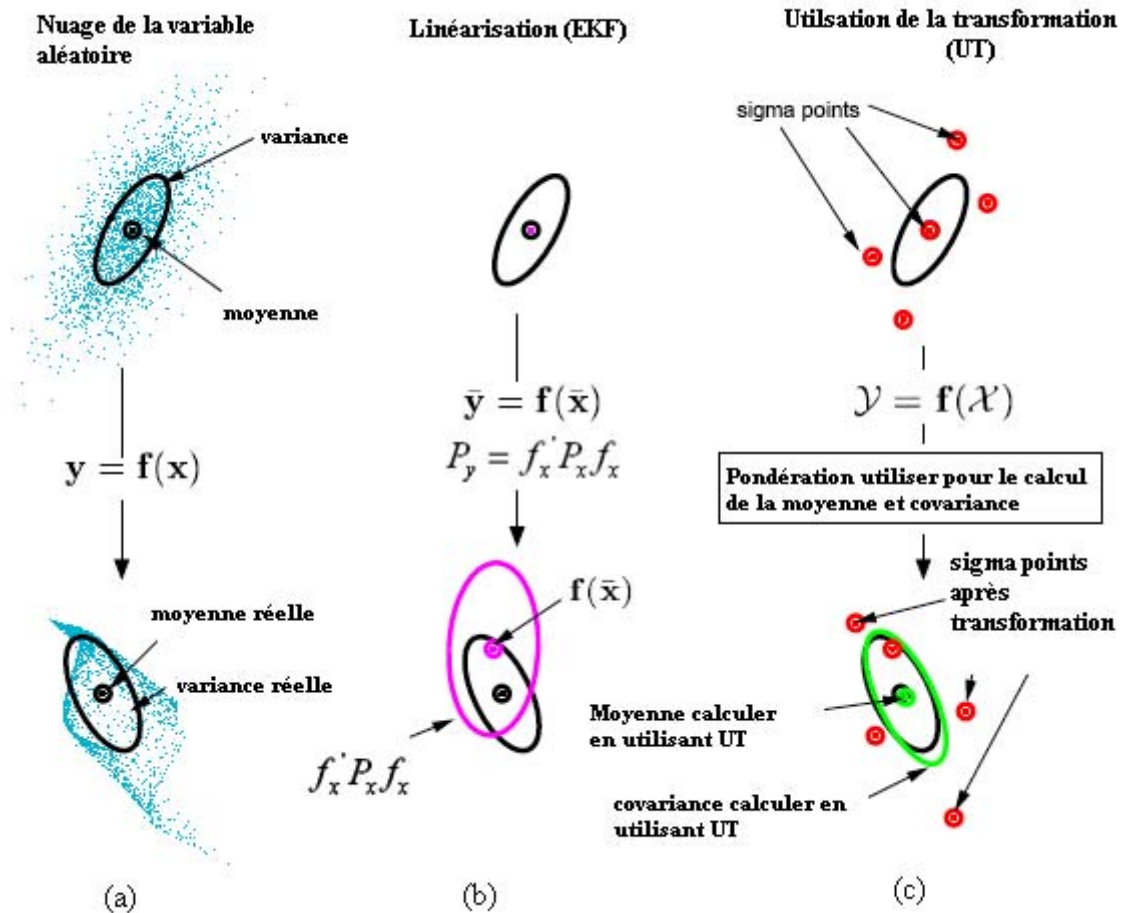


Figure III-2 : Exemple de la Transformation Unscented, UT pour le calcul de la moyenne et de la covariance (propagation) :
 a) réel ; b) linéarisation de premier ordre EKF, c) Transformation UT [RD04].

Cette méthode de propagation de points a une ressemblance avec le filtrage particulaire (Particlar Filer, FP). Toutefois, le choix des points est déterministe et les pondérations associées sont choisies d'une autre manière. Ce choix ne se base pas sur la distribution de la variable aléatoire. Dans [SJ00], Julier démontre que cette transformation (UT) permet de calculer les statistiques d'une variable aléatoire subissant une transformation non linéaire, en approximant la distribution de la probabilité en utilisant les sigmas points pondérés.

Considérons une variable aléatoire x avec une moyenne \bar{x} et une matrice de covariance associée P_x . On cherche à estimer la moyenne \bar{y} et la covariance P_y d'une autre variable aléatoire $y = h(x)$, où h est une fonction non linéaire. Pour cela on

définit un ensemble constitué de $2n_x + 1$ vecteurs, appelés sigma points et leurs pondérations associées $S = \{\chi_i, W_i\}$:

$$\chi_0 = \bar{x}, \quad (\text{III-18})$$

$$\chi_i = \bar{x} + \left(\sqrt{(n_x + \lambda) P_x} \right)_i, i = 1, \dots, n_x \quad (\text{III-19})$$

$$\chi_i = \bar{x} - \left(\sqrt{(n_x + \lambda) P_x} \right)_{i-n_x}, i = n_x + 1, \dots, 2n_x \quad (\text{III-20})$$

$$W_0^{(m)} = \frac{\lambda}{(n_x + \lambda)} \quad (\text{III-21})$$

$$W_0^{(c)} = \frac{\lambda}{(n_x + \lambda)} + (1 - \alpha^2 + \beta) \quad (\text{III-22})$$

$$W_i^{(m)} = W_i^{(c)} = 1 / (2(n_x + \lambda)), i = 1, \dots, 2n_x \quad (\text{III-23})$$

$$\sum_{i=0}^{2n_x} W_i = 1 \quad (\text{III-24})$$

où $(A)_i$ désigne la ligne i de la matrice A , n_x est la dimension du vecteur x , α, β et λ étant des constantes qui doivent être judicieusement choisies ($\lambda = \alpha^2(n_x + \kappa) - n_x$) et les pondérations désignées par $W_i^{(m)}$ et $W_i^{(c)}$ sont associées au calcul de la moyenne et la variance, respectivement.

L'expression du point central $\chi_0 = \bar{x}$ garantie une matrice de covariance définie semi-positive. Le choix des paramètres qui apparaissent dans le calcul de l'ensemble de points se fait de la manière suivante :

- Afin d'obtenir une matrice semi-positive, il faut choisir $\kappa \geq 0$. Il s'avère que la valeur de κ n'est pas critique et que $\kappa = 0$ correspond à tous les cas d'estimation,
- Le paramètre $0 < \alpha < 1$ influe directement sur la dimension de l'ellipsoïde de distribution des sigmas points. Ainsi sa valeur devra être petite pour limiter l'influence de certains effets de non linéarité dans les régions éloignées des valeurs estimées. Généralement on choisit $\alpha = 0.002$,
- Le dernier paramètre β est choisi positif pour intégrer une connaissance a priori des moments d'ordre supérieur de la statistique initiale du modèle. Par exemple pour une hypothèse de distribution initiale gaussienne $\beta = 2$.

Les vecteurs sigmas sont propagés à travers la fonction non linéaire h :

$$\psi_i = h(\chi_i), i = 1, \dots, 2n_x, \quad (\text{III-25})$$

La moyenne et la covariance d'une variable aléatoire y sont approximés, respectivement, par :

$$\bar{y} = \sum_{i=0}^{2n_x} W_i^{(m)} \psi_i \quad (\text{III-26})$$

$$P_y = \sum_{i=0}^{2n_x} W_i^{(c)} [\psi_i - \bar{y}][\psi_i - \bar{y}]^T \quad (\text{III-27})$$

Il est à noter qu'il n'y a pas de calculs spécifiques du Jacobien ni de Hessian dans l'implémentation de l'algorithme. En plus, la charge totale des calculs est du même ordre que celle de L'EKF.

I.16.1 Mise en œuvre du filtre UKF

Utilisant le même système d'état décrit par les deux équations (III-1) et (III-2), l'algorithme UKF se résume dans les trois étapes suivantes : calcul des sigmas points, prédiction et mise à jour de l'estimée [RD04_1].

I.16.1.1 Détermination des sigmas points

Les sigmas points et leurs pondérations, $S = \{\chi_i, W_i\}$ sont déterminés en utilisant les équations (III-18) à (III-24) et en prenant $\chi_0 = \hat{X}(k|k)$.

I.16.1.2 Prédiction du vecteur d'état et de mesure

Pour calculer le vecteur d'état prédit et sa covariance on propage les sigma points en utilisant l'équation d'état :

$$\psi_i = f[k, \chi_i]; i = 0, \dots, 2n_x, \quad (\text{III-28})$$

L'état prédit $\hat{X}(k+1|k)$ est alors donné par l'équation suivante:

$$\hat{X}(k+1|k) = \sum_{i=0}^{2n_x} W_i^{(m)} \psi_i \quad (\text{III-29})$$

et la matrice de covariance associée s'écrit:

$$P(k+1|k) = \sum_{i=0}^{2n_x} W_i^{(c)} [\psi_i - \hat{X}(k+1|k)] [\psi_i - \hat{X}(k+1|k)]' \quad (\text{III-30})$$

Pour déterminer la mesure prédite on propage les sigmas points en utilisant l'équation de mesure

$$\xi_i = h[k, \chi_i]; i = 0, \dots, 2n_x \quad (\text{III-31})$$

La mesure prédite est alors calculée par :

$$\hat{z}(k+1|k) = \sum_{i=0}^{2n_x} W_i^{(m)} \xi_i \quad (\text{III-32})$$

I.16.1.3 Mise à jour de l'état en utilisant la mesure

La matrice de covariance liée à la mesure est donnée par

$$P_{zz} = \sum_{i=0}^{2n_x} W_i^{(c)} [\xi_i - \hat{z}(k+1|k)] [\xi_i - \hat{z}(k+1|k)]' \quad (\text{III-33})$$

et la covariance croisée P_{zx} :

$$P_{zx} = \sum_{i=0}^{2n_x} W_i^{(c)} [\psi_i - \hat{X}(k+1|k)] [\xi_i - \hat{z}(k+1|k)]' \quad (\text{III-34})$$

Le gain de Kalman est donné par :

$$K(k+1) = P_{zx} P_{zz}^{-1} \quad (\text{III-35})$$

L'estimée et sa covariance après mise à jour sont donnée par :

$$\hat{X}(k+1|k+1) = \hat{X}(k+1|k) + K(k+1)\tilde{z}(k+1) \quad (\text{III-36})$$

$$P(k+1|k+1) = P(k+1|k) + K(k+1)P_{zz}K'(k+1),$$

sachant que $\tilde{z}(k+1)$ est l'innovation calculée à l'instant $k+1$.

I.17 Filtre de Kalman cubature (Cubature Kalman filter CKF)

Parmi les méthodes pseudo Monte Carlo permettant de déterminer les statistiques d'ordre 1 et 2, d'une variable aléatoire après une transformation non linéaire, on trouve la transformation cubature [IH07, IH09_1, IH09_2, IH09_3]. L'idée de base c'est d'approximer l'intégrale multidimensionnel permettant de calculer l'espérance mathématique d'une variable aléatoire en utilisant les sigmas points cubatures.

Reprenant les mêmes équations décrivant l'équation dynamique (eq. III-1) et de mesure (eq. III-2), le filtrage Bayesian, nous permet d'écrire :

$$\hat{X}(k+1|k) = E[X(k+1)|D_k] = E[f[k, X(k)] + v(k) | D_k] \quad (\text{III-37})$$

où E est l'espérance mathématique et $D_k = \{z_i\}_{i=0}^k$ représente l'ensemble de mesures obtenues de l'instant 0 jusqu'à l'instant k .

Sachant que le bruit de système est supposé gaussien à moyenne nulle et non corrélé avec les mesures précédentes, nous pouvons donc écrire [IH09_1] :

$$\begin{aligned} \hat{X}(k+1|k) &= E[X(k+1)|D_k] = \int_{\mathfrak{R}^{n_x}} f[k, X(k)] p(X(k)|D_k) dX_k \\ &= \int_{\mathfrak{R}^{n_x}} f[k, X(k)] N(X(k); \hat{X}(k|k), P(k|k)) dX_k \quad (\text{III-38}) \\ &\approx \sum_l^{2n_x} w_l f(\xi_l) \end{aligned}$$

La matrice de covariance s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} P(k+1|k) &= E\left[(X(k+1) - \hat{X}(k+1|k))(X(k+1) - \hat{X}(k+1|k))^T | D_k \right] \\ &= \int_{\mathfrak{R}^{n_x}} f[k, X(k)] f[k, X(k)]^T N(X(k); \hat{X}(k|k), P(k|k)) dX_k - \hat{X}(k+1|k) \hat{X}(k+1|k)^T + Q_k \\ &\approx \sum_{l=1}^{2n_x} w_l f(\xi_l) f^T(\xi_l) - \hat{X}(k+1|k) \hat{X}(k+1|k)^T + Q_k \quad (\text{III-39}) \end{aligned}$$

où $\{\xi_i, w_i\}$ représente l'ensemble des sigmas points cubatures, n_x la dimension du vecteur d'état et Q_k la matrice de covariance du bruit de système à l'instant k .

Dans la figure (III-3), nous présentons une comparaison entre les différents transformations, EKF, UKF, Gausse Hermite quadrature rule d'ordre 3 (GH-3) [IH07] et le CKF en termes d'estimation de la moyenne et de la covariance d'une variable aléatoire gaussienne subissant une transformation non linéaire.

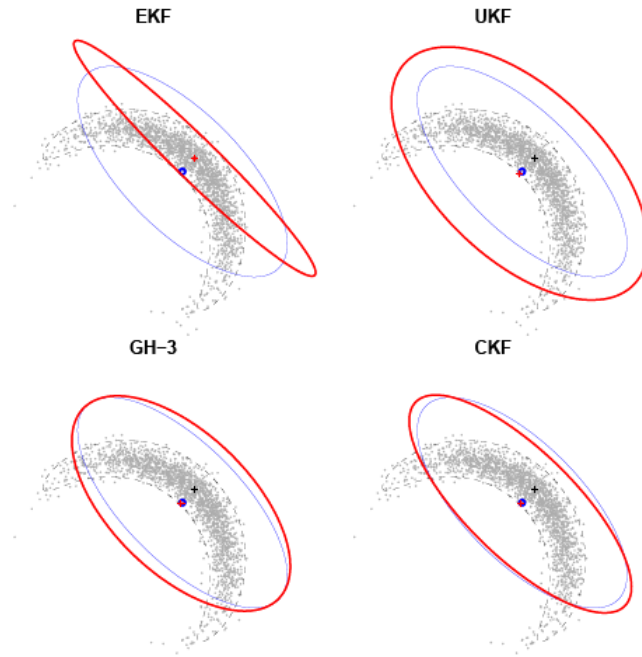


Figure III.3 : Cette figure illustre la différence entre la transformation EKF, unscented transformation UT ($\alpha=0.5, \beta=2, \kappa=1$), la transformation Gauss hermite de troisième degré et la transformation cubature. La couleur bleue correspond à la représentation exacte de la variable aléatoire.

I.17.1 Mise en œuvre du filtre CKF

Nous allons décrire la mise en œuvre du filtre CKF, comme nous avons procédé pour les autres filtres. Le bloc fonctionnel de base de ce filtre est la règle numérique d'intégration Cubature [IH09_1].

I.17.1.1 Détermination des sigmas points

Avant de commencer l'algorithme, nous devons déterminer les points sigmas cubature ξ_l et les pondérations $\{w_l\}_{l=1}^m$ correspondantes, comme décrit dans [IH09_1]:

$$\xi_l = \sqrt{\frac{m}{2}} [1]_l, \quad w_l = \frac{1}{m}, \quad l = 1, 2, \dots, m = 2n, \quad (\text{III-40})$$

avec

$$[1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ dans le cas } n=4,$$

et $[1]_l$ le vecteur colonne indice l .

I.17.1.2 Prédiction du vecteur d'état et de mesure

Supposant qu'à l'instant k , la variable aléatoire x possède la densité de probabilité $P(x_{k-1}|z_{1:k-1}) = N(\hat{x}_{k-1|k-1}, P_{k-1|k-1})$. L'état prédit et la matrice de covariance sont calculés comme suit :

- Décomposition de Cholesky de la matrice $P(k+1|k+1)$

$$P_{k-1|k-1} = \sqrt{P_{k-1|k-1}} \left(\sqrt{P_{k-1|k-1}} \right)^T \quad (\text{III-41})$$

- Détermination des points cubatures $\{X_{l,k-1|k-1}\}_{l=1}^m$:

$$X_{l,k-1|k-1} = \sqrt{P_{k-1|k-1}} \xi_l + \hat{x}_{k-1|k-1} \quad (\text{III-42})$$

- Calcul des vecteurs d'état prédits $\{X_{l,k|k-1}^*\}_{l=1}^m$ associés aux points $\{X_{l,k-1|k-1}\}_{l=1}^m$:

$$X_{l,k|k-1}^* = F X_{l,k-1|k-1} \quad (\text{III-43})$$

- Calcul du vecteur d'état prédit:

$$\hat{x}_{k|k-1} = \sum_{l=1}^m w_l X_{l,k|k-1}^* \quad (\text{III-44})$$

- Calcul de la matrice de covariance associée au vecteur d'état prédit:

$$P_{k|k-1} = \sum_{l=1}^m w_l X_{l,k|k-1}^* X_{l,k|k-1}^{*T} - \hat{x}_{k|k-1} \hat{x}_{k|k-1}^T + Q_k \quad (\text{III-45})$$

A la fin de cette étape, on obtient la densité du vecteur d'état aléatoire prédit, représenté par $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) = N(\hat{x}_{k|k-1}, P_{k|k-1})$, avec $\mathbf{z}_{1:k-1}$ l'ensemble de mesures obtenues jusqu'à l'instant $k-1$.

I.17.1.3 Mise à jour de l'état en utilisant la mesure

- Décomposition de Cholesky de la matrice $\mathbf{P}(k|k+1)$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \sqrt{\mathbf{P}_{k|k-1}} \left(\sqrt{\mathbf{P}_{k|k-1}} \right)^T \quad (\text{III-46})$$

- Détermination des points cubatures $\left\{ X_{l,k|k-1} \right\}_{l=1}^m$:

$$X_{l,k|k-1} = \sqrt{P_{k|k-1}} \xi_l + \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \quad (\text{III-47})$$

- Détermination des mesures prédites $\left\{ Z_{l,k|k-1} \right\}_{l=1}^m$ correspondant à la propagation des points cubatures:

$$Z_{l,k|k-1} = h \left(X_{l,k|k-1} \right) \quad (\text{III-48})$$

- Détermination de la mesure prédite:

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \sum_{l=1}^m w_l Z_{l,k|k-1} \quad (\text{III-49})$$

- Estimation de la matrice de covariance de l'innovation:

$$\mathbf{P}_{zz,k|k-1} = \mathbf{R}_k + \sum_{l=1}^m w_l Z_{l,k|k-1} Z_{l,k|k-1}^T - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}^T \quad (\text{III-50})$$

- Estimation la matrice de covariance croisée:

$$\mathbf{P}_{xz,k|k-1} = \sum_{l=1}^m w_l X_{l,k|k-1} Z_{l,k|k-1}^T - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}^T \quad (\text{III-51})$$

- Calcul du gain de Kalman:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{xz,k|k-1} \mathbf{P}_{zz,k|k-1}^{-1} \quad (\text{III-52})$$

- Mise à jour du vecteur d'état :

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}) \quad (\text{III-53})$$

- Mise à jour de la matrice de covariance correspondante:

$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{zz,k|k-1} \mathbf{K}_k^T \quad (\text{III-54})$$

I.18 Résultats de simulations

Dans cette simulation, nous allons comparer les trois filtres, EKF, UKF et CKF appliqués à la poursuite d'une cible, à partir de mesures bruitées exprimées dans le repère polaire. La cible se trouve initialement à une portée de 27km avec un azimut de 68.2°. Elle se déplace vers l'origine du repère à une vitesse quasiment constante de 300m/s, voir figure III-4.

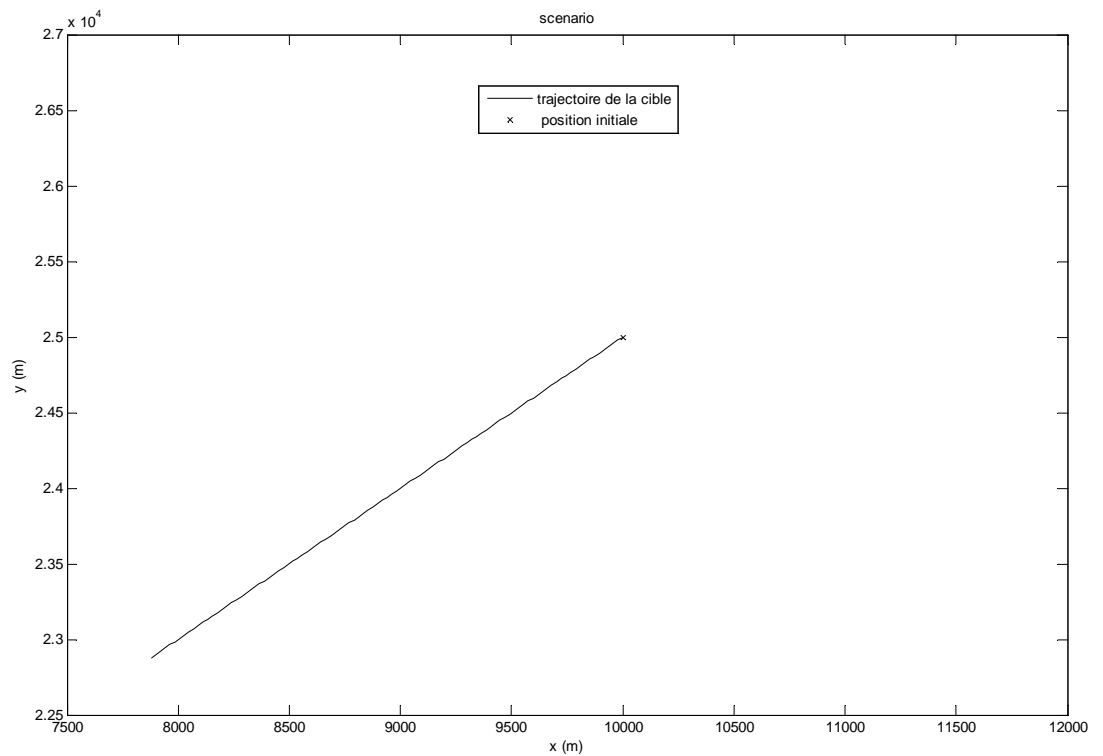


Figure III-4 : Trajectoire de la cible.

Le bruit de système utilisé est de l'ordre de 0.001m/s^2 et la période d'échantillonnage est de 0.1s . Le bruit affectant la mesure est d'un écart type de 50m pour la portée. Deux scénarios pour l'écart type de l'azimut σ_θ ont été considérés. Le premier scénario correspond à $\sigma_\theta = 1^\circ$ et pour le second à $\sigma_\theta = 3^\circ$.

Les paramètres utilisés pour le filtre UKF sont $\kappa = 0$, $\lambda = -1$, $\alpha = 0.5$ et $\beta = 2$. L'initialisation utilisée pour les différents filtres se base sur l'utilisation des deux premières mesures [BL01].

Nous commençons par présenter les résultats concernant le premier scénario. La figure III.5, présente la trajectoire réelle de la cible et les trajectoires estimées par les filtres EKF, UKF et CKF, ainsi que de leurs covariances. Cette représentation nous permet de vérifier si la trajectoire réelle est englobée dans les covariances estimées par les filtres. D'après cette figure, les différents filtres possèdent presque les mêmes performances.

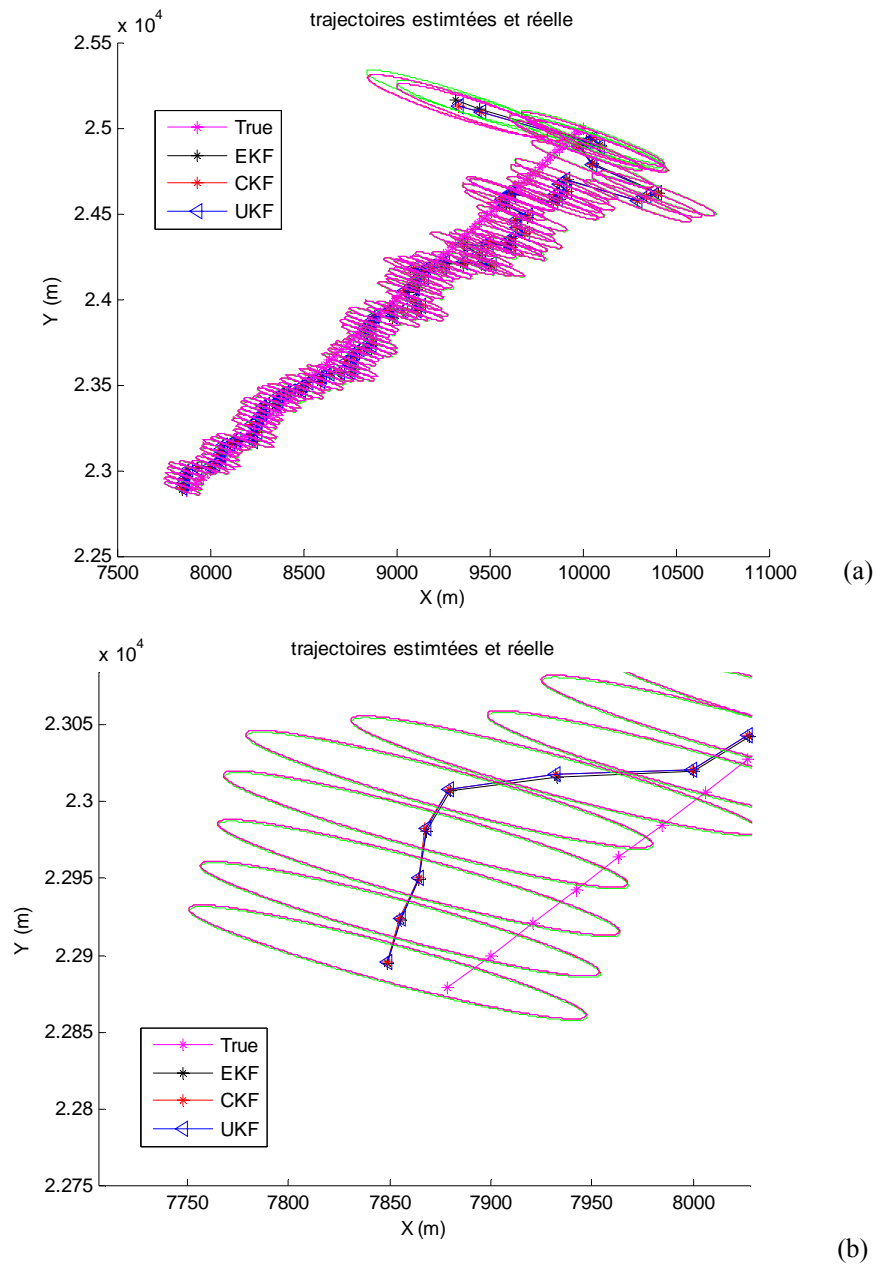
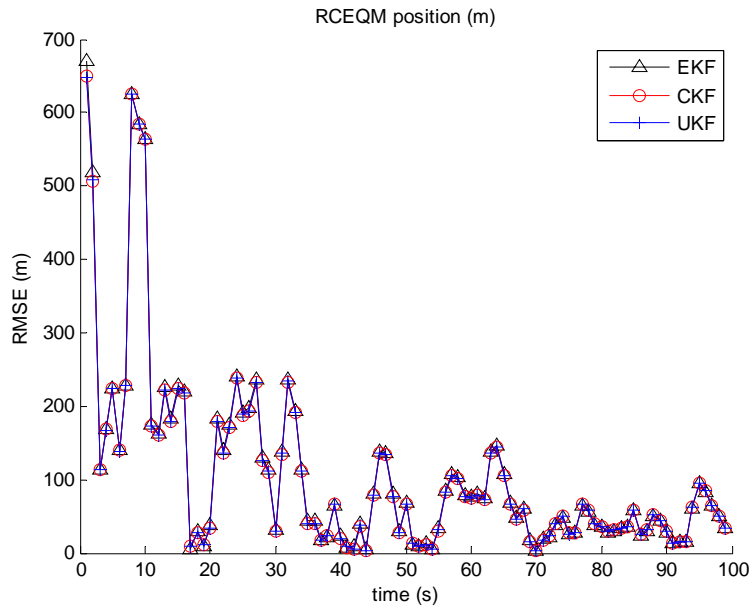
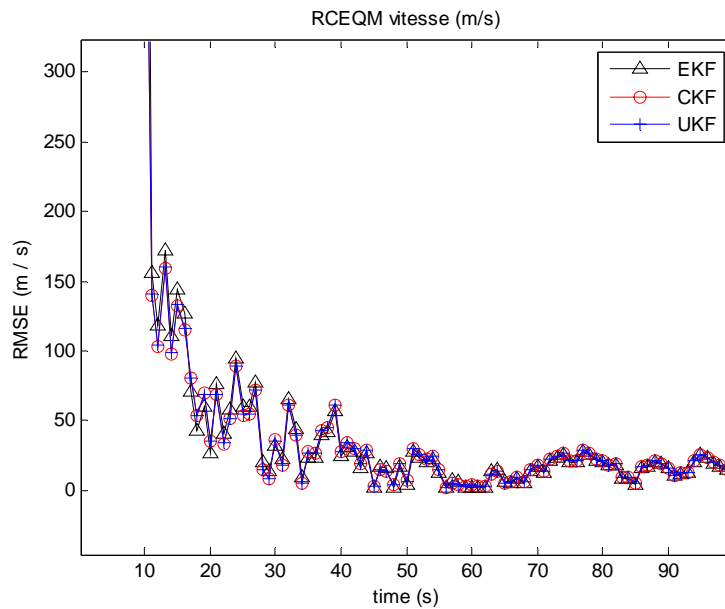


Figure III-5 : Trajectoire réelle de la cible et ses estimées fournies par les différents filtres EKF, UKF et CKF ainsi que leurs covariances à 68% pour $\sigma_\theta = 1^\circ$:
 a) trajectoire complète, b) zoom vers la fin de la trajectoire.



(a)



(b)

Figure III-6 : Comparaison entre les filtres, basée sur le RMSE :
a) RMSE en position, b) RMSE en vitesse.

La figure III-6 présente les racines carrées des erreurs quadratiques moyennes en position et en vitesse (RMSE en position, RMSE en vitesse), calculées moyennant 1000 réalisations de Monte Carlo. L'ensemble des filtres ont les mêmes performances.

Les résultats concernant le deuxième scénario ($\sigma_\theta = 3^\circ$) sont présentés aux figures III-7 et III-8. D'après les résultats de la figure III-7, le filtre EKF devient inconsistant. La comparaison entre les performances des trois filtres en termes de RMSE en position et en vitesse, confirme la dégradation considérable des

performances du filtre EKF comparativement aux deux autres filtres qui présentent des performances presque identiques, comme illustré à la figure III-8.

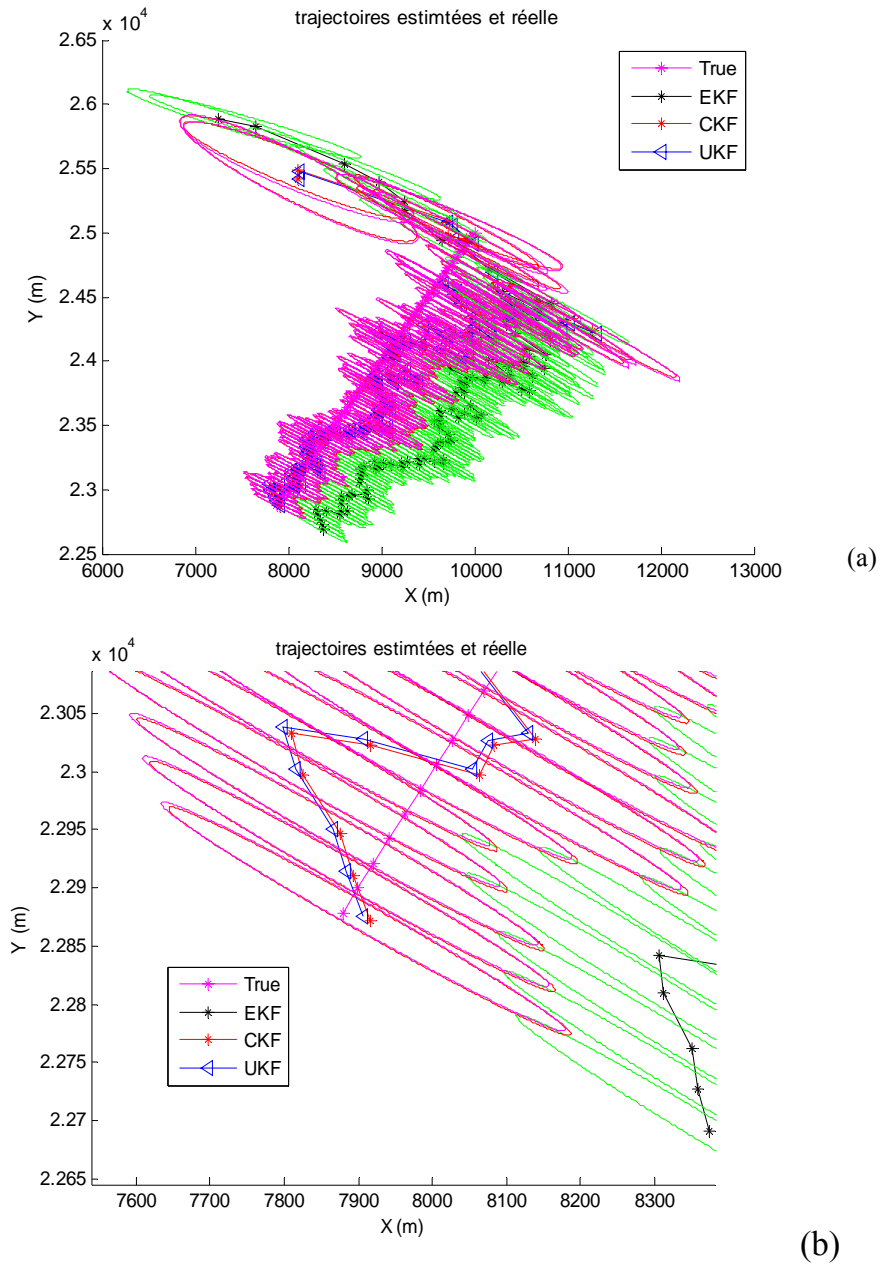


Figure III-7 : Trajectoire réelle de la cible et les estimées fournies par les différents filtres EKF, UKF et CKF avec la présentation de la covariance à 68% pour $\sigma_\theta = 3^\circ$:

a) trajectoire complète, b) zoom vers la fin de la trajectoire.

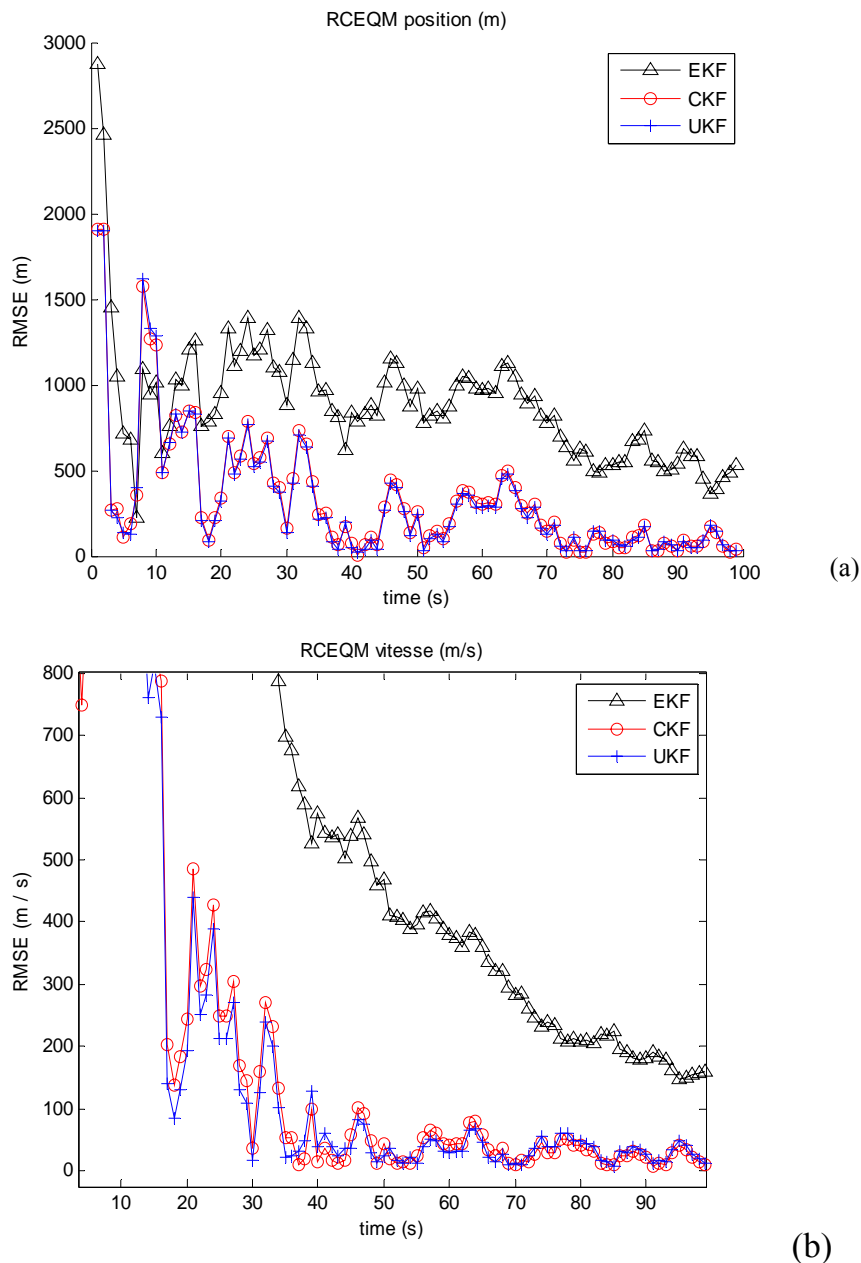


Figure III-8 : Comparaison entre les filtres basée sur le RMSE :
 a) RMSE en position, b) RMSE en vitesse.

I.19 Cas de poursuite d'une cible à grande portée, filtre utilisant les mesures converties débiaisées

Nous avons constaté que même le filtre de Kalman utilisant la transformation cubature CKF a ses limites dans le cas de poursuite à grande portée. D'après Barshalom [BL01], la conversion du repère polaire au repère cartésien, produit un biais modéré si l'expression suivante est vérifiée:

$$\Gamma = \frac{r\sigma_\theta^2}{\sigma_r} < 0.4 \quad (\text{III-55})$$

$$\sigma_\theta < 0.4\text{rad} \approx 23^\circ \quad (\text{III-56})$$

En pratique, ces deux conditions sont satisfaites pour l'ensemble des systèmes radars, mais ceci peut ne pas être le cas pour les systèmes sonars [DY93]. Ceci explique la publication de travaux récents dans ce domaine, où il est proposé d'utiliser le filtrage linéaire avec des mesures d'origine polaire [DY93, MS98, ZX02, FD02, ZC04, ZX04, DM09, JR10]. Nous allons présenter les différentes méthodes permettant d'améliorer la mesure convertie dans le repère cartésien.

I.19.1 Conversion classique et position de problème

Dans la conversion classique, la mesure obtenue dans le repère polaire lié au capteur et exprimée par la portée r_m et l'azimut θ_m est convertie dans le repère cartésien comme suit [DY93] :

$$x_m = r_m * \cos(\theta_m), \quad (\text{III-57})$$

$$y_m = r_m * \sin(\theta_m), \quad (\text{III-58})$$

sachant que la portée r_m et l'azimut θ_m sont affectés par un bruit supposé gaussien est additif, on peut écrire les deux équations précédentes comme suit :

$$x_m = x + \tilde{x} = (r + \tilde{r}) * \cos(\theta + \tilde{\theta}), \quad (\text{III-59})$$

$$y_m = y + \tilde{y} = (r + \tilde{r}) * \sin(\theta + \tilde{\theta}). \quad (\text{III-60})$$

Utilisant les relations trigonométriques en considérant que (x,y) sont les coordonnées réelles de la cible dans le repère cartésien, nous pouvons exprimer les erreurs dans le repère cartésien :

$$\tilde{x} = r \cos(\theta) (\cos(\tilde{\theta}) - 1) - \tilde{r} \sin(\theta) \sin(\tilde{\theta}) - r \sin(\theta) \sin(\tilde{\theta}) + \tilde{r} \cos(\theta) \cos(\tilde{\theta}) \quad (\text{III-61})$$

$$\tilde{y} = r \sin(\theta) (\cos(\tilde{\theta}) - 1) + \tilde{r} \cos(\theta) \sin(\tilde{\theta}) + r \cos(\theta) \sin(\tilde{\theta}) + \tilde{r} \sin(\theta) \cos(\tilde{\theta}) \quad (\text{III-62})$$

Les erreurs selon x et y sont dépendantes et dépendent des vraies valeurs de portée et d'azimut et de leurs erreurs.

Les deux bruit additifs \tilde{r} et $\tilde{\theta}$, affectant la portée et l'azimut, respectivement, sont supposés des variables aléatoires gaussiennes centrées. La moyenne des erreurs (\tilde{x}, \tilde{y}) est donnée par la relation suivante :

$$\mu_t = \begin{bmatrix} E[\tilde{x}|r, \theta] \\ E[\tilde{y}|r, \theta] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cos(\theta) (e^{-0.5\sigma_\theta^2} - 1) \\ r \sin(\theta) (e^{-0.5\sigma_\theta^2} - 1) \end{bmatrix}, \quad (\text{III-63})$$

et la covariance associée a cette erreur est donnée par :

$$\begin{aligned} R_t(1,1) &= \text{var}(\tilde{x}|r, \theta) = r^2 e^{-\sigma_\theta^2} \left[\cos^2(\theta) (\cosh(\sigma_\theta^2) - 1) + \sin^2(\theta) \sinh(\sigma_\theta^2) \right] \\ &\quad + \sigma_r^2 e^{-\sigma_\theta^2} \left[\cos^2(\theta) \cosh(\sigma_\theta^2) + \sin^2(\theta) \sinh(\sigma_\theta^2) \right] \\ R_t(2,2) &= \text{var}(\tilde{y}|r, \theta) = r^2 e^{-\sigma_\theta^2} \left[\sin^2(\theta) (\cosh(\sigma_\theta^2) - 1) + \cos^2(\theta) \sinh(\sigma_\theta^2) \right] \\ &\quad + \sigma_r^2 e^{-\sigma_\theta^2} \left[\sin^2(\theta) \cosh(\sigma_\theta^2) + \cos^2(\theta) \sinh(\sigma_\theta^2) \right] \\ R_t(1,2) &= \text{cov}(\tilde{x}, \tilde{y}|r, \theta) = \sin(\theta) \cos(\theta) e^{-2\sigma_\theta^2} \left[\sigma_r^2 + r^2 (1 - e^{\sigma_\theta^2}) \right] \end{aligned} \quad (\text{III-64})$$

La mesure convertie est affectée par un biais significatif dans le cas de poursuite à grande portée et forte erreur azimutale. Le biais et sa covariance sont fonction des vraies valeurs de portée et d'azimut.

I.19.2 Utilisation de la mesure débiaisée (debiased)

Vue que les vraies valeurs de portée et d'azimut ne sont pas disponibles, Lerro [DY93] a proposé de calculer le biais et la covariance conditionnellement à la mesure polaire bruitée. Les expressions de la moyenne et de la covariance sont alors données par :

$$\mu_a = E[\mu_t(r, \theta)|r_m, \theta_m] = \begin{bmatrix} r_m \cos(\theta_m) (e^{-\sigma_\theta^2} - e^{-0.5\sigma_\theta^2}) \\ r_m \sin(\theta_m) (e^{-\sigma_\theta^2} - e^{-0.5\sigma_\theta^2}) \end{bmatrix}, \quad (\text{III-65})$$

et la covariance associée a cette erreur est donnée par :

$$\begin{aligned} R_a(1,1) &= r_m^2 e^{-2\sigma_\theta^2} \left[\cos^2(\theta_m) (\cosh(2\sigma_\theta^2) - \cosh(\sigma_\theta^2)) + \sin^2(\theta_m) (\sinh(2\sigma_\theta^2) - \sinh(\sigma_\theta^2)) \right] \\ &\quad + \sigma_r^2 e^{-\sigma_\theta^2} \left[\cos^2(\theta_m) (2 \cosh(\sigma_\theta^2) - \cosh(\sigma_\theta^2)) + \sin^2(\theta_m) (2 \sinh(2\sigma_\theta^2) - \sinh(\sigma_\theta^2)) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_a(2,2) &= r_m^2 e^{-2\sigma_\theta^2} \left[\sin^2(\theta_m) (\cosh(2\sigma_\theta^2) - \cosh(\sigma_\theta^2)) + \cos^2(\theta_m) (\sinh(2\sigma_\theta^2) - \sinh(\sigma_\theta^2)) \right] \\
 &\quad + \sigma_r^2 e^{-\sigma_\theta^2} \left[\sin^2(\theta_m) (2 \cosh(\sigma_\theta^2) - \cosh(\sigma_\theta^2)) + \cos^2(\theta_m) (2 \sinh(2\sigma_\theta^2) - \sinh(\sigma_\theta^2)) \right] \\
 R_a(1,2) &= \sin(\theta_m) \cos(\theta_m) e^{-4\sigma_\theta^2} \left[\sigma_r^2 + (r_m^2 + \sigma_r^2) (1 - e^{\sigma_\theta^2}) \right]
 \end{aligned} \tag{III-66}$$

Il est à noter que la covariance dans cette transformation est plus grande que la covariance exacte, ceci va influe sur la consistance du filtre. Nous allons démontrer cela par simulation par la suite. La mesure polaire convertie débiaisée est calculée comme suit :

$$z^c = \begin{bmatrix} x_m^c \\ y_m^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_m \cos(\theta_m) \\ r_m \sin(\theta_m) \end{bmatrix} - \mu_a \tag{III-67}$$

I.19.3 Utilisation de la mesure non biaisée (unbiased)

Dans cette partie nous présentons une compensation de biais presque exacte qui se présente sous forme multiplicative et non additive d'après [MS97, LX98]. La mesure non biaisée est donnée par l'expression suivante :

$$x_m^u = \lambda_\theta^{-1} r_m \cos(\theta_m) \tag{III-68}$$

$$y_m^u = \lambda_\theta^{-1} r_m \sin(\theta_m), \tag{III-69}$$

avec $\lambda_\theta = e^{-0.5\sigma_\theta^2}$.

L'expression de la covariance calculée conditionnellement à la valeur mesurée de la portée (r_m) et de l'azimut (θ_m) est la suivante :

$$\begin{aligned}
 R_u(1,1) &= \text{var}(x_m^u | r_m, \theta_m) = (e^{\sigma_\theta^2} - 2) r_m^2 \cos^2(\theta_m) + \frac{1}{2} (r_m^2 + \sigma_r^2) (1 + e^{-2\sigma_\theta^2} \cos(2\theta_m)) \\
 R_u(2,2) &= \text{var}(y_m^u | r_m, \theta_m) = (e^{\sigma_\theta^2} - 2) r_m^2 \sin^2(\theta_m) + \frac{1}{2} (r_m^2 + \sigma_r^2) (1 - e^{-2\sigma_\theta^2} \cos(2\theta_m)) \\
 R_u(1,2) &= \text{cov}(x_m^u, y_m^u | r_m, \theta_m) = (e^{\sigma_\theta^2} - 2) r_m^2 \sin(\theta_m) \cos(\theta_m) + \frac{1}{2} (r_m^2 + \sigma_r^2) e^{-2\sigma_\theta^2} \sin(2\theta_m)
 \end{aligned} \tag{III-70}$$

Une autres version est proposée par Zhansheng [ZC04] permet de mieux estimer la matrice de covariance toute en conservant les équations III-68 et III-69.

$$R_u(1,1) = \text{var}(x_m^u | r_m, \theta_m) = -e^{\sigma_\theta^2} r_m^2 \cos^2(\theta_m) + \frac{1}{2}(r_m^2 + \sigma_r^2)(1 + e^{-2\sigma_\theta^2} \cos(2\theta_m))$$

$$R_u(2,2) = \text{var}(y_m^u | r_m, \theta_m) = -e^{\sigma_\theta^2} r_m^2 \sin^2(\theta_m) + \frac{1}{2}(r_m^2 + \sigma_r^2)(1 - e^{-2\sigma_\theta^2} \cos(2\theta_m))$$

$$R_u(1,2) = \text{cov}(x_m^u, y_m^u | r_m, \theta_m) = -e^{\sigma_\theta^2} r_m^2 \sin(\theta_m) \cos(\theta_m) + \frac{1}{2}(r_m^2 + \sigma_r^2) e^{-2\sigma_\theta^2} \sin(2\theta_m) \quad (\text{III-71})$$

I.19.4 Utilisation d'une nouvelle conversion basée sur la transformation cubature

Dans cette partie, nous proposons une autre manière de calculer la moyenne et la covariance de la mesure convertie en utilisant la transformation cubature. Sachant que le vecteur de mesure est bidimensionnel, nous avons donc besoin de quatre points sigma. En utilisant les règles de trigonométrie pour simplifier l'expression finale de la moyenne conditionnelle à la mesure polaire (non biaisée) et de sa covariance, déterminées en utilisant la transformation cubature, nous obtenons les relations suivantes (voir Annexe A):

$$x^{cu} = 0.5(1 + \cos(\sqrt{2}\sigma_\theta)) r_m \cos(\theta_m) \quad (\text{III-72})$$

$$y^{cu} = 0.5(1 + \cos(\sqrt{2}\sigma_\theta)) r_m \sin(\theta_m) \quad , \quad (\text{III-73})$$

dont la covariance est donnée par :

$$\begin{aligned} R^{cu}(1,1) &= 0.25(r_m^2 + 4\sigma_r^2) \cos^2(\theta_m) + \\ &\quad 0.5r_m^2 \left(\sin^2(\theta_m) \sin^2(\sqrt{2}\sigma_\theta) - \cos^2(\theta_m) \cos(\sqrt{2}\sigma_\theta) \right) + \\ &\quad 0.25r_m^2 \cos^2(\theta_m) \cos^2(\sqrt{2}\sigma_\theta) \\ R^{cu}(2,2) &= 0.25(r_m^2 + 4\sigma_r^2) \sin^2(\theta_m) + \\ &\quad 0.5r_m^2 \left(\cos^2(\theta_m) \sin^2(\sqrt{2}\sigma_\theta) - \sin^2(\theta_m) \cos(\sqrt{2}\sigma_\theta) \right) + \\ &\quad 0.25r_m^2 \sin^2(\theta_m) \cos^2(\sqrt{2}\sigma_\theta) \end{aligned} \quad (\text{III-74})$$

$$R^{cu}(1,2) = \left(0.25r_m^2 + \sigma_r^2 + 0.5r_m^2 \left(0.5 \cos^2(\sqrt{2}\sigma_\theta) - \sin^2(\sqrt{2}\sigma_\theta) - \cos(\sqrt{2}\sigma_\theta) \right) \right) \sin(\theta_m) \cos(\theta_m)$$

I.19.5 Comparaison entre les différents algorithmes

Dans cette partie nous comparons les différentes méthodes permettant de calculer la moyenne et la covariance d'une variable aléatoire gaussienne ayant subi une transformation non linéaire. La variable aléatoire correspond à $r_m = N(80m, 2m)$ pour la portée et $\theta_m = N(40^\circ, 2^\circ)$ pour l'azimut. Nous avons utilisé 10^6 simulations de Monte Carlo pour générer le nuage après transformation non linéaire, voir figure III-9.

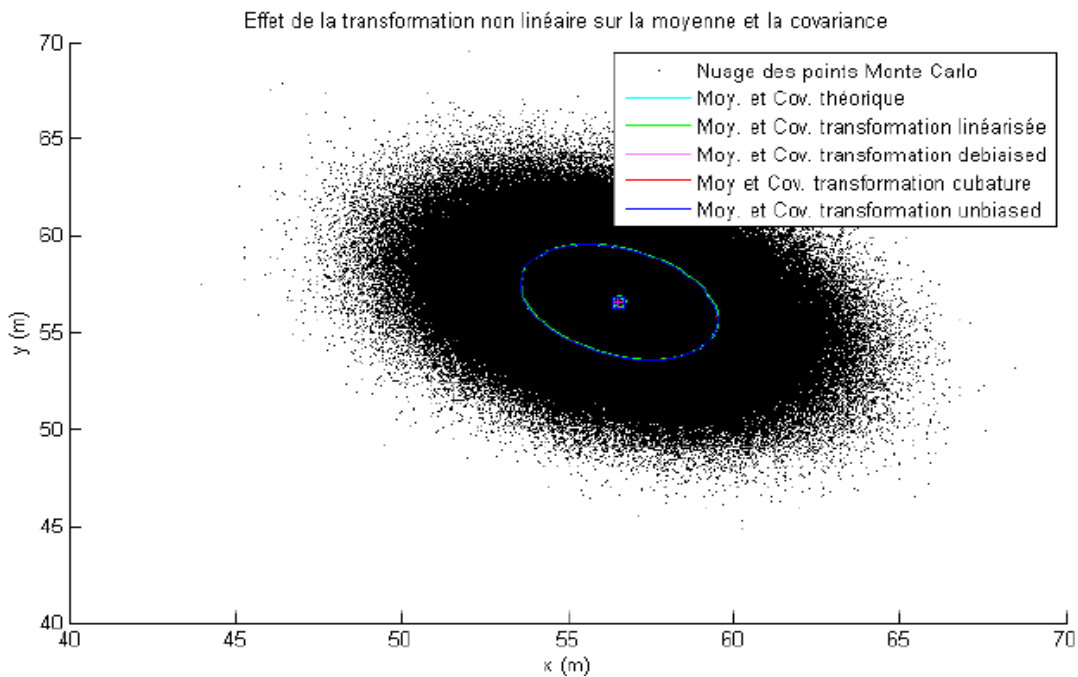


Figure III-9 : Transformation d'une variable aléatoire représentée dans le repère polaire vers le repère cartésien en utilisant 10^6 réalisations de Monte Carlo. Moyenne et Covariance estimées par les différentes transformations représentées pour $\sigma_\theta = 2^\circ$.

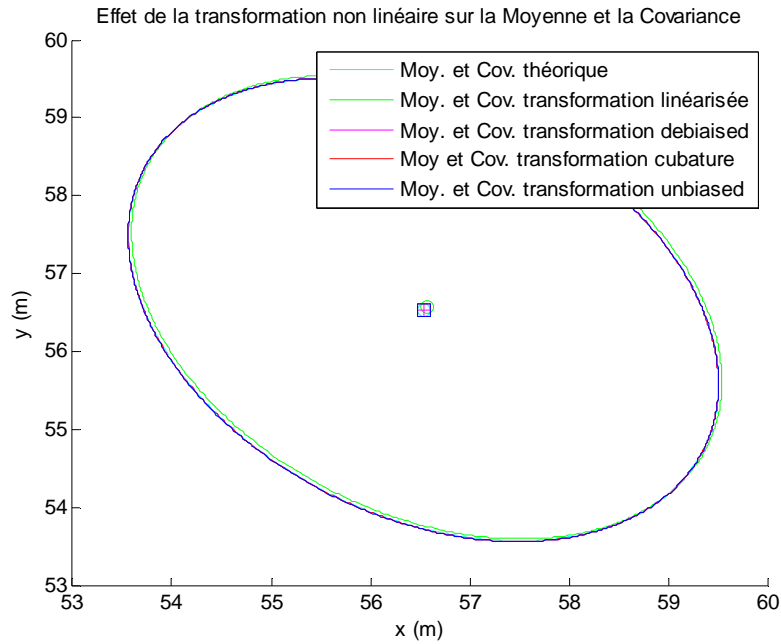


Figure III-10 : Représentation de la moyenne et de la covariance, estimées par différentes méthodes, d'une variable aléatoire gaussienne générée dans le repère polaire et transformée vers le repère cartésien, pour $\sigma_\theta = 2^\circ$.

D'après les deux figures III-9 et III-10, nous constatons que la moyenne et la covariance estimées par l'ensemble méthodes coïncident lorsque l'écart type azimutal est modéré.

Lorsqu'on augmente l'écart type de la variable aléatoire correspondant à l'azimut à 20° . Le nuage obtenu par un million de réalisations de Monte Carlo est représenté à la figure III-11 dans le repère cartésien.

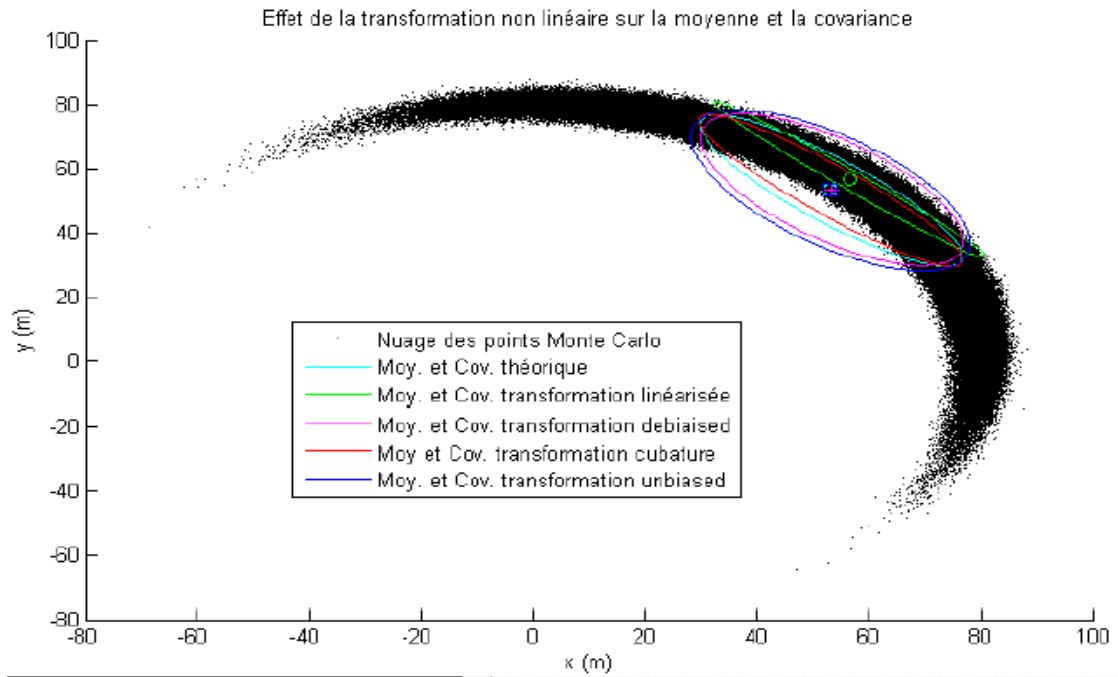


Figure III-11 : Transformation d'une variable aléatoire représentée dans le repère polaire vers le repère cartésien en utilisant 10^6 réalisations de Monte Carlo. Moyenne et Covariance estimées par les différentes transformations représentées pour $\sigma_\theta = 20^\circ$.

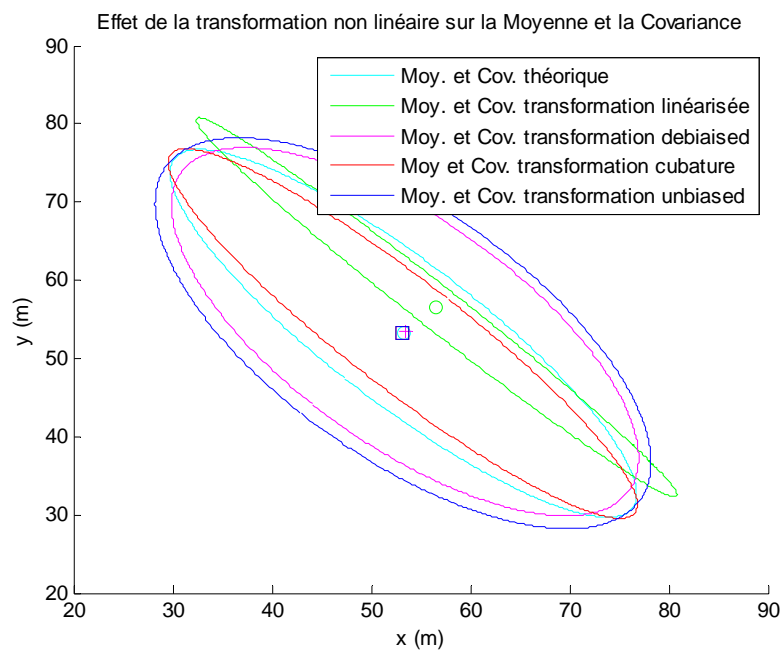


Figure III-12 : Représentation de la moyenne et de la covariance, estimées par différentes méthodes, d'une variable aléatoire gaussienne générée dans le repère polaire et transformée vers le repère cartésien, pour $\sigma_\theta = 20^\circ$.

Nous remarquons d'après ces résultats, figures III-11 et III-12, que la meilleure estimation de la moyenne et de la covariance de la variable aléatoire dans le repère cartésien après conversion est fournie par la transformation cubature. Pour une analyse détaillée nous comparons les rapports entre les surfaces formées par les covariances déterminées par les méthodes citées auparavant et celle déterminée par les simulations de Monte Calo, nommés R_s , en fonction de la variance d'azimut ($\sigma_\theta = 0.2^\circ$ à $\sigma_\theta = 20^\circ$) à la figure III-13 et en fonction du rapport $\Gamma = \frac{r_m \sigma_\theta^2}{\sigma_r}$ à la figure III-14.

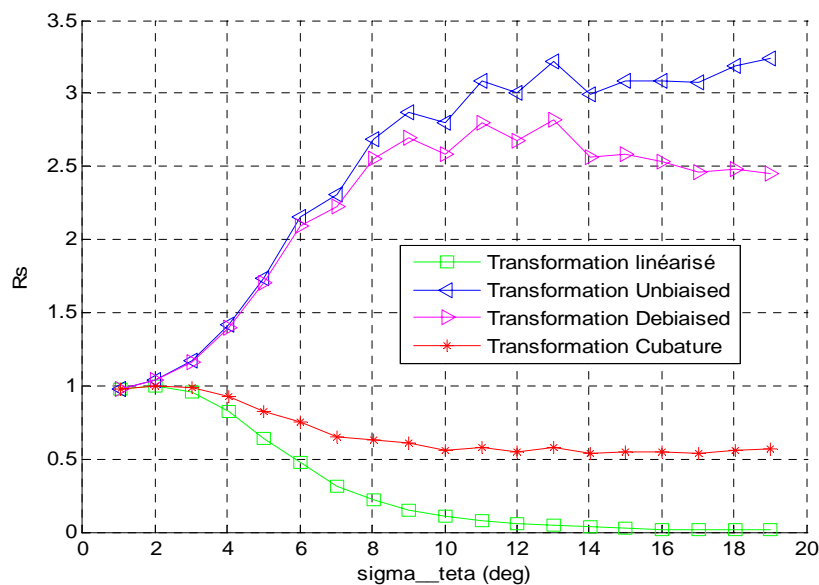


Figure III-13 : Rapports entre les surfaces formées par les covariances calculées par les différentes méthodes et celle calculée moyennant 10^6 réalisations de Monte Carlo, en fonction de σ_θ .

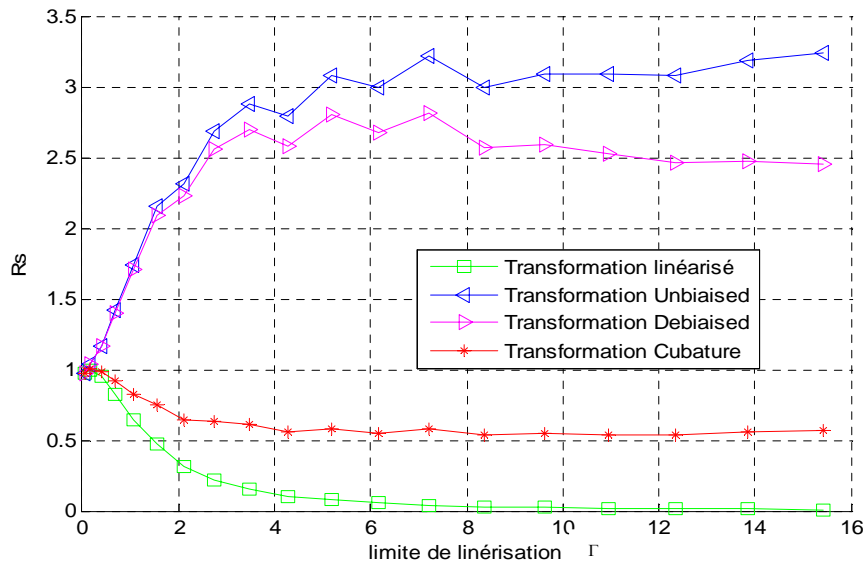


Figure III-14 : Rapport entre les surfaces formées par les covariances calculées par les différentes méthodes et celle calculée moyennant 10^6 réalisations de Monte Carlo, en fonction

$$\text{du rapport } \Gamma = \frac{r_m \sigma_\theta^2}{\sigma_r}$$

D’après la figure III-13, les différentes méthodes approximent correctement la covariance associée à la mesure convertie pour $\sigma_\theta < 3^\circ$. Pour $\sigma_\theta > 3^\circ$, les méthodes débiaisé et unbiased surestime la matrice de covariance, alors que la méthode linéarisée produit une covariance inférieure à celle déterminée par les simulations de Monte Carlo. La meilleure estimation de la covariance est obtenue avec la transformation Cubature.

Nous constatons que la méthode que nous avons proposée et la transformation non biaisée donnent une estimation proche de celle déterminée sur la base de 10^6 de Monte Carlo.

I.19.6 Application des différentes transformations à la poursuite

Dans cette partie nous comparons les différentes méthodes qui déterminent la moyenne et la covariance de la mesure convertie, associées à un simple filtre de Kalman linéaire pour la poursuite d’une cible.

La cible se trouve à une portée initiale de 70km et un azimuth de 45° [DY93]. Elle se déplace à une vitesse constante de 15m/s. le bruit de système est supposé égal à 0.01m/s^2 et la durée de la trajectoire est de 500s avec un pas d’échantillonnage de 1s, voir figure III-15. Concernant le bruit de mesure, nous allons considérer deux scénarios. Dans les deux scénarios le bruit affectant la portée a un écart type égal à

100m, par contre celui affectant l'azimut possède un écart type de 0.2° dans le premier scénario et de 20° dans le second scénario. Ces deux scénarios ont été choisis de sorte que dans le premier scénario le critère de validité de la linéarisation est vérifié :

$\Gamma = \frac{r_m \sigma_\theta^2}{\sigma_r} \ll 0.4$, alors que dans le second scénario il ne l'est pas.

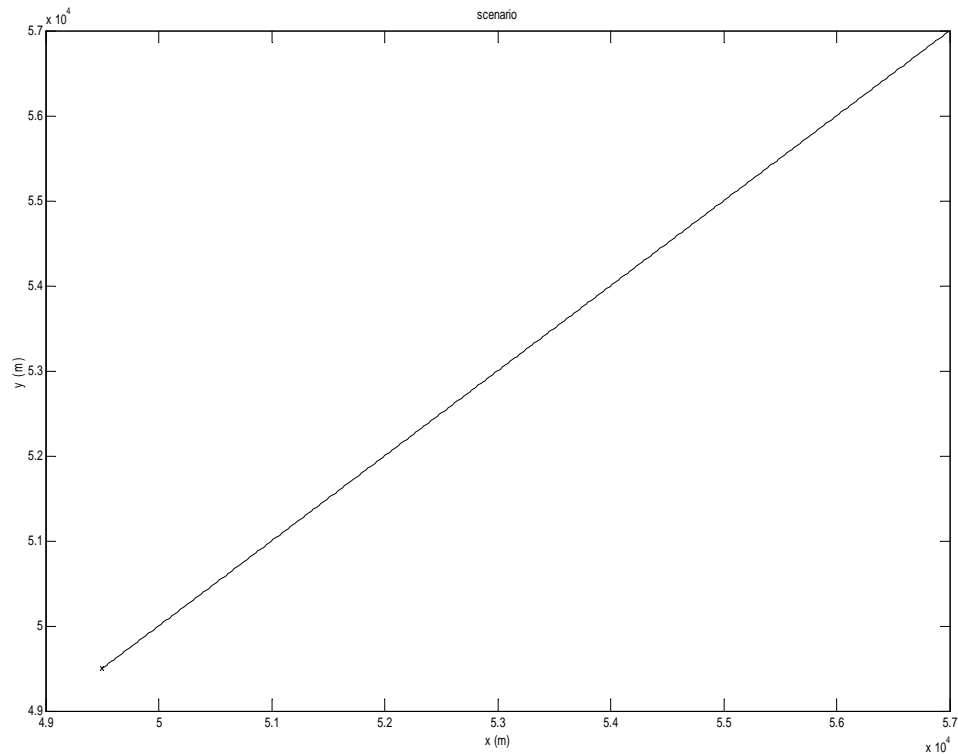


Figure III-15 : Trajectoire de la cible.

Les filtres comparés sont, le filtre de Kalman étendu (EKF), le filtre de Kalman Cubature (CKF), le filtre de Kalman linéaire utilisant la mesure convertie non biaisée, UCMKF [JR10, ZX04, ZC04], le filtre de Kalman utilisant la mesure convertie débiaisée, DCMKF[BL01, DY93], et notre nouveau filtre de Kalman linéaire utilisant la transformation cubature pour le calcul de la mesure convertie non biaisée, nommé NEWCMKF.

Pour le scénario I, la figure III-16, présente le RMSE en position et en vitesse obtenus moyennant 10000 réalisations de Monte Carlo, tandis que la consistance des filtres basée sur le ANEES en position est représentée à la figure III-17.

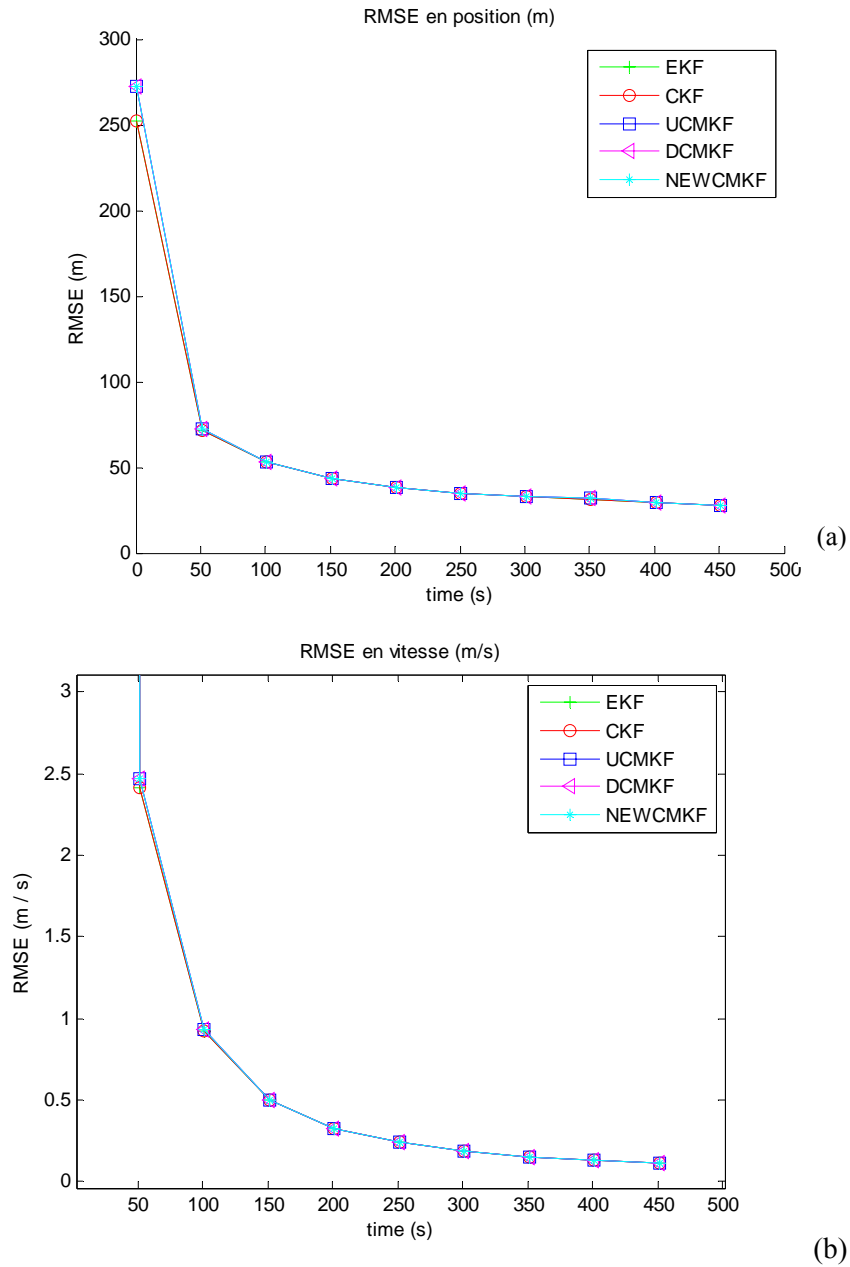


Figure III-16 : Représentation du RMSE pour $\sigma_{\theta} = 0.2^{\circ}$:
 a) RMSE en position, b) RMSE en vitesse.

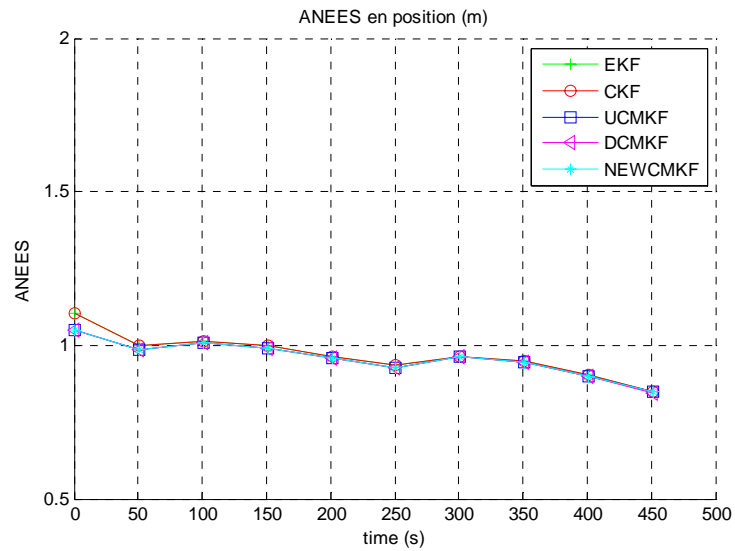
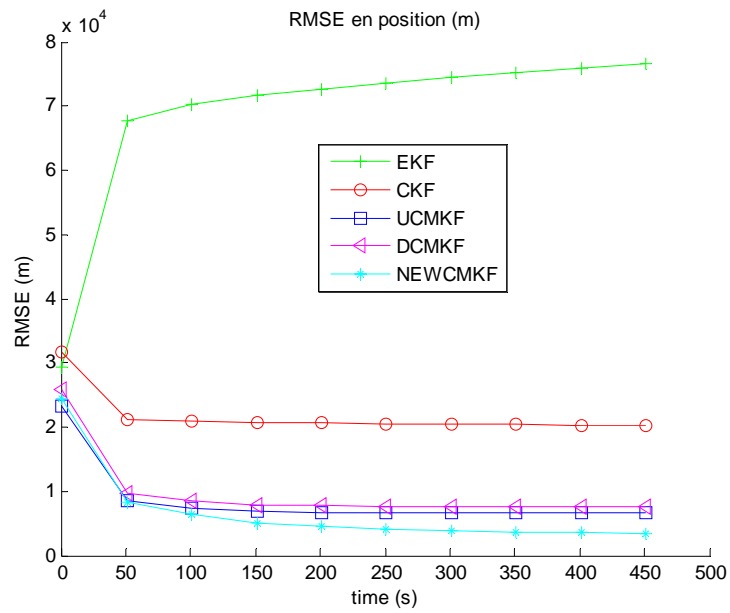


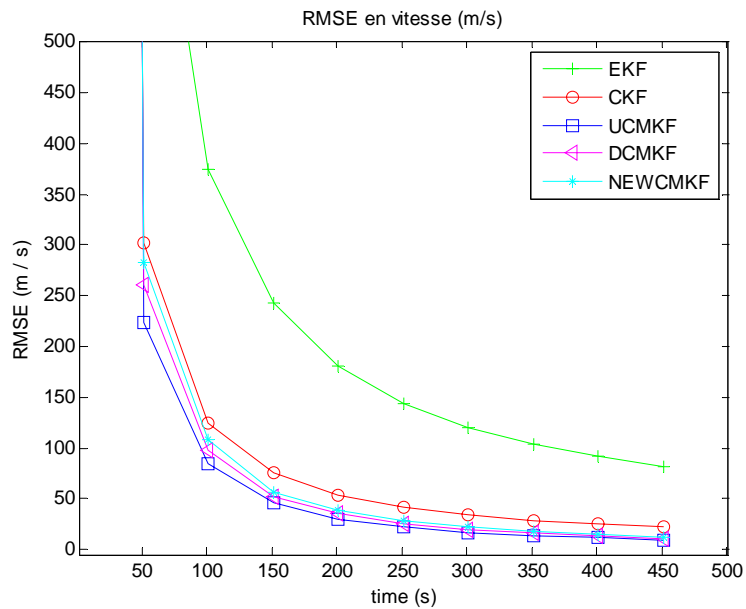
Figure III-17 : Critère de consistance, ANEES en position pour $\sigma_\theta = .2^\circ$.

Comme on peut l'observer dans le cas du scénario I, l'ensemble des filtres ont presque les mêmes performances en terme de RMSE et en terme de consistance.

Les résultats concernant le second scénario sont présentés aux figures III-18 et III-19.

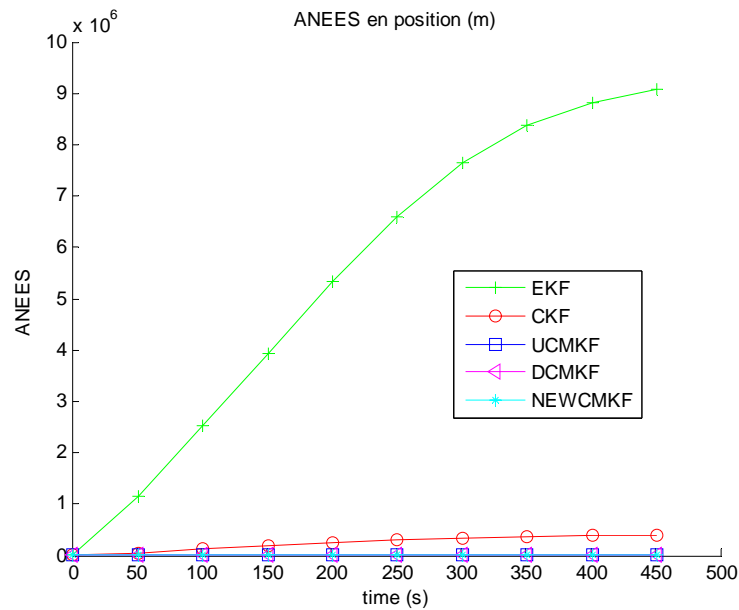


(a)

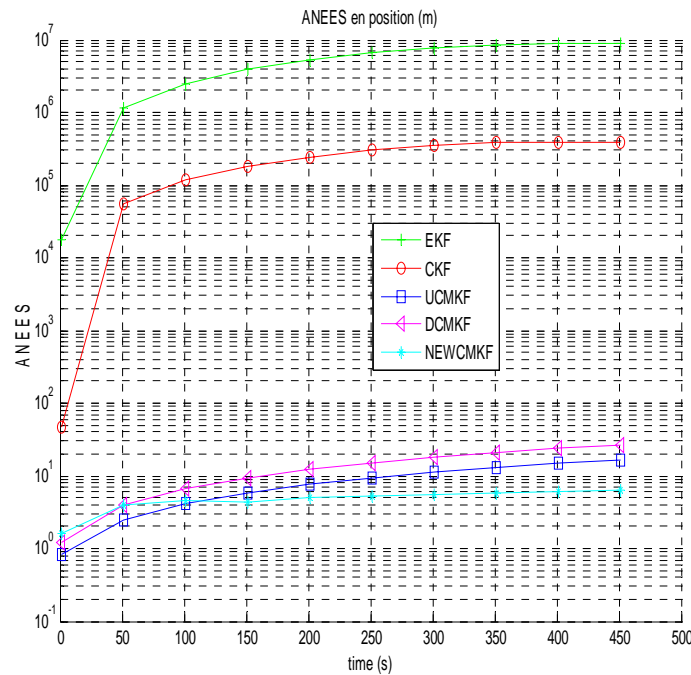


(b)

Figure III-18 : Représentation du RMSE pour $\sigma_\theta = 20^\circ$: a) RMSE en position, b) RMSE en vitesse.



(a)



(b)

Figure III-19 : Critère de consistance, ANEES en position pour $\sigma_\theta = 20^\circ$: a) représentation linéaire, b) représentation en semi-log.

D'après la figure III-18, qui présente le RMSE en position et en vitesse, le filtre EKF diverge et les performances du filtre CKF se dégradent par rapport à celles des filtres UCMKF, DCMKF et NEWCMKF, qui possèdent les meilleures performances. Les résultats du test de la consistance, basée sur le ANEES, présentés à la figure III-19 confirment les résultats concernant le RMSE.

I.20 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté quelques variantes du filtre de Kalman appliquées au cas non linéaire. Le premier est le filtre de Kalman étendu EKF, où le problème de la non linéarité est résolu en procédant à une linéarisation basée sur le développement en série de Taylor au premier ordre. Le fait de négliger les termes HOT dans l'approximation de la fonction non linéaire ajoute, d'autres types d'erreurs qui peuvent causer la divergence de l'algorithme EKF. Une autre méthode d'approximations qui permet d'avoir de meilleures performances a été présentée, il s'agit de la transformation Unscented qui utilise la notion des points sigmas pondérés.

Un autre outil puissant a été développé récemment et qui se base sur le calcul numérique d'une intégrale multidimensionnelle en utilisant les points sigmas cubatures. L'avantage de cet outil est qu'il permet d'approximer mieux les statistiques d'une variable aléatoire après une transformation non linéaire, comparativement à l'EKF ou l'UT, sans oublier le nombre réduit de points sigmas qu'il utilise. La comparaison entre les différents filtres non linéaires en terme, de RMSE en position et en vitesse, a permis de constater la supériorité des deux filtres UKF et CKF.

Cependant les performances de ces deux filtres se dégradent dans le cas d'une mesure angulaire fortement bruitée surtout lorsque la portée est grande. Une meilleure approche dans ce cas là consiste à convertir la mesure polaire en mesure cartésienne qu'il faudra débiaiser. Notre contribution dans ce domaine a été d'utiliser la transformation cubature pour cela. Nous avons nommée le filtre obtenu NEWCMKF. La comparaison par rapport à d'autres types de filtres de même famille a permis de valider ce filtre pour le cas de la poursuite d'une cible à grande portée et à fort bruit azimutal.

CHAPITRE IV :

**APPLICATION DE L'ALGORITHME À
MODÈLES MULTIPLES À LA POURSUITE
D'UNE CIBLE MANOEUVRANTE**

I.21 Introduction

Dans ce chapitre, nous nous intéressons au problème de la poursuite d'une cible manœuvrante, où la détection avec précision de l'instant du début et de la fin de la manœuvre est cruciale. Cette détection est problématique en raison de l'aspect aléatoire de la manœuvre. En effet, la manœuvre a souvent lieu à des instants imprévisibles et avec des amplitudes variées. Ceci se traduit par une probabilité élevée de perte de la trace de la cible poursuivie, situation dramatique pour les systèmes de surveillance civiles et militaires. La détection de la manœuvre est nécessaire pour le choix du modèle dynamique approprié dans les algorithmes de pistage. En effet, le modèle dynamique pour un mobile qui se déplace en une ligne droite avec une vitesse constante est différent de celui du mobile qui se déplace avec une certaine accélération ou qui manœuvre. De plus, la trajectoire d'un mobile est généralement composée de plusieurs phases alternées de mouvements avec et sans manœuvre. En pratique, le choix du modèle conditionne en grande partie la qualité de la poursuite. Plusieurs travaux de recherches ont été consacrés au problème de poursuite des cibles manœuvrantes. Certains proposent d'intégrer un détecteur de manœuvre afin d'améliorer la qualité de la poursuite. En prenant en considération la nature aléatoire de la manœuvre, Singer [RS70] modélisa l'accélération par un processus aléatoire ayant une auto-corrélation exponentielle bien connue. Cependant, l'analyse des performances de cet algorithme montre qu'il permet d'améliorer la précision de la poursuite pendant les phases manœuvrantes, mais en contre partie cette précision se dégrade pendant les phases non manœuvrantes. Castella [FC80] proposa alors un algorithme qui effectue un ajustement continu du niveau du bruit de processus. Nous avons proposé d'ajuster le niveau du bruit de processus en utilisant la logique floue [DK02]. Toutefois, le problème qui se pose avec l'utilisation de ces algorithmes est le retard dans la détection du début et de la fin de la manœuvre [BH00].

D'autres solutions ont été proposées, comme l'algorithme à estimation d'entrée, IE (Imput Estimation), proposé pour la première fois par Chan [CH79], et l'algorithme avec vecteur d'état à dimension variable, VD (Variable Dimension) [MS92]. L'inconvénient de ces algorithmes est l'augmentation soudaine de la charge de calcul lorsque la manœuvre est détectée, en plus du retard de détection. Woolfson a décrit et comparé dans son article [WO85] plusieurs détecteurs de manœuvres, cités dans la littérature pour la poursuite d'une cible manœuvrante.

Toutes les méthodes déjà décrites précédemment sont basées sur l'utilisation d'un détecteur de manœuvre, leurs performances sont en fait limitées principalement par le retard de détection du début et de la fin de manœuvre. Ce retard engendre de

larges erreurs quand la cible change de dynamique. L'algorithme à modèles multiples, MM (Multiple Models), pallie cette limitation en employant un ensemble de modèles pour décrire la dynamique de la cible, tout en assurant une transition lisse entre les modèles. Une description de cette méthode est donnée par X. Rong [XV05]. La transition entre les modèles est supposée suivre un processus de Markov. La solution optimale est d'une complexité très élevée. Il est donc nécessaire de lui substituer une solution sous-optimale de complexité plus réduite. Ceci a été fait par Haddidi et Schwartz dans [HS78] et Tugnait et Haddad dans [TH79] qui ont présenté un algorithme qu'ils ont appelé 'Algorithme de Généralisation Pseudo-Bayésienne (G.P.B)'. Une autre version sous-optimale qui a connu une large utilisation dans le domaine de la poursuite d'une cible manœuvrante, est appelé l'Algorithme à Modèles Multiples Interagissant (IMM, Interacting multiple models) [BL01, XV05]. Ce dernier filtre sera décrit dans ce chapitre, car il présente un bon compromis entre complexité et performances, si le choix à priori des paramètres des modèles et des probabilités de transition est bien fait [BL01].

Nous avons constaté que, pour la poursuite d'une cible manœuvrante, le remplacement du filtre de Kalman du second ordre par sont équivalent à gains fixes, le filtre α - β conserve la précision de la poursuite, tout en réduisant la charge de calcul. La même constatation a été faite concernant le remplacement du filtre de Kalman de troisième ordre par le filtre α - β - γ , pour la poursuite d'une cible manœuvrante. Ces deux dernière remarques nous ont amené à proposer le remplacement des filtres de Kalman de deuxième et troisième ordre, utilisés dans l'algorithme IMM, par leurs équivalents à gains fixes. Le nouvel algorithme, nommé FastIMM, se distingue par sa simplicité et sa rapidité d'exécution qui peut atteindre le double de celle du filtre IMM. Une comparaison des performances entre le filtre IMM et le filtre FastIMM en fonction des paramètres : temps d'échantillonnage T, matrice des probabilités de transition et niveau du bruit de système, nous a permis de valider l'algorithme. L'algorithme proposé est simple à implémenter sur des calculateurs à ressources limitées.

I.22 Filtre à modèles multiples (MM : Multiples Modèles)

Dans cette approche, un ensemble de modèles est utilisé pour décrire le mouvement d'une cible. La transition d'un modèle à un autre peut avoir lieu à n'importe quel instant en suivant une chaîne de Markov. On présente, dans un premier temps succinctement l'approche **MM**, puis dans un second temps, on décrira avec plus de détails l'algorithme **IMM** (**I**nteracting **M**ultiples **M**odels).

Soit un ensemble de modèles, $E_M = \{M_1, M_2, \dots, M_n\}$, chacun décrivant un comportement dynamique particulier de la cible. Le modèle actif a un instant donné appartient à cet ensemble de modèles. La probabilité pour que le modèle M_j soit actif à l'instant t_0 est donnée par:

$$P\{M_j | Z^0\} = \mu_j(0) \quad (\text{IV-1})$$

où Z^0 est l'information a priori. La somme des probabilités associées à l'ensemble des modèles est égale à 1.

$$\sum_{j=1}^n \mu_j(0) = 1 \quad (\text{IV-2})$$

I.22.1 Filtre à modèles multiple statique

Cet estimateur est basé sur l'hypothèse que le modèle du mouvement que suit la cible est le même du début jusqu'à la fin de la phase de poursuite. En appliquant le théorème de Bayes, la probabilité à posteriori pour que le modèle M_j soit actionné, à l'instant k , est calculée par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \mu_j(k) &= P\{M_j | Z^k\} = P\{M_j | z(k) / Z^{k-1}\} = \frac{p[z(k) | Z^{k-1}, M_j] P\{M_j | Z^{k-1}\}}{p[z(k) | Z^{k-1}]} \\ &= \frac{p[z(k) | Z^{k-1}, M_j] P\{M_j | Z^{k-1}\}}{\sum_{i=1}^n p[z(k) | Z^{k-1}, M_i] P\{M_i | Z^{k-1}\}} \\ &= \frac{P\{v_j(k)\} \mu_j(k-1)}{\sum_{i=1}^n P\{v_i(k)\} \mu_i(k-1)} = \frac{\Lambda_j(k) \mu_j(0)}{\sum_{i=1}^n \Lambda_i(k) \mu_i(0)} \quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (\text{IV-3})$$

où $\Lambda_j(k)$ est la fonction de vraisemblance associée aux mesures reçues à l'instant k , sachant que le modèle M_j est actif. Elle est donnée par :

$$\Lambda_j(k) = p[z(k) | Z^{k-1}, M_j] = p[v_j(k)] = N[v_j(k); 0, S_j(k)] \quad (\text{IV-4})$$

avec $P\{v_j(i)\}$ la densité de probabilité de l'innovation $v_j(k)$ et $S_j(k)$ sa matrice de covariance, relatives au modèle M_j . Cette densité de probabilité est supposée être Gaussienne, son expression est :

$$p\{v_j(i)\} = |2\pi S_j(i)|^{-1/2} \exp\left[-\frac{1}{2} v_j^T S_j^{-1}(i) v_j\right] \quad (IV-5)$$

Ainsi chaque filtre de Kalman correspondant à un mode particulier d'un mouvement de la cible est alimenté par son état estimé et sa covariance. La probabilité pour que le modèle soit correcte est déterminée par l'équation IV-3 en utilisant le calcul de la vraisemblance suivant l'équation IV-4. Dans le cas du filtrage non linéaire, nous utilisons le filtre EKF, CKF ou UKF au lieu du filtre de Kalman.

Le filtre MM statique est constitué d'un banc de filtres tel qu'illustré dans la figure suivante.

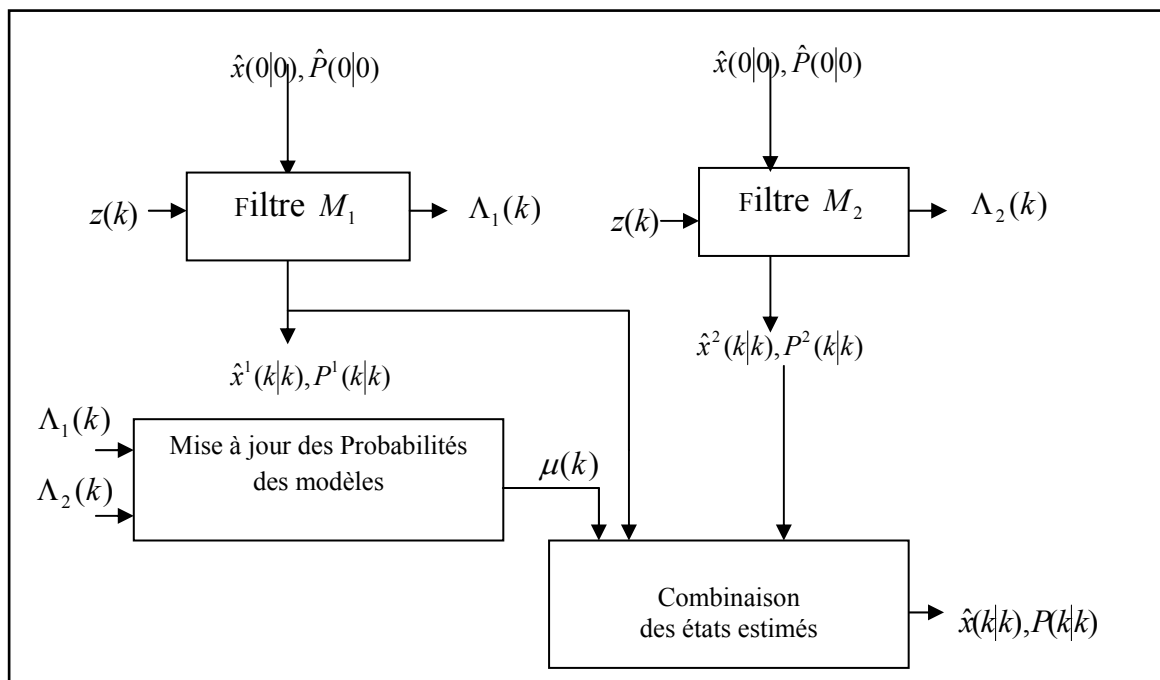


Figure IV-1 : Filtre IMM statique à deux modèles.

Une fois les filtres sont initialisés, ils fonctionnent récursivement en utilisant leurs propres estimées $\hat{x}^j(k|k)$ et leurs covariances $P^j(k|k)$. L'estimée globale est obtenue de la manière suivante :

$$\hat{x}(k|k) = \sum_{j=1}^n \mu_j(k) \hat{x}^j(k|k) \quad (IV-6)$$

et sa matrice de covariance est donnée par :

$$P(k|k) = \sum_{j=1}^n \mu_j(k) \left\{ P^j(k|k) + [\hat{x}^j(k|k) - \hat{x}(k|k)][\hat{x}^j(k|k) - \hat{x}(k|k)]' \right\} \quad (IV-7)$$

Ces deux dernières équations sont correctes si les suppositions suivantes sont vérifiées :

- Le modèle correspondant au mouvement de la cible appartient à l'ensemble des modèles existants dans le banc de filtre.
- Le même modèle de mouvement reste fonctionnel depuis l'instant initial.

Pour la première condition est raisonnable, par contre la deuxième peut ne pas être vérifiée si une manœuvre a lieu dans l'intervalle $[1, k]$, dans ce cas le modèle de mouvement change et il faut que le modèle utilisé dans le filtre MM change aussi. On parle alors de filtre MM dynamique.

I.22.2 Filtre à modèles multiple dynamique

Dans ce type de filtre, le changement de dynamique de la cible poursuivie durant le temps est pris en considération. Nous supposons que le saut d'un modèle à un autre suit une chaîne de Markov avec une probabilité de transition connue :

$$p_{ij}^{\Delta} = P\{M(k) = M_j | M(k-1) = M_i\} \quad (IV-8)$$

Cette probabilité de transition est supposée invariante dans le temps et indépendante de l'état. Nous nous intéressons seulement à un cas particulier du filtre MM dynamique, qui est le filtre IMM. Il est traité en détail dans le paragraphe suivant. Pour les autres types des filtres MM dynamique, voir [BL01, XV05].

I.22.3 Filtre à Modèles Multiples Interagissant (IMM)

Le diagramme de l'algorithme IMM est illustré à la figure IV-2, pour le cas de deux modèles.

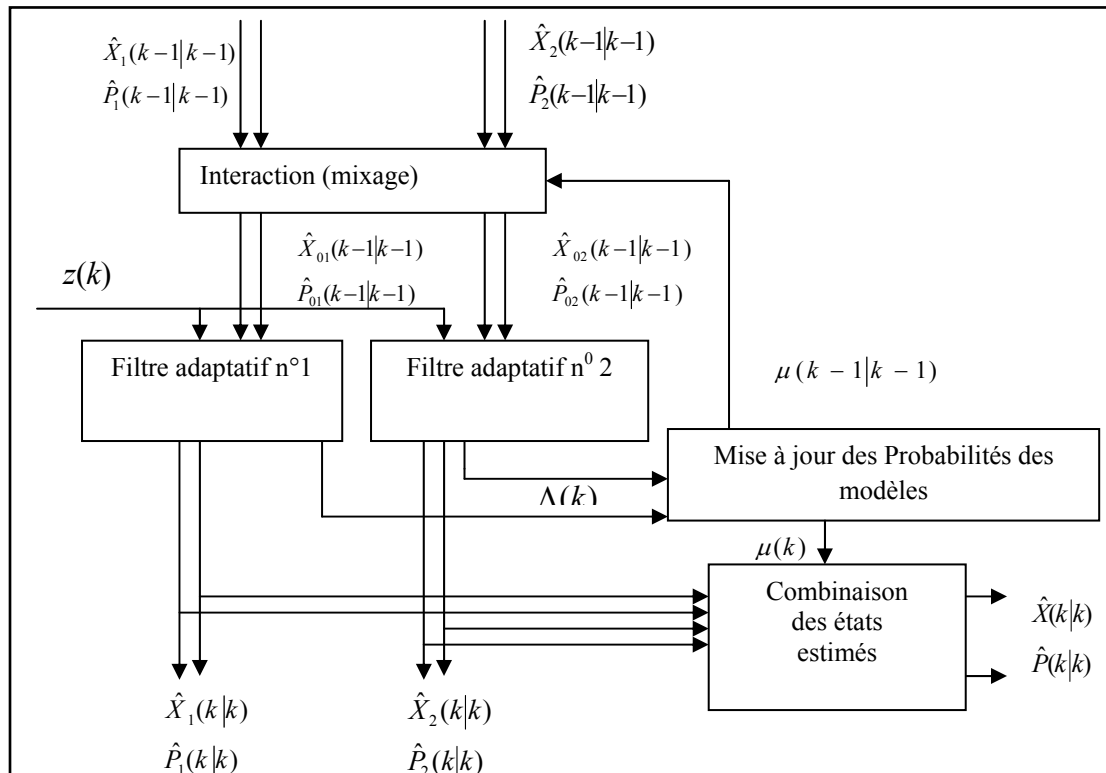


Figure IV-2 : Filtre IMM à deux modèles.

L'algorithme appelé **IMM (Interacting Multiple Models)**, est le plus utilisé dans les applications de poursuite d'une cible manœuvrante, en raison du bon compromis qu'il réalise entre performance et complexité. Il est approprié aux problèmes de poursuite d'une cible à l'aide de plusieurs capteurs. Il consiste à utiliser un ensemble fini de modèles pouvant décrire tous les mouvements possibles que peut effectuer une cible. Un ensemble de modèles fonctionnant en parallèle et interagissant entre eux est utilisé pour décrire voir même les mouvements dont le modèle n'est pas disponible.

Les modèles utilisés peuvent avoir différentes structures. Ils peuvent avoir également différents niveaux de bruit de système, en particulier, un faible bruit pour les modèles décrivant le mouvement d'une cible non manœuvrante, et un fort niveau de bruit pour les modèles décrivant un mouvement avec manœuvre.

La transition entre les différents modèles est supposée être probabiliste (généralement de nature Markovienne). Pour une probabilité de transition nulle dans la chaîne de Markov, le filtre IMM tend vers le filtre statique MM (Multiple Models).

L'algorithme **IMM** possède les propriétés suivantes: structure de forme récursive et modulaire avec une charge de calcul fixe. Chaque cycle contient trois étapes essentielles: interaction (mixage), filtrage, et mélange. A l'instant k , l'initialisation de

l'ensemble des filtres, chacun correspondant à un modèle particulier, est effectuée en mixant les estimées fournies par les différents filtres à l'instant précédent. Les différents filtres opèrent en parallèle délivrant chacun l'état prédit et l'état estimé et leurs covariances. L'état estimé global est alors obtenu en pondérant les états estimés individuels par les probabilités des différents modèles. La covariance de l'état estimé global est également évaluée en utilisant ces probabilités.

I.22.3.1 Les étapes d'implémentation du filtre IMM

La structure du filtre IMM est présentée à la figure IV-2 [DA2001, BB92, PB96]. On y distingue les trois étapes à exécuter pour chaque cycle de l'IMM, à savoir l'interaction, le filtrage et le mélange. Avant de décrire ces étapes, nous allons définir les notations utilisées :

- Z^k : l'ensemble de mesures reçues jusqu'à l'instant k ,
- $\hat{X}(i|j)$: l'état estimé à l'instant i sachant l'ensemble des mesures Z^j ,
- $P(i|j)$: la matrice de covariance associée à $\hat{X}(i|j)$,
- $N(y, \bar{y}, P)$ désigne la densité de probabilité d'une variable gaussienne y avec une moyenne \bar{y} et une covariance P .

Les quantités relatives au mode j sont notées avec un indice j .

a) Interaction

Pour $i, j=1, \dots, n$.

La probabilité d'interaction est calculée à l'aide de la formule :

$$\mu_{i/j}(k-1|k-1) = \frac{1}{\bar{c}_j} p_{ij} \mu_i(k-1),$$

avec \bar{c}_j le facteur de normalisation donné par :

$$\bar{c}_j = \sum_{i=1}^n p_{ij} \mu_i(k-1),$$

L'estimée initiale et sa covariance pour le filtre j sont calculées par :

$$\hat{X}_{0j}(k-1|k-1) = \sum_i^n \hat{X}_i(k-1|k-1) \mu_{i/j}(k-1|k-1),$$

$$P_{0j}(k-1|k-1) = \sum_{i=1}^n \left\{ P_i(k-1|k-1) + \left[\hat{X}_i(k-1|k-1) - \hat{X}_{0j}(k-1|k-1) \right] \left[\hat{X}_i(k-1|k-1) - \hat{X}_{0j}(k-1|k-1) \right]^T \right\} \mu_{i/j}$$

b) Filtrage

Pour $i, j=1, \dots, n$.

Pour chaque filtre on calcule l'état prédit $\hat{X}_j(k|k-1)$, sa covariance

$P_j(k|k-1)$, l'estimée $\hat{X}_j(k/k)$ et sa covariance $P_j(k/k)$, comme suit :

$$\hat{X}_j(k|k-1) = F_j(k-1)\hat{X}_{0j}(k-1|k-1),$$

$$P_j(k|k-1) = F_j(k-1)P_{0j}(k-1|k-1)F_j(k-1)^T + Q_j,$$

$$\hat{X}_j(k/k) = \hat{X}_j(k|k-1) + K_j(k)v_j(k),$$

$$P_j(k/k) = P_j(k|k-1) - K_j(k)S_j(k)K_j^T.$$

où :

$v_j(k) = z(k) - \hat{z}_j(k|k-1)$ représente l'innovation,

$S_j(k) = H_j(k)P_j(k|k-1)H_j^T(k) + R_j(k)$ est la covariance associée à l'innovation $v_j(k)$,

$W_j(k) = P_j(k|k-1)H_j^T(k)S_j^{-1}(k)$ est le gain du filtre de Kalman,

c) Mélange

Pour $j=1, \dots, n$.

L'estimée globale et sa covariance sont déterminées par les expressions suivantes :

$$\hat{X}(k/k) = \sum_{j=1}^n \hat{X}_j(k/k)\mu_j(k),$$

$$P(k/k) = \sum_{j=1}^n \left\{ P_j(k/k) + [\hat{X}_j(k/k) - \hat{X}(k/k)][\hat{X}_j(k/k) - \hat{X}(k/k)]^T \right\} \mu_j(k),$$

où $\Lambda_j(k) = N(v_j(k), 0, S_j(k))$ la fonction de vraisemblance associée au modèle J ,

avec $\mu_j(k)$ est la probabilité du modèle J , donnée par :

$$\mu_j(k) = \frac{1}{c} \Lambda_j(k) \sum_{i=1}^n p_{ij} \mu_i(k-1),$$

et c est le facteur de normalisation donné par :

$$c = \sum_{s=1}^r \Lambda_s(k) \left[\sum_{i=1}^n p_{is} \mu_i(k-1) \right].$$

I.22.3.2 Choix des modèles

La complexité et la qualité des modèles doivent être considérées dans la conception de l'algorithme de poursuite IMM. Généralement, les modèles utilisés dans la configuration IMM regroupent un modèle à vitesse constante CV pour décrire le régime sans manœuvre et un ensemble de modèles modélisant la manœuvre d'une manière exacte ou approximative. Cependant, il est à noter que l'augmentation du nombre de modèles permettant de couvrir certaines dynamiques surcharge le système de poursuite (temps de calcul) sans garantir de meilleures performances, à cause de la compétition entre les modèles. La modélisation précise des différents segments de la trajectoire d'une cible améliore d'avantages les résultats de poursuite.

Un mouvement sans manœuvre est décrit par un modèle CV et un mouvement manœuvrant peut être décrit par [BL01]:

- ✓ Un ou plusieurs modèles CV à différents niveaux du bruit de processus,
- ✓ Un modèle à accélération constante CA,
- ✓ Un modèle à vitesse rotationnelle constante CT (vitesse de rotation connue), désigné par la suite par l'abréviation CT1,
- ✓ Un modèle à vitesse rotationnelle constante CT (vitesse de rotation inconnue), noté par la suite CT2.

Les modèles CV, CA, CT1 et CT2 ont été décrits en détails dans le chapitre I.

I.22.3.3 Choix du niveau de bruit de processus

Le choix du niveau de processus de chaque modèle dans l'algorithme IMM a une importance capitale. Ce dernier est lié au niveau de la manœuvre dans le cas du modèle décrivant le mouvement manœuvrant (Modèle CA). Pour ce type de modèle Bar-Shalom dans [BL95, BL95_1] propose que pour une manœuvre exécutée par la cible ayant une accélération maximale a_{\max} , l'écart type du bruit de système choisi doit vérifier la condition suivante :

$$\frac{a_{\max}}{2} \leq \sigma_v \leq a_{\max} \quad (\text{IV-9})$$

Dans le cas des modèles CT, l'écart type de bruit de système influant sur la vitesse de la rotation angulaire doit être choisi de faible valeur.

I.22.3.4 Choix du type de filtre

Le choix du type de filtre influe fortement sur le comportement du filtre IMM. Prenons le cas où les modèles sont tous des modèles linéaires, le filtre de Kalman suffit, par contre dans le cas où le modèle est non linéaire, on peut utiliser soit le filtre de Kalman étendu EKF, soit le filtre Kalman unscented (UKF) soit le filtre de Kalman Cubature (CKF).

Pour réduire la complexité du filtre IMM standard, nous avons proposé dans [DM10] de remplacer les filtres de Kalman du second ordre et troisième ordre par leurs équivalents à gains fixes, en l'occurrence le filtre α - β et α - β - γ . Le filtre IMM résultant fut nommé FastIMM. Ses performances en terme de qualité de la poursuite sont proches de celles du filtre IMM standard. Il sera décrit en détails dans ce chapitre.

I.22.3.5 Probabilités de transition

La transition entre les différents modèles appartenant à l'ensemble $E_M = \{M_1, M_2, \dots, M_n\}$ est régie par une chaîne de Markov du premier ordre. Les probabilités de transition dans la chaîne de Markov sont en relation avec la durée de maintien a priori de chaque modèle. Ces probabilités sont choisies selon l'information a priori qu'a le concepteur concernant la fréquence de transition d'un modèle à un autre.

La probabilité p_{ii} de maintien du modèle i peut être estimée à partir de la durée moyenne pendant laquelle le mouvement de la cible suit le modèle M_i [BL01] :

$$p_{ii} = 1 - \frac{T}{E[\tau_i]} \quad (\text{IV-10})$$

où $E[\tau_i]$ est la durée moyenne du modèle M_i durant l'intervalle T .

Les probabilités de transitions p_{ij} , pour $i \neq j$, sont choisies, en utilisant le théorème de probabilité globale :

$$\sum_{j \neq i} p_{ij} = 1 - p_{ii} \quad (\text{IV-11})$$

Le choix de ces probabilités doit se faire en réalisant un compromis entre la réduction des pics d'erreurs d'estimation au début de la manœuvre et la réduction maximale de l'erreur d'estimation durant le mouvement uniforme. Selon [BL95] le concepteur doit prendre en considération qu'une probabilité de transition élevée produit un faible pic d'erreur durant la manœuvre au prix d'un faible lissage et d'une erreur plus importante durant les segments uniformes. Afin de donner une solution à ce type de problème, on a proposé d'ajuster cette probabilité en utilisant la logique floue. Les résultats que nous avons obtenus sont satisfaisants [DM11].

I.22.3.6 Probabilités initiale des différents modèles

Les probabilités initiales des différents modèles utilisés dans le filtre IMM influent aussi sur le comportement du filtre, mais seulement dans la phase transitoire. De ce fait, on peut choisir par exemple des valeurs identiques pour ces probabilités.

I.23 Algorithme FastIMM

Dans cet algorithme, nous avons remplacé les différents filtres constituant l'algorithme IMM par leurs équivalents à gains fixes (filtre $\alpha\beta$ et filtre $\alpha\beta\gamma$). Nous avons nommé l'algorithme résultant FastIMM. Le diagramme de cet algorithme est plus simple que celui de l'IMM, il est donné à la figure IV-3. Les équations mises en jeu dans le FastIMM et l'IMM standard sont les mêmes, sauf celle qui calcule la vraisemblance, que nous avons modifiée, comme suit :

$$\Lambda_j(k) = N(v_j(k), 0, S_j(k)) \quad \text{pour le modèle } M_j, \quad \text{avec } v_j \text{ l'innovation}$$

et $S_j = \frac{\sigma_w^2}{(1-\alpha_j)}$ sa matrice de covariance.

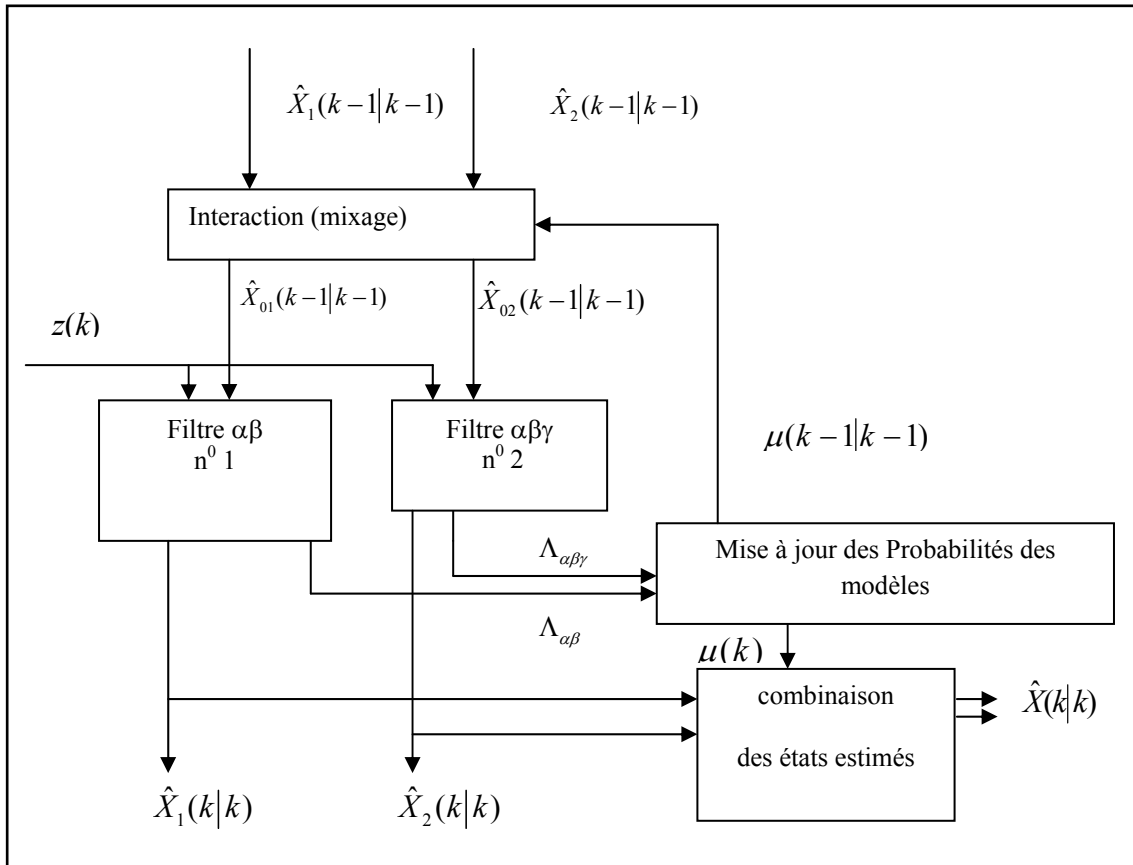


Figure IV-3 : FastIMM à deux filtres $\alpha\beta$ et $\alpha\beta\gamma$.

I.24 Résultats des simulations

Les simulations dont nous allons présenter les résultats concernent la poursuite d'une cible manœuvrante. Elles peuvent être classées en deux parties : celles de la première partie ont pour objet la comparaison entre le filtre IMM et FastIMM dans le cas linéaire, tandis que l'objet de la seconde partie est la comparaison entre plusieurs configurations de l'IMM, utilisant plusieurs modèles cinématiques CV, CA ou CT et le filtre EKF ou CKF.

I.24.1 Comparaison entre les filtres : FastIMM et IMM

Nous allons utiliser dans cette simulation un scénario qui correspond à un problème de poursuite pour le contrôle aérien de trafic (ATC), cité dans [BL01]. Le but c'est de comparer les performances du filtre IMM avec celles du filtre FastIMM en terme de RMSE et en terme de temps d'exécution.

Nous supposons que la cible poursuivie se déplace à une vitesse de $120m/s$ à partir d'un point initial situé à $(25000m, 10000m)$. Elle effectue les mouvements suivants :

- ✓ De 0 à 125s : mouvement rectiligne à vitesse constante de $120m/s$,
- ✓ De 125 à 215s : mouvement circulaire à accélération nominale de $0.2g$;
- ✓ De 215 à 340s : mouvement rectiligne à vitesse constante de $120m/s$,
- ✓ De 340s à 370s : mouvement circulaire à accélération nominale de $0.6g$;
- ✓ De 370s à 495s : mouvement rectiligne à vitesse constante de $120m/s$,

Les mesures sont supposées affectées d'un bruit blanc de variance $\sigma_w = 100m$ pour les deux axes x et y . La figure IV-4 illustre cette trajectoire.

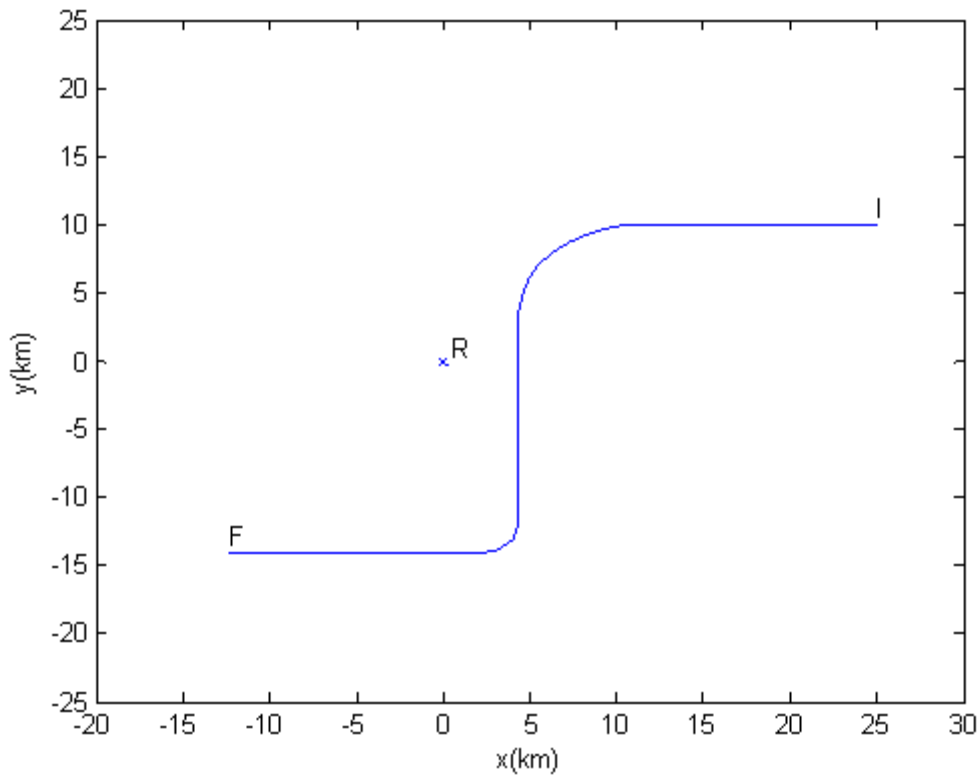


Figure IV-4 : Trajectoire de la cible,
I : position initiale, F : position finale, et R : position du radar

a) Paramètres du filtre IMM :

Le filtre contient deux modèles : le premier est un modèle de deuxième ordre avec un bruit de système égale à 0.1m/s^2 et le deuxième est un modèle de troisième ordre avec un niveau de bruit de système plus élevé 0.6 m/s [BL01].

La même matrice des probabilités de transition, $P_t = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.1 & 0.9 \end{bmatrix}$, est choisie pour les deux filtres IMM et FastIMM. Pour les deux filtres l'initialisation utilisée est celle basée sur les deux points initiaux, voir les équations II-22 à II-24.

b) Paramètres du filtre FastIMM :

Les gains du filtre $\alpha\beta$ et du filtre $\alpha\beta\gamma$ sont calculés pour chaque simulation comme suit :

- Les coefficients $\alpha\beta$, correspondant au filtre de deuxième ordre sont déterminés en utilisant les équations II-64 et II-65, respectivement.
- Les coefficients $\alpha\beta\gamma$, correspondant au filtre de troisième ordre sont déterminés en utilisant les équations II-82, II-83 et II-84, respectivement.

Toutes les simulations consistent en 1000 réalisations de Monte Carlo.

I.24.1.1 Influence du temps d'échantillonnage

Premier cas : Le tableau IV-1, donne les différents paramètres utilisés dans cette simulation.

T(s)	Filtre $\alpha\beta$		Filtre $\alpha\beta\gamma$		
	α	β	α	β	γ
1sec	0.1319	0.0094	0.3356	0.0684	0.0126
matrice de covariance initiale	$P(0/0) = \begin{bmatrix} 10000 & 2000 & 400 & 0 & 0 & 0 \\ 2000 & 800 & 240 & 0 & 0 & 0 \\ 400 & 240 & 96 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10000 & 2000 & 400 \\ 0 & 0 & 0 & 2000 & 800 & 240 \\ 0 & 0 & 0 & 400 & 240 & 96 \end{bmatrix}$				

Tableau IV-1 : paramètres de simulation

Les figures IV-5 et IV-6, illustrent l'évolution de la racine carrée des erreurs quadratiques moyennes RMSE en position et en vitesse. Les deux filtres IMM et FastIMM, ont presque les mêmes performances dans le cas d'un temps d'échantillonnage égal à une seconde.

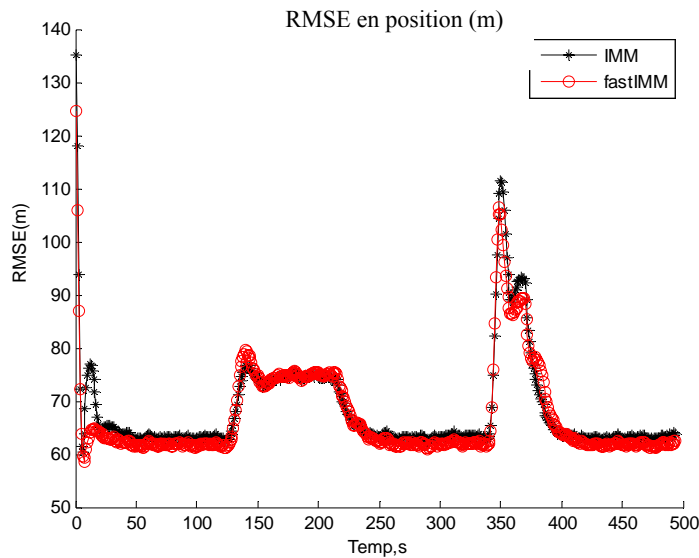


Figure IV-5 : RMSE en position pour T=1s.

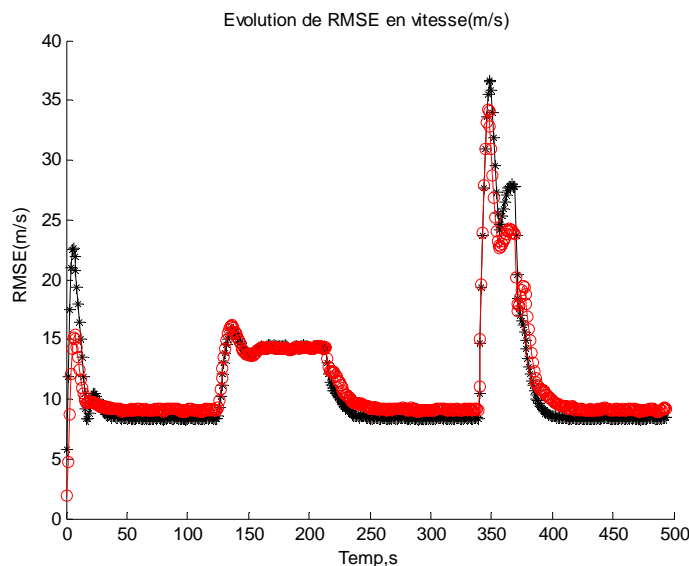
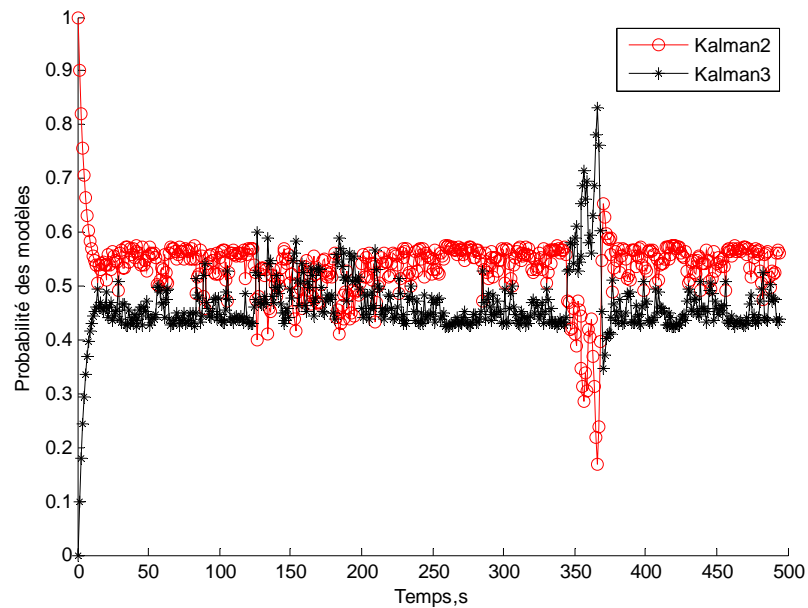


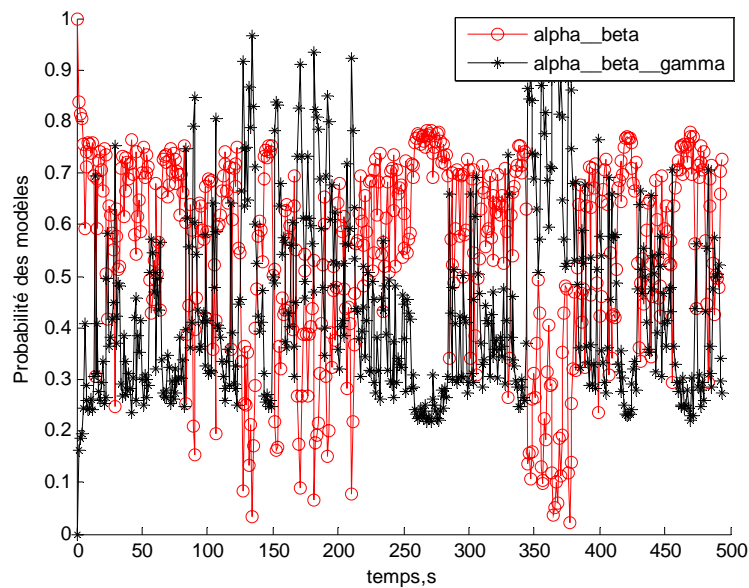
Figure IV-6 : RMSE en vitesse pour T=1s.

La figure IV-7, illustre l'évolution des probabilités d'action de chaque modèle pour le filtre IMM et le filtre FastIMM. Nous constatons que le filtre FastIMM détecte

mieux le modèle de mouvement de la cible. Ceci est confirmé par l'évolution de ces probabilités, moyennées sur 1000 réalisations de Monte Carlo, voir figure IV-8.

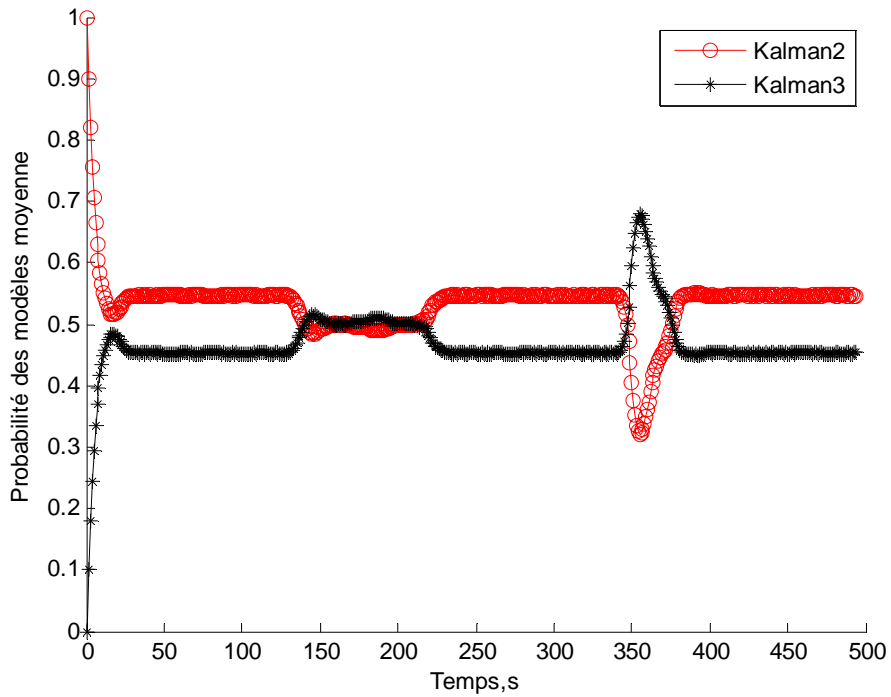


(a)

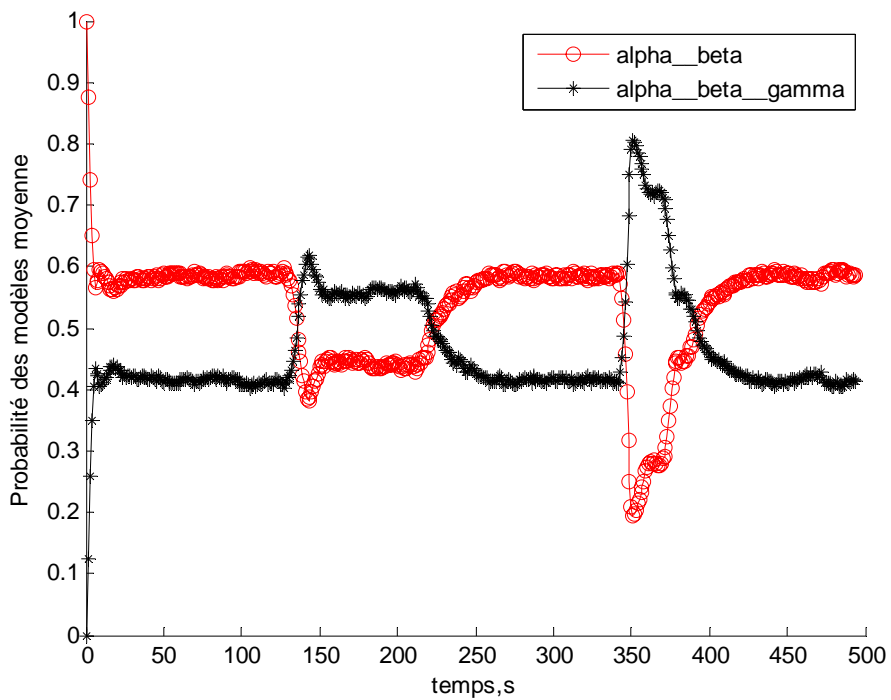


(b)

Figure IV-7 : Evolution des probabilités d'activation des modèles pour une seule réalisation, pour $T=1s$: a) le filtre IMM, b) le filtre FastIMM.



(a)



(b)

Figure IV-8: Evolution des probabilités d'activation des modèles moyennées sur 1000 réalisations, pour $T=1s$: a) le filtre IMM, b) le filtre FastIMM.

- **Deuxième cas :** le tableau IV-2, donne les différents paramètres utilisés dans cette simulation.

T(s)	Filtre $\alpha\beta$		Filtre $\alpha\beta\gamma$		
5sec	α	β	α	β	γ
	0.5051	0.1875	0.7006	0.4102	0.2119
Matrice de covariance initiale	$P(0/0) = \begin{bmatrix} 10000 & 2000 & 400 & 0 & 0 & 0 \\ 2000 & 800 & 240 & 0 & 0 & 0 \\ 400 & 240 & 96 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10000 & 2000 & 400 \\ 0 & 0 & 0 & 2000 & 800 & 240 \\ 0 & 0 & 0 & 400 & 240 & 96 \end{bmatrix}$				

Tableau IV-2 : paramètres de simulation

Les figures IV-9 et IV-10 montrent l'évolution de la racine carrée des erreurs quadratiques RMSE en position et en vitesse, respectivement, calculées moyennant 1000 réalisations de Monte Carlo. On constate que les deux filtres ont presque les mêmes performances.

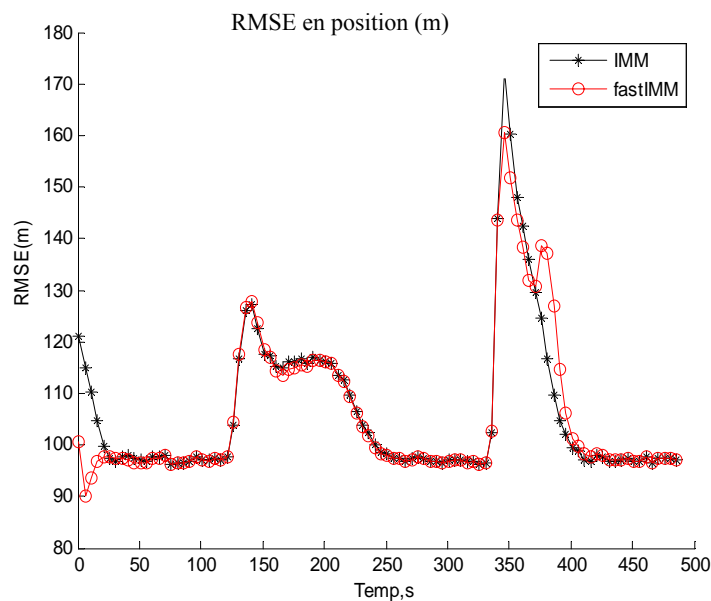


Figure IV-9: RMSE en position pour T=5s.

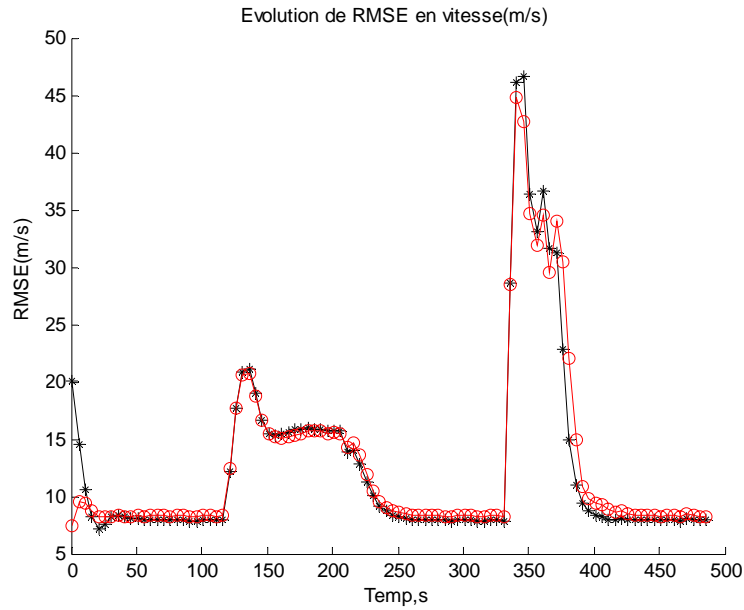
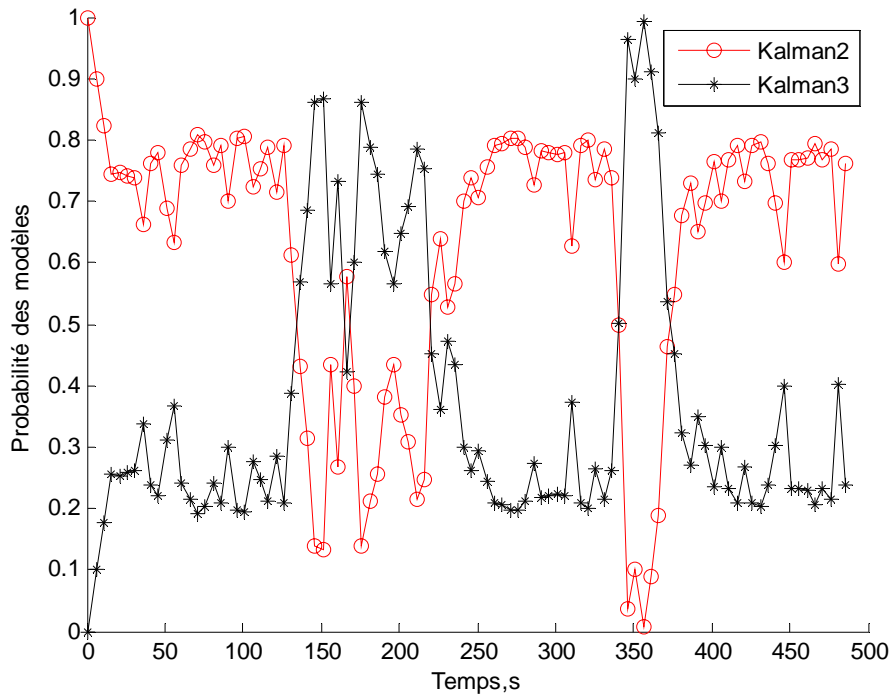
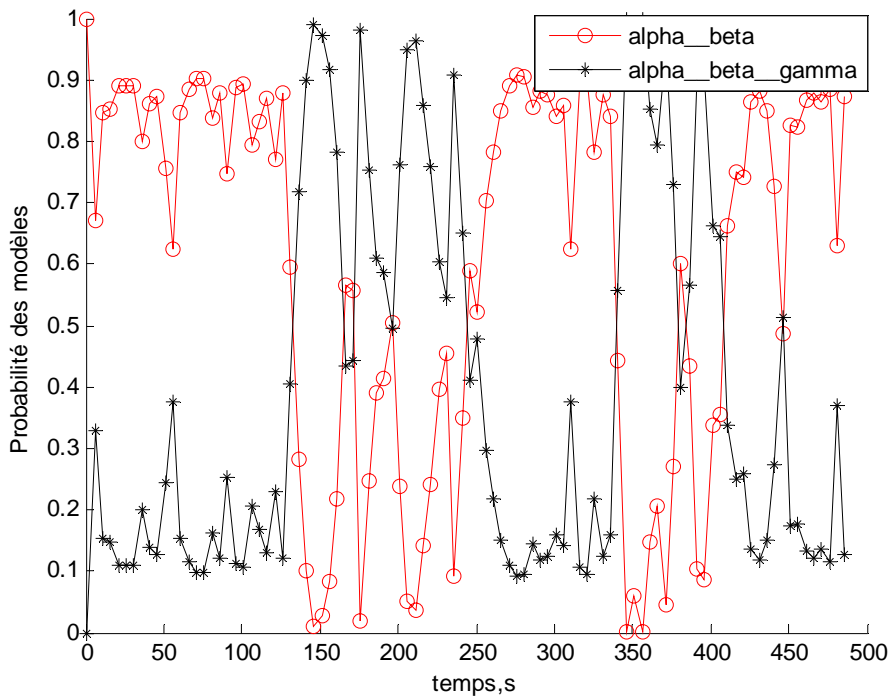


Figure IV-10 : RMSE en vitesse pour $T=5s$.

La figure IV-11 illustre l'évolution des probabilités d'activation des modèles pour le filtre IMM et le filtre fastIMM pour une seule réalisation de Monte Carlo et la figure IV-12 présente l'évolution de ces probabilités moyennées sur 1000 réalisations de Monte Carlo. Nous constatons que le filtre FastIMM détecte mieux le modèle correspondant au type de mouvement, comparativement au filtre IMM.

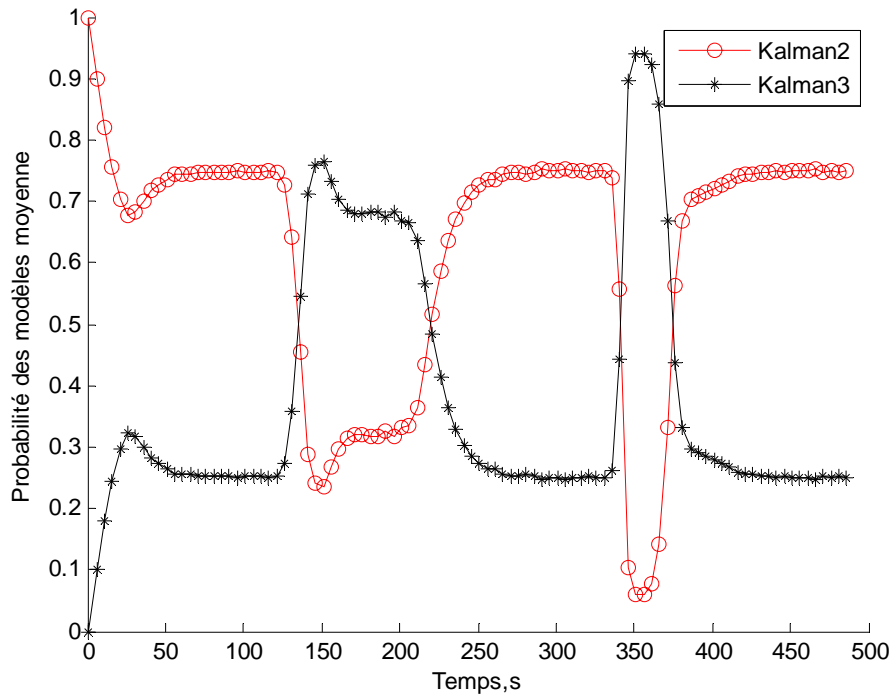


(a)

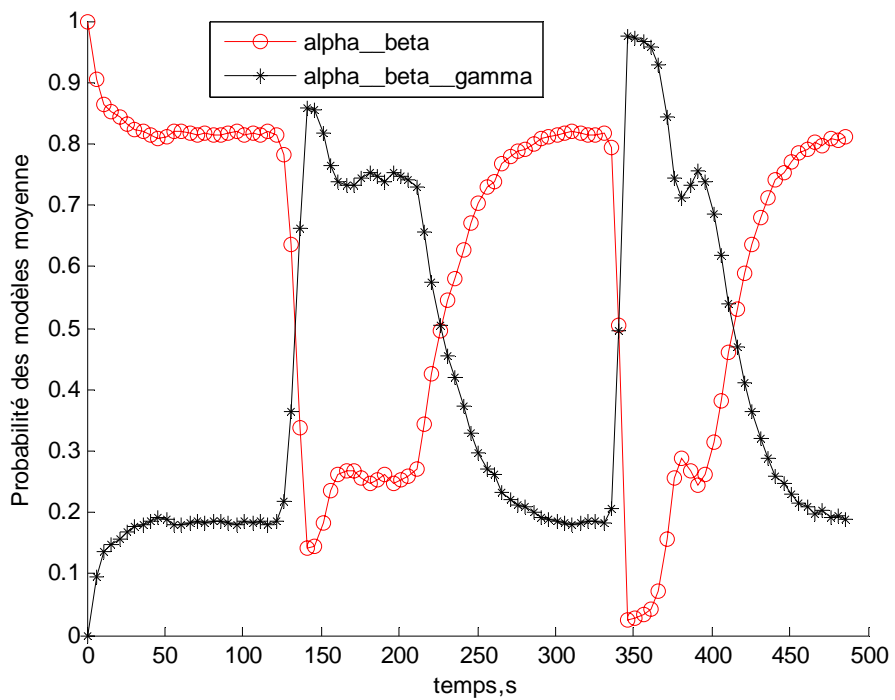


(b)

Figure IV-11 : Evolution des probabilités d'activation des modèles pour une seule réalisation, pour $T=5s$: a) le filtre IMM, b) le filtre FastIMM.



(a)



(b)

Figure IV-12 : Evolution des probabilités d'activation des modèles moyennées sur 1000 réalisations, pour $T=5s$: a) le filtre IMM, b) le filtre FastIMM.

- **Troisième cas :** le tableau IV-3, résume les différents paramètres pris en compte dans cette simulation.

T(s)	Filtre $\alpha\beta$		Filtre $\alpha\beta\gamma$		
10sec	α	β	α	β	γ
	0.7500	0.5886	0.8371	0.7112	0.6253
Matrice de covariance initiale	$P(0/0) = \begin{bmatrix} 10000 & 2000 & 400 & 0 & 0 & 0 \\ 2000 & 800 & 240 & 0 & 0 & 0 \\ 400 & 240 & 96 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10000 & 2000 & 400 \\ 0 & 0 & 0 & 2000 & 800 & 240 \\ 0 & 0 & 0 & 400 & 240 & 96 \end{bmatrix}$				

Tableau IV-3 : paramètres de simulation

Les RMSE en position et vitesse sont présentés aux figures IV-13 et IV-14 respectivement. On constate une légère dégradation dans les performances du filtre FastIMM par rapport à celles du filtre IMM.

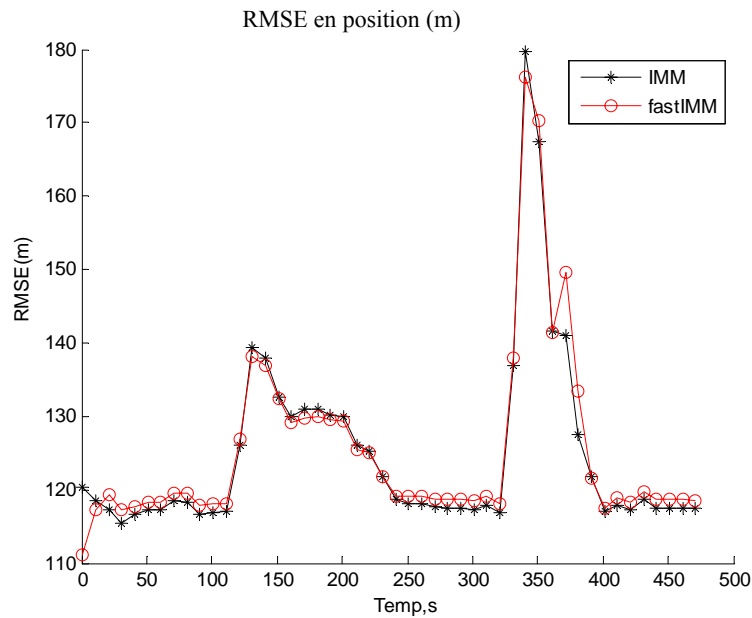


Figure IV-13: RMSE en position pour T=10s.

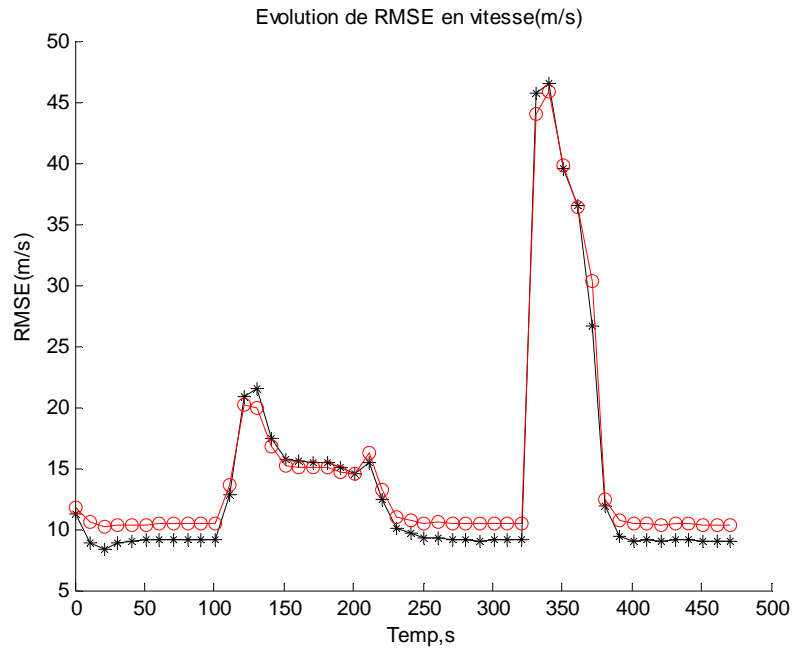
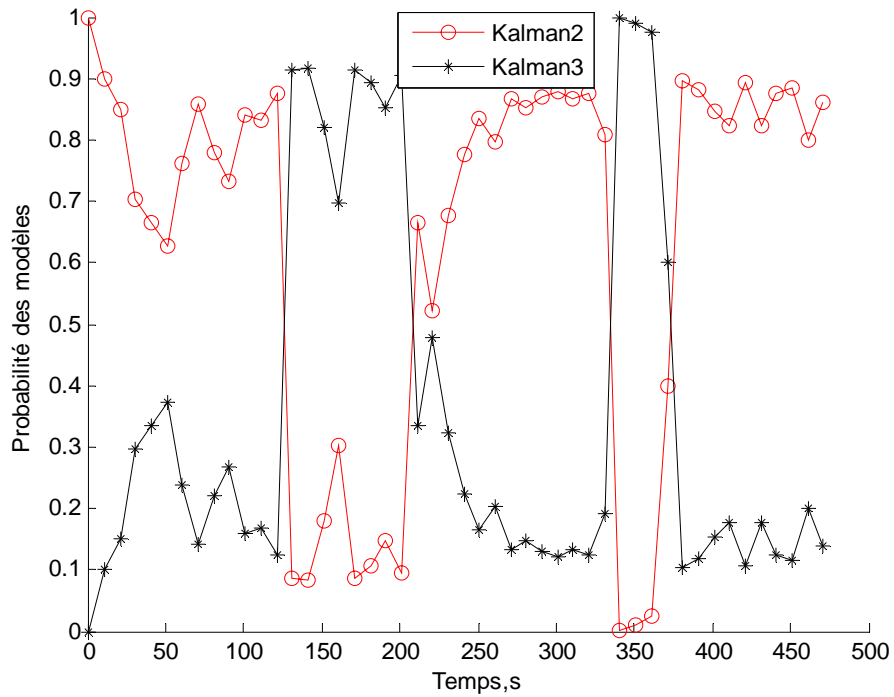


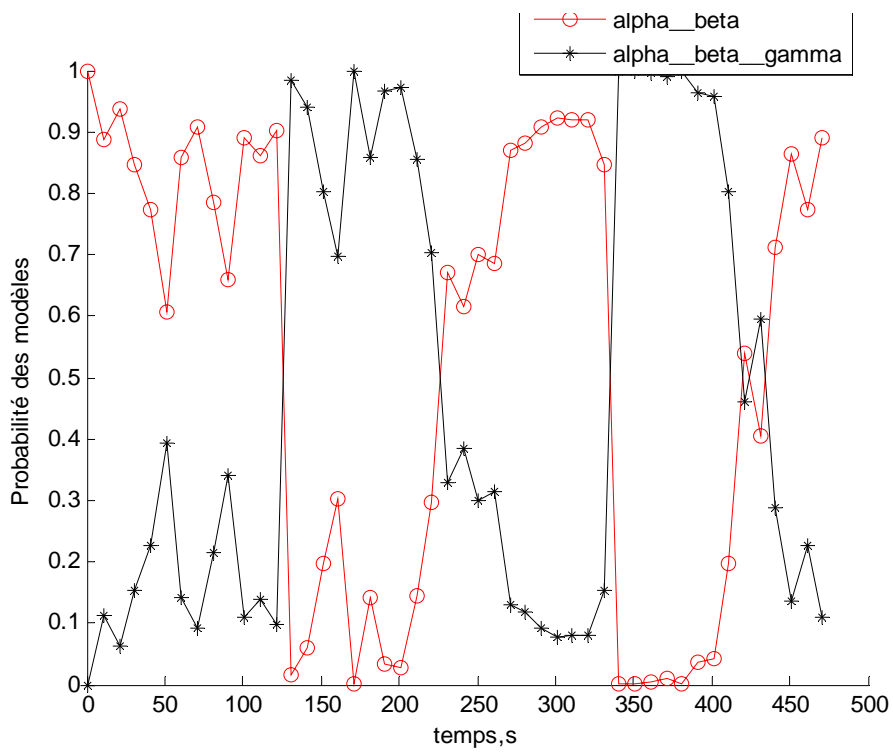
Figure IV-14: RMSE en vitesse pour T=10s.

Cette dégradation a lieu durant les phases non manœuvrantes. Elle s'explique par le fait que pour T=10, la valeur de $\alpha = 0.75$ pour le filtre $\alpha\beta$, et $\alpha = 0.83$ pour le filtre $\alpha\beta\gamma$ sont trop élevées et ne permettent pas, par conséquent, une bonne réduction du bruit de mesure.

D'après les figures IV-15 et IV-16, les deux filtres IMM et FastIMM ont les mêmes performances, en terme de détection du mode correspondant au mouvement réel de la cible.

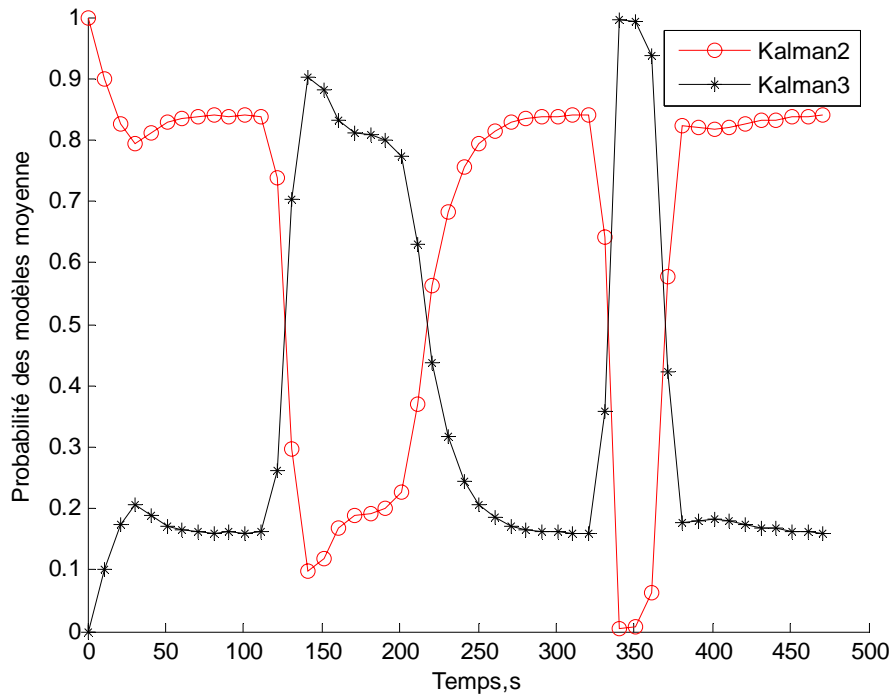


(a)

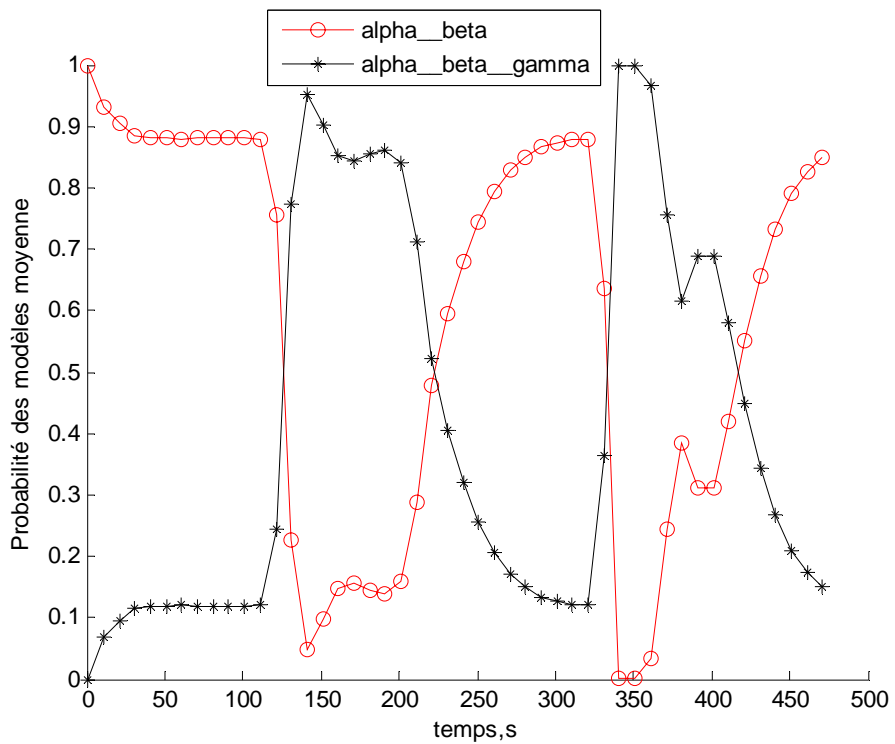


(b)

Figure IV-15 : Evolution des probabilités d'activation des modèles pour une seule réalisation, pour $T=10s$: a) le filtre IMM, b) le filtre FastIMM.



(a)



(b)

Figure IV-16 : Evolution des probabilités d'activation des modèles moyennées sur 1000 réalisations, pour $T=10s$: a) le filtre IMM, b) le filtre FastIMM.

I.24.1.2 Influence du choix de la matrice de probabilité de transition

Le tableau IV-4, donne les différents paramètres utilisés dans cette simulation.

T(s)	Filtre $\alpha\beta$		Filtre $\alpha\beta\gamma$		
5sec	α	β	α	β	γ
	0.5051	0.1875	0.7006	0.4102	0.2119
matrice de covariance initiale	$P(0/0) = \begin{bmatrix} 10000 & 2000 & 400 & 0 & 0 & 0 \\ 2000 & 800 & 240 & 0 & 0 & 0 \\ 400 & 240 & 96 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10000 & 2000 & 400 \\ 0 & 0 & 0 & 2000 & 800 & 240 \\ 0 & 0 & 0 & 400 & 240 & 96 \end{bmatrix}$				
Matrice des probabilités de transition	$P_t = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.2 & 0.8 \end{bmatrix}$				

Tableau IV-4 : paramètres de simulation

D'après les résultats obtenus, figure IV-17 et figure IV-18, les deux filtres ont les performances en terme de RMSE, similaires à celles obtenus dans le cas d'une matrice de transition $P_t = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.1 & 0.9 \end{bmatrix}$, voir les figures IV-9 et IV-10.

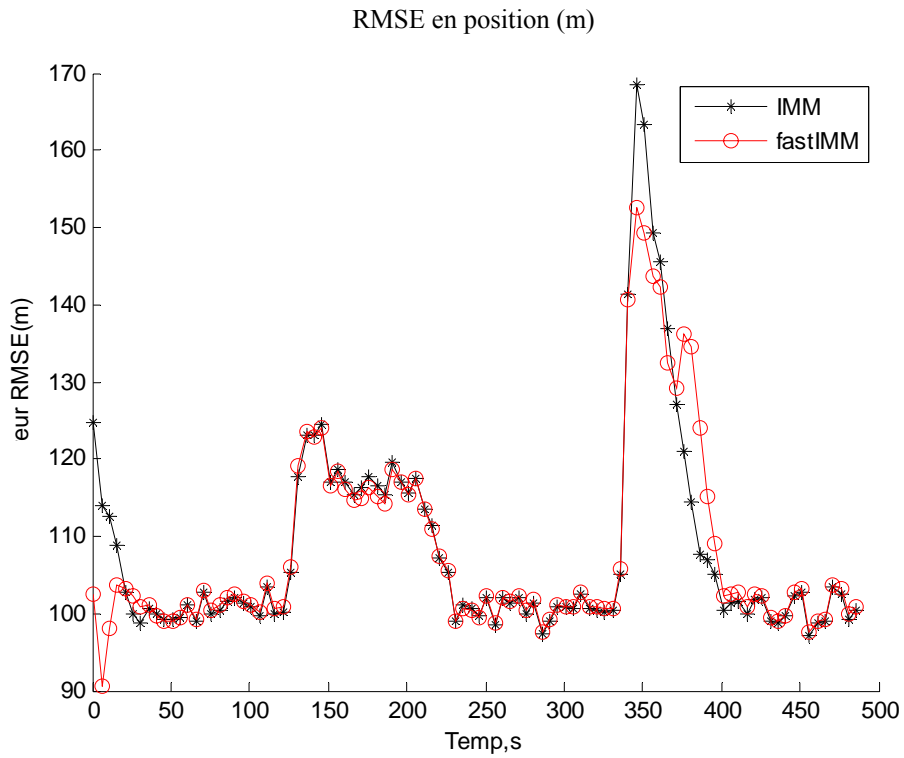


Figure IV-17: RMSE en position, pour la matrice de transition donnée au tableau IV-4.

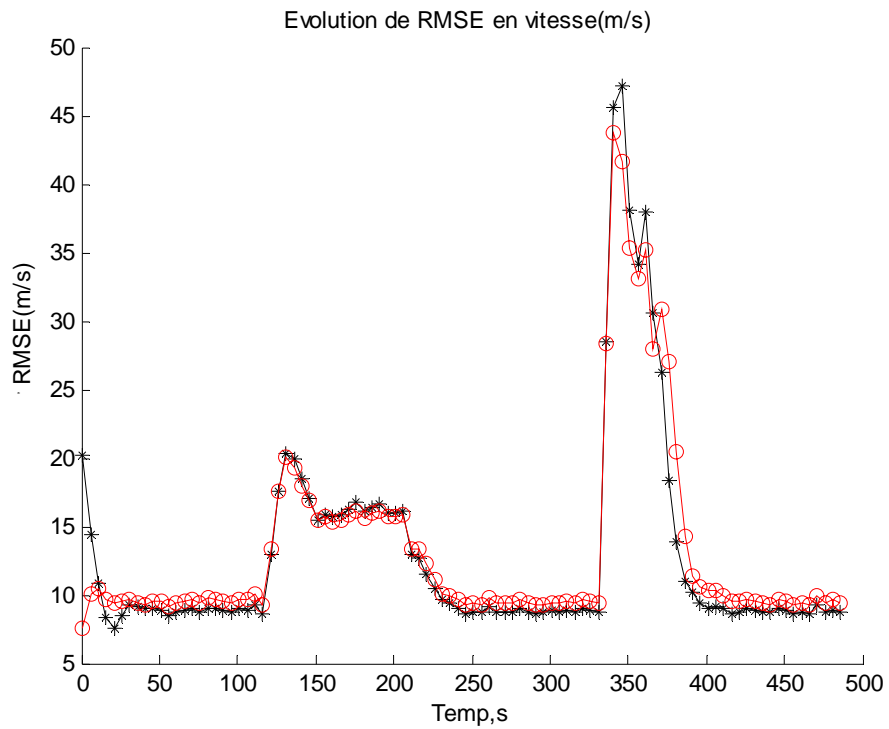


Figure IV-18 : RMSE en vitesse, pour la matrice de transition donnée au tableau IV-4.

I.24.1.3 Influence du niveau du bruit de système du filtre de deuxième ordre

Le tableau IV-5, résume les différents paramètres prise en compte dans cette simulation.

T(s)	Filtre $\alpha\beta$		Filtre $\alpha\beta\gamma$		
5sec	α	β	α	β	γ
	0.1319	0.0094	0.3356	0.0684	0.0126
Bruit de système du filtre de deuxième ordre	$\sigma_v = 1m/s^2$				
Matrice de probabilité de transition	$Pt = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.1 & 0.9 \end{bmatrix}$				

Tableau IV-5 : paramètres de simulation

Nous constatons d'après les figures IV-19 et IV-20, que le filtre FastIMM présente globalement des performances meilleures, comparées à celle du filtre IMM. Ceci s'explique par le fait que les filtres constituant le FastIMM utilisent les gains optimaux dès le démarrage du processus de poursuite, tandis que les filtres constituant le filtre IMM doivent converger vers ces gains.

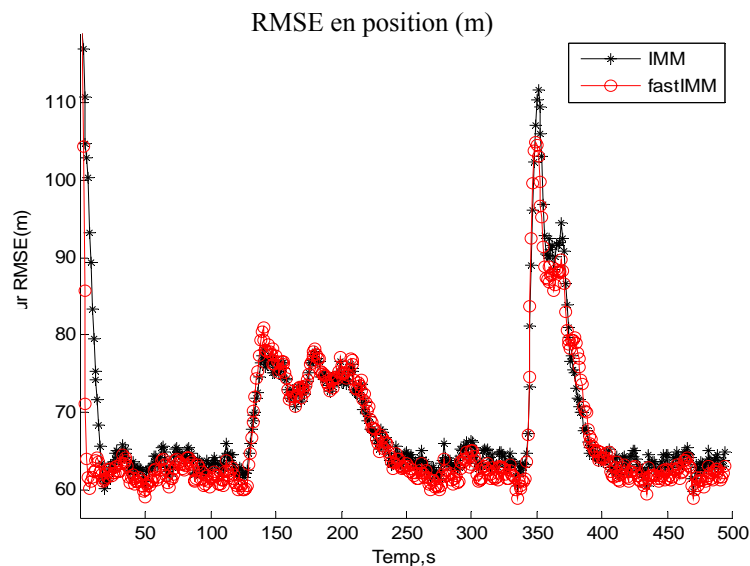


Figure IV-19 : RMSE en position, pour $\sigma_v = 1m/s^2$.

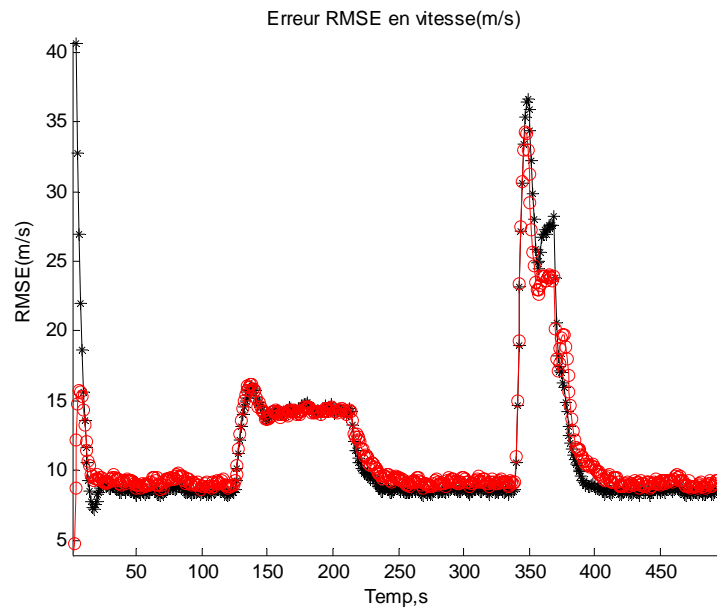


Figure IV-20 : RMSE en vitesse, pour $\sigma_v = 1m / s^2$.

I.24.1.4 Temps d'exécution

Sur un ordinateur pentium® Dial-core CPU, E5300@2.60GHz et RAM de 1.99Go fonctionnant a une vitesse de 2.62GHz, nous avons calculé le temps d'exécution des deux filtres en utilisant Matlab 7.5 pour un cycle complet. Pour le filtre IMM nous avons obtenue un temps d'exécution de 0.1334s et pour le FastIMM, un temps d'exécution de 0.0599s. ce qui représente une réduction de 55%.

I.24.2 Comparaison entre différentes configurations de l' IMM dans le cas non linéaire

Dans cette partie, la poursuite d'une cible manœuvrant est simulée en utilisant des mesures d'origine polaire. Ceci correspond à une poursuite en utilisant des filtres non linéaires.

Le premier filtre correspond au filtre IMM utilisant trois filtres EKF afin de prendre en compte l'effet de la non linéarité (ce filtre est nommé dans cette simulation IMM1), et le deuxième filtre, nommé IMM2, utilise trois filtres CKF. Les deux filtres IMM1 et IMM2 exploitent les modèles suivants :

1. Modèle de deuxième ordre (modèle CV) avec comme vecteur d'état $X = [x, \dot{x}, y, \dot{y}]'$,

2. Modèle de troisième ordre (modèle CA) avec comme vecteur d'état $X = [x, \dot{x}, y, \dot{y}, a_x, a_y]^T$,
3. Modèle CT avec estimation de la vitesse angulaire. Le vecteur d'état étendu pour ce modèle est : $X = [x, \dot{x}, y, \dot{y}, \omega]^T$.

Le dernier filtre, nommé IMM3, emploie également trois modèles supposant connaître la vraie valeur de la vitesse angulaire de la cible durant la manœuvre. Les modèles utilisent le même vecteur d'état $X = [x, \dot{x}, y, \dot{y}]^T$, et correspondent à :

1. Un modèle CT avec une vitesse angulaire positive connue $\omega = 4^\circ/s$.
2. Un modèle de deuxième ordre (modèle CV).
3. Un modèle CT avec une vitesse angulaire négative connue $\omega = -4^\circ/s$.

Pour les trois modèles nous avons utilisé le filtre EKF.

Nous supposons que la cible se déplace à une vitesse constante de $300m/s$ à partir de la position initiale $(x, y) = (10000, 15000)m$, en effectuant les mouvements suivants :

- De $0s$ à $25s$: mouvement rectiligne,
- De $26s$ à $36s$: mouvement circulaire à vitesse angulaire $\omega = 4^\circ/s$,
- De $37s$ à $59s$: mouvement rectiligne,
- De $60s$ à $73s$: mouvement circulaire à vitesse angulaire $\omega = -4^\circ/s$,
- De $74s$ à $89s$: mouvement rectiligne,
- De $90s$ à $103s$: mouvement circulaire à vitesse angulaire $\omega = -4^\circ/s$,
- De $104s$ à $120s$: mouvement rectiligne.

Les mesures sont d'origine polaires, elles sont affectées d'un bruit blanc Gaussien centré d'un écart type de $\sigma_\theta = 1^\circ$ pour l'azimut et de $\sigma_r = 100m$ pour la portée.

I.24.2.1 Première simulation

Les tableaux IV-5 et IV-6 résument la suite des paramètres de simulation. Pour l'ensemble des modèles, l'écart type du bruit de système est $\sigma_v = \sigma_{v(x,y)} = 0.1m/s^2$.

T(s)	1 sec	
Matrice de covariance initiale pour IMM1 et IMM2	$P(0/0) = 10^5 \begin{bmatrix} 0.0380 & 0.1521 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1521 & 1.2167 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0721 & 0.2884 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2884 & 2.3069 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-15} \end{bmatrix}$	
Matrice de covariance initiale pour IMM3	$P(0/0) = 10^5 \begin{bmatrix} 0.0380 & 0.1521 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1521 & 1.2167 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0721 & 0.2884 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2884 & 2.3069 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-5} \end{bmatrix}$	
Matrice de Covariance du bruit de système IMM1 et IMM2	Modèle1 (CV)	$Q_{cv} = \begin{bmatrix} T^4/4 & T^3/2 & 0 & 0 \\ T^3/2 & T^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T^4/4 & T^3/2 \\ 0 & 0 & T^3/2 & T^2 \end{bmatrix} \sigma_v^2$
	Modèle2 (CA)	$Q_{ca} = \begin{bmatrix} T^4/4 & T^3/2 & 0 & 0 & T^2/2 & 0 \\ T^3/2 & T^2 & 0 & 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & T^4/4 & T^3/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T^3/2 & T^2 & 0 & T^2/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sigma_v^2$
	Modèle3 (CT)	$Q_{ct} = \begin{bmatrix} (T^4/4)\sigma_{v(x,y)}^2 & (T^3/2)\sigma_{v(x,y)}^2 & 0 & 0 & 0 \\ (T^3/2)\sigma_{v(x,y)}^2 & T^2\sigma_{v(x,y)}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (T^4/4)\sigma_{v(x,y)}^2 & (T^3/2)\sigma_{v(x,y)}^2 & 0 \\ 0 & 0 & (T^3/2)\sigma_{v(x,y)}^2 & T^2\sigma_{v(x,y)}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{v(\omega)}^2 T^2 \end{bmatrix}$ avec $\sigma_{v(\omega)} = 2,8^\circ/s^2$
Matrice de probabilité de transition (IMM1 et IMM2)	$Pt = \begin{bmatrix} 0.98 & 0.01 & 0.01 \\ 0.01 & 0.98 & 0.01 \\ 0.01 & 0.01 & 0.98 \end{bmatrix}$	
Matrice de probabilité de transition IMM3	$Pt = \begin{bmatrix} 0.98 & 0.02 & 0.00 \\ 0.01 & 0.98 & 0.01 \\ 0.00 & 0.02 & 0.98 \end{bmatrix}$	
ω	4°/s	

Tableau IV-5 : Les paramètres de simulation

Pour le filtre IMM3 la même matrice de covariance Q_{cv} est utilisée pour les trois filtres le constituant. Les résultats portent sur 1000 réalisations Monte Carlo.

La figure IV-21 présente la trajectoire de la cible qui exécute des manœuvres à une vitesse angulaire de $|\omega| = 4^\circ/s$.

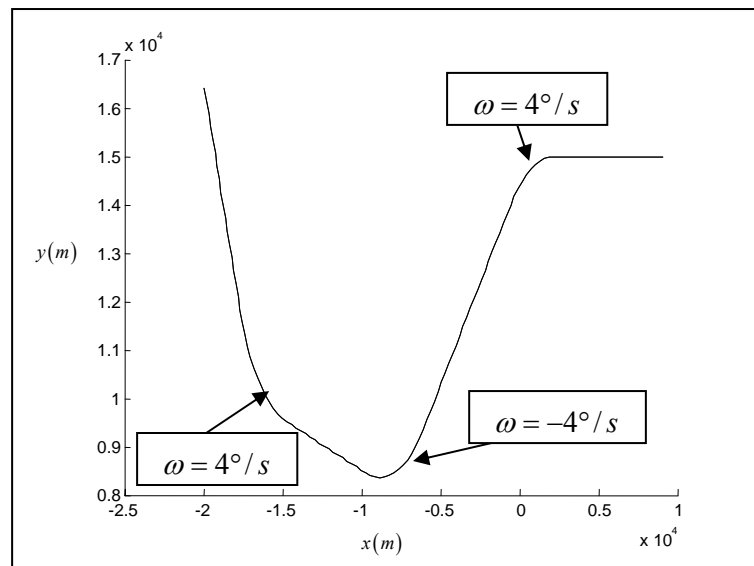
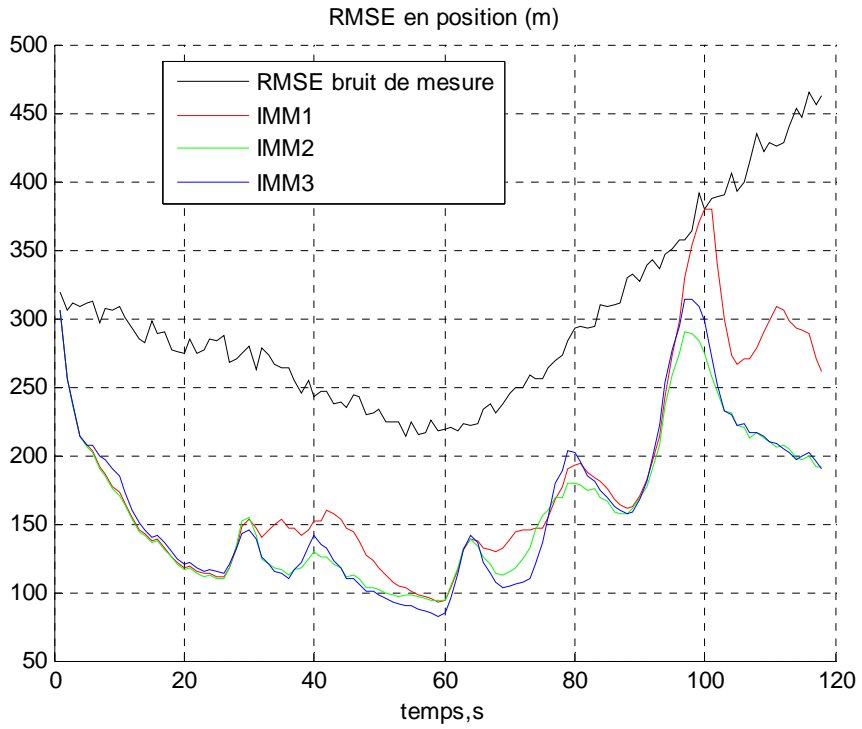
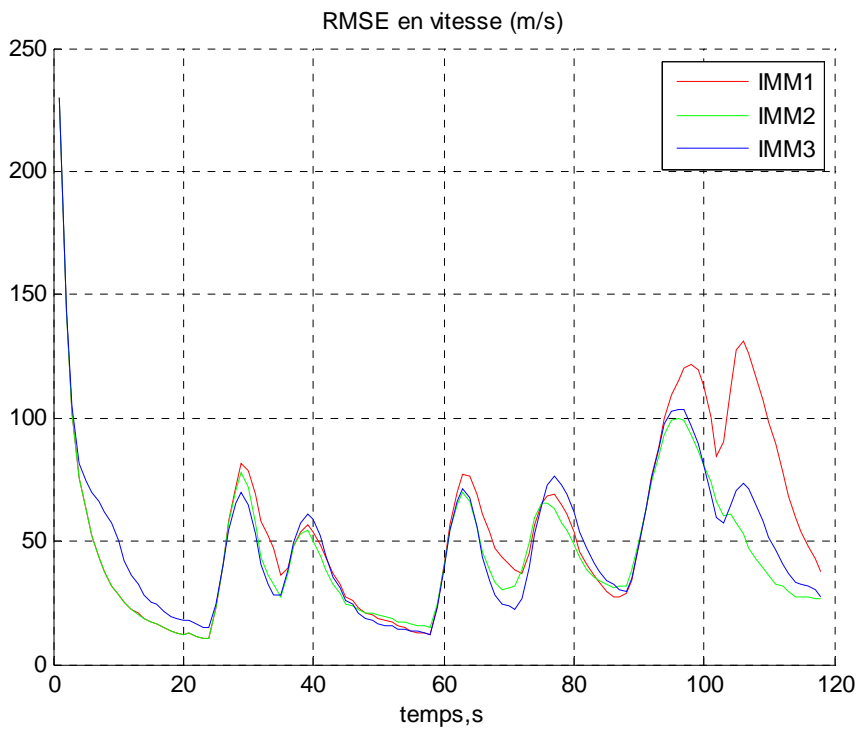


Figure IV-21 : Trajectoire de la cible (le radar se trouve à l'origine du repère).

La racine carrée des erreurs quadratiques moyennes en position et vitesse, obtenues pour les trois filtres, sont tracées aux figures IV-22.a et IV-22.b, respectivement. Nous constatons en analysant ces figures que le filtre IMM2 et IMM3 donnent de meilleures performances comparativement au IMM1. La figure IV-23 présente l'estimation de la vitesse angulaire en utilisant le modèle CT avec le filtre EKF (IMM1) et le filtre CKF (IMM2). D'après cette figure la meilleure estimation est donnée par le filtre IMM2, cela justifie les meilleures performances obtenues par ce filtre dans la figure IV-22.



a)



b)

Figure IV-22 : Racine carré des erreurs quadratiques moyennes RMSE :
a) en position, b) en vitesse

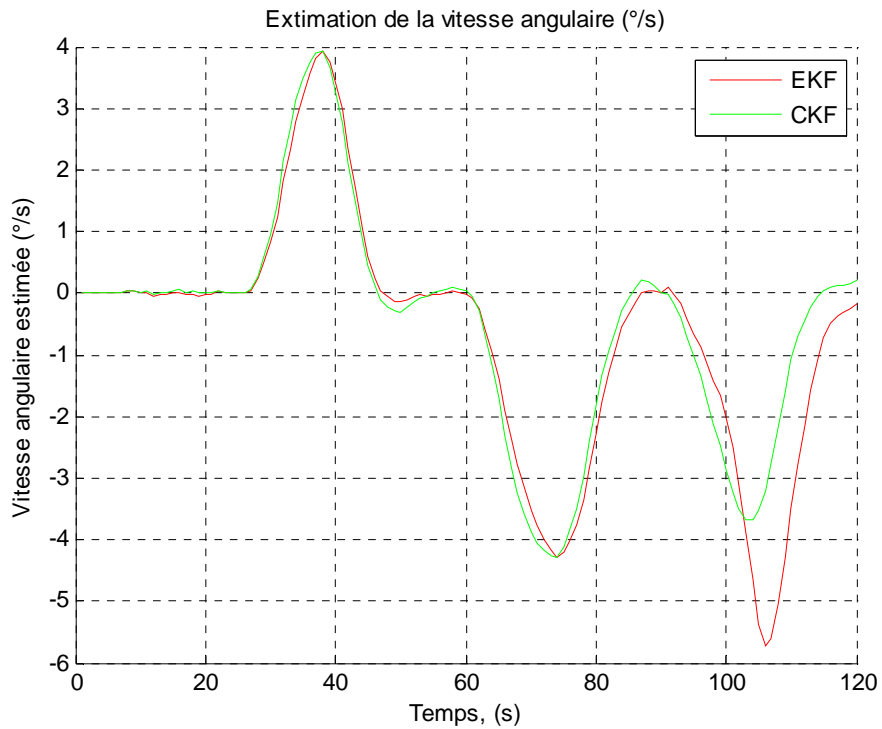


Figure IV-23 : Estimation de la vitesse angulaires obtenue au niveau du filtre IMM1(EKF) et IMM2(CKF).

La figure IV-24, illustre l'évolution des probabilités d'action des différents modèles utilisés dans les filtres IMM1, IMM2 et IMM3, moyennées sur 1000 réalisations de Monte Carlo.

Chapitre IV : Application de l'algorithme à modèles multiples à la poursuite d'une cible manœuvrante

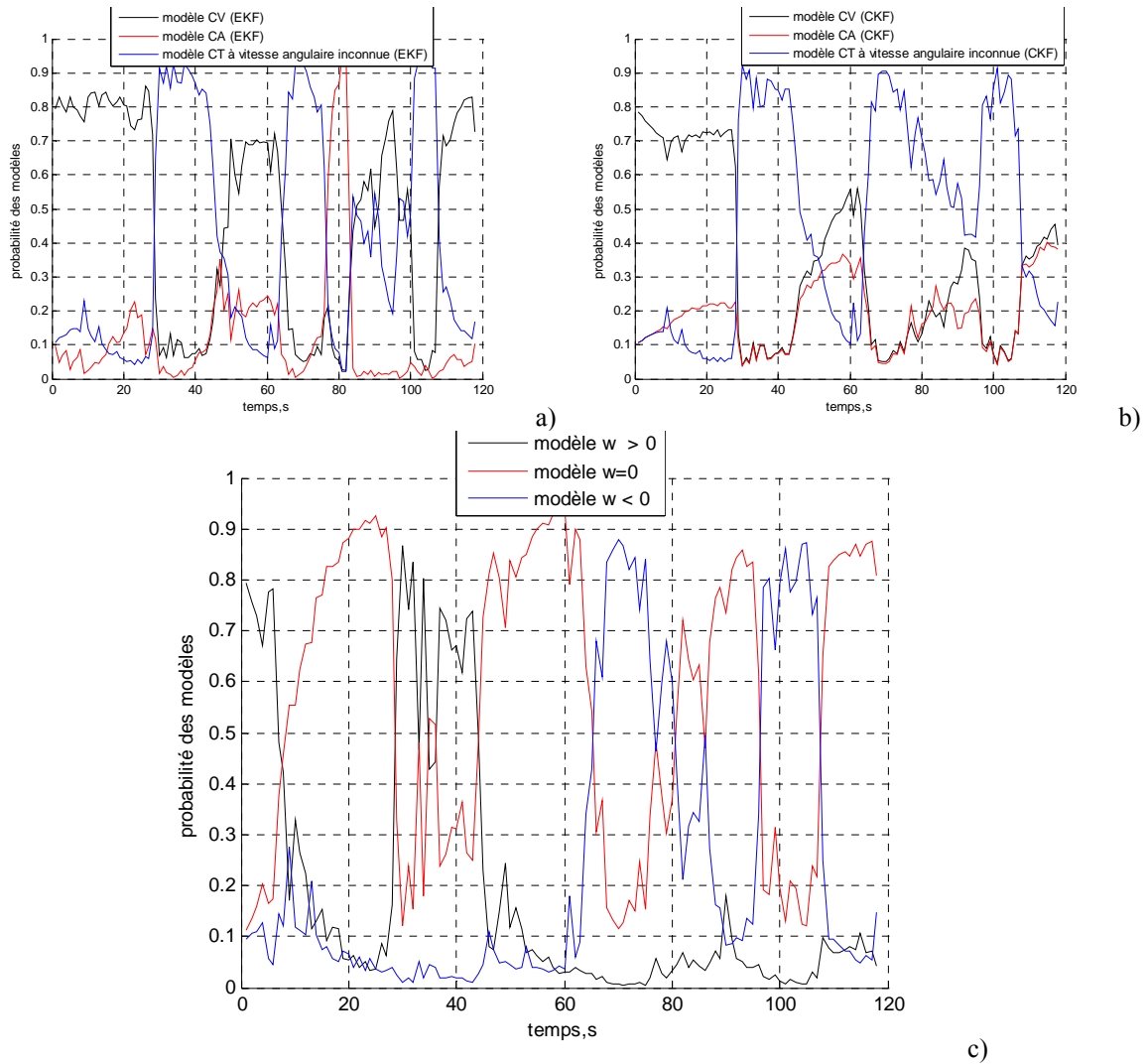


Figure IV-24 : Evolution des probabilités d'activation des modèles, moyennées sur 1000 réalisations avec : a) le filtre IMM1, b) le filtre IMM2 et c) le filtre IMM3.

I.24.2.2 Deuxième simulation

La simulation suivante, nous étudions le cas de la poursuite d'une cible qui exécute des manœuvres à une vitesse angulaire différentes de celle utilisée dans le cas du filtre IMM3. La vitesse utilisée est de $\omega = 8^\circ/s$. La figure IV-25 illustre la trajectoire poursuivie.

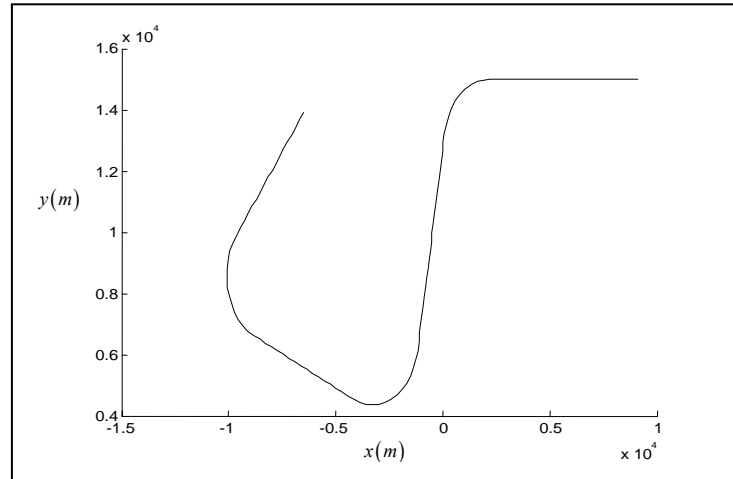
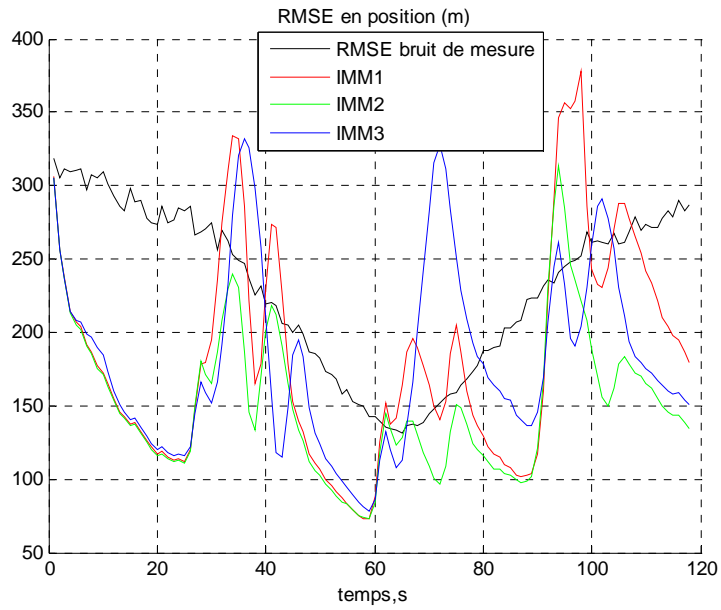
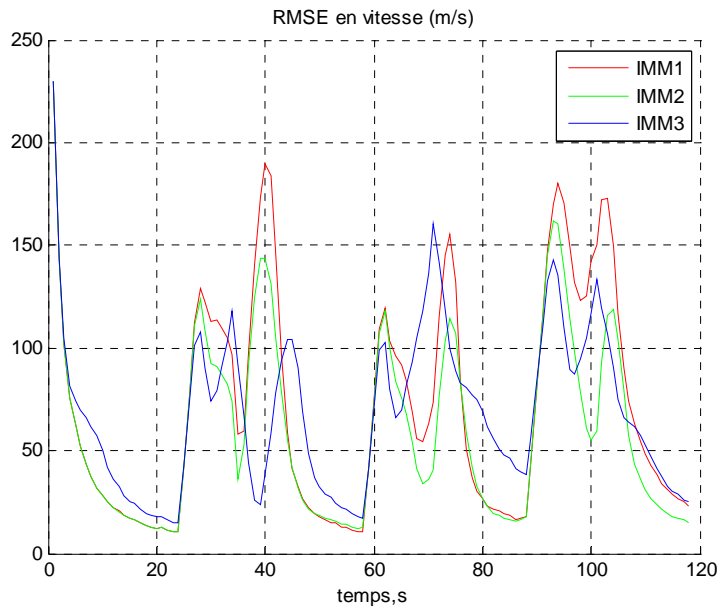


Figure IV-25 : Trajectoire de la cible utilisé dans la simulation2 (le radar se trouve à l'origine du repère).

D'après les résultats présentés à la figure IV-26, les performances du filtre IMM3 se dégradent fortement du fait qu'on a une fausse modélisation. Pour le filtre IMM2 et IMM1, les modèles CT essaient d'estimer la vitesse angulaire pour améliorer leurs performances. Les performances du filtre IMM2 sont nettement meilleures, grâce à une meilleure estimation de la vitesse angulaire ω , comme cela est illustré à la figure IV-27.



a)



b)

Figure IV-26 : Racine carré des erreurs quadratiques moyennes RMSE :
a) en position, b) en vitesse.

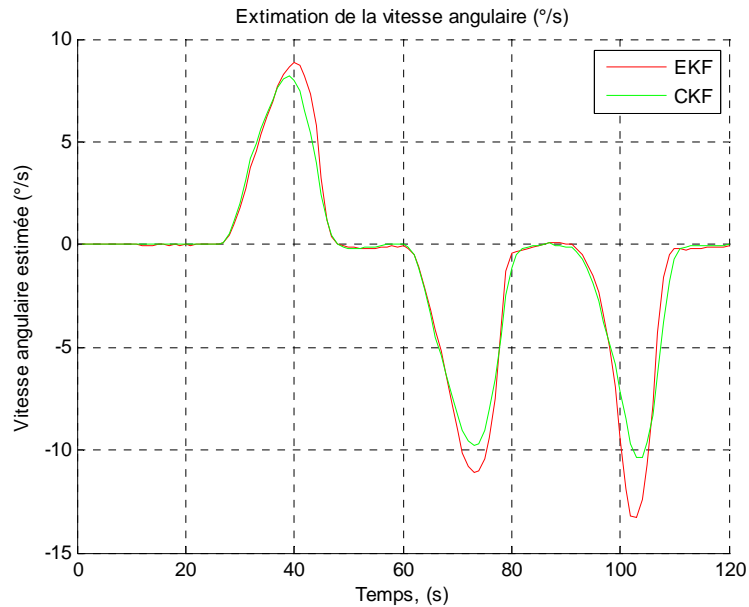


Figure IV-27 : Estimation de la vitesse angulaires par les filtres IMM1(EKF) et IMM2(CKF).

I.24.2.3 Troisième simulation

Dans cette simulation, la cible exécute la première manœuvre à une vitesse négative, $\omega = -8^\circ/s$. Ceci se traduit par un fort bruit de mesure, dû à l'éloignement de la cible par rapport au radar (figure IV-28).

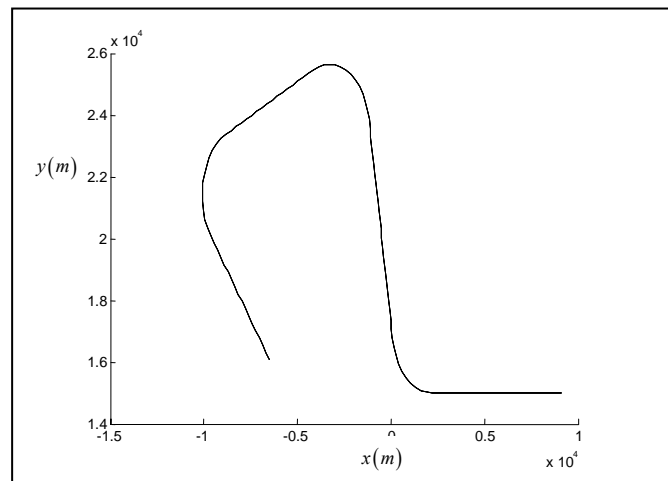
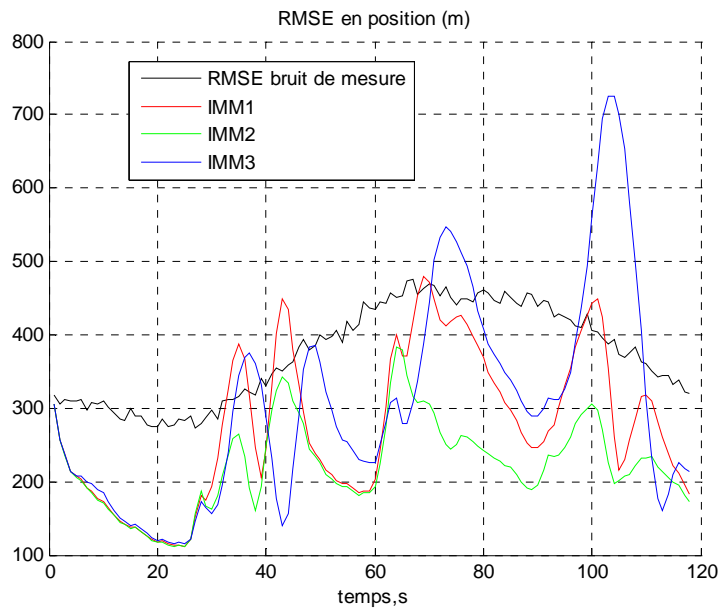


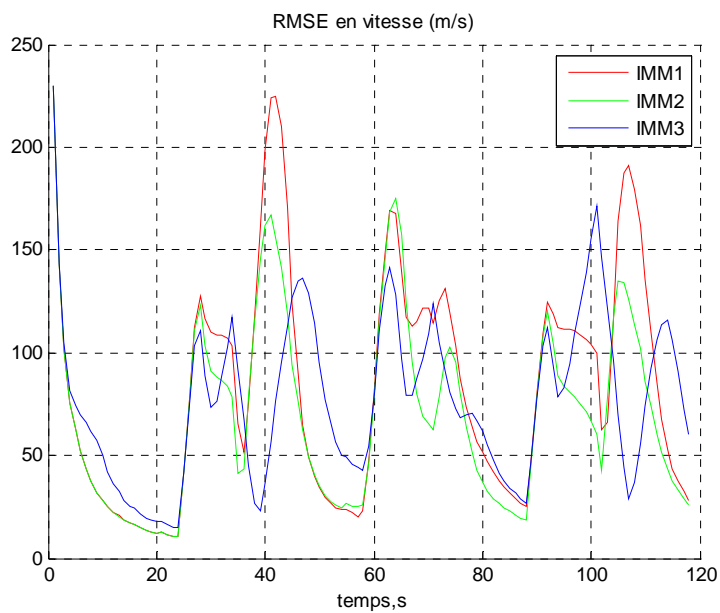
Figure IV-28 : Trajectoire de la cible (le radar se trouve à l'origine du repère).

D'après les résultats présentés à la figure IV-29, les performances des deux filtres IMM1 et IMM3 se dégradent très fortement et la filtre IMM2 possède les meilleures

performances. L'estimation de vitesse angulaire fournie par ce filtre est également meilleure que celle fournie par le filtre IMM1, comme illustré à la figure IV-30.



a)



b)

Figure IV-29 : Racine carré des erreurs quadratiques moyennes RMSE :
a) en position, b) en vitesse.

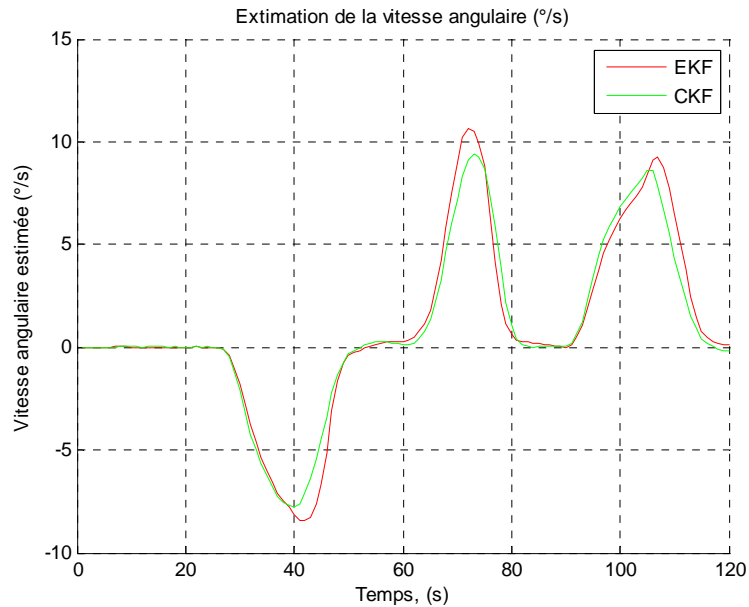
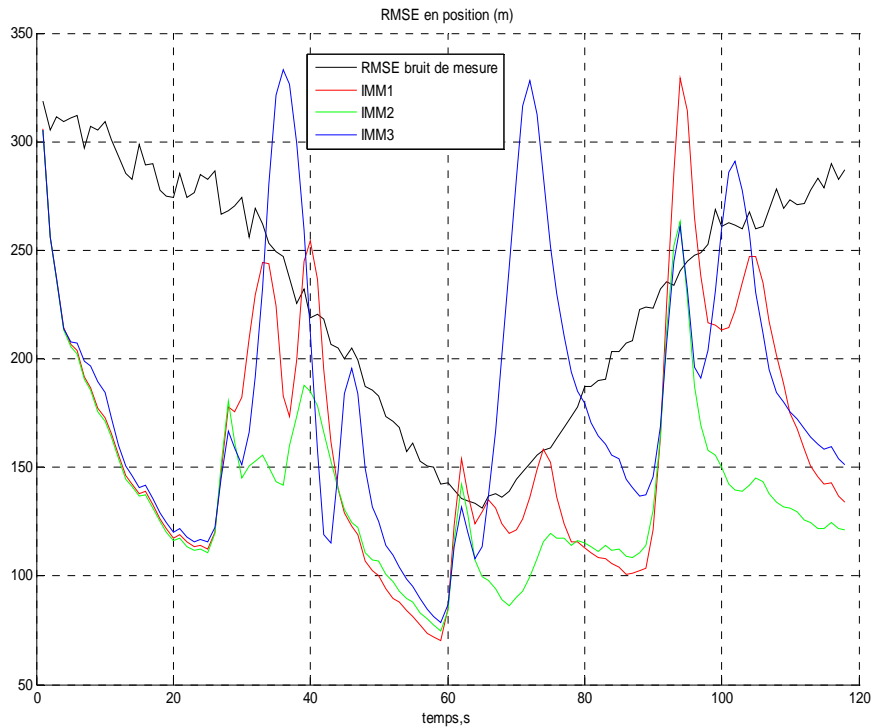


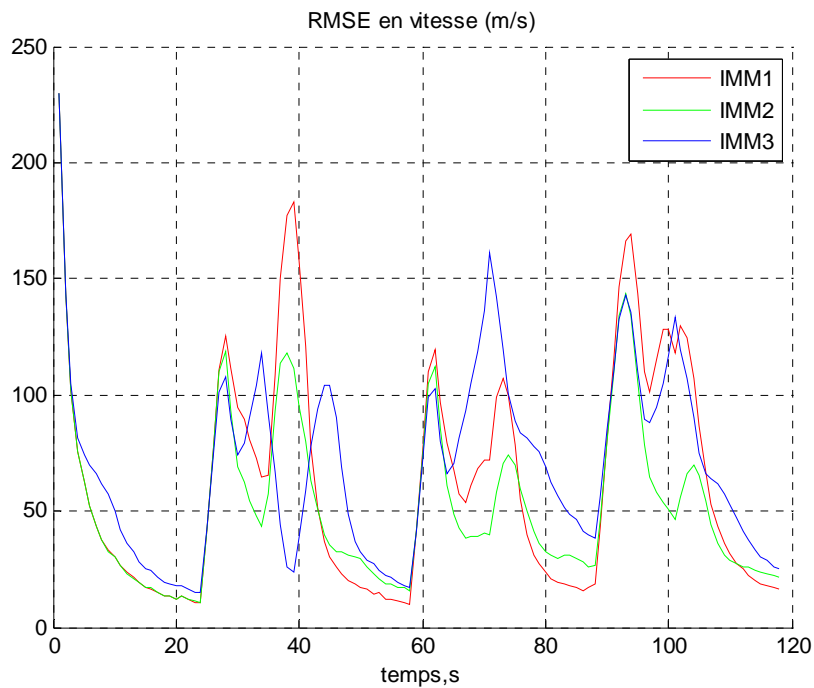
Figure IV-30: Estimation de la vitesse angulaires obtenue au niveau du filtre IMM1(EKF) et IMM2(CKF).

I.24.2.4 Quatrième simulation

Dans l'avant dernière simulation la trajectoire utilisé est donnée à la figure IV-25. La seule différence par rapport à la seconde simulation réside dans la valeur de l'écart type du bruit de système $\sigma_{v(x,y)} = 0.001m/s^2$; ceci au lieu de $0.1m/s^2$ augmente la confiance dans les modèles utilisés dans les filtres IMM. Les résultats de cette simulation sont présentés aux figures IV-31 et IV-32.



a)



b)

Figure IV-31 : Racine carré des erreurs quadratiques moyennes RMSE :
a) en position, b) en vitesse.

Nous constatons que la réduction du bruit du système a amélioré les performances du filtre IMM1 et du filtre IMM2, en comparant les résultats de la figure IV-31 à celle

de la figure IV-26. Le filtre IMM2 reste toujours le meilleur. Une meilleure estimation de la vitesse angulaire est obtenue avec ce filtre. Une légère dégradation est observée vers la fin de la manœuvre, voir la figure IV-32 et figure IV-27.

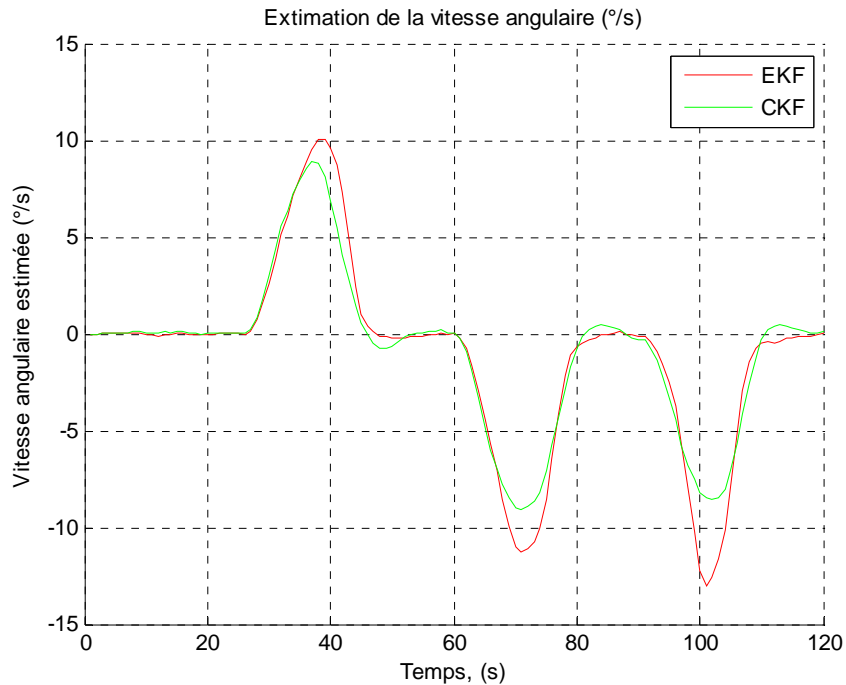
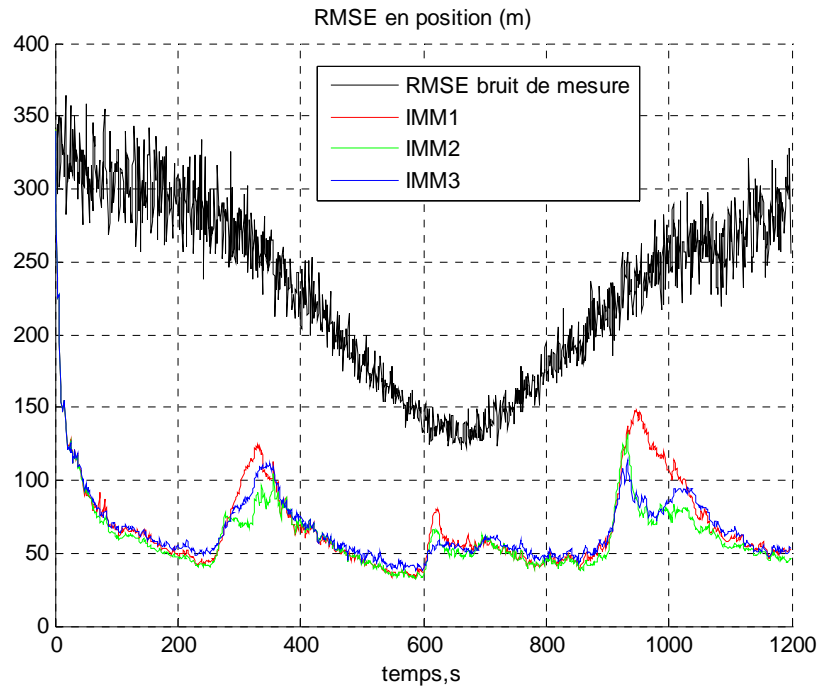


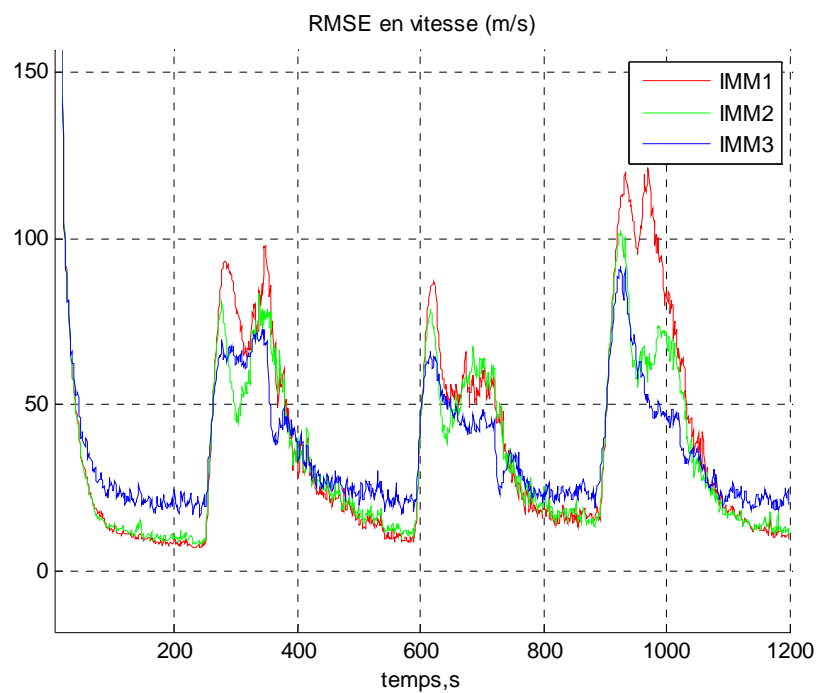
Figure IV-32 : Estimation de la vitesse angulaires obtenue au niveau du filtre IMM1(EKF) et IMM2(CKF).

I.24.2.5 Cinquième simulation

Dans ce qui suit, nous maintenons toujours la même trajectoire avec les mêmes paramètres de simulations sauf le temps d'échantillonnage, qui est choisi égale à $0.1s$. D'après les résultats présentés à la figure IV-33, nous constatons que comme prévu, réduire le temps d'échantillonnage permet aux trois filtres IMM de mieux suivre la trajectoire de la cible. Le filtre IMM2 présente toujours les meilleures performances.



a)



b)

Figure IV-33: Racine carré d'Erreurs quadratiques moyennes RMSE :
a) en position, b) en vitesse.

D'après les résultats présentés dans cette section, nous pouvons conclure que le meilleur algorithme destiné à la poursuite d'une cible manœuvrante, quand l'équation de mesure est d'origine non linéaire, est celui basé sur la configuration de type IMM2. Ce dernier utilise l'approximation 'Cubature' afin d'éviter la linéarisation utilisée dans

le filtre EKF pour l'estimation de la vitesse angulaire et pour résoudre le problème de la non linéarité dans les filtres.

I.25 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à l'étude du problème de la poursuite d'une cible manœuvrante, dont le modèle de mouvement peut changer au cours du temps. Nous avons vu que la meilleure solution à ce problème est l'approche à modèles multiples. Parmi les algorithmes adoptant cette approche figure l'algorithme IMM, qui a connu un large succès, en raison du bon compromis entre performance et complexité qu'il réalise. Cependant pour certaines applications cette complexité reste trop élevée. Pour la réduire, nous avons proposé d'utiliser comme filtres dans l'IMM, les filtre $\alpha\beta$ et $\alpha\beta\gamma$. L'algorithme obtenu fut baptisé FastIMM. Nous avons montré, à l'aide de simulations de Monte Carlo, que les performances de cet algorithme en terme de précision de la poursuite, sont similaires à celles de l'algorithme IMM standard, qui utilise un filtre de Kalman du second ordre et un autre de 3^{ème} ordre.

Nous avons également montré que dans le cas où les mesures sont d'origines polaires le meilleur filtre IMM est celui qui utilise trois modèles à base de CKF : un modèle du second ordre (CV), un modèle du 3^{ème} ordre (CA) et un modèle CT avec estimation de la vitesse angulaire.

Conclusion générale et perspectives

L'objectif du travail présenté dans cette thèse était le développement d'algorithmes capables de prendre en charge le problème de poursuite d'une cible manoeuvrante. Dans une première étape nous avons défini les meilleurs modèles dynamiques décrivant le mouvement d'une cible manoeuvrante, classés en trois catégories, 1D, 2D ou 3D, selon le couplage entre les différentes coordonnées. Dans le cas où le mouvement de la cible selon les axes est totalement découplés, nous utilisons des modèles de type 1D. La plupart de ces modèles supposent aussi que la manoeuvre se manifeste sous forme d'une commande forcée, due à une accélération. On trouve par exemple les modèles à vitesse constante CV et les modèles à accélération constante CA. Les modèles 2D diffèrent par rapport aux modèles précédents non seulement dans la possibilité d'avoir une corrélation entre les coordonnées mais ils procurent aussi une meilleure représentation de la manoeuvre dans l'espace 2D. On peut citer par exemple les modèles à vitesse angulaire constante CT. Nous avons constaté aussi que le choix du repère, cartésien ou polaire, relatif ou absolu, influe sur l'équation de mesure. Elle est soit linéaire soit non linéaire en fonction du vecteur d'état décrivant la dynamique de la cible mobile. La connaissance du modèle est indispensable pour le choix de l'algorithme de poursuite à utiliser.

Après avoir discuté le choix du modèle approprié, nous nous sommes intéressés à l'étude des filtres pouvant être utilisés pour l'estimation de l'état d'une cible, en commençant par le filtre de Kalman. Il est bien connu que ce filtre est optimal dans le sens de la minimisation de l'erreur quadratique moyenne dans le cas linéaire et Gaussien. Le filtre de Kalman peut être utilisé avec différents modèles ; CV, CA ou CT. Il existe également des versions simplifiées de ce filtre qui sont les filtres $\alpha\beta$ et $\alpha\beta\gamma$ qui peuvent être avantageusement utilisés dans le cas où la puissance de calcul disponible n'est pas suffisante pour implémenter le filtre de Kalman. Les filtres $\alpha\beta$ et $\alpha\beta\gamma$ sont à gains fixes et correspondent, respectivement aux filtre de Kalman du deuxième et troisième ordre en régime permanent. Nous avons montré comment les coefficients optimaux de ces filtres peuvent être choisis.

Dans le cas du problème de filtrage non linéaire, nous avons présenté quelques variantes du filtre de Kalman appliquées au cas non linéaire. Le premier est le filtre de Kalman étendu EKF, où le problème de la non linéarité est résolu en procédant à une linéarisation basée sur le développement en série de Taylor au premier ordre. Le fait de négliger les termes HOT dans l'approximation de la fonction non linéaire ajoute, d'autres types d'erreurs qui peuvent causer la divergence du filtre EKF. Les autres méthodes d'approximations qui permettent d'avoir de meilleures performances ont été présentées, telle que la transformation Unscented qui utilise la notion des points sigma pondérés. Un autre outil puissant a été développé récemment et qui se base sur le calcul numérique d'une intégrale multidimensionnelle, en utilisant les points sigma cubatures. L'avantage de cet outil est qu'il permet d'approximer mieux les

statistiques d'une variable aléatoire après une transformation non linéaire, comparativement à L'EKF et l'UT, tout en utilisant un nombre réduit des points sigma qu'il utilise. La comparaison entre les différents filtres non linéaires en terme, du RMSE en position et vitesse, a permis de constater la supériorité des deux filtres UKF et CKF. Cependant les performances de ces deux filtres se dégradent dans le cas d'une mesure angulaire fortement bruitée surtout lorsque la portée est grande. Une meilleure approche dans ce cas là consiste à convertir la mesure polaire en mesure cartésienne qu'il faudra dé-biaiser. Notre contribution dans ce domaine a été d'utiliser la transformation cubature pour cela. Nous avons nommé le filtre obtenu NEWCMKF. La comparaison par rapport à d'autres types de filtres de même famille a permis de valider ce filtre pour le cas de la poursuite d'une cible à grande portée et à fort bruit azimutal.

Afin de pouvoir poursuivre une cible manoeuvrante, le filtre doit avoir l'aptitude de s'adapter au mode de mouvement de la cible. L'algorithme à modèles multiples permet de résoudre ce problème, car il prend en considération le changement de dynamique de la cible durant son mouvement. Sachant qu'un bon filtrage peut être obtenu si on a une meilleure modélisation du mouvement et comme le changement de la dynamique d'une cible correspond au changement du modèle de mouvement le filtre doit avoir la possibilité de changer son modèle de mouvement afin d'améliorer la poursuite. Dans la pratique cela revient à utiliser plusieurs modèles dans le filtre. Parmi les filtres à modèles multiples, le filtre IMM est sans doute celui qui a connu le plus de succès, en raison de sa complexité modérée et ses bonnes performances. Cet algorithme a été décrit en détails et le choix des paramètres qui influent sur ses performances a été discuté.

Les perspectives de notre travail sont :

- 1 . Implémenter le filtre FastIMM sur une station embarquée ou sur un Pic et voir l'apport du filtre IMM avec cette vision simplifiée.
- 2 . Trouver d'autre type d'application du filtre non linéaire UKF et CKF.
- 3 . Utiliser la logique floue pour améliorer les performances du filtre IMM.
- 4 . Fusion de données dans le cas des filtres CKF et UKF.
- 5 . Combiner la logique floue avec le filtre UKF et CKF.

Annexe A : La transformation cubature utilisée dans l'algorithme NewCMKF

Soit une variable aléatoire gaussienne à deux dimensions définie dans le repère polaire ayant une moyenne (r_m, θ_m) et une covariance $P = \text{diag}[\sigma_r^2, \sigma_\theta^2]$. On désire déterminer la moyenne et la covariance de cette variable dans le repère cartésien (x_m^u, y_m^u) en utilisant les sigmas points cubatures. Sachant que la relation entre les coordonnées dans le repère cartésien en fonction des coordonnées dans le repère polaire est non linéaire décrite comme suit :

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cos(\theta) \\ r \sin(\theta) \end{bmatrix} \quad (1)$$

Les points sigmas cubature ξ_l et les pondérations $\{w_l\}_{l=1}^m$ correspondantes :

$$\xi_l = \sqrt{\frac{m}{2}} [1]_l \quad w_l = \frac{1}{m}, \quad l = 1, 2, \dots, m = 2n \quad (2)$$

Dans notre cas, la variable aléatoire a deux dimension, donc $m = 4$, $[1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ et $[1]_l$ le vecteur colonne indice l .

La décomposition de Cholesky de la matrice de covariance associée à la mesure dans le repère polaire $P = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta^2 \end{bmatrix}$ donnée par $\sqrt{P} = \begin{bmatrix} \sigma_r & 0 \\ 0 & \sigma_\theta \end{bmatrix}$. Les points cubatures $\{\xi_l\}_{l=1}^4$ peuvent être déterminés dans le repère polaire comme suite:

$$\xi_l = \sqrt{P} [1]_l + \begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

Les sigmas points correspondants à la conversion sont donnés par :

$$\chi_1 = \begin{bmatrix} (r + \sigma_r) \cos(\theta) \\ (r + \sigma_r) \sin(\theta) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$\chi_2 = \begin{bmatrix} r \cos(\theta + \sigma_\theta) \\ r \sin(\theta + \sigma_\theta) \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\chi_3 = \begin{bmatrix} (r - \sigma_r) \cos(\theta) \\ (r - \sigma_r) \sin(\theta) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\chi_4 = \begin{bmatrix} r \cos(\theta - \sigma_\theta) \\ r \sin(\theta - \sigma_\theta) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

La moyenne dans le repère cartésien est calculée en utilisant les points sigmas :

$$X^{cu} = \begin{bmatrix} x^{cu} \\ y^{cu} \end{bmatrix} = \sum_{l=1}^4 w_l \chi_l \quad (8)$$

En utilisant les relations trigonométriques (9-12) dans l'équation (8)

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta), \quad (9)$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) + \sin(\alpha) \sin(\beta), \quad (10)$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta), \quad (11)$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) - \cos(\alpha) \sin(\beta), \quad (12)$$

On trouve donc :

$$x^{cu} = 0.5 \left(1 + \cos(\sqrt{2}\sigma_\theta) \right) r_m \cos(\theta_m) \quad (13)$$

$$y^{cu} = 0.5 \left(1 + \cos(\sqrt{2}\sigma_\theta) \right) r_m \sin(\theta_m).$$

De la Même manière on calcule la covariance associée à la mesure dans le repère cartésien :

$$R^{cu} = \sum_{l=1}^4 w_l (\chi_l - \chi_0^{cu})(\chi_l - \chi_0^{cu})' = \frac{1}{4} \sum_{l=1}^4 (\chi_l - \chi_0^{cu})(\chi_l - \chi_0^{cu})' \quad (14)$$

En utilisant les relations trigonométriques (9-12), la covariance de la mesure cartésienne non biaisé est donnée par :

$$\begin{aligned} R^{cu}(1,1) &= 0.25 \left(r_m^2 + 4\sigma_r^2 \right) \cos^2(\theta_m) + \\ &0.5 r_m^2 \left(\sin^2(\theta_m) \sin^2(\sqrt{2}\sigma_\theta) - \cos^2(\theta_m) \cos(\sqrt{2}\sigma_\theta) \right) + \\ &0.25 r_m^2 \cos^2(\theta_m) \cos^2(\sqrt{2}\sigma_\theta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R^{cu}(2,2) &= 0.25(r_m^2 + 4\sigma_r^2)\sin^2(\theta_m) + \\
&\quad 0.5r_m^2(\cos^2(\theta_m)\sin^2(\sqrt{2}\sigma_\theta) - \sin^2(\theta_m)\cos(\sqrt{2}\sigma_\theta)) + \\
&\quad 0.25r_m^2\sin^2(\theta_m)\cos^2(\sqrt{2}\sigma_\theta)
\end{aligned}$$

$$R^{cu}(1,2) = \left(0.25r_m^2 + \sigma_r^2 + 0.5r_m^2(0.5\cos^2(\sqrt{2}\sigma_\theta) - \sin^2(\sqrt{2}\sigma_\theta) - \cos(\sqrt{2}\sigma_\theta))\right)\sin(\theta_m)\cos(\theta_m)$$

(15)

Références

- [AJ04] Andrei Romanenko, José A.A.M. Castro ‘The unscented filter as an alternative to the EKF for nonlinear state estimation: a simulation case study’ *Computers and Chemical Engineering* 28 (2004) 347–355.
- [BB62] Benedict T. R., Bordner G. W., ‘Synthesis of an optimal set of radar track-while-scan smoothing equations’, *IRE transaction auto. Cont.*, AC-7, p. 27-32, July 1962.
- [BB82] H. A. P. Blom and Y. Bar-Shalom, ‘The interacting multiple model algorithm for system with Markovian switching coefficients’, *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol.33, 1988, pp. 780-783.
- [BB95] Busch, M., and Blackman, S., ‘Evaluation of IMM filtering for an air defence system Application’. In *Proceedings of the 1995 SPIE Conference on Signal and Data Processing of Small Targets*, Vol. 2561, 435–447, 1995.
- [BB99] Blackman, S. S., Busch, M. T., and Popoli, R. F. ‘IMM/MHT solution to radar benchmark tracking problem’. *Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 35, 2, 730–737. Also appeared in *Proceedings of 1995 American Control Conference*, Seattle, WA, June 1995, 2606–2610, Apr. 1999.
- [BH00] Benoudnine Hadjira, ‘poursuite adaptative multi-cibles : applications radars et réseaux sans fil Mobile’, thèse de Doctorat 2000.
- [BJ06] Byung-Doo Kim, Ja-Sung Lee, ‘Decoupled Tracking Filter with Modified Unbiased Converted Measurements’ *Radar, 2006. CIE '06. International Conference on*, Oct. 2006.
- [BL01] Bar-Shalom, Y., Li, X. R., and Kirubarajan, T. ‘*Estimation with Applications to Tracking and Navigation: Theory Algorithms and Software*’ 2001 John Wiley & Sons, Inc. ISBNs: 0-471-41655-X (Hardback) 0-471-22127-9 (Electronic), New York, 2001
- [BL95] Bar-Shalom, Y., and Li, X. R. ‘*Multitarget-Multisensor Tracking: Principles and Techniques*’. Storrs, CT: YBS Publishing, 1995.
- [BL95_1] Y. Bar-Shalom and X. R. Li, ‘*Estimation and tracking: principles, techniques, and software*’, Artech House, Boston, London 1995.
- [BN97] Best, R. A. and Norton, J. P., ‘A new model and efficient tracker for a target with curvilinear motion’. *Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 33, 3 1030–1037. 1997

- [BP99] Blackman, S. S., and Popoli, R. F. 'Design and Analysis of Modern Tracking Systems'. Boston, MA: Artech House, 1999
- [CB83_1] C. A. Bozzo, 'Le filtrage optimal et ses applications aux problèmes de poursuite', Tome II, 1983.
- [CB83_2] C. A. Bozzo, 'Le filtrage optimal et ses applications aux problèmes de poursuite', Tome III, 1983.
- [CH79] Y. T. Chan, A. G. C. Hu and J. B. Plant, 'A Kalman filter based tracking scheme with input estimation', IEEE Trans. Aerospace and electronic Systems, Vol. 15, 1979, pp. 237-244.
- [DA2001] Dean A. Wilson, 'Analysis of Tracking and Identification Characteristics of Divers Systems and Data Sources for Sensors Fusion', these 2001, Naval Postgraduate School, Monterey, California.
- [DD08] D. M. Akbar Hussain, David Hicks, Daniel Ortiz-Arroyo, Shaiq A. Haq, Zaki Ahmed 'A Case Study Kalman & Alpha-Beta Computation under High Correlation', Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists 2008 Vol I, IMECS 2008, 19-21 March, 2008, Hong Kong.
- [DK02] M. Dahmani, M. Keche, A. Ouamri, 'Approche floue dans la poursuite d'une cible manœuvrante'. Conférence Nationale sur le Génie électrique CNIE'2002, 15-16 décembre 2002 à l'Université des Sciences et de la Technologie d'Oran USTOMB, 2002.
- [DM04] Dahmani Mohammed, 'Poursuite d'une cible à l'aide des données angulaires seulement', soutenue en mars 2004.
- [DM09] M. Dahmani, A. Meche, H. Benoudnine, M. Keche, A. Ouamri, Application du filtre DCIMM à la poursuite d'une cible manoeuvrante. International Conference on Electronics Engineering. ICEE'08, 20-22 Octobre 2009, Oran, Algérie.
- [DM10] M. Dahmani, M. Keche, A. Ouamri. and A. MECHE, 'A new IMM Algorithm using fixed coefficients filters (fastIMM)'. AEU – International Journal of Electronics and Communications Volume 64, Issue 12, December 2010, Pages 1123-1127
- [DM11] M. Dahmani, A. Meche, M. Keche, A. Ouamri, H. Benoudnine, 'Une nouvelle approche floue pour l'amélioration des performances de l'algorithme IMM dans le problème de poursuite d'une cible manœuvrante', La 7ème conférence sur le génie électrique, EMP, Bordj El Bahri, Alger, 12-13 Avril 2011.

- [DS06] Dan Simon, 'Optimal state estimation : Kalman, H-inf, and nonlinear approaches' published by Wiley ; ISBN : 0-471-70858-5 ; hardback. 2006 by John Wiley & Sons, Inc
- [DT00] Dirk Tenne, Tarunraj Singh 'Optimal Design of a-b-(g) Filters' http://code.eng.buffalo.edu/tracking/papers/tenne_optimalFilter2000.pdf
- [DY93] Don Lerro, Yaakov Bar-Shalom, 'tracking with debiased consistent converted measurements versus EKF', IEEE Transaction on aerospace and electronic systems vol. 29, N°3, July 1993.
- [EB01] Ekstrand, B., 'Tracking filters and models for seeker applications'. Transactions on Aerospace and Electronic Systems, AES-37, 3 (2001), 965–976.
- [EB98] Eli Brookner, 'Tracking and Kalman Filtering Made Easy' Wiley (1998) - Hardback - 477 pages - ISBN 0471184071.
- [FC80] F. R. Castella, 'An adaptive two dimensional Kalman tracking filter', IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, Vol. 16, 1980, pp. 822-829.
- [FD02] F. K. Fletcher, D. J. Kershaw 'Performance Analysis of Unbiased and Classical Measurement Conversion Techniques' IEEE Transaction on aerospace and electronic systems vol. 38, N°. , October 2002.
- [FR80] Fitzgerald R. J., 'Simple Tracking Filters Steady-State Filtering and Smoothing Performance', IEEE Transaction on aerospace and electronic systems vol. AES-16, N°. 6, November 1980.
- [GI96] Gustafsson, F., and Isaksson, A. J., 'Best choice of state variables for tracking coordinated turns'. In Proceedings of the 35th IEEE Conference on Decision and Control, Kobe, Japan, 3145–3150, Dec. 1996.
- [HZ06] Hongtao Hu, Zhongliang Jing, Shiqiang Hu, 'Unscented fuzzy-controlled current static model and adaptive filtering for tracking maneuvering targets' communication in nonlinear science and numerical simulation, Vol 11, p. 961-972, 2006.
- [IH07] I. Arasaratnam and S. Haykin, 'Discrete-Time Nonlinear Filtering Algorithms Using Gauss–Hermite Quadrature', Proceedings of the IEEE ; Vol. 95, pp. 953 – 977, May 2007
- [IH09_1] I. Arasaratnam and S. Haykin, 'Cubature Kalman Filtering: A Powerful Tool for Aerospace. Applications', Int'l Radar Conf., Bordeaux, France, Oct. 2009.

- [IH09_2] I. Arasaratnam and S. Haykin, ‘Cubature Kalman Filters’, IEEE Trans. Automatic Control, vol. 54, June 2009.
- [IH09_3] I. Arasaratnam and S. Haykin, ‘Cubature Kalman filtering: A powerful new tool for aerospace applications’, http://grads.ece.mcmaster.ca/~aienkaran/Article_IRC09.pdf
- [JH90] John H. Painter, David Kerstetter, Steve Jowers, ‘Reconciling Steady-State Kalman and Alpha-Beta Filter Design’ IEEE Transaction on aerospace and electronic systems vol. 26, NO. 6 November 1990.
- [JR10] John N. Spitzmiller, Reza R. Adhami, ‘tracking with estimate-conditioned debiased 2D converted measurements’, Intelligent Information Management, 2010, 2, 286-294.
- [JU97] S. J. Julier and J. K. Uhlmann, “A new extension of the kalman filter to nonlinear systems,” in The Proceedings of AeroSense: The 11th International Symposium on Aerospace/Defense Sensing, Simulation and Controls, Orlando, Florida, 1997
- [KB60] R.E Kalman ‘A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems’ Transactions of the ASME—Journal of Basic Engineering, 82, (Series D): 35-45 ; 1960.
- [KP84] Kalata P. R., ‘PK84_the tracking index a generalized parameter for alpha_beta and alpha beta gamma target trackers’, IEEE Transaction on aerospace and electronic systems vol. AES-20, NO. 2 MARCH 1984.
- [LB93] Li, X. R., and Bar-Shalom, Y. , ‘Design of an interacting multiple model algorithm for air traffic control tracking’. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 1, 186–194; 3 (Sept. 1993), special issue on air traffic control.
- [LB93] Lerro, D., and Bar-Shalom, Y., ‘Interacting multiple model algorithm with target amplitude feature’. Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 29, 494–509, vol. 2 , Apr. 1993.
- [LJ01] Li, X. R., and Jilkov, V. P., ‘A survey of maneuvering target tracking—Part III: Measurement models’. In Proceedings of the 2001 SPIE Conference on Signal and Data Processing of Small Targets, Vol. 4473, San Diego, CA, 423 - 446, July–Aug. 2001.

- [LJ02] Li, X. R., and Jilkov, V. P., ‘A Survey of maneuvering target tracking—Part IV: Decision-based methods’. In Proceedings of the 2002 SPIE Conference on Signal and Data Processing of Small Targets, Vol. 4728, Orlando, FL, Apr. 2002.
- [LT99] Lee, H., and Tahk, M-J., ‘Generalized input-estimation technique for tracking maneuvering targets’. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 35, 4 1388–1402, 1999.
- [MC81] M. Carpentier, ‘Radars, bases modernes’, 4ieme édition, Masson, 1981.
- [MK04] Markus S. Schlosser, Kristian Kroschel , ‘Limits in Tracking with Extended Kalman Filters’, IEEE Transaction on aerospace and electronic systems vol.40, NO. 4 OCTOBER 2004.B84
- [MP93] M. Pachter, P. R. Chandler, ‘Universal Linearization Concept for Extended Kalman Filter’, IEEE Transaction On Aerospace and Electronic Systems, Vol.29, No. 3, pp.946-961, July 1993.
- [MR73] McAulay, R. J., and Denlinger, E. J., ‘A decision-directed adaptive tracker’. Transactions on Aerospace and Electronic Systems, AES-9, 229–236, Mars 1973.
- [MS00] Mandzuka, S., ‘Ship tracking control: Optimal estimation of navigation parameters’. In Proceedings of the 42th International Symposium ELMAR, Zadra, 2000.
- [MS97] MO Longbin Song Xiaoquan Zhou Yiyu Sun Zhongkang, ‘Unbiased Converted Measurements for Target Tracking’, IEEE 1997.
- [MS98] Mo Longbin; Song Xiaoquan; Zhou Yiyu; Sun Zhong Kang; Bar-Shalom, Y., ‘Unbiased Converted Measurements for Tracking’ IEEE transaction on Aerospace and Electronic Systems, vol. 34, Jul 1998.
- [NB67] Neal S. R., Benedict T. R., ‘Parametric relations for the a-b-g filter predictor’, IEEE trans. Auto. Cont., AC-12, p. 313-323, june 1967.
- [PB96] G. Pulford, B. la Scala, ‘A survey of Manoeuvring Target Tarcking methods and theirs Applicability to over-the-Horizon Radar’, Rapport de DSTO, 1996.
- [PK92] Paul R. Kalata, ‘a-b target tracking systems : A survey’ ,ACC/WM12 1992.
- [PK97] Paul R. Kalata, Kevin M. Murphy, ‘a-b Target Tracking with Track Rate Variations’ System Theory, Proceedings of the Twenty-Ninth Southeastern Symposium on 1997.

- [RD04] Rudolph van der Merwe, ‘Sigma-Point Kalman Filters for Nonlinear Estimation and Sensor-Fusion- Applications to Integrated Navigation’, AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit (16 August 2004).
- [RD04_1] Rudolph van der Merwe, ‘Sigma-Point Kalman Filters for Probabilistic Inference in Dynamic State-Space Models’ thesis in 2004
- [RM89] Roecker, J. A., and McGillem, C. D., ‘Target tracking in maneuver centered Coordinates’. Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 25, 836–843. Nov. 1989
- [RS70] ROBERT A. SINGER., ‘Estimating optimal tracking filter performance for manned maneuvering targets’. Transactions on Aerospace and Electronic Systems, AES-6, 473–483, July 1970.
- [SH63] Simpson H. R., ‘Performance measures and optimization conditions for a third order sampled data tracker’, IEEE trans. Auto. Cont., AC-8, p. 182-183, April 1963.
- [SJ00] S. J. Julier, ‘The scaled unscented transformation’, Feb. 2000
- [SJ04] Simon Julier , Jeffrey K. Uhlmann ‘Unscented Filtering and Nonlinear Estimation’ Proceedings of the IEEE, vol. 92, NO. 3, MARCH 2004.
- [SJ96] Simon Julier , Jeffrey K. Uhlmann ‘A General Method for Approximating Nonlinear Transformations of Probability Distributions’, Robotics Research Group, Department of Engineering Science, University of Oxford, November, 1996
- [SS86] Samuel S. Blackman, ‘Multiple-Target Tracking with Radar Application’, edition Artech House.
- [TH01] Tine Lefebvre, Herman Bruyninckx and Joris De Schutter, ‘Kalman Filters for nonlinear systems: a comparison of performance’ IEEE Transactions on Automatic Control, October 2001.
- [TH79] J. K. Tugnait and A. H. Haddad, ‘A detection estimation scheme for state estimation in switching environments’, Automatica, Vol. 15, 1979, pp. 477-481.
- [WB92] Watson, G. A., and Blair, W. D., ‘IMM algorithm for tracking targets that maneuver through coordinated turns’. In Proceedings of the 1992 SPIE Conference on Signal and Data Processing for Small Targets, Vol. 1698, 236–247, 1992.

- [WO85] M. S. Woolfon, ‘ An evaluation of manoeuvre detector algorithm for manoeuvring targets’, GEC journal of research, Vol. 3, 1985.
- [XV05] X. Rong LI, Fellow, Vesselin P. Jilkov, ‘Survey of Maneuvering Target Tracking. Part V: Multiple-Model Methods’ IEEE Transaction on aerospace and electronic systems vol. 41, NO. 4 OCTOBER 2005.
- [YK82] Y. BAR-SHALOM, K. C. CHANG, ‘Tracking a Maneuvering Target Using Input Estimation Versus the Interacting Multiple Model Algorithm’, IEEE Transaction on aerospace and electronic systems vol. AES-25, NO. 2 MARCH 1989.
- [ZC04] Zhansheng Duan Chongzhao Han Rong Li ‘Comments on “Unbiased Converted Measurements for Tracking’, IEEE Transaction on aerospace and electronic systems vol. 40, NO. 4 OCTOBER 2004
- [ZX02] Zhanlue Zhao X. Rong Li Vesselin P. Jilkov ‘Optimal Linear Unbiased Filtering with Polar Measurements for Target Tracking’ Proceedings of the 5th International Conf. Information Fusion Annapolis, MD, USA, pp. 1527–1534, July 2002.
- [ZX04] Zhanlue Zhao, X. Rong LI, Vesselin P. Jilkov , ‘Best Linear Unbiased Filtering with Nonlinear Measurements for Target Tracking’, IEEE Transaction on aerospace and electronic systems vol. 40, NO. 4 OCTOBER 2004.



Dr. DAHMANI Mohammed

Résumé :

Les systèmes de surveillance civils ou militaires utilisent plusieurs algorithmes permettant d'effectuer la poursuite d'une cible. L'outil clef dans ces algorithmes est le filtre de Kalman. L'objectif de ma thèse est de présenter et d'analyser les principaux algorithmes permettant d'effectuer le filtrage linéaire (cas de poursuite dans le repère cartésien), ou le filtrage non linéaire (cas de poursuite en utilisant des mesures polaires). De nouvelles solutions algorithmiques pour une poursuite adaptative d'une cible sont proposées.

Le cas de la poursuite d'une cible manouvrante a été étudié en utilisant la notion de modèles multiples interagissant. Nous avons proposé un algorithme à base des filtres à gains fixes (filtres $\alpha\beta$ et filtre $\alpha\beta\gamma$) en utilisant la même architecture que celle du filtre IMM (Inteacting Multiples Models). L'algorithme proposé nommé FastIMM est facile à implémenter et peut être utilisé pour des applications de poursuite en temps réel.

Nous avons également étudié l'application des filtres non linéaires récents tels que l'UKF (Uncented Kalma Filter) et le CKF (Cubature Kalman Filter) à la poursuite d'une cible avec des mesures polaires. Nous avons en particulier proposé l'utilisation de l'intégration 'Cubature' pour débiaiser la mesure convertie. Le filtre obtenu a donné des résultats satisfaisants comparables à celles du meilleur filtre existant : le filtre 'unbiased converted measurments'.